

ABSTRACT

Let R be an associative ring with identity $1 \neq 0$. An element $x \in R$ is said to be *right* (or *left*) *regular* if there exists y in R such that $x^2y = x$ (or $yx^2 = x$). If x is both left and right regular, then it is said to be *strongly regular*. The ring R is said to be *strongly regular* if every element of R is strongly regular. We say that x is a *left π -regular* element if there exist an integer $n > 0$ and an element $y \in R$ such that $yx^{n+1} = x^n$. A *right π -regular* element is defined analogously. An element of R is *strongly π -regular* if it is both left and right π -regular. R is *strongly π -regular* if every element of R is strongly π -regular. The main aim of this thesis is to study strongly regular and strongly π -regular rings. In particular, we shall be concerned with necessary and sufficient conditions for a ring to be strongly regular or strongly π -regular. We shall also study how these rings are related to other types of "regular" rings. A ring R is said to be an *(s,2)-ring* if every element of R is a sum of two units of R . If for any $a, b \in R$ satisfying $aR + bR = R$, there exists $y \in R$ such that $a + by$ is right invertible, then we say that R has *stable range one*. In a related thread, we shall study how various "regular" rings are related to (s,2)-rings and rings having stable range one.

ABSTRAK

Biar R suatu gelanggang kalis sekutuan dengan unsur identiti $1 \neq 0$. Suatu unsur $x \in R$ dikatakan *sekata kanan* (atau *kiri*) jika wujudnya $y \in R$ supaya $x^2y = x$ (atau $yx^2 = x$). Jika x adalah sekata kiri dan sekata kanan, maka x dikatakan *sekata kuat*. Gelanggang R dikatakan *sekata kuat* jika setiap unsur dalam R adalah sekata kuat. Unsur $x \in R$ dikatakan π -*sekata kiri* jika wujud suatu integer $n > 0$ dan suatu unsur $y \in R$ supaya $yx^{n+1} = x^n$. Unsur π -*sekata kanan* ditakrifkan secara beranalog. Suatu unsur dalam R dikatakan π -*sekata secara kuat* jika ianya π -sekata kiri dan π -sekata kanan. Gelanggang R dikatakan π -*sekata secara kuat* jika setiap unsur dalam R adalah π -sekata secara kuat. Tumpuan kajian disertasi ini adalah terhadap gelanggang-gelanggang sekata kuat dan π -sekata secara kuat. Khususnya, kita berminat kepada syarat-syarat perlu dan cukup bagi suatu gelanggang menjadi sekata kuat atau π -sekata secara kuat. Kita juga akan mengkaji bagaimana kedua-dua gelanggang ini berhubungkait dengan gelanggang-gelanggang "sekata" yang lain. Gelanggang R dikatakan *gelanggang-(s,2)* jika setiap unsur dalam R boleh ditulis sebagai hasil tambah dua unit dalam R . Jika bagi sebarang $a, b \in R$ yang memenuhi hubungan $aR + bR = R$, wujudnya $y \in R$ supaya $a + by$ adalah unsur bolehsongsang kanan, maka kita katakan R mempunyai *julat kestabilan satu*. Selaras dengan penyelidikan seterusnya, kita akan mengkaji bagaimana beberapa gelanggang "sekata" adalah berhubungkait dengan gelanggang-(s,2) dan gelanggang yang mempunyai julat kestabilan satu.