

PEMAHAMAN TENTANG KECERUNAN GARIS LURUS DALAM  
KALANGAN PELAJAR ASASI SAINS DI INSTITUT  
PENGAJIAN TINGGI SWASTA

FAUZIAH BINTI ABD KADIR

FAKULTI PENDIDIKAN  
UNIVERSITI MALAYA  
KUALA LUMPUR

2019

PEMAHAMAN TENTANG KECERUNAN GARIS LURUS DALAM KALANGAN PELAJAR  
ASASI SAINS DI INSTITUT PENGAJIAN TINGGI SWASTA

FAUZIAH BINTI ABD KADIR

TESIS DISERAHKAN SEBAGAI MEMENUHI KEPERLUAN BAGI  
IJAZAH DOKTOR FALSAFAH

FAKULTI PENDIDIKAN  
UNIVERSITI MALAYA  
KUALA LUMPUR

2019

# UNIVERSITI MALAYA

## PERAKUAN KEASLIAN PENULISAN

Nama: FAUZIAH BINTI ABD KADIR

No. Pendaftaran/Matrik:

Nama Ijazah: DOKTOR FALSAFAH

Tajuk Kertas Projek/Laporan Penyelidikan/Disertasi/Tesis ("Hasil Kerja ini"):

PEMAHAMAN TENTANG KECERUNAN GARIS LURUS DALAM KALANGAN PELAJAR ASASI SAINS DI INSTITUT PENGAJIAN TINGGI SWASTA

Bidang Penyelidikan: PENDIDIKAN MATEMATIK

Saya dengan sesungguhnya dan sebenarnya mengaku bahawa:

- (1) Saya adalah satu-satunya pengarang/penulis Hasil Kerja ini;
- (2) Hasil Kerja ini adalah asli;
- (3) Apa-apa penggunaan mana-mana hasil kerja yang mengandungi hakcipta telah dilakukan secara urusan yang wajar dan bagi maksud yang dibenarkan dan apa-apa petikan, ekstrak, rujukan atau pengeluaran semula daripada atau kepada mana-mana hasil kerja yang mengandungi hakcipta telah dinyatakan dengan sejelasnya dan secukupnya dan satu pengiktirafan tajuk hasil kerja tersebut dan pengarang/penulisnya telah dilakukan di dalam Hasil Kerja ini;
- (4) Saya tidak mempunyai apa-apa pengetahuan sebenar atau patut semunasabahnya tahu bahawa penghasilan Hasil Kerja ini melanggar suatu hakcipta hasil kerja yang lain;
- (5) Saya dengan ini menyerahkan kesemua dan tiap-tiap hak yang terkandung di dalam hakcipta Hasil Kerja ini kepada Universiti Malaya ("UM") yang seterusnya mula dari sekarang adalah tuan punya kepada hakcipta di dalam Hasil Kerja ini dan apa-apa pengeluaran semula atau penggunaan dalam apa jua bentuk atau dengan apa juga cara sekalipun adalah dilarang tanpa terlebih dahulu mendapat kebenaran bertulis dari UM;
- (6) Saya sedar sepenuhnya sekiranya dalam masa penghasilan Hasil Kerja ini saya telah melanggar suatu hakcipta hasil kerja yang lain sama ada dengan niat atau sebaliknya, saya boleh dikenakan tindakan undang-undang atau apa-apa tindakan lain sebagaimana yang diputuskan oleh UM.

Tandatangan Calon

Tarikh

Diperbuat dan sesungguhnya diakui di hadapan,

Tandatangan Saksi

Tarikh

Nama:

Jawatan:

## ABSTRAK

Kajian ini berlandaskan konstruktivisme radikal bertujuan untuk mengenal pasti pemahaman tentang kecerunan garis lurus yang dipunyai oleh pelajar Semester Satu program Asasi Sains di institut pengajian tinggi swasta. Kajian ini juga bertujuan untuk mengenal pasti sejauh mana pengetahuan pelajar tentang gambaran mental dan perwakilan bagi kecerunan garis lurus, makna dan penerapan yang membabitkan kecerunan garis lurus, hubungan kait dan komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus, dan seterusnya ialah penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus.

Data bagi kajian ini merangkumi maklumat secara lisan dan bukan lisan yang dikumpulkan dari enam orang pelajar Semester Satu program Asasi Sains dalam tiga sesi temu duga klinikal yang membabitkan lima belas jenis aktiviti. Setiap sesi temu duga dirakamkan secara audio dan video yang mengambil masa selama satu jam hingga satu setengah jam. Penganalisan data membabitkan empat peringkat, iaitu transkripsi rakaman temu duga kepada bentuk bertulis, pembentukan kajian kes yang membabitkan pemerhatian tingkah laku subjek tentang aspek tertentu kecerunan garis lurus, penganalisan merentasi subjek, dan pengenalpastian konsep kecerunan garis lurus yang dimiliki pelajar Semester Satu program Asasi Sains.

Kajian ini mempunyai beberapa hasil kajian yang membabitkan tujuh konteks yang digunakan. Misalnya, dalam konteks penyelesaian masalah melibatkan situasi rajah koordinat Cartesian, kajian ini mendapati tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut: (a) *situasi yang diasimilasikan*, iaitu pelajar mengasimilasikan situasi yang diberikan sebagai situasi penentuan kecerunan garis lurus membabitkan maklumat grafik, (b) *aktiviti yang dijalankan*, iaitu sebahagian atau semua enam langkah asas telah digunakan, iaitu mentafsirkan kecerunan positif, membandingkan

garis, menganggar nilai  $a$ , menggunakan rumus, membandingkan sudut, dan menganggar kecerunan, dan (c) *hasil yang diharapkan*, iaitu memperoleh angka tertentu bagi menandakan kecerunan yang terlibat. Kajian ini juga mendapati gambaran mental pelajar tentang kecerunan boleh dikategorikan kepada sepuluh aspek, iaitu entiti berciri khusus, idea algebra, idea kuantiti, idea sudut, idea konkrit, unsur hipotenus dan pepenjuru, idea pergerakan motor, unsur analisis terarah, unsur ketidakbolehubah, dan idea hubungan. Sehubungan itu, hasil kajian ini boleh membantu guru dan pensyarah merancang dan menyediakan pelbagai tugas dan latihan tubi yang berorientasikan kemahiran berfikir, prosedur, dan konseptual bagi pelajar meneroka, membuat inkuiri, mengamati secara aktif, dan memperkukuh pemahaman mereka tentang kecerunan garis lurus.

**Kata kunci:** pemahaman, pelajar Asasi Sains, kecerunan garis lurus, konstruktivisme radikal

**UNDERSTANDING OF SLOPE OF A STRAIGHT LINE AMONG SCIENCE  
FOUNDATION STUDENTS AT A PRIVATE HIGHER  
EDUCATION INSTITUTE**

**ABSTRACT**

This study is based on radical constructivism aims to identify the understanding of slope of a straight line among Semester One Science Foundation program students at private higher education institute. The study also aims to identify the extent to which students' knowledge about mental images and representations of the slope of a straight line, meaning and reasoning involving the slope of a straight line, connection and communication related to the slope of a straight line, and the problem solving involving slope of a straight line.

Data for this study includes information for verbal and nonverbal collected from six students of Semester One Science Foundation program in three clinical interview sessions involving fifteen types of activities. Each interview is recorded for audio and video that takes about an hour to an hour and a half. The data analysis involves four stages, namely transcription recording interviews to the written form, the formation of case studies involving descriptions of the behavior of the subject about certain aspects of slope of a straight line, analysis across subjects, and the identification of the concept of slope of a straight line of Semester One Science Foundation program students.

This study has several findings involving seven contexts used. For example, in the context of problem solving involving a Cartesian coordinate diagram, the study found that student behaviour can be summarized as follows: (a) *assimilated situation*, students assimilate the given situation as a situation of determination of the slope involving graphic information, (b) *the carried out activities*, part or all six basic steps

have been used, namely interpreting positive slope, compare lines, estimating the value of  $a$ , using the formula, comparing the angle, and estimating the slope, and (c) *the expected results*, obtain certain value to indicate the slopes involved. The study also found students' mental image of the slope can be categorized into ten aspects, namely special-featured entity, the idea of algebra, the idea of quantity, the idea of angle, the idea of concrete, the diagonal and hypotenuse elements, the idea of the physical movement, the directional analysis, unchanged elements, and the idea of a relationship. Consequently, the results of this study can help teachers and lecturers to design and provide a variety of tasks and drills oriented thinking skills, procedures, and concepts for students to explore, make an inquiry, observe actively, and to strengthen their understanding of the slope of a straight line.

**Keywords:** understanding, Science Foundation students, the slope of a straight line, constructivism radical

## PENGHARGAAN

Dengan nama Allah Yang Maha Pemurah lagi Maha Penyayang. Segala puji bagi Allah S.W.T. Selawat dan salam ke atas junjungan besar Nabi Muhammad S.A.W serta keluarga dan para sahabat baginda sekelian. Alhamdulillah, setinggi-tinggi kesyukuran dipanjatkan ke hadrat Allah S.W.T atas petunjuk, limpah kurnia dan keizinannya serta memberikan saya kesihatan dan masa yang cukup, dan kematangan fikiran untuk menyiapkan kajian dan menyelesaikan penulisan tesis ini yang merupakan sebahagian daripada syarat penganugerahan Ijazah Doktor Falsafah.

Setinggi-tinggi penghargaan dan ucapan terima kasih yang tidak terhingga kepada Kementerian Pendidikan Tinggi kerana telah memberi peluang kepada saya bagi mencapai cita-cita mulia ini dengan meluluskan Biasiswa MyBrain15 (MyPhD). Setinggi-tinggi penghargaan dan ucapan terima kasih yang tidak terhingga yang tidak mampu untuk saya balas kembali hingga ke akhir hayat saya didedikasikan kepada penyelia saya, Prof. Dr. Nik Azis Nik Pa atas kebijaksanaan memberi bimbingan, semangat, kesabaran, tunjuk ajar yang berguna kepada saya sehingga terhasilnya kajian ini. Sesungguhnya inspirasi dan komitmen yang diberikan amat dihargai. Kalungan penghargaan dan ucapan terima kasih juga ditujukan khas kepada penyelia baru saya, Dr. Suzieleez Syrene Bt Abdul Rahim yang sedia memberi tunjuk ajar dan menyokong penuh perjuangan saya untuk saya menyiapkan kajian ini.

Limpahan kasih sayang yang tidak terhingga buat suami tercinta, Roshara'madan Bin Mohd Hashim yang sentiasa menyokong kuat segala usaha yang saya lakukan di samping memberikan bantuan dari pelbagai aspek dalam menjayakan kajian ini, dan kepada permata hati kami berdua, Farhan Asyreeq, Aleeya Nadwa, Ezyan Nazeefa, dan Haseef Eyrdeen yang sentiasa memahami tugas ibu mereka sebagai seorang pelajar separuh masa. Tidak pernah dilupakan juga



ucapan terima kasih tidak terhingga buat bonda tercinta, Siti Rokiah Hj Yahya, arwah ayahanda Abd Kadir Abu, ibu mertua saya Rosnah Mohd Kasap, dan arwah ayah mertua Mohd Hashim Mohd Ros serta rakan seperjuangan yang banyak memberikan nasihat, semangat, dan dorongan kepada saya sepanjang pengajian ini. Allah sahaja yang dapat membalas jasa kalian semua.

Universiti Malaya

## JADUAL KANDUNGAN

Abstrak .....	ii
Penghargaan .....	vi
Jadual Kandungan .....	viii
Senarai Jadual .....	xvii
Senarai Gambar Rajah .....	xix
Senarai Lampiran .....	xx
Bab Satu :Pengenalan	
Latar Belakang .....	1
Pernyataan Masalah .....	6
Kerangka Teori .....	10
Tujuan, Objektif, dan Soalan Kajian .....	12
Definisi Istilah .....	14
Pemahaman .....	14
Gambaran mental .....	14
Perwakilan .....	15
Makna .....	15
Hubung kait .....	15
Penaakulan .....	16
Komunikasi .....	16
Penyelesaian masalah .....	16
Kecerunan Garis Lurus .....	17
Limitasi dan Delimitasi .....	17

Signifikan Kajian .....	20
Rumusan .....	21
 Bab Dua: Tinjauan Literatur	
Pengenalan .....	23
Konstruktivisme Radikal .....	23
Teori Konstruktivisme dan Teori Pemrosesan Maklumat ..	23
Kerangka Konseptual .....	30
Konsep Pemahaman .....	33
Istilah Pemahaman .....	34
Kajian Lepas Berkaitan Pemahaman .....	36
Gambaran Mental .....	39
Perwakilan .....	40
Makna .....	41
Hubung Kait .....	42
Penaakulan .....	43
Komunikasi .....	44
Penyelesaian Masalah .....	45
Konsep Kecerunan Garis Lurus .....	47
Definisi Istilah Kecerunan Garis Lurus .....	47
Kajian Lepas Berkaitan Kecerunan Garis Lurus .....	50
Istilah kecerunan .....	50
Kesukaran pembelajaran kecerunan .....	54
Perwakilan .....	58
Pembelajaran Kalkulus .....	61

Kesukaran Pembelajaran Kalkulus .....	61
Kepincangan Konsep Pembezaan .....	62
Konsep pembezaan .....	62
Perwakilan dan hubung kait .....	64
Penaakulan .....	66
Pembelajaran Had .....	67
Jurang Kajian dari Aspek Metodologi .....	70
Rumusan .....	73
Bab Tiga: Metodologi Kajian	
Pengenalan .....	75
Reka Bentuk Kajian .....	75
Populasi dan Sampel .....	77
Lokasi Kajian .....	77
Responden Kajian .....	78
Prosedur Pengumpulan Data .....	80
Teknik Temu Duga Klinikal .....	80
Instrumentasi .....	83
Pengelolaan Temu Duga .....	85
Tugasan Temu Duga .....	86
Temu Duga Pertama .....	88
Tugasan Gambaran Mental Kecerunan .....	88
Tugasan Perwakilan Kecerunan .....	90
Temu Duga Kedua .....	91
Tugasan Makna Kecerunan .....	91

Tugasana Penaakulan Kecerunan .....	92
Temu Duga Ketiga .....	93
Tugasana Hubung Kait Kecerunan.....	93
Tugasana Komunikasi Kecerunan .....	94
Tugasana Penyelesaian Masalah .....	94
Kajian Rintis .....	95
Prosedur Analisis Data .....	96
Rumusan .....	99
Bab Empat: Hasil Kajian	
Pengenalan .....	101
Kajian Kes .....	101
Matt .....	102
Gambaran Kecerunan .....	102
Kesimpulan bagi Gambaran Mental Kecerunan .....	122
Perwakilan Kecerunan .....	125
Kesimpulan bagi Perwakilan Kecerunan .....	131
Makna .....	132
Kesimpulan bagi Makna .....	135
Penaakulan .....	136
Kesimpulan bagi Penaakulan .....	138
Hubung Kait .....	139
Kesimpulan bagi Hubung Kait .....	141
Komunikasi .....	142
Kesimpulan bagi Komunikasi .....	144

Penyelesaian Masalah .....	144
Kesimpulan bagi Penyelesaian Masalah .....	147
Rumusan .....	148
Elly .....	155
Gambaran Kecerunan .....	155
Kesimpulan bagi Gambaran Mental Kecerunan .....	174
Perwakilan Kecerunan .....	177
Kesimpulan bagi Perwakilan Kecerunan .....	182
Makna .....	183
Kesimpulan bagi Makna .....	185
Penaakulan .....	186
Kesimpulan bagi Penaakulan .....	188
Hubung Kait .....	188
Kesimpulan bagi Hubung Kait .....	191
Komunikasi .....	191
Kesimpulan bagi Komunikasi .....	193
Penyelesaian Masalah .....	193
Kesimpulan bagi Penyelesaian Masalah .....	196
Rumusan .....	196
Uganes .....	203
Gambaran Kecerunan .....	204
Kesimpulan bagi Gambaran Mental Kecerunan .....	215
Perwakilan Kecerunan .....	218
Kesimpulan bagi Perwakilan Kecerunan .....	222
Makna .....	224

Kesimpulan bagi Makna .....	227
Penaakulan .....	228
Kesimpulan bagi Penaakulan .....	230
Hubung Kait .....	230
Kesimpulan bagi Hubung Kait .....	232
Komunikasi .....	232
Kesimpulan bagi Komunikasi .....	234
Penyelesaian Masalah .....	235
Kesimpulan bagi Penyelesaian Masalah .....	238
Rumusan .....	239
Kajian Merentasi Kes .....	247
Gambaran Mental .....	247
Garis Lurus .....	248
Kecerunan .....	251
Kecerunan “1” .....	255
Kecerunan “-1” .....	259
Kecerunan “0” .....	262
Kecerunan positif .....	266
Kecerunan negatif .....	270
Kecerunan sifar .....	274
Tiada kecerunan .....	275
Membandingkan kecerunan bumbung .....	277
Membandingkan kecerunan anak tangga .....	280
Membandingkan kecerunan garis lurus .....	283
Perwakilan Kecerunan .....	287

Tafsir Kecerunan Garis Lurus .....	287
Perwakilan kecerunan “-1” dan “-3” .....	290
Makna Tugas Kotak “Pemproses” .....	293
Penaakulan Kecerunan garis lurus .....	296
Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai .....	301
Komunikasi tentang kecerunan garis lurus .....	305
Penyelesaian Masalah .....	309
Melibatkan rajah koordinat Cartesian .....	309
Melibatkan titik koordinat .....	312
Rumusan .....	314
Gambaran Mental .....	315
Perwakilan Kecerunan .....	323
Makna Kecerunan .....	325
Penaakulan .....	326
Hubung Kait .....	327
Komunikasi .....	329
Penyelesaian Masalah .....	330
 Bab Lima: Perbincangan, Kesimpulan, dan Implikasi	
Pengenalan .....	333
Ringkasan Kajian .....	333
Perbincangan .....	337
<b>Soalan 1:</b> Apakah gambaran mental tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains?.....	337
<b>Soalan 2:</b> Apakah perwakilan bagi kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Semester Satu Asasi Sains dan	



bagaimanakah mereka mentafsirkan kecerunan garis lurus? .....	343
<b>Soalan 3:</b> Apakah makna kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Semester Satu Asasi Sains? .....	347
<b>Soalan 4:</b> Bagaimanakah pelajar Asasi Sains membuat penaaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus? .....	350
<b>Soalan 5:</b> Apakah pemahaman pelajar Semester Satu Asasi Sains tentang hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus? .....	353
<b>Soalan 6:</b> Bagaimanakah pelajar Asasi Sains membuat komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus?.....	356
<b>Soalan 7:</b> Bagaimanakah pelajar Asasi Sains menyelesaikan masaalah yang membabitkan kecerunan garis lurus? .....	360
Kesimpulan .....	365
Implikasi kepada Amalan Pendidikan .....	372
Implikasi kepada Pelajar .....	372
Implikasi kepada Guru atau Pensyarah .....	372
Implikasi kepada Penggubal Kurikulum .....	373
Sumbangan Kajian .....	375
Cadangan Kajian Lanjutan .....	376
Penutup .....	378
Rujukan .....	380
Lampiran .....	394
A    Plan Temu Duga Pertama .....	394

B	Plan Temu Duga Kedua .....	403
C	Plan Temu Duga Ketiga .....	407

Universiti Malaya

## SENARAI JADUAL

<b>Jadual</b>	<b>Halaman</b>
3.1 Latar Belakang Peserta Kajian .....	79
3.2 Tugas temu duga .....	87
3.3 Ringkasan Hasil Kajian Rintis .....	97
3.4 Ringkasan Prosedur Analisis Data .....	99
4.1 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Garis Lurus .....	248
4.2 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan .....	252
4.3 Huraian Ringkas Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan “1” ...	256
4.4 Huraian Ringkas Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan “-1”...	260
4.5 Huraian Ringkas Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan “0” ...	263
4.6 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Positif .....	266
4.7 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Negatif .....	271
4.8 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Sifar .....	274
4.9 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Tiada Kecerunan .....	276
4.10 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Bumbung .....	278
4.11 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Tangga .....	281
4.12 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Garis Lurus .....	284
4.13 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Tafsiran Kecerunan Garis Lurus .....	288
4.14 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Perwakilan Kecerunan	

“-1” dan “-3” .....	291
4.15 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar untuk Menentukan tugas kotak “Pemproses” .....	294
4.16 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar Tentang Penaakulan Kecerunan Garis Lurus .....	296
4.17 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar Tentang Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai .....	301
4.18 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar bagi Komunikasi Tentang Kecerunan Garis Lurus .....	305
4.19 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar bagi Menyelesaikan Masalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesan .....	309
4.20 Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar bagi Menyelesaikan Masalah Melibatkan Titik Koordinat .....	312

## SENARAI RAJAH

<b>Rajah</b>		<b>Halaman</b>
2.1	Kerangka konseptual bagi kajian pemahaman murid tentang kecerunan garis lurus .....	31
2.2	Kecerunan garis lurus yang melalui dua titik .....	48
2.3	Kecerunan perentas PQ .....	49
3.1	Pelan bilik temu duga .....	85

Universiti Malaysia

## SENARAI LAMPIRAN

### Lampiran

A	Temu Duga Pertama .....	394
	Tugasan Gambaran Mental .....	394
	Tugasan Perwakilan kecerunan .....	400
B	Temu Duga Kedua .....	403
	Tugasan Makna Kecerunan .....	403
	Tugasan Penaakulan kecerunan .....	405
C	Temu Duga Ketiga .....	407
	Tugasan Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai ...	407
	Tugasan Komunikasi Kecerunan Garis Lurus .....	408
	Tugasan Penyelesaian Masalah .....	409

## **BAB SATU**

### **PENGENALAN**

#### **Latar Belakang**

Pengetahuan kecerunan garis lurus penting bagi pelajar asasi sains disebabkan oleh beberapa alasan. Misalnya, membekalkan struktur mental yang diperlukan bagi perkembangan intelektual di peringkat yang lebih tinggi tentang konsep matematik terutamanya konsep pembezaan dalam kalkulus (Deniz & Kabaël, 2017; Bahagian Pembangunan Kurikulum, 2015; Joram & Oleson, 2007; National Council of Teachers of Mathematics, 2006); pengetahuan ini membantu pelajar membuat hubung kait antara satu garis lurus dengan fungsi linear yang mewakili garis lurus tersebut (Nagle & Moore-Russo, 2014. Lobato & Siebert, 2002; Birgin, 2012; Amoah, 2004; Tall, 1996); membantu pelajar mentafsirkan kadar perubahan dalam satu kuantiti yang mempunyai perkaitan dengan perubahan dalam kuantiti yang lain); membekalkan landasan bagi pengetahuan asas dalam pelbagai bidang seperti seni, seni bina, kejuruteraan, fizik, dan mekanik (Deniz & Kabaël, 2017; Kremžárová, 2011); dan mempertingkatkan kemampuan pelajar untuk menangani masalah dalam dunia sebenar (Stump, 1999; Leinhardt, Zaslavsky & Stein, 1990; Thompson, 1994; Wilhelm & Confrey, 2003). Namun begitu, pelajar mengalami kesukaran mempelajari kecerunan garis lurus (Crawford & Scott, 2000; Orton, 1984; Stump, 2001a, 2001b; Lobato, Ellis, & Muñoz, 2003; Stump, 1999).

Kecerunan garis lurus merupakan topik penting yang terdapat dalam kurikulum pembelajaran algebra hingga ke pembelajaran kalkulus di sepanjang sekolah menengah (National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Bahagian Pembangunan Kurikulum, 2015; Kementerian Pelajaran Malaysia, 2012a, 2012b;

Nagle & Moore-Russo, 2014). Malah, formula kecerunan garis lurus adalah asas bagi pembelajaran pembezaan kalkulus. Justeru, penting bagi pelajar untuk memahami konsep kecerunan, terutamanya dalam kurikulum kalkulus dan fizik. Sebagai contoh, dalam kurikulum kalkulus konsep kecerunan garis lurus melibatkan idea had. Menurut Stump (1999), kebiasaannya pembinaan konsep pembezaan dalam kalkulus dan kadar perubahan dimulakan dengan menggunakan kecerunan garis lurus. Bagi fungsi bukan linear pula, kadar perubahan bagi suatu titik yang berubah di sepanjang lengkung atau pembezaan bagi fungsi pada suatu titik adalah kecerunan bagi garis tangen kepada lengkung pada titik tersebut. Dalam hal ini, kecerunan garis tangen adalah sama dengan kadar perubahan bagi fungsi pada suatu titik. Dalam fizik pula, pelajar perlu mentafsirkan kecerunan sebagai fungsi yang menghubungkan antara dua kuantiti. Misalnya, pelajar perlu memberi satu penjelasan yang memberi tumpuan kepada kecerunan sebagai halaju atau pecutan bagi sesuatu objek pada sesuatu ketika, iaitu samada objek akan terus kekal atau terus bergerak dalam kelajuan yang seragam (Farenga & Ness, 2005).

Dalam konteks Malaysia, kecerunan garis lurus merupakan salah satu konsep asas matematik yang terdapat dalam Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah (Kementerian Pelajaran Malaysia, 2012a, 2012b). Konsep kecerunan mula diperkenalkan dalam kurikulum Matematik Tingkatan Empat di bawah tajuk garis lurus. Kemudiannya, konsep kecerunan turut digunakan dalam pelbagai topik dalam kurikulum sekolah menengah seperti yang terdapat dalam kurikulum Matematik Tambahan dan Fizik Tingkatan Empat. Dalam kurikulum Matematik Tambahan di bawah topik pembezaan,  $dy/dx$  merupakan kecerunan lengkung pada suatu titik. Dalam Fizik pula, pemahaman tentang kecerunan garis lurus adalah perlu untuk



memahami dan mentafsirkan perwakilan graf bagi jarak lawan masa dan graf halaju lawan masa.

Dalam sukatan pelajaran matematik untuk pelajar sarjana muda, kalkulus khususnya pembezaan dan multivariat kalkulus adalah antara subjek atau kursus yang paling penting. Ia ditawarkan sebagai kursus prasyarat untuk kursus matematik lanjutan yang lain dan juga bagi bidang-bidang lain, terutamanya kursus kejuruteraan. Walau bagaimanapun, bagi kebanyakan pelajar, kalkulus adalah salah satu subjek yang paling sukar dalam bidang pengajian mereka (Kashefi, Zaleha, & Yudariah, 2012, 2011, 2010; Tarmizi, 2010; Yudariah & Roselainy, 2001). Kebanyakan pelajar menghadapi masalah apabila berhadapan dengan masalah yang tidak rutin di mana kaedah penyelesaiannya tidak jelas.

Kebelakangan ini, terdapat banyak kajian yang dijalankan dalam bidang kalkulus. Kajian tersebut bertumpu kepada isu kritikal dalam pembelajaran kalkulus yang tiga daripadanya ialah kesukaran pembelajaran, kekurangan alat teknologi, dan faktor sikap terhadap pembelajaran kalkulus. Bagi isu kesukaran pembelajaran kalkulus, kebanyakan kajian lepas bertumpu kepada masalah kurang faham konsep yang terdapat dalam kalkulus, salah faham konsep, perwakilan, dan hubung kait konsep dalam kalkulus.

Antara kajian lepas yang berkaitan dengan kurang faham atau salah faham konsep kalkulus termasuklah kajian yang dijalankan oleh Safura dan Norziah (2015) di sebuah institut pengajian tinggi di Malaysia. Kajian ini mendapati peratusan pelajar yang menaruh minat menjawab soalan membabitkan kalkulus adalah sangat rendah. Oleh itu, kegagalan pelajar dalam menguasai konsep dalam kalkulus merupakan antara punca kepada masalah ini. Selain itu, kajian di luar negara yang dijalankan oleh Hoffman (2015) menekankan pembinaan konsep cerun bermula dari

murid Gred Lapan. Hoffman turut meneliti konsep dan imej cerun dalam kalangan guru matematik sekolah menengah. Kajian lain termasuklah kajian Likwambe dan Christiansen (2009) yang memberi tumpuan kepada perkembangan konsep imej bagi konsep pembezaan; kajian Herbert dan Pierce (2009) tentang pengungkapan konsep bagi kadar perubahan; kajian Bingolbali (2004) tentang pengetahuan kalkulus yang dimiliki oleh pelajar jurusan matematik dan kejuruteraan; kajian Zandieh (2000) tentang analisis pemahaman pelajar tentang pembezaan; dan kajian Ubuz (2007) tentang kestabilan dan perubahan konsepsi pelajar apabila mentafsir dan membina graf pembezaan.

Kajian lepas yang bertumpu kepada perwakilan atau hubung kait konsep kalkulus pula adalah seperti Zandieh dan Knapp (2006) yang meneroka peranan metonomi dalam pemahaman dan penaakulan pembezaan kalkulus; Kendal dan Stacey (2003) mengenal pasti pembelajaran bagi tiga perwakilan dalam pembezaan; Hähkiöniemi (2006) dan Amoah (2004) menjalankan kajian tentang peranan atau penggunaan perwakilan dalam pembelajaran pembezaan kalkulus; dan Roorda, Vos, dan Goedhart (2009) menjalankan kajian tentang perwakilan dan hubung kait bagi konsep pembezaan.

Berhubung dengan isu kekurangan alat teknologi dalam pembelajaran, kebanyakan kajian lepas bertumpu kepada peranan dan penggunaan teknologi moden dalam pembelajaran kalkulus seperti Zhou (2002) membuat kajian untuk memperbaiki kualiti pengajaran kalkulus dengan menggunakan teori dan teknologi moden; Ubuz (2001) meneliti pemahaman pelajar Tahun Satu kejuruteraan tentang tangen, mengira kecerunan, dan mengangkar nilai bagi satu fungsi pada satu titik melalui aplikasi komputer; Demir (2009) telah menjalankan kajian eksperimen tentang kesan penggunaan manipulasi maya dengan soalan terbuka dan berstruktur

terhadap pengetahuan pelajar dari Universiti Michigan tentang kecerunan; dan Ferrara, Pratt, dan Robutti (2006) menjalankan kajian tentang peranan dan penggunaan teknologi dalam pembelajaran algebra dan kalkulus.

Seterusnya, beberapa kajian lepas telah dikenal pasti berhubung dengan isu faktor sikap yang mempengaruhi pembelajaran kalkulus. Sebagai contoh, Suat, Ahuja, dan Lee (2000) menjalankan kajian di Singapura tentang sikap pelajar kolej terhadap pembelajaran kalkulus. Huang (2011) membuat kajian tentang sikap pelajar jurusan kejuruteraan di Taiwan terhadap pembelajaran kalkulus. Dalam kajian ini, sikap diukur melalui tiga aspek, iaitu kognitif, afektif, dan tingkah laku bagi mengenal pasti hubungan antara sikap dan faktor dalaman yang mempengaruhi pembelajaran kalkulus dalam kalangan pelajar kejuruteraan. Depaolo dan McLaren (2006) pula menjalankan kajian terhadap pelajar jurusan perniagaan tentang sikap terhadap pembelajaran kalkulus. Selain itu, kajian ini juga dijalankan bagi mengenal pasti hubungan antara sikap dan prestasi. Pilgrim (2010) menjalankan kajian dengan kaedah bercampur, iaitu kajian experimental dan tinjauan, dengan tujuan untuk menguji keberkesanan campur tangan ke atas pencapaian akademik dan kepercayaan. Kajian ini dijalankan ke atas pelajar sains dan kejuruteraan di Universiti Colorado.

Ringkasnya, satu tinjauan yang menyeluruh telah dibuat dalam tinjauan literatur dan terdapat banyak isu yang membabitkan tentang kalkulus. Bagi kajian ini, perbincangan hasil kajian lepas hanya bertumpu kepada tiga isu yang dipilih daripada pelbagai isu kritikal yang terdapat dalam kajian lepas, iaitu isu kesukaran pembelajaran, kekurangan alat teknologi, dan faktor sikap terhadap pembelajaran kalkulus untuk menunjukkan bahawa pengkaji telah membuat tinjauan literatur. Walau bagaimanapun, fokus bagi kajian ini adalah hanya pada satu isu yang dipilih sahaja, iaitu isu kesukaran pembelajaran.

## Pernyataan Masalah

Kajian ini bertumpu kepada isu kesukaran dalam pembelajaran kalkulus. Terdapat beberapa alasan bagi pemilihan isu tersebut. Pertamanya, terdapat kepincangan yang ketara dalam pemahaman konsep pembezaan dalam kalkulus oleh kebanyakan pelajar (Orton, 1983; Asiala, Cottrill, Dubinsky, & Schwingendorf, 1997; Zandieh, 2000; Amoah, 2004; Hähkiöniemi, 2006). Keduanya, kalkulus merupakan subjek paling penting untuk pelajar sains dan kejuruteraan khususnya untuk memahami subjek kejuruteraan yang lain seperti mekanik, bendalir, dan termodinamik (Mohd Zin, Rohani, Ahmad Fauzi, & Mohd Ariff, 2010). Seterusnya, pembelajaran kalkulus yang dianggap sebagai pembelajaran tidak menyeronokkan, tambahan pula ia sukar difahami bagi kebanyakan pelajar. Masalah ini mungkin menjadi satu punca peratusan kegagalan murid yang tinggi dalam peperiksaan Sijil Pelajaran Malaysia dan menimbulkan kesan psikologi negatif kepada murid dalam mata pelajaran matematik (Sabri, Tengku Azwawi, & Aziz, 2006). Walaupun terdapat banyak kajian lepas di luar negara berkaitan dengan isu kesukaran dalam pembelajaran kalkulus, namun masih terdapat kurang kajian lepas dalam konteks di Malaysia. Justeru, kajian yang berkaitan dengan isu kesukaran dalam pembelajaran kalkulus ini wajar dijalankan.

Secara khusus, kajian ini bertumpu kepada pemahaman pelajar Asasi Sains di Institut Pengajian Tinggi Swasta tentang kecerunan garis lurus. Pelajar ini merupakan pelajar lepasan sekolah menengah yang baru berada dalam minggu pertama bagi Semester Satu Asasi Sains. Menurut Safura dan Norziah (2015), walaupun pelajar terlebih dahulu mendapat pendedahan pembelajaran kalkulus di peringkat sekolah menengah, asasi atau matrikulasi, namun pelajar masih menghadapi masalah dalam menguasai konsep asas kalkulus. Akibatnya, keputusan

peperiksaan yang mengecewakan sering ditunjukkan. Dalam Kurikulum Matematik Bersepadu Sekolah Menengah, topik garis lurus mempunyai beberapa objektif: murid dapat memahami konsep kecerunan garis lurus; murid dapat memahami konsep kecerunan garis lurus dalam sistem koordinat Cartesan; murid dapat memahami konsep pintasan; murid dapat memahami dan menggunakan persamaan garis lurus; dan murid dapat memahami dan menggunakan konsep garis selari (Kementerian Pelajaran Malaysia, 2012a).

Menurut Stump (1999), pelajar mengalami kesukaran pembelajaran kecerunan garis lurus dari beberapa aspek. Antaranya termasuklah pembelajaran kecerunan garis lurus yang membabitkan formula algebra dan persamaan. Selain itu, pelajar turut mengalami kesukaran pembelajaran kecerunan garis lurus dari aspek geometri seperti perwakilan graf dan dari aspek trigonometri yang mana kecerunan merupakan tangen bagi suatu sudut. Orton (1984) dan Stump (2001a, 2001b) pula menjalankan kajian tentang pemahaman konsep kecerunan garis lurus dari aspek pelbagai perwakilan, seperti fungsi, graf, jadual data berangka, dan keterangan lisan. Kebanyakan murid sekolah menengah hingga ke sekolah menengah tinggi mengalami kesukaran dalam pembelajaran kecerunan garis lurus dari aspek pengiraan kecerunan dalam bentuk angka (Barr, 1980; Seymour & Lehrer, 2006). Misalnya, murid sukar untuk membina nisbah kecerunan bagi garis lurus yang melalui dua titik (Seymour & Lehrer, 2006; Walter & Gerson, 2007). Terdapat juga murid yang dapat mengira kecerunan dengan menggunakan formula tetapi tidak dapat memaparkan pemahaman tentang konsep kecerunan (Reiken, 2008).

Secara umum, pelajar boleh menentukan kecerunan dan persamaan garis lurus walaupun tidak memahami konsep kecerunan. Namun begitu, pengiraan kecerunan dengan menggunakan formula seperti ini tidak dapat membantu pelajar

memahami konsep kecerunan garis lurus seperti mentafsirkan kadar perubahan dalam satu kuantiti yang mempunyai perkaitan dengan perubahan dalam kuantiti yang lain (Lobato, Ellis, & Muñoz, 2003; Schoenfeld, Smith, & Arcavi, 1993). Selain itu, terdapat juga kajian lepas yang memberi tumpuan kepada perwakilan kecerunan garis lurus dalam situasi fizikal dan situasi berfungsi. Contoh situasi fizikal adalah seperti jalan berbukit, lereng bermain ski, laluan kerusi roda, manakala contoh bagi situasi berfungsi adalah seperti jarak lawan masa atau kuantiti lawan kos (Stump, 2001a).

Lobato dan Siebert (2002) pula menjelaskan bahawa kebanyakan kajian lepas bertumpu kepada keupayaan pelajar untuk membuat perkaitan antara perwakilan. Antaranya, menentukan nilai kecerunan dan mentafsirkan makna bagi kecerunan dari pelbagai bentuk perwakilan (Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990; Knuth, 2000); penggunaan teknologi dalam pembelajaran konsep kecerunan garis lurus (Demir, 2009; Jackiw, 2001; Tabaghi, Mamolo & Sinclair, 2009); dan meneroka konsep yang perlu ada supaya pelajar dapat memaparkan pemahaman bagi beberapa konsep asas yang berkait dengan kecerunan (Broaddus, 2011).

Selain itu, beberapa kesukaran lain dalam pembelajaran kecerunan garis lurus turut dikenal pasti. Antaranya, kesukaran membuat hubung kait antara satu formula algebra dengan graf garis lurus (Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990; Knuth, 2000; Crawford & Scott, 2000); kesukaran membuat perwakilan bagi suatu fungsi yang diberi (Lobato, Ellis, & Muñoz, 2003); kesukaran untuk mengenal pasti perbezaan antara kecerunan bagi garis lurus dengan kecerunan bagi satu fungsi di samping mendapatkan nilai kecerunan pada koordinat sistem yang tak homogen yang mempunyai skala berbeza pada setiap paksi (Zaslavsky, Sela, & Leron, 2002;

Rasslan & Vinner, 1995); dan kesukaran untuk mentafsirkan kecerunan sebagai satu ukuran bagi kadar perubahan antara dua kuantiti (Stump, 2001a).

Seterusnya, terdapat kesukaran dalam pembelajaran kecerunan dalam fungsi linear seperti mempertimbangkan nilai  $m$  dalam persamaan  $y = b + mx$  sebagai perbezaan kecerunan dan bukannya satu nisbah (Lobato, Ellis, & Muñoz, 2003). Di samping itu, terdapat kesukaran dalam mengenal pasti hubungan antara konsep bagi kecerunan dan sudut yang dibuat oleh garis lurus dengan paksi- $x$  (Rasslan & Vinner, 1995; Stump, 1997). Dalam hal yang berkaitan, terdapat kesukaran dalam pembelajaran kecerunan bagi mempertimbangkan kecerunan sebagai satu ukuran bagi kadar perubahan apabila terdapat dua kuantiti saling berubah (Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990; Crawford & Scott, 2000; Stump, 2001a).

Secara keseluruhannya, terdapat banyak kajian lepas di luar negara berkaitan dengan isu kesukaran dalam pembelajaran kecerunan garis lurus sepertimana yang telah dihuraikan. Namun begitu, masih terdapat kurang kajian lepas dalam konteks di Malaysia yang memberi tumpuan khusus kepada pemahaman tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Semester Satu Asasi Sains yang bertumpu kepada tujuh aspek seperti berikut: Apakah gambaran mental tentang kecerunan garis lurus?; Apakah perwakilan bagi kecerunan garis lurus dan bagaimanakah mereka mentafsirkan kecerunan garis lurus?; Apakah makna kecerunan garis lurus dan bagaimanakah mereka membuat penaaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus?; Apakah pemahaman pelajar tentang perkaitan yang membabitkan kecerunan garis lurus dan bagaimanakah mereka membuat komunikasi berkaitan kecerunan garis lurus?; dan Bagaimanakah pelajar menyelesaikan masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus?.

Justeru, terdapat jurang dalam himpunan pengetahuan sedia dalam kajian lepas yang berkait dengan pemahaman pelajar Semester Satu Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Memandangkan pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus adalah penting, fenomena ini akan diteliti dengan mendalam. Pelbagai teori psikologi boleh digunakan untuk membincangkan isu dalam pendidikan sekolah rendah dan menengah (Nik Azis, 2014). Walau bagaimanapun, perbincangan dan kajian mengenai pemahaman pelajar Semester Satu Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus adalah berdasarkan konstruktivisme radikal.

### **Kerangka Teori**

Konstruktivisme radikal adalah satu teori psikologi yang berlandaskan epistemologi genetik yang dimajukan oleh von Glasersfeld (2007) dan dikembangkan oleh Piaget (Nik Azis, 2008). Secara kasar, epistemologi genetik (Piaget, 1967) yang membabitkan kajian tentang perubahan perkembangan manusia dalam proses mengetahui, memberi perhatian kepada sejarah, ciri asas, dan proses perkembangan, pengetahuan yang dimiliki oleh individu dan bukan kepada komitmen metafizik. Perkataan genetik dalam konteks ini bermaksud kajian tentang ciri pengetahuan dan cara pemerolehannya. Gagasan epistemologi genetik membicarakan tentang pembentukan dan pengertian pengetahuan yang dimiliki oleh manusia.

Teori ini menolak realisme yang menganggap ilmu pengetahuan sebagai sesuatu yang diperoleh melalui pemerhatian dan pengalaman. Pendukung konstruktivisme radikal juga menolak rasionalisme yang membuat andaian tentang kewujudan pengetahuan semula jadi dalam mental. Sebaliknya, mereka berpendapat pengetahuan baru dibina secara aktif oleh seseorang individu berdasarkan pengetahuan sedia ada dan pengalamannya. Teori tersebut berusaha menunjukkan bahawa pengetahuan boleh dan hanya boleh dijanakan daripada pengalaman. Dua



prinsip asas pendekatan konstruktivisme radikal yang dianjurkan oleh von Glasersfeld (2007) dan Steffe (2008) adalah seperti berikut:

- a. Pengetahuan tidak diterima secara pasif sama ada melalui deria atau melalui cara berkomunikasi. Pengetahuan dibina oleh individu yang berfikir secara aktif.
- b. Fungsi kognisi adalah adaptif, dalam pengertian biologi, dan cenderung ke arah kesesuaian atau daya maju. Kognisi berperanan dalam mengorganisasikan pengalaman seseorang dan bukan dalam menemui realiti ontologi yang objektif (lihat Nik Azis, 2008, h. 309)

Satu aspek konstruktivisme radikal yang mempunyai kaitan tertentu dalam kajian ini adalah kepercayaan bahawa pengetahuan kecerunan garis lurus tidak boleh diserap, direplika, atau dipindahkan secara langsung dari seorang tenaga pengajar kepada pelajar tetapi mesti dibina secara aktif oleh setiap pelajar (Nik Azis, 2014). Dalam hal ini, proses pembinaan pemahaman tentang kecerunan garis lurus ditafsirkan sebagai bersifat rekursif berdasarkan kepada pengetahuan yang sedia ada dan interaksi pelajar dengan persekitaran. Pelajar sentiasa membina pemahaman berdasarkan pengalaman mereka. Menurut Nik Azis (2014), konstruktivisme radikal merupakan satu teori mengetahui secara rasional. Penggunaan konstruktivisme radikal akan memberi ruang bagi membolehkan kajian pemahaman tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains dijalankan. Berikut adalah andaian yang mendasari kajian ini dengan berlandaskan konstruktivisme radikal.

1. Realiti bagi pelajar dianggap sebagai sebahagian pembinaan aktif mental mereka.
2. Pengetahuan kecerunan garis lurus perlu dibina oleh setiap pelajar berdasarkan pengalaman empiris dan pengalaman sendiri.

3. Asal pengetahuan bagi kecerunan garis lurus boleh susur galur kepada aktiviti motor deria dan blok binaan asas dalam pembinaan pengetahuan tersebut ialah pendalilan rasional.
4. Peserta kajian telah mempelajari konsep kecerunan garis lurus semasa kajian ini dijalankan.
5. Peserta kajian adalah aktif dan berminat untuk menjawab dengan jujur.

Menurut Nik Azis (2012), perkara yang boleh diperhatikan, diukur, atau diuji oleh pengkaji pada sesuatu masa adalah amat terhad. Oleh itu, semua penyelidikan dibentuk dengan berlandaskan andaian yang tertentu. Andaian ialah perkara yang kita percaya sebagai benar, tetapi kita tidak mempunyai bukti yang cukup untuk menyokong kepercayaan tersebut. Sebahagian andaian terdiri daripada idea yang berhubung dengan teori konstruktivisme radikal yang diaplikasikan dalam kajian ini. Tujuan andaian dibuat adalah untuk melicinkan proses kajian, iaitu membantu dalam kajian untuk mengumpul dan menganalisis data bagi memudahkan proses membuat generalisasi secara semula jadi. Di samping itu, andaian yang dibuat juga bertujuan untuk mempersempitkan skop kajian dan membantu pembaca membuat penilaian tentang kesimpulan kajian.

### **Tujuan, Objektif, dan Soalan Kajian**

Secara umumnya, kajian ini bertujuan untuk mengenal pasti pemahaman pelajar Semester Satu Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Kajian ini juga bertujuan untuk mengenal pasti sejauh mana pengetahuan pelajar tentang gambaran mental dan perwakilan bagi kecerunan garis lurus, makna dan penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus, hubung kait dan komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus, dan seterusnya ialah penyelesaian masalah yang

membabitkan kecerunan garis lurus. Secara khusus, kajian ini mempunyai tujuh objektif kajian. Pertama, untuk mengenal pasti gambaran mental tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains. Kedua, untuk mengenal pasti perwakilan bagi kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains dan bagaimanakah mereka mentafsirkan kecerunan garis lurus. Ketiga, untuk meneroka makna bagi kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains. Keempat, untuk mengenal pasti bagaimanakah pelajar Asasi Sains membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus. Kelima, untuk mengenal pasti pemahaman pelajar Asasi Sains tentang hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus. Keenam, untuk mengenal pasti bagaimanakah pelajar Asasi Sains membuat komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus. Ketujuh, untuk mengenal pasti bagaimanakah pelajar Asasi Sains menyelesaikan masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus. Bagi tujuan tersebut, tujuh soalan asas akan diteliti:

1. Apakah gambaran mental tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains?
2. Apakah perwakilan bagi kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains dan bagaimanakah mereka mentafsirkan kecerunan garis lurus?
3. Apakah makna kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains?
4. Bagaimanakah pelajar Asasi Sains membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus?
5. Apakah pemahaman pelajar Asasi Sains tentang hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus?
6. Bagaimanakah pelajar Asasi Sains membuat komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus?

7. Bagaimanakah pelajar Asasi Sains menyelesaikan masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus?

Kajian ini menggunakan kajian kes sebagai reka bentuk kajian, manakala data bagi kajian pula dikumpulkan dengan menggunakan temu duga klinikal. Protokol temu duga yang mengandungi tugas yang membabitkan masalah kecerunan garis lurus dibentuk bagi membantu pengkaji mengumpul data.

### **Definisi Istilah**

Terdapat beberapa istilah asas yang digunakan dalam kajian ini, yang dua daripadanya ialah pemahaman dan kecerunan garis lurus. Berikut adalah penakrifan ringkas tentang istilah tersebut.

#### **Pemahaman**

Dalam kajian ini, istilah pemahaman merujuk perkara yang berkait dengan apa yang diketahui oleh seseorang pelajar tentang sesuatu perkara yang membabitkan kecerunan garis lurus, atau sejauh mana sesuatu perkara yang membabitkan kecerunan garis lurus difahami oleh seseorang pelajar (Hoi, Sharifah Norul Akmal, & Nik Azis, 2017; Manivanan, 2017; Roshara'madan, 2015; Nik Azis, 2012, Suzieleez Syrene & Tajularipin, 2006). Menurut konstruktivisme radikal, pemahaman tentang kecerunan garis lurus boleh dikaji dengan menggunakan tujuh konteks berbeza, iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, perkaitan, penaakulan, komunikasi, dan penyelesaian masalah (Nik Azis, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Tall, 1996; Amoah, 2004).

**Gambaran mental.** Istilah gambaran mental merujuk imej tentang kecerunan garis lurus yang terbentuk secara spontan apabila pelajar menggunakan pengetahuan

yang khusus pada waktu tertentu untuk mentafsirkan perkataan atau simbol yang diberikan (Manivanan, 2017; Suzieleez Syrene & Tajularipin, 2006; Pirie & Kieren, 1994; Nik Azis, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Dalam kajian ini, gambaran mental merujuk imej tentang kecerunan garis lurus yang terbentuk secara spontan untuk mentafsirkan perkataan seperti garis lurus, kecerunan, kecerunan positif, kecerunan “1”, dan beberapa perkataan lain yang membabitkan kecerunan garis lurus.

**Perwakilan.** Istilah perwakilan merujuk cara pelajar mewakili kecerunan garis lurus dan cara mereka mentafsirkan perwakilan kecerunan garis lurus yang diberikan seperti dalam perwakilan jadual, graf, dan simbolik yang bergerak dari perwakilan geometri ke perwakilan algebra (Manivanan, 2017; Suzieleez Syrene & Tajularipin, 2006; Nik Azis, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Amoah, 2004; Tall, 1996). Dalam kajian ini, perwakilan merujuk cara pelajar mewakili kecerunan garis lurus yang diberikan secara simbolik. Selain itu, perwakilan juga merujuk cara mereka mentafsirkan perwakilan kecerunan garis lurus yang diberikan dalam perwakilan sistem Cartesan koordinat dan perwakilan simbolik.

**Makna.** Istilah makna merujuk tafsiran yang dibuat oleh pelajar tentang beberapa perkara berkait dengan kecerunan garis lurus (Manivanan, 2017; Roshara'madan, 2015; Herbert & Pierce, 2009; Nik Azis, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Dalam kajian ini, makna merujuk tafsiran yang dibuat oleh pelajar dalam aktiviti yang disediakan, iaitu tentang apa yang berlaku di dalam kotak “pemproses” dan fungsi kotak “pemproses”.

**Hubung kait.** Istilah hubung kait merujuk cara pelajar membuat perkaitan antara perwakilan yang berbeza bagi kecerunan (Nik Azis, 1999; National Council of

Teachers of Mathematics, 2000; Amoah, 2004; Tall, 1996). Dalam kajian ini, hubungan merujuk cara pelajar membuat perkaitan antara perwakilan dalam bentuk jadual yang mengandungi data diskret dan perwakilan dalam bentuk graf garis lurus yang mengandungi data selanjut.

**Penaakulan.** Istilah penaakulan merujuk cara pelajar berfikir, memahami, dan memberi hujah atau alasan untuk mencari jawapan kepada masalah yang diberikan yang membabitkan kecerunan garis lurus (Fazura, 2018; Nik Azis, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Dalam kajian ini, penaakulan merujuk cara pelajar mencari jawapan kepada masalah dalam bentuk rajah koordinat Cartesan yang mempunyai satu garis lurus,  $k$ , dan melalui alasan, iaitu pelajar diminta memberikan alasan bagi kecerunan garis lurus yang diberikan dan bagaimana mereka menentukan kecerunan tersebut.

**Komunikasi.** Istilah komunikasi merujuk cara pelajar menyampaikan pengetahuan tentang kecerunan garis yang dimilikinya kepada kepada orang lain (Nik Azis, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Dalam kajian ini, komunikasi membabitkan aspek pembacaan, lisan (perbincangan), dan penulisan. Tiga aspek ini adalah saling berkait rapat antara satu sama lain dan tidak dapat dipisahkan.

**Penyelesaian masalah.** Istilah penyelesaian masalah merujuk cara pelajar mengatasi gangguan yang dialami dalam masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan (Manivanan, 2017; Nik Azis, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Tall, 1996; Amoah, 2004). Dalam kajian ini, penyelesaian masalah merujuk cara pelajar mengatasi gangguan yang dialami dalam masalah yang diberikan, iaitu masalah kecerunan membabitkan rajah koordinat Cartesan dan masalah kecerunan membabitkan titik koordinat.

## **Kecerunan Garis Lurus**

Kecerunan garis lurus ditakrifkan sebagai kadar bagi perubahan mencancang kepada perubahan mengufuk apabila bergerak dari satu titik ke satu titik yang lain pada garis lurus tersebut (Stump, 1999). Dalam kajian ini, terdapat dua konteks yang berbeza bagi kecerunan garis lurus yang digunakan, iaitu kecerunan dari konteks konkrit dan kecerunan dari konteks abstrak. Pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus diteliti dari aspek formula algebra bagi kecerunan garis lurus,  $\tan \theta$ , had, rumus pembezaan, dan persamaan garis lurus.

### **Limitasi dan Delimitasi**

Kajian ini mengandungi beberapa limitasi, yang tiga daripadanya adalah berkaitan dengan reka bentuk kajian, teknik pengumpulan data, dan teori yang digunakan. Limitasi yang pertama membabitkan reka bentuk kajian, iaitu kajian kes yang digunakan yang mempunyai beberapa kelemahan. Antaranya, kajian kes bersifat intensif dan hanya melibatkan subjek kajian yang kecil, oleh itu hasil kajian ini tidak boleh digeneralisasikan kepada populasi pelajar Asasi Sains tentang pemahaman kecerunan garis lurus. Kemungkinan, pelajar lain akan menghasilkan corak pemikiran yang berbeza daripada pelajar dalam kajian ini disebabkan corak pemikiran setiap individu adalah unik. Namun begitu, pelajar juga berkemungkinan menghasilkan corak pemikiran yang tidak jauh berbeza daripada pelajar dalam kajian ini. Di samping itu, jangka masa yang diambil untuk menjalankan kajian kes adalah sangat panjang dan melibatkan pengumpulan data yang sangat banyak berkemungkinan menjejaskan kualiti dan konsistensi hasil kajian.

Limitasi yang kedua membabitkan teknik pengumpulan data iaitu, teknik temu duga klinikal yang memerlukan kecekapan pengkaji menganalisis dan

mentafsirkan tingkah laku lisan dan bukan lisan pelajar. Di sepanjang temu duga, pengkaji perlu memberi makna secara berterusan kepada gerak balas dan tindakan pelajar. Pengkaji yang kurang berkemampuan dalam mentafsir gerak balas pelajar terhadap soalan yang dikemukakan tidak dapat mengenal pasti kekuatan dan kelemahan strategi pemikiran yang digunakan oleh pelajar dan tidak dapat memperoleh gambaran tambahan tentang pengetahuan yang dimiliki oleh pelajar. Seterusnya, perbezaan hasil kajian mungkin diperolehi sekiranya kajian ini menggunakan pelajar dari sekolah harian biasa di kawasan luar bandar. Oleh itu, hasil kajian hanya boleh digeneralisasikan pada kes yang mempunyai ciri yang hampir sama dengan kajian ini.

Limitasi yang ketiga membabitkan teori yang dipilih bagi mendasari kajian ini yang juga mempunyai kelemahan tersendiri. Antaranya, semua teori yang dicipta oleh manusia bukanlah bersifat mutlak dan sempurna (Nik Azis, 2003). Begitu juga dengan teori yang dipilih bagi mendasari kajian ini, iaitu teori konstruktivisme radikal. Satu perkara asas yang terdapat dalam kajian yang berlandaskan konstruktivisme radikal ialah tafsiran tentang tingkah laku yang diperhatikan merupakan pentafsiran pengkaji sendiri dan tafsiran tersebut berkemungkinan berbeza dari pengkaji lain. Kualiti pemerhatian dan tafsiran yang dibuat oleh pengkaji banyak bergantung kepada pengalaman berinteraksi dengan pelajar dan pengetahuan matematik yang dimiliki pengkaji (Nik Azis, 1999). Dengan kata lain, walaupun masalah yang sama dikemukakan, tetapi kualiti tafsiran tentang tingkah laku lisan dan bukan lisan pelajar yang dilakukan pengkaji yang telah menghayati konsep-konsep asas dalam teori yang digunakan adalah berbeza daripada pengkaji yang mempunyai pemahaman teori yang cetek.



Seterusnya, kajian ini mempunyai beberapa delimitasi, yang tiga daripadanya membabitkan pemilihan topik, pemilihan subjek kajian, dan perkara yang dianalisis. Delimitasi yang pertama membabitkan pemilihan topik, iaitu topik kecerunan garis lurus. Topik ini terkandung dalam Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah Matematik Tingkatan Empat di bawah topik garis lurus. Topik ini juga terkandung dalam Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah Matematik Tambahan Tingkatan Empat di bawah topik pembezaan. Namun begitu, fokus bagi kajian ini ialah kecerunan yang terdapat dalam topik garis lurus bukan topik pembezaan atau pengamiran, atau topik yang lain. Justeru, hasil kajian ini akan memberi kesan kepada generalisasi bagi pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus sahaja. Saya tidak meneliti kecerunan yang membabitkan fungsi bukan linear seperti fungsi kuadratik atau mana-mana fungsi polinomial.

Delimitasi kedua membabitkan pemilihan responden kajian. Kajian ini hanya membabitkan enam orang pelajar yang diminta memberi penjelasan pemahaman mereka tentang kecerunan garis lurus. Responden kajian terdiri daripada pelajar Semester Satu Asasi Sains dari sebuah Institut Pengajian Tinggi Swasta di Negeri Sembilan dan tidak melibatkan pelajar Semester Satu Asasi Sains dari Institut Pengajian Tinggi Awam, atau Institut Pengajian Tinggi Swasta dari negeri lain.

Delimitasi yang ketiga membabitkan perkara yang dianalisis dalam kajian tentang pemahaman kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains. Perkara yang dianalisis hanya bertumpu kepada dua konteks, iaitu konteks grafik dan konteks algebra. Secara khususnya, kajian ini hanya menganalisis kecerunan garis lurus sebagai konsep asas yang boleh diwakilkan dalam bentuk geometri, sistem koordinat,  $\tan \theta$ , dan fungsi linear. Kajian ini tidak meneliti kecerunan garis lurus dari konteks yang lain seperti gerakan pada garis lurus yang terdapat dalam mata

pelajaran Matematik Tambahan serta daya dan gerakan yang terdapat dalam mata pelajaran Fizik. Justeru, hasil kajian ini akan memberi kesan kepada generalisasi bagi pemahaman pelajar tentang kecerunan bagi topik garis lurus sahaja.

### **Signifikan Kajian**

Kajian ini bertujuan untuk mengenal pasti pemahaman tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains. Bagi tujuan ini, hasil kajian dijangka boleh memberi manfaat kepada beberapa pihak. Kebergunaan yang pertama ialah hasil kajian ini boleh membantu membekalkan maklumat tambahan kepada para guru tentang pengetahuan kecerunan garis lurus yang dimiliki oleh murid. Maklumat ini diharap boleh membantu guru dan pihak yang berkaitan dengan institusi pendidikan dalam negara mengetahui kebolehan dan kepayahan murid dalam pembelajaran topik kecerunan garis lurus.

Kebergunaan yang kedua ialah hasil kajian ini boleh membantu guru membuat penyediaan aktiviti yang sesuai bagi pengajaran pemulihan, seperti membantu guru menyediakan situasi pembelajaran yang mana prosedur yang selalu digunakan oleh murid tidak lagi dapat membantunya menyelesaikan masalah yang diberikan. Tujuan penyediaan situasi pembelajaran tersebut ialah untuk mendorong murid membina prosedur baru yang lebih canggih berdasarkan pengalaman murid itu sendiri. Selain itu, hasil kajian ini diharap dapat membantu guru menyediakan aktiviti yang membabitkan kecerunan garis lurus di samping membuat penilaian tentang pemahaman murid berasaskan kepada gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, hubung kait, komunikasi, dan penyelesaian masalah kecerunan garis lurus.

Seterusnya, kebergunaan ketiga ialah hasil kajian ini diharapkan dapat memberi panduan kepada penulis modul dan buku teks agar merangka rancangan

pembelajaran dan pengajaran yang lebih konstruktif dan memberi kesan kepada pembinaan pengetahuan pelajar terutamanya bagi topik kecerunan garis lurus dengan memberi penekanan kepada tujuh aspek pemahaman, iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, hubung kait, komunikasi, dan penyelesaian masalah kecerunan garis lurus. Seterusnya, penulis modul dan buku teks juga diharap dapat menambah bilangan soalan pengukuhan dan mempelbagaikan lagi soalan berbentuk penyelesaian masalah bagi topik kecerunan garis lurus. Pelajar juga dapat menggunakan kreativiti, pengetahuan, atau pengalaman yang sedia ada untuk diaplikasikan semasa menyelesaikan masalah.

### **Rumusan**

Pada asasnya, Bab Satu memperkenalkan dan membekalkan gambaran menyeluruh tentang kajian yang hendak dijalankan. Sebahagian Bab Satu meringkaskan Bab Dua dan Bab Tiga. Soalan kajian menumpukan perhatian kepada masalah yang hendak dikaji dan mereka merupakan paksi bagi seluruh aktiviti bagi kajian ini. Ringkasnya, Bab Satu menjelaskan beberapa perkara, iaitu latar belakang dan konteks kajian, pernyataan masalah yang mengandungi isu kritikal dan soalan belum dijawab yang disokong oleh kajian lepas, dan teori kajian yang dinyatakan secara terperinci dan justifikasi eksplisit. Akhir sekali, istilah penting ditakrifkan dengan jelas, limitasi dan delimitasi dikenal pasti secara khusus, dan signifikan kajian dinyatakan dengan teliti.

Berpandukan asas ini, kajian lepas dibentangkan secara mendalam dalam Bab Dua, metodologi serta justifikasi pemilihan metodologi kajian dalam Bab Tiga, perbincangan dengan terperinci tentang hasil kajian dalam Bab Empat, dan akhir sekali perbincangan merentasi kes, rumusan, dan implikasi kajian dalam Bab Lima.

Selanjutnya, segala rujukan diletakkan di bawah tajuk Rujukan, manakala bahan sokongan dan tambahan pula dilampirkan di bawah tajuk Lampiran.

Universiti Malaya

## **BAB DUA**

### **TINJAUAN LITERATUR**

#### **Pengenalan**

Bab ini mengandungi lima bahagian utama. Bahagian pertama mengandungi perbincangan tentang teori yang digunakan dalam kajian ini, iaitu konstruktivisme radikal. Bahagian kedua mengandungi perbincangan tentang istilah psikologi, iaitu pemahaman. Bahagian ketiga mengandungi perbincangan tentang istilah matematik, iaitu kecerunan garis lurus. Bahagian keempat mengandungi perbincangan tentang hasil kajian beberapa kajian lepas yang berkaitan dengan kajian ini. Bahagian terakhir mengandungi rumusan bagi perkara yang dibincangkan dalam bab ini.

#### **Konstruktivisme Radikal**

Bahagian ini mengandungi perbincangan tentang perbandingan antara konstruktivisme radikal dengan teori pemprosesan maklumat dan perbincangan tentang kerangka konseptual yang digunakan.

#### **Teori Konstruktivisme dan Teori Pemprosesan Maklumat**

Kajian ini berasaskan konstruktivisme radikal. Teori konstruktivisme radikal dipilih bagi membantu menjalankan kajian. Antaranya, membantu mengumpul data, menganalisis data, mentafsir data, membuat perbincangan mengenai dapatan kajian, serta membantu untuk menjawab soalan semua kajian. Dalam konstruktivisme radikal, fokus epistemologi yang baru terhadap kandungan sebenar pemikiran pelajar amat diperlukan. Menurut Steffe (2007), pengkaji yang menggunakan konstruktivisme radikal perlu memberi tumpuan kepada dua perkara asas, iaitu

bentuk pengetahuan matematik yang dimiliki pelajar (aspek pengetahuan semasa) dan cara membina pengetahuan tersebut (aspek perkembangan). Namun begitu, kajian ini hanya akan memberi tumpuan kepada aspek pengetahuan semasa, iaitu bentuk pengetahuan kecerunan garis lurus yang dimiliki oleh pelajar berlandaskan konstruktivisme radikal.

Dari sudut ontologi, pendukung konstruktivisme radikal tidak menolak kewujudan realiti yang mengandungi benda yang objektif dan bebas daripada fikiran manusia, tetapi menegaskan realiti yang diketahui oleh seseorang individu adalah realiti yang dialaminya sendiri (Cobb, 1988; von Glasersfeld, 2007; Nik Azis, 2014). Bentuk realiti yang dibina oleh manusia melalui kekuatan akal semata-mata merupakan realiti yang subjektif. Sebarang perkara yang dianggap sebagai fakta alam bukan terdiri daripada unsur yang terkandung dalam dunia luar yang bebas daripada individu tertentu tetapi terdiri daripada unsur yang terkandung dalam pengalaman seseorang individu. Perkara asas yang hendak ditegaskan oleh konstruktivisme radikal ialah pengetahuan yang dibina oleh seseorang individu adalah berdaya maju. Pengetahuan berdaya maju membolehkan individu yang membina pengetahuan tersebut mencapai matlamat tertentu dalam pelbagai konteks dengan tindakan tertentu dilakukan olehnya. Nik Azis (2014) menjelaskan daya maju ditentukan dengan merujuk tindakan yang dilakukan oleh individu dan setakat mana tindakan itu membantu individu tersebut mencapai matlamat tertentu dalam konteks tindakan itu berlaku.

Dari sudut aksiologi pula, konstruktivisme radikal menegaskan bahawa nilai adalah relatif dan sentiasa bergantung kepada keadaan, manakala piawai bagi perlakuan peribadi dan sosial ditentukan secara eksperimen dalam pengalaman hidup. Konstruktivisme radikal juga menekankan bahawa etika diadili oleh

masyarakat berdasarkan pengalaman teruji (ujian awam). Seterusnya, estetika juga diadili oleh masyarakat berdasar kriteria yang dipersetujui (cita rasa awam).

Teori ini dibandingkan dengan teori pemrosesan maklumat yang dibentuk dalam tradisi psikologi behaviourisme di Amerika pada abad ke-20 (Leahey, 1987), mengadaptasikan perspektif dan tatacara kecerdasan tiruan dan simulasi komputer sebagai cara otak manusia memproses maklumat. Metafora utama teori pemrosesan maklumat adalah pemikiran sebagai komputer digital. Dalam metafora komputer, ahli psikologi pemrosesan maklumat menganggap manusia sebagai satu alat pemrosesan maklumat (komputer) yang menerima input daripada persekitaran (persepsi deria), memproseskan maklumat tersebut (proses kognitif), dan bertindak terhadap keputusan yang dibuat berlandaskan maklumat yang diproses (tingkah laku). Dalam pengubahsuaian tersebut, ahli pemrosesan maklumat boleh membincangkan struktur maklumat dan proses kognitif seperti perakam deria, mengekodkan maklumat, ingatan, ingatan semantik, ingatan jangka pendek, stor jangka panjang, mendapat kembali, mengecam corak, tahap pemrosesan, perwakilan mental, skema, penyusunan awal, pengetahuan prosedur, pemrosesan kata-kata, dan meta kognitif; dengan harapan untuk membentuk satu teori saintifik tentang proses kognitif (Gagne & Driscoll, 1988).

Dalam menerangkan sifat asas pemikiran manusia, teori pemrosesan maklumat mengetepikan metafora empiris yang menggambarkan pemikiran manusia sebagai benda pasif dan menggunakan metafora komputer yang menggambarkan pemikiran manusia sebagai benda pasif dan menggunakan metafora komputer alat mekanikal atau elektronik yang agak kompleks. Dalam menghuraikan sifat asas alam pula, pandangan ahli psikologi pemrosesan maklumat adalah sama dengan

pandangan ahli psikologi behaviorisme. Mereka melihat alam ini sebagai sebuah ruang Newton yang bersifat mutlak dan mengandungi benda-benda nyata.

Dalam aspek epistemologi, pendukung pemrosesan maklumat berpendapat manusia mampu untuk mengetahui keadaan alam sebenar dan pengetahuan manusia bersifat objektif. Oleh itu, pembelajaran bukan membabitkan penyerapan maklumat secara pasif, tetapi membabitkan aktiviti interaktif, iaitu pelajar perlu mengumpulkan, memilih, memproses, dan menyimpan maklumat berlandaskan keadaan pemikiran semasa mereka. Pembelajaran juga boleh membabitkan aktiviti mengubahsuai output apabila pelajar telah mempelajari sesuatu daripada pengalaman mereka. Pada tahap asas, maklumat yang datang daripada persekitaran hanya perlu diterima dalam keadaan belum terbentuk (mentah) oleh individu yang berfikir, dan sebarang respons atau aktiviti pengembangan kompleks yang berlaku kemudiannya bermula dari penerimaan tersebut. Dengan kata lain, pendekatan pemrosesan maklumat mengandaikan kewujudan maklumat bersifat objektif dan belum terbentuk pada tahap asas. Dalam aspek pedagogi, pendukung pemrosesan maklumat menganjurkan teori pembelajaran yang menganggap bahawa mengetahui merupakan satu proses yang aktif, individualistik, dan peribadi.

Menurut konstruktivisme radikal, kaedah pengumpulan data yang digunakan adalah berlandaskan temu duga klinikal disemak yang digunakan Piaget (Nik Azis, 1999). Teknik itu membabitkan tiga komponen atau prosedur asas, iaitu pemerhatian, penyoalan, dan penilaian. Melalui teknik ini, pemerhatian dibuat secara langsung ke atas tingkah laku yang dipaparkan oleh responden kajian semasa menyelesaikan masalah tertentu dalam konteks satu dengan satu bagi mengenal pasti pengetahuan yang dibina oleh pelajar melalui pengalaman mereka. Sebaliknya, kaedah pengumpulan data yang digunakan dalam kajian berasaskan teori pemrosesan



maklumat adalah teknik ujian bertulis dan temu duga. Dalam ujian bertulis, responden kajian dikehendaki menulis cara penyelesaian yang digunakan bagi setiap soalan dengan lengkap. Seterusnya, beberapa responden kajian dipilih untuk ditemu duga bagi mengenal pasti cara mereka memperoleh jawapan bagi setiap soalan yang diberikan. Oleh itu, teori konstruktivisme radikal adalah lebih sesuai digunakan dalam kajian ini untuk membantu mengumpul data bagi tujuan menyelidik langkah yang digunakan oleh pelajar semasa membina konsep kecerunan garis lurus (Cobb & Steffe, 1983; von Glasersfeld, 1995; Nik Suryani, 2002; Syarifah Norul Akmar, 1997).

Berhubung dengan kaedah menganalisis data, konstruktivisme radikal menyarankan analisis data yang dibuat dalam lima peringkat. Dalam peringkat pertama, rakaman audio mahupun video bagi temu duga klinikal dibuat yang kemudiannya ditranskripikan kepada bentuk data bertulis. Dalam peringkat kedua, data mentah yang dibuat dalam bentuk transkripsi digarap dan disusun atur mengikut tema yang bersesuaian serta sejajar dengan tugas kajian yang diajukan semasa temu duga bagi tujuan membentuk protokol temu duga. Dalam peringkat ketiga, kajian kes pula dibuat berlandaskan perincian daripada protokol temu duga termasuklah catatan pengkaji mengikut tema kajian yang telah ditetapkan sejajar dengan soalan yang diajukan semasa temu duga. Dalam peringkat keempat, analisis merentas kes responden kajian dijalankan, tingkah laku responden kemudiannya dikenal pasti berlandaskan tema dan hasil analisis kajian kes. Dalam peringkat terakhir, rumusan bagi pengetahuan tentang tingkah laku dibentuk berlandaskan tingkah laku responden kajian yang telah dikenal pasti. Sebaliknya, pendekatan pemrosesan maklumat menganjurkan analisis data yang memberi fokus kepada respons bertulis daripada responden kajian dalam ujian penyelesaian masalah,

kekerapan responden kajian yang menggunakan cara penyelesaian ditentukan dengan menggunakan jadual kekerapan, dan responden kajian diminta memberi justifikasi bagi setiap kaedah yang digunakan melalui sesi temu duga. Justeru, kaedah analisis data yang berasaskan konstruktivisme radikal adalah lebih sesuai digunakan dalam kajian ini (Cobb & Steffe, 1983; von Glasersfeld, 1995; Nik Suryani, 2002; Syarifah Norul Akmar, 1997).

Menurut konstruktivisme radikal, semua tafsiran dan perbincangan merentasi responden kajian dilakukan berlandaskan analisis yang dibuat ke atas dapatan kajian utama termasuklah dapatan kajian sampingan yang diperolehi melalui tiga peringkat temu duga klinikal. Walau bagaimanapun, semua tafsiran serta perbincangan ini adalah bergantung kepada kecekapan pengkaji, iaitu semasa menganalisis dan mentafsirkan tingkah laku lisan dan bukan lisan responden kajian. Dalam kata lain, tafsiran terhadap konsep kecerunan garis lurus yang dimiliki responden kajian merupakan sesuatu yang dipersepsikan, dikonsepsikan dan direka pengkaji semata-mata. Selain itu, konsepsi ini dibentuk melalui tafsiran yang dibuat oleh pengkaji selama tempoh sesi temu duga diadakan. Sebaliknya, pendekatan pemprosesan maklumat membuat penafsiran data dan perbincangan dengan membuat huraian tentang kaedah penyelesaian masalah yang digunakan oleh responden kajian berdasarkan analisis ujian bertulis dan temu duga. Kaedah yang ditunjukkan oleh responden kajian membolehkan pengkaji membentuk gambaran kasar tentang cara pelajar menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus. Selain itu, beberapa salah konsep dan kecuaiian responden kajian dalam menyelesaikan masalah turut dibincangkan. Oleh itu, konstruktivisme radikal merupakan teori yang paling sesuai digunakan untuk membantu pengkaji dalam membuat tafsiran data (Suzieleez Syrene & Tajularipin, 2006; Cobb & Steffe, 1983; von Glasersfeld, 1995;

Nik Suryani, 2002; Syarifah Norul Akmar, 1997). Selain itu, konstruktivisme radikal turut membantu pengkaji dalam membuat perbincangan bagi dapatan kajian serta membantu menjawab semua soalan kajian.

Nyata di sini, konstruktivisme radikal memberi tumpuan terhadap pengetahuan yang dibina oleh pelajar berdasarkan pengalaman mereka. Oleh sebab tujuan kajian yang dijalankan ini adalah untuk mengenal pasti pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus, maka metodologi yang berasaskan pendekatan pemrosesan maklumat dianggap kurang sesuai. Dalam konteks ini, Cobb dan Steffe (1983), von Glasersfeld (1995), dan Steffe (2010) berpendapat metodologi kajian yang berlandaskan konstruktivisme radikal adalah lebih sesuai digunakan dalam kajian ini bagi tujuan untuk membantu dalam pengumpulan data, analisis data, dan mentafsirkan data. Selain itu, metodologi kajian ini turut membantu dalam perbincangan dapatan kajian serta membantu dalam menjawab semua soalan kajian berbanding dengan teori pemrosesan maklumat.

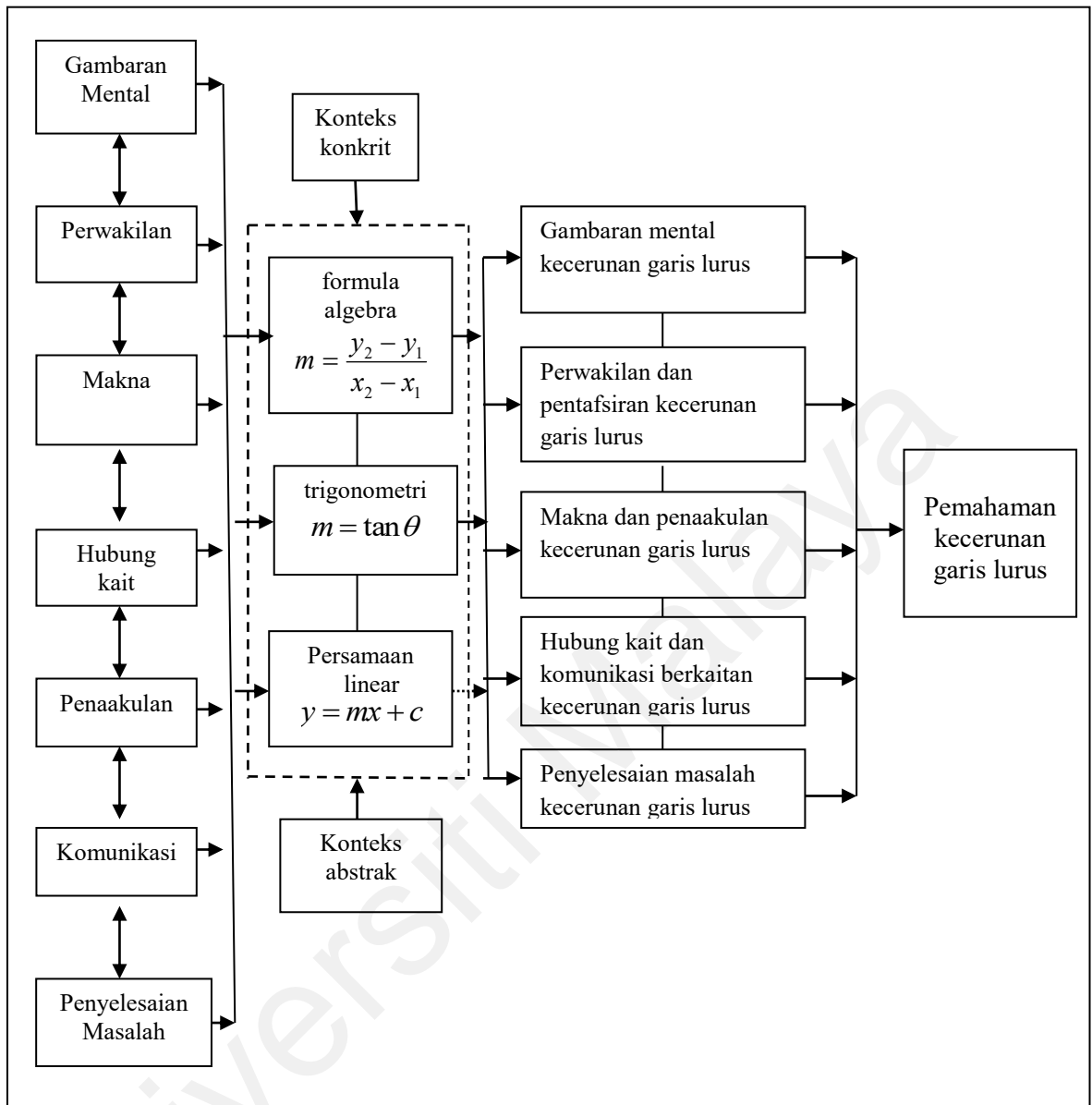
Beberapa kajian lepas yang menggunakan konstruktivisme radikal dalam kajian mereka adalah seperti Manivannan (2017), Hoi, Syarifah Norul Akmar, dan Nik Azis (2017), Nik Suryani (2002) dan Syarifah Norul Akmar (1997). Nik Suryani (2002) menjalankan kajian terhadap skim peratus yang dimiliki oleh murid tingkatan satu. Dalam kajian ini, tumpuan adalah kepada gambaran mental bagi peratus, perwakilan peratus, makna peratus. Selain itu, kajian ini juga bertumpu kepada kaitan dengan pecahan serta masalah simbolik. Seterusnya, kajian yang dijalankan oleh Syarifah Norul Akmar (1997) adalah tentang skim penolakan integer dalam kalangan murid tingkatan dua. Dalam kajian ini, terdapat beberapa tumpuan kajian. Antaranya, gambaran mental dan masalah perwakilan. Selain itu, kajian ini turut memberi tumpuan kepada makna penolakan dan operasi penolakan integer serta

mentafsir ayat penolakan. Akhirnya, kajian ini memberi tumpuan kepada masalah simbolik dan masalah beroda.

### **Kerangka Konseptual**

Dalam kajian ini, pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus hanya diteliti dari beberapa aspek tertentu bagi konsep pemahaman yang dipandu oleh konstruktivisme radikal untuk membantu menjawab soalan kajian. Bagi tujuan ini, kerangka konseptual tentang saling hubungan konsep yang diteliti dalam kajian ini dibentuk seperti yang dipaparkan dalam Rajah 2.1.

Secara khusus, kajian ini mengandungi tujuh soalan kajian. Fokus bagi soalan kajian pertama ialah gambaran mental pelajar Semester Satu Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Gambaran mental merujuk imej yang terbentuk oleh seseorang dalam fikirannya secara spontan mengenai sesuatu yang dikaitkan dengan satu perkataan khusus yang dilafazkan kepadanya (Manivannan, 2017; Suzieleez Syrene & Tajularipin, 2006; Haciomeriglu, 2007; Nik Suryani, 2002; Syarifah Norul Akmar, 1997; Pirie & Kieren, 1989). Bagi menjawab soalan kajian pertama, pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus diteliti dari satu aspek, iaitu gambaran mental. Dalam hal ini, gambaran mental pelajar tentang kecerunan garis lurus adalah penting sebab ia merupakan satu aspek dalam konsep pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus. Pengkaji menjangkakan pelajar memberi gambaran mental tentang kecerunan garis lurus samada dari konteks konkrit ataupun konteks abstrak yang boleh terdiri daripada mana-mana lima aspek kecerunan garis lurus, iaitu formula algebra,  $\tan \theta$ , dan persamaan linear.



Rajah 2.1: Kerangka konseptual bagi kajian pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus

Fokus bagi soalan yang kedua ialah perwakilan kecerunan garis lurus dan bagaimana pelajar mentafsirkan kecerunan garis lurus. Perwakilan merupakan satu elemen utama untuk meneliti pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus (Manivannan, 2017; Suzieleez Syrene & Tajularipin, 2006; Hacıomerıglu, 2007; Syarifah Norul Akmar, 1997). Sehubungan dengan ini, pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus diteliti dalam konteks abstrak dan pelajar diminta membuat perwakilan dalam konteks konkrit. Selain itu, pelajar juga diberikan perwakilan

kecerunan garis lurus dalam bentuk konkrit dan pelajar diminta untuk mentafsirkan perwakilan yang diberi.

Fokus soalan kajian ketiga ialah makna kecerunan garis lurus dan bagaimana pelajar Semester Satu Asasi Sains menjelaskan tentang makna yang membabitkan kecerunan garis lurus. Sebagaimana gambaran mental dan perwakilan, makna juga adalah penting sebab ianya merupakan satu aspek dalam pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus (Manivannan, 2017; Roshara'madan, 2015; Nik Azis, 2014; Jensen, 2009; Nik Suryani, 2002). Bagi menjawab soalan ketiga, pemahaman pelajar tentang konsep makna kecerunan diteliti daripada huraian pelajar tentang beberapa perkara yang membabitkan kecerunan yang ditentukan (Roshara'madan, 2015; Nik Azis, 2014).

Fokus soalan kajian keempat ialah penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus. Berpandukan konstruktivisme radikal, penaakulan juga adalah penting sebab ianya adalah sebahagian dari aspek dalam pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus (Haliza, 2017; Hackenberg, 2010; Roshara'madan, 2015; Nik Azis, 2014; Jensen, 2009; Nik Suryani, 2002). Bagi menjawab soalan keempat, pemahaman pelajar tentang konsep penaakulan kecerunan diteliti daripada huraian pelajar tentang beberapa perkara yang membabitkan kecerunan yang ditentukan (Nik Azis, 2014).

Fokus soalan kajian kelima ialah hubung kait dalam kecerunan garis lurus. Hubung kait adalah penting sebab ianya adalah satu elemen penting untuk mengenal pasti pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus (Roshara'madan, 2015; Nik Azis, 2014). Sehubungan dengan ini, pemahaman pelajar diteliti melalui konsep hubung kait antara perwakilan kecerunan dalam bentuk jadual yang mengandungi

data diskret dengan perwakilan dalam bentuk graf garis lurus yang mengandungi data selanjar.

Fokus soalan kajian keenam ialah dari aspek komunikasi, iaitu bagaimana pelajar Semester Satu Asasi Sains membuat komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus. Komunikasi adalah penting sebab ianya adalah aspek dalam pemahaman kecerunan garis lurus (Roshara'madan, 2015; Nik Azis, 2014). Sehubungan dengan ini, pemahaman pelajar diteliti melalui cara pelajar menyampaikan pengetahuan tentang kecerunan garis yang dimilikinya kepada kepada orang lain (Nik Azis, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Dalam kajian ini, pelajar diberikan rajah cartesan koordinat dan garis lurus kepada pelajar. Seterusnya, pelajar diminta untuk menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” kepada seorang rakannya yang tidak dapat hadir semasa pembelajaran tentang kecerunan garis lurus berlangsung.

Fokus soalan kajian ketujuh ialah penyelesaian masaalah yang membabitkan kecerunan garis lurus. Penyelesaian masalah merupakan satu lagi elemen penting untuk meneliti pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus (Manivannan, 2017; Haciomeriglu, 2007; Nik Azis, 2014). Dalam hal ini, pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus diteliti melalui konsep penyelesaian masalah yang membabitkan dua masalah berbeza tentang kecerunan. Kedua-dua fokus soalan kajian ini digabungkan bagi mencapai tujuan kajian ini dijalankan, iaitu pemahaman tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Semester Satu Asasi Sains.

### **Konsep Pemahaman**

Bahagian ini mengandungi perbincangan tentang definisi istilah dari perspektif berbeza tentang konsep pemahaman dan perbincangan tentang kajian lepas berkaitan pemahaman.

## **Istilah Pemahaman**

Menurut konstruktivisme radikal, istilah pemahaman kecerunan garis lurus merujuk perkara yang berkait dengan apa yang diketahui oleh seseorang pelajar tentang sesuatu perkara yang membabitkan kecerunan garis lurus, atau sejauh mana sesuatu perkara yang membabitkan kecerunan garis lurus difahami oleh seseorang pelajar (Manivannan, 2017; Roshara'madan, 2015; Nik Azis, 2014; Hacıomeriğlu (2007). Pendukung konstruktivisme mempercayai bahawa apabila individu berhadapan dengan sesuatu pengalaman baru, proses pentafsiran mereka tentang pengalaman tersebut bermula dengan apa yang sudah diketahui oleh mereka. Pengetahuan semasa yang dimiliki oleh seseorang individu akan memandu, membimbing, dan mewarnai proses pentafsiran tersebut. Oleh itu, pengetahuan yang sedia ada akan mempengaruhi sifat asas dan kualiti pengetahuan baru yang akan dibina. Selain itu, mengetahui juga merupakan satu proses yang aktif, rekursif, konstruktif, peribadi, dan membabitkan interaksi antara persekitaran yang disesuaikan dengan matlamat khusus individu dengan menggunakan konsepsi yang sedia ada. Dalam proses kesesuaian ini, seseorang individu mentafsirkan bahan baru sebagai contoh bagi sesuatu perkara yang sudah diketahui olehnya.

Pendukung konstruktivisme radikal menjelaskan bahawa pemahaman tentang sesuatu perkara sentiasa membabitkan proses kesesuaian atau keserasian dan bukan proses kesepadanan dan kesamaan. Misalnya, untuk memahami apa yang disebut atau ditulis pelajar, seorang guru perlu membina satu struktur konsepsi yang nampaknya sesuai atau serasi dengan struktur konsepsi yang dimiliki pelajar dalam konteks yang diberikan. Kesesuaian atau keserasian itu merujuk keadaan yang disebut atau dilakukan guru nampaknya tidak bercanggah dengan jangkaan pelajar.



Prinsip pertama yang diutarakan oleh pendekatan konstruktivisme radikal membabitkan metafora pembinaan.

Metafora pembinaan melihat pemahaman sebagai struktur konsepsi yang tertentu. Untuk memahami, seseorang perlu melakukan pembinaan yang tertentu dan proses pembinaan itu tidak sama dengan proses penyerapan, replika, salinan atau pemindahan maklumat. Pengetahuan perlu dibina secara aktif oleh setiap individu dan proses pembinaan itu bersifat rekursif. Pengetahuan yang dibina sebelumnya akan menjadi kandungan dalam proses pembinaan kemudiannya. Pengetahuan individu berkembang secara perlahan-lahan melalui satu siri transformasi. Dalam proses transformasi itu, satu struktur konsepsi akan diubah secara perlahan-lahan untuk membentuk struktur konsepsi yang lebih canggih. Seterusnya, pelajar membina pemahaman matematik mereka sendiri melalui tindakan dan refleksi terhadap tindakan tersebut (Nik Azis, 2014). Walaupun pelajar melakukan adaptasi untuk terus berdaya maju dalam tindakan dan dunia yang dialaminya, pemahaman matematik mereka adalah bersifat peribadi dan subjektif. Selain itu, pemahaman bukanlah sesuatu yang dimiliki atau tidak dimiliki oleh seseorang. Sebaliknya, pemahaman merupakan sesuatu yang sentiasa berubah dan berkembang.

Pendukung teori pemprosesan maklumat pula memberi definisi pemahaman yang berbeza dengan konstruktivisme, iaitu pemahaman merujuk keupayaan individu untuk menghubungkan kaitkan sesuatu idea atau prosedur dengan rangkaian dalaman sedia ada melalui penggunaan hubungan yang lebih banyak dan lebih kuat. Dalam hal ini, pemahaman membabitkan aktiviti interaktif, iaitu pelajar perlu mengumpulkan, memilih, memproses, dan menyimpan maklumat berlandaskan keadaan pemikiran semasa mereka. Melalui perspektif ini, ahli psikologi pemprosesan maklumat dapat membicarakan perkara seperti analisis kesilapan dalam

penyelesaian masalah, proses kognitif dalam pembelajaran matematik, dan pola kesilapan dalam aritmetik. Oleh sebab tujuan kajian yang dijalankan ini adalah untuk mengenal pasti pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus berlandaskan konstruktivisme radikal, maka definisi yang diberikan oleh pendukung konstruktivisme radikal adalah lebih sesuai diguna pakai dalam kajian ini.

Nik Azis (2012) pula menjelaskan bahawa istilah memahami merujuk mengetahui, memiliki idea, mempunyai pengetahuan, memaklumi, menanggapi, memafhumi, atau mengerti akan andaian, asal usul, batasan, ciri, erti, faedah, fungsi, hakikat, implikasi, keadaan, kebaikan, kegunaan, kepentingan, kualiti, kuantiti, maksud, perwakilan, skop, status, tanda, atau taraf sesuatu perkara. Memahami tidak dapat diperolehi melalui peniruan, pemindahan, penerapan, atau penyerapan, tetapi perlu dibina atau dijana oleh individu berdasarkan persepsi, konsepsi, dan tafsiran mereka tentang perkara yang dialami.

### **Kajian Lepas Berkaitan Pemahaman**

Beberapa kajian lepas yang berkaitan dengan pemahaman telah dikenal pasti, seperti kajian yang dijalankan oleh Haciomeriglu (2007) bagi mengenal pasti pemahaman pelajar tentang graf pembezaan kalkulus. Dalam kajian ini, pemahaman diteliti dari aspek gambaran mental pelajar tentang pembezaan, perwakilan bagi pembezaan dan kaedah yang digunakan oleh pelajar untuk menyelesaikan tugas graf pembezaan. Setiap penyelesaian bagi tugas yang diberikan dikategorikan kepada penyelesaian secara berangka, algebra, atau bergraf. Dalam hal ini, pelajar yang membuat penyelesaian secara bergraf dianggap mempunyai pemikiran visual matematik, manakala pelajar yang membuat penyelesaian berangka dan secara algebra dianggap mempunyai pemikiran analitis matematik.

Dalam kajian yang lain, seperti Jensen (2009) yang menjalankan kajian tentang hubungan antara pemahaman fungsi dan pemahaman had di kalangan pelajar kalkulus. Kajian ini merungkai pemahaman fungsi dengan memberi tumpuan kepada kebolehan pelajar membuat penaakulan dan jenis pemahaman yang dimiliki oleh pelajar tentang konsep pra-kalkulus. Dalam kajian ini, pemahaman tentang fungsi ditakrifkan sebagai memahami makna bagi konsep fungsi, memahami kadar pertumbuhan bagi fungsi, dan memahami perwakilan bagi fungsi. Seterusnya, pemahaman tentang had dirungkai dengan meneliti bagaimana pelajar membuat translasi daripada simbolik kepada grafik, mentafsir had tak terhingga, dan mencari nilai khusus  $\delta$  bagi nilai  $\epsilon$  yang diberikan secara algebra sebagai sebahagian daripada definisi formal bagi had.

Stringer (2011) menjalankan kajian kes terhadap pelajar Amerika Afrika tentang pemahaman graf pembezaan. Kajian ini meneliti pemahaman dengan memberi tumpuan kepada kaedah yang digunakan oleh pelajar untuk menyelesaikan tugas dan membina makna bagi graf fungsi dan pembezaan. Pelajar diberikan tugas yang membabitkan perwakilan simbolik (formula) dan perwakilan graf (geometri). Dalam tugas yang membabitkan perwakilan simbolik, pelajar diminta untuk mengira kecerunan, manakala dalam tugas yang membabitkan perwakilan graf pelajar diminta untuk melukiskan pembezaan. Kajian ini mendapati pemahaman tentang konsep pembezaan sangat berkait dengan keupayaan pelajar membuat perwakilan simbolik dan perwakilan graf.

Zandieh (2000) pula menjelaskan pemahaman tentang konsep pembezaan membabitkan pemahaman pelajar tentang perkara yang mendasari definisi pembezaan, iaitu pemahaman tentang nisbah, had, dan fungsi. Pemahaman tentang pembezaan ini menggantikan kehebatan prosedur mudah dengan pembezaan.

Kebiasaannya, pelajar dikatakan memahami pembezaan apabila pelajar boleh mengira nilai pembezaan atau menggunakan pembezaan untuk mendapatkan nilai maksimum bagi sesuatu fungsi. Walau bagaimanapun, jika perkara yang mendasari definisi pembezaan tidak difahami sepenuhnya, maka konsep pembezaan telah diajar sebagai satu entiti tanpa sebarang struktur yang mendasari konsep pembezaan.

Seterusnya, Sierpinska (1994) memberikan definisi pemahaman sebagai pengalaman mental pelajar tentang satu perkara yang mana individu mengaitkan satu objek dengan objek yang lain sambil menekankan satu definisi pemahaman yang digunakan yang sesuai diadaptasikan bagi mengkaji proses psikologi yang terlibat. Namun, dalam pengajaran matematik, istilah pemahaman juga digunakan dalam proses menilai pembelajaran pelajar. Institusi sekolah mengharapkan murid dapat disesuaikan kepada beberapa budaya yang sedia ada, dan meminta guru membantu murid membentuk hubungan yang dipersetujui antara sebutan, ungkapan matematik, abstraksi, dan teknik. Dalam hal ini, pemahaman bukanlah semata-mata satu aktiviti mental, tetapi pemahaman ditukarkan kepada satu proses sosial. Sebagai contoh, kita boleh pertimbangkan bahawa murid telah memahami sepenuhnya konsep fungsi dalam pengajaran sekolah menengah dan murid tidak memahami konsep fungsi jika penilaian dibuat oleh institusi universiti.

Kajian lepas berkaitan pemahaman adalah seperti kajian yang dijalankan oleh Manivannan (2015). Kajian ini adalah untuk mengenal pasti pemahaman murid Tahun Lima tentang luas segi empat dan bagaimana mereka menggunakan pemahaman tersebut untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan luas segi empat. Kajian kes digunakan sebagai reka bentuk kajian membabitkan lima orang murid Tahun Lima dari sebuah sekolah rendah. Pemahaman ini bertumpu kepada beberapa situasi yang berbeza yang membabitkan empat subkonstruk pemahaman, iaitu

gambaran mental, perwakilan, makna, dan penyelesaian masalah. Kajian yang dijalankan oleh Hoi, Sharifah Norul Akmal, dan Nik Azis (2017) pula meneliti pemahaman guru matematik sekolah rendah tentang pembahagian nombor bulat. Kajian ini menggunakan protokol temu duga klinikal yang membabitkan dua tugas penyelesaian masalah pembahagian nombor bulat. Selain itu, tugas ini digunakan untuk mengenal pasti cara penyelesaian masalah pembahagian nombor bulat yang dimiliki oleh guru matematik sekolah rendah.

**Gambaran Mental.** Aspek pemahaman kajian yang pertama ialah gambaran mental. Kajian ini dijalankan untuk meneliti gambaran mental atau imej tentang kecerunan garis lurus yang terbentuk secara spontan untuk mentafsirkan perkataan seperti garis lurus, kecerunan, kecerunan positif, kecerunan “1”, dan beberapa perkataan lain yang membabitkan kecerunan garis lurus. Ungkapan gambaran mental merujuk proses mewakili semula satu gabungan pengalaman tertentu kepada diri sendiri apabila sesuatu perkataan dilafazkan, walaupun ketika itu tidak ada satu pun unsur bagi gabungan tersebut hadir dalam domain pengalaman semasa. (Nik Azis, 2014; Pirie & Kieren, 1989).

Kajian lepas berkaitan dengan gambaran mental telah dikenal pasti, seperti kajian yang dijalankan oleh Manivannan (2017) untuk meneliti dua jenis gambaran mental yang dimiliki oleh murid Tahun Lima, iaitu gambaran mental tentang segi empat dan gambaran mental tentang luas segi empat. Dalam kajian ini, gambaran mental murid Tahun Lima tentang segi empat dirumuskan kepada tiga kategori, iaitu penjelasan berdasarkan ciri khusus, penjelasan secara figuratif, dan penjelasan secara konkrit. Seterusnya, gambaran mental tentang luas segi empat dirumuskan kepada enam kategori, iaitu penjelasan berdasarkan ciri khusus, penjelasan secara figuratif,

penjelasan secara konkrit, penjelasan secara lorekan ruang rajah, penjelasan secara simbol, dan penjelasan secara operatif.

Selain itu, kajian Suzieleez Syrene dan Tajularipin (2006) pula meneliti empat jenis gambaran mental bagi fungsi matematik, iaitu hubungan antara dua pembolehubah, hubungan antara dua nombor, proses input dan output, dan kegunaan matematik dalam kehidupan seharian. Kajian ini mendapati pelajar menggambarkan hubungan sebagai ikatan, pertalian, sambungan, komunikasi, sambungan, dan kaitan antara dua benda atau dua orang. Seterusnya, pelajar juga menggambarkan hubungan sebagai hubungan satu kepada satu antara satu objek konkrit dengan satu objek konkrit yang lain. Nampaknya, gambaran ini berbeza dengan gambaran mental bagi hubungan matematik, di mana hubungan matematik digambarkan sebagai formula antara dua nombor atau perkaitan antara dua anu. Sebaliknya, anu dianggap sebagai nombor atau pembolehubah oleh pelajar. Justeru, gambaran mental pelajar tentang hubungan matematik membabitkan perkaitan antara dua objek yang bersifat abstrak.

**Perwakilan.** Aspek pemahaman kajian yang kedua membabitkan gambaran mental. Dalam kajian ini, aspek perwakilan digunakan untuk mengenal pasti tentang bagaimana pelajar mewakili kecerunan garis lurus yang diberikan secara simbolik. Selain itu, aspek perwakilan juga digunakan untuk mengenal pasti tentang bagaimana mereka mentafsirkan perwakilan kecerunan garis lurus yang diberikan dalam perwakilan sistem Cartesan koordinat dan perwakilan simbolik. Menurut National Council of Teachers of Mathematics (2000), perwakilan termasuklah menggunakan model untuk menyusun, merekodkan, dan menyampaikan idea-idea matematik, serta memilih, memohon, dan menterjemahkan model-model ini untuk menyelesaikan masalah dan mentafsirkan matematik. Model-model ini boleh digunakan untuk "menunjukkan" matematik, melalui penggunaan bahan manipulatif, rajah, paparan

grafik, dan ungkapan simbolik. Perwakilan juga termasuk menginternalisasi atau mengambil idea dan pemahaman matematik mereka.

Kajian lepas yang dijalankan oleh Suzieleez Syrene dan Tajularipin (2006) mendapati perwakilan merupakan cara atau simbol yang digunakan untuk melambangkan sesuatu. Terdapat dua jenis perwakilan yang digunakan oleh pelajar bagi mewakili suatu fungsi matematik, iaitu berbentuk simbol dan berbentuk gambar. Kajian ini mendapati terdapat tiga jenis perwakilan berbentuk symbol, iaitu tata tanda  $f(x)$ ,  $f: x \rightarrow$ , dan  $y =$  ungkapan dalam sebutan  $x$ . Seterusnya, kajian ini mendapati terdapat tiga perwakilan berbentuk gambar, iaitu graf, gambar rajah anak panah, dan jadual.

**Makna.** Aspek pemahaman kajian yang ketiga ialah makna. Dalam kajian ini, pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus dari aspek makna diteliti untuk mendapatkan tafsiran yang dibuat oleh pelajar dalam aktiviti yang disediakan, iaitu tentang apa yang berlaku di dalam kotak “pemproses” dan fungsi kotak “pemproses”. Menurut von Glasersfeld (1996), makna mempunyai perkaitan dengan struktur pemahaman pelajar dalam mentafsirkan dan menyusun pengalaman mereka. Struktur pemahaman tersebut pula terdedah untuk diubah oleh pengalaman yang ditafsirkan. Antara kajian lepas berkaitan dengan aspek makna adalah seperti kajian yang dijalankan oleh Roshara'madan (2015). Kajian ini bertujuan untuk meneliti pemahaman murid Tahun Lima tentang akhlak. Dalam kajian ini, satu aspek pemahaman yang digunakan ialah makna akhlak. Justeru, makna akhlak bagi murid Tahun Lima diteliti dalam pelbagai kategori, iaitu makna akhlak, akhlak baik, akhlak buruk, jenis akhlak, perkara yang berkaitan dengan akhlak, dan cara untuk menentukan baik buruk sesuatu akhlak dalam konteks tertentu.

Kajian Roshara'madan (2015) mendapati makna akhlak bagi murid Tahun Lima kebanyakannya tertumpu dari sudut masyarakat, iaitu aspek sosial, dan pandangan agama, iaitu aspek budaya. Sebaliknya, dalam kajian ini akhlak ditakrifkan dari sudut dalaman jiwa manusia seperti efektif, pegangan, dan pemikiran serta unsur luaran yang melibatkan ciri seperti fizikal, sosial, dan budaya. Dari satu segi, persamaan antara makna akhlak yang diberikan dalam kajian ini dengan jawapan yang diberikan oleh sebahagian besar murid tertumpu dari aspek sosial dan budaya.

Manivannan (2017) pula meneliti makna yang dimiliki oleh murid Tahun Lima tentang luas segi empat. Kajian ini mendapati, pemahaman murid tentang luas segi empat membabitkan bahagian makna luas segi empat dalam dua konteks yang berbeza, iaitu tanpa diberi unit persegi dan apabila diberi unit persegi. Kajian ini juga mendapati terdapat dua kategori pengetahuan yang digunakan oleh murid untuk mentafsir tentang luas segi empat, iaitu pengetahuan konseptual tentang luas dan pengetahuan prosedur tentang luas.

**Hubung Kait.** Aspek pemahaman kajian yang keempat pula melibatkan hubung kait. Dalam kajian ini, pemahaman tentang garis lurus diteliti dari aspek hubung kait untuk meneliti cara pelajar membuat perkaitan antara perwakilan dalam bentuk jadual yang mengandungi data diskret dan perwakilan dalam bentuk graf garis lurus yang mengandungi data selanjur. Menurut Hiebert dan Carpenter (1992) dan Mousley (2004), hubung kait merujuk keupayaan pelajar membuat perkaitan matematik. Keupayaan tersebut merangkumi meneliti dan menggunakan perkaitan dalam kalangan idea matematik, meneliti dan menggunakan matematik di luar bidang matematik, menunjukkan saling perkaitan bagi idea matematik, dan membentuk idea matematik lain.



Sabina dan Fransiskus (2018) menjalankan kajian untuk mengetahui sama ada terdapat kesan keupayaan hubung kait matematik terhadap pencapaian pembelajaran matematik. Selain itu, kajian ini bertujuan untuk mengetahui sumbangan hubung kait keupayaan matematik terhadap pencapaian pembelajaran matematik bagi murid di sekolah rendah. Hasil penyelidikan menunjukkan bahawa terdapat keupayaan kesan hubung kait matematik yang signifikan terhadap pencapaian pembelajaran matematik murid. Sumbangan keupayaan hubung kait matematik ke arah pencapaian matematik murid adalah sebanyak 21.9%. Hasil ini menunjukkan bahawa tinggi atau rendah prestasi pembelajaran matematik dipengaruhi dengan ketara oleh keupayaan murid membuat hubung kait matematik mereka.

**Penaakulan.** Aspek pemahaman kajian yang kelima membabitkan penaakulan. Dalam kajian ini, pemahaman kecerunan garis lurus diteliti dari aspek penaakulan untuk mendapatkan cara pelajar mencari jawapan kepada masalah dalam bentuk rajah koordinat Cartesian yang mempunyai satu garis lurus,  $k$ , dan melalui asalan, iaitu pelajar diminta memberikan alasan bagi kecerunan garis lurus yang diberikan dan bagaimana mereka menentukan kecerunan tersebut. Secara khusus, penaakulan pelajar bertumpu kepada kemampuan untuk membuat inferens dan kesimpulan yang munasabah berdasarkan maklumat yang sedia ada, memberi tumpuan kepada kemampuan untuk memberi hujah bagi penyelesaian dalam bahasa matematik yang tepat dan kemampuan untuk menghuraikan sesuatu perkara ke dalam model matematik (Hackenberg, 2010).

Kajian lepas berkaitan dengan penaakulan adalah seperti kajian yang dijalankan oleh Haliza (2017). Kajian ini mempunyai tujuan untuk membina rangka kerja dan menilai proses penaakulan visual yang digunakan oleh pelajar pra-

universiti apabila mengintegrasikan graf Cartesian untuk menyelesaikan masalah matematik pada fungsi dan derivatif. Kajian ini juga bertujuan untuk mengenal pasti tahap penggunaan graf, kaedah keutamaan dan keupayaan penunjuk grafik, dan seterusnya, korelasi di antara mereka. Selain itu, kajian ini juga menyiasat kesalahpahaman dan kesukaran yang dihadapi oleh pelajar.

Fazura (2018) telah menjalankan kajian berlandaskan konstruktivisme radikal dengan objektif untuk meneliti penaakulan perkadaran tentang nisbah dan kadaran yang dipunyai oleh murid Tahun Lima. Secara khusus, Fazura menjalankan kajian dengan tujuan untuk meneliti cara murid membuat perbandingan dan menyusun pecahan, membuat perbandingan nisbah, membuat hubung kait antara kuantiti, dan menghuraikan implikasi bagi perubahan kuantiti. Hasil kajian mendapati murid menggunakan beberapa idea untuk membuat penaakulan perkadaran. Antaranya, idea pecahan setara, idea subkonstruk pecahan bahagian-keseluruhan, dan idea hasil bahagi dalam membuat perbandingan melibatkan pecahan dan nisbah. Selain itu, murid menggunakan idea nisbah antara dan nisbah dalaman secara multiplikatif dalam membuat hubung kait antara kuantiti. Seterusnya, murid menjelaskan implikasi perubahan kuantiti dengan menggunakan idea kovarians dan idea invarians.

**Komunikasi.** Aspek pemahaman kajian yang keenam membabitkan komunikasi. Dalam kajian ini, pemahaman kecerunan garis lurus diteliti dari aspek komunikasi membabitkan aspek pembacaan, lisan (perbincangan), dan penulisan. Tiga aspek ini adalah saling berkait rapat antara satu sama lain dan tidak dapat dipisahkan. Menurut Noor Akmar dan Mohd Faizal Nizam (2017), dalam pengajaran dan pembelajaran matematik, komunikasi merupakan satu elemen penting dalam penyelesaian masalah. Di sini, pelajar mempunyai peluang untuk terlibat dalam dua

aspek yang berbeza iaitu berkomunikasi untuk belajar matematik dan belajar untuk berkomunikasi secara matematik (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

Menurut Sabri, Tengku Zawawi, dan Aziz (2006), beberapa asas kepada pembentukan ruang komunikasi adalah seperti pembinaan kemahiran berkomunikasi, memahami aspek fundamental ilmu komunikasi itu sendiri dan mengaplikasikannya secara kreatif. Selaras dengan itulah, beberapa pengkaji lepas mendakwa bahawa kepentingan bahasa dan interaksi sosial mempunyai peranan yang semakin meningkat terhadap proses pembelajaran dan pengajaran matematik (Sfard & Kieran, 2001; Barwell, Leung, Morgan & Street, 2005). Kajian yang dijalankan oleh Noor Akmar dan Mohd Faizal Nizam (2017) bertujuan untuk mengkaji samada terdapat perbezaan aras soalan yang dibina berlandaskan Taksonomi Bloom mempunyai pengaruh terhadap tahap keaktifan komunikasi antara pelajar dan guru di dalam bilik darjah. Sekiranya tidak berlaku, kajian ini juga meneliti apakah strategi yang sepatutnya diambil oleh guru untuk menggalakkan komunikasi berlaku.

**Penyelesaian Masalah.** Aspek pemahaman kajian yang ketujuh pula membabitkan penyelesaian masalah. Dalam kajian ini, pemahaman kecerunan garis lurus diteliti dari aspek penyelesaian masalah untuk mendapatkan cara pelajar mengatasi gangguan yang dialami dalam masalah yang diberikan, iaitu masalah kecerunan membabitkan rajah koordinat Cartesian dan masalah kecerunan membabitkan titik koordinat. Dalam hal ini, pelajar digalakkan menggunakan pelbagai kaedah penyelesaian masalah yang berkesan yang bertumpuk kepada aktiviti penerokaan serta penjanaan pengetahuan (Nik Azis, 2014).

Kajian lepas berkaitan penyelesaian masalah adalah seperti kajian yang dijalankan oleh Manivannan (2017). Kajian ini meneliti bagaimana mereka

menggunakan pemahaman tersebut untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan luas segi empat. Hasil kajian ini mendapati, murid menggunakan dua idea yang berbeza dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan luas rajah segi empat dan mengenal pasti rajah luas terbesar. Murid menggunakan *cm* sebagai unit bagi ukuran panjang sisi untuk mendapatkan perimeter segi empat, luas rajah segi empat, dan isi padu kuboid. Walau bagaimanapun, hasil kajian mendapati murid belum dapat menentukan ciri persamaan dan perbezaan antara alat pengukur berdimensi satu, dua, atau tiga serta manipulasi alat pengukur dengan cara yang betul bagi menentukan perimeter dan luas rajah segi empat serta isi padu objek kuboid. Selain itu, kajian ini juga mendapati murid mempunyai pemahaman yang kurang jelas bagaimana menentukan perimeter, luas rajah segi empat, dan isi padu objek kuboid.

Hoi, Sharifah Norul Akmal, dan Nik Azis (2017) pula meneliti pemahaman guru matematik sekolah rendah tentang pembahagian nombor bulat. Hasil kajian menunjukkan bahawa guru sekolah matematik mempunyai empat pola pemikiran umum dalam pembahagian keseluruhan bilangan, iaitu pengukuran, pembahagian, substraksi berulang, dan sebaliknya pendaraban. Selain itu, guru diperhatikan menggunakan algoritma bahagian lama dalam beberapa keadaan. Di sini, pengkaji mencadangkan supaya lebih banyak yang dapat dipelajari tentang pemahaman guru mengenai pembahagian keseluruhan angka dan bagaimana corak pemikiran umum dalam pembahagian seluruh nombor dibentuk dan diubahsuai. Selain itu, untuk memberikan bimbingan yang sesuai, pengkaji mencadangkan pensyarah matematik di universiti perlu mempunyai pengetahuan mengenai pola pemikiran umum guru dalam pemisahan jumlah keseluruhan, tidak kira betapa mudahnya mereka.

Pada asasnya, kajian ini bertumpu kepada pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus yang mana istilah pemahaman merupakan istilah yang

sering diguna pakai dalam kajian ini. Justeru, pengkaji memilih istilah pemahaman yang diberikan oleh pendukung konstruktivisme radikal oleh sebab definisi ini adalah lebih teliti dan lebih sesuai digunakan dalam kajian ini. Walau bagaimanapun, huraian tentang istilah pemahaman dari kajian lepas yang membabitkan konsep psikologi dari pelbagai perspektif yang berbeza sedikit sebanyak boleh memberikan maklumat tambahan tentang bagaimana data dapat dikumpulkan melalui aktiviti gambaran mental, perwakilan, makna, perkaitan, penaakulan, komunikasi, dan penyelesaian masalah dalam protokol temu duga bagi konsep psikologi yang digunakan dalam kajian.

### **Konsep Kecerunan Garis Lurus**

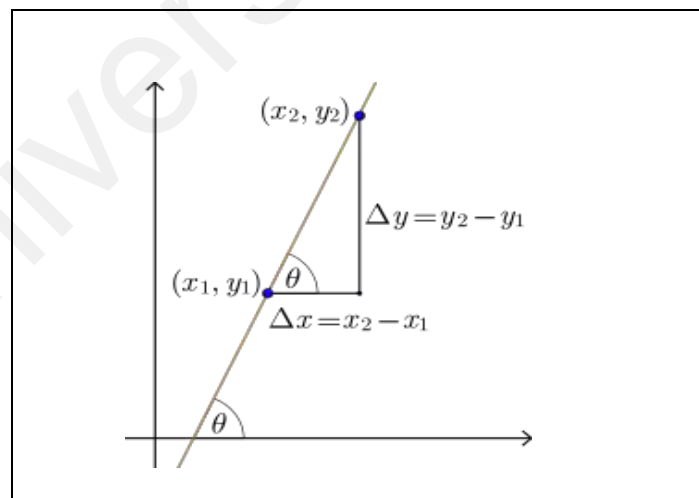
Bahagian ini mengandungi perbincangan tentang definisi istilah kecerunan garis lurus dan perbincangan tentang kajian lepas berkaitan garis lurus.

#### **Definisi Istilah Kecerunan Garis Lurus**

Dalam kajian ini, kecerunan garis lurus ditakrifkan sebagai nisbah bagi perubahan mencancang kepada perubahan mengufuk apabila bergerak dari satu titik ke satu titik yang lain pada garis lurus (Stump, 1999). Perubahan mencancang pula merujuk  $(y_2 - y_1)$ , manakala perubahan mengufuk merujuk  $(x_2 - x_1)$  seperti yang dipaparkan dalam Rajah 2.2 (Wheeler & Wheeler, 2009). Dalam hal ini, kecerunan ditakrifkan dari sudut algebra bagi satu garis yang melalui dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$  sebagai  $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Takrif ini didapati sepadan dengan takrif yang diberikan bagi segi tiga bersudut tegak. Sudut  $\theta$  pula ditakrifkan sebagai sudut yang terletak antara garis lurus dengan paksi-x. Melalui fungsi trigonometri, kecerunan bagi garis lurus dikaitkan dengan sudut  $\theta$  dan ditakrifkan dengan menggunakan

sebutan bertentangan dan bersebelahan sebagai  $\tan \theta$ . Justeru, kecerunan garis lurus ditakrifkan dari konteks trigonometri sebagai  $\tan \theta$ .

Sebagai tambahan, kecerunan garis lurus juga merupakan satu nilai yang menjelaskan tentang arah dan kecuraman bagi garis lurus tersebut. Arah bagi garis lurus merujuk empat perkara yang berbeza, iaitu garis lurus sedang mengalami peningkatan atau penurunan dan garis lurus dalam keadaan mengufuk atau keadaan menegak. Garis lurus dikatakan mengalami peningkatan jika garis lurus tersebut menuju ke atas di sebelah kanan. Dalam hal ini, kecerunan mempunyai nilai positif. Seterusnya, bagi garis lurus yang mengalami penurunan akan menuju ke bawah di sebelah kanan dan mempunyai kecerunan bernilai negatif. Bagi garis lurus dalam keadaan mengufuk, kecerunan mempunyai nilai sifar, manakala garis lurus yang menegak, kecerunan mempunyai nilai yang tidak tertakrif. Kecuraman garis lurus pula merujuk satu ukuran yang mempunyai nilai mutlak bagi kecerunan. Semakin besar nilai tersebut menunjukkan semakin curam garis lurus tersebut.

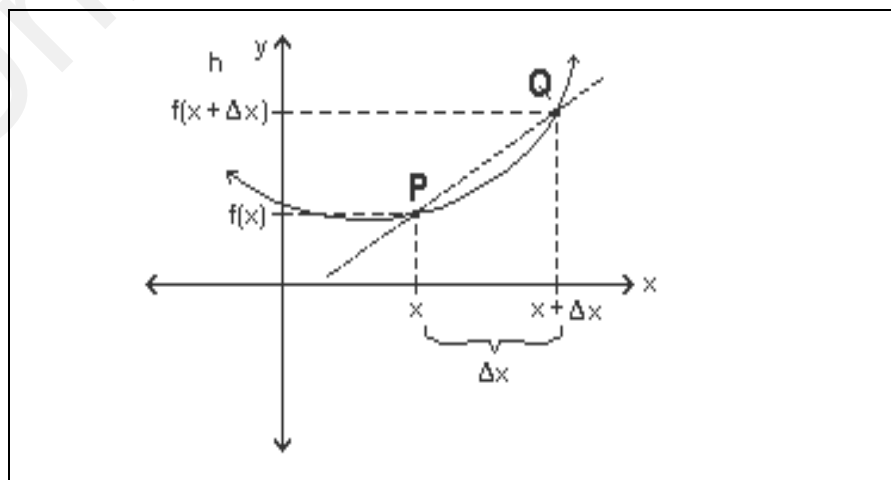


Rajah 2.2: Kecurunan garis lurus yang melalui dua titik.

Dari sudut geometri, kecerunan perentas PQ pada suatu lengkung seperti yang dipaparkan dalam Rajah 2.3, ditakrifkan sebagai  $(f(x+\Delta x)-f(x))/(\Delta x)$ . Oleh itu, kecerunan garis tangen pada titik P dianggarkan dengan menggerakkan titik Q

menghampiri titik P, iaitu dengan mengurangkan nilai  $\Delta x$ . Seterusnya, kecerunan garis tangen pada titik P ditakrifkan dengan menggunakan konsep had sebagai pembezaan bagi fungsi  $f(x)$ , iaitu  $f'(x)$  sebagai limit  $\Delta x \rightarrow 0$  bagi  $(f(x+\Delta x)-f(x))/\Delta x$ . Dari sudut pembezaan kalkulus, kecerunan lengkung bagi fungsi selanjut pada sesuatu ketika kebiasaannya ditentukan dengan menggunakan formula pembezaan. Sebagai contoh, pembezaan bagi  $f(x) = k$ , di mana  $k$  adalah pemalar diberikan sebagai sifar, manakala pembezaan bagi  $f(x) = ax^n$  pula diberikan sebagai  $anx^{n-1}$ .

Selanjutnya, apabila fungsi diwakilkan sebagai persamaan linear  $y = mx + b$ ,  $m$  mewakili kecerunan dan  $b$  mewakili pintasan-y. Bentuk ini dikenali sebagai kecerunan-pintasan, kecerunan garis lurus boleh ditentukan dengan hanya melihat kepada nilai  $m$  pada persamaan tersebut. Walau bagaimanapun, apabila suatu persamaan linear ditulis sebagai  $ax + by + c = 0$ , maka beberapa manipulasi algebra diperlukan untuk menentukan kecerunan. Seterusnya, terdapat dua konteks yang berbeza bagi kecerunan garis lurus yang digunakan dalam kajian, iaitu kecerunan dari konteks konkrit dan kecerunan dari konteks abstrak. Dalam konteks konkrit kecerunan merujuk bahan fizikal harian, atau model fizikal 3-D, manakala konteks abstrak merujuk nilai kecerunan yang didapati melalui mana-mana konteks.



Rajah 2.3: Kecerunan perentas PQ.

## **Kajian Lepas berkaitan Kecerunan Garis Lurus**

Bahagian ini menghuraikan perbincangan tentang kajian lepas berkaitan kecerunan garis lurus dari aspek istilah kecerunan, kesukaran dalam pembelajaran kecerunan, dan perwakilan.

**Istilah Kecerunan.** Beberapa pandangan tentang istilah kecerunan telah dikenal pasti. Sebagai contoh, Stump (2001a, 2001b) menghuraikan istilah kecerunan garis lurus melalui empat konteks berbeza, iaitu algebra, geometri, trigonometri, dan kalkulus. Dalam konteks algebra, kecerunan ditakrifkan sebagai perbezaan bagi nilai dependen dibahagi dengan perbezaan bagi nilai bukan dependen. Dalam konteks geometri, kecerunan merupakan kecuraman bagi satu garis. Dalam konteks trigonometri pula, kecerunan adalah tangen bagi suatu sudut, manakala dalam konteks kalkulus kecerunan dilihat sebagai had bagi suatu fungsi. Seterusnya, Stump (2001a, 2001b) menjelaskan bahawa kecerunan juga boleh dikategorikan dalam dua situasi yang berbeza, iaitu situasi fizikal dan situasi fungsi yang mana membabitkan dua konsep berbeza. Pertamanya, kecerunan ditakrifkan sebagai satu ukuran kecuraman dan keduanya, kecerunan ditakrifkan sebagai satu ukuran bagi kadar perubahan. Dengan kata lain, kecerunan adalah kecuraman dalam situasi fizikal yang membabitkan konsep kecerunan sebagai nisbah. Sebaliknya, kecerunan adalah satu ukuran bagi hubungan antara dua pemboleh ubah dalam situasi fungsi yang membabitkan konsep kecerunan sebagai kadar perubahan.

Sehubungan dengan konsep kecerunan, terdapat beberapa pandangan berbeza tentang takrif kecerunan sebagai nisbah dan kadar perubahan, seperti Vergnaud (1983, 1988) memberi penjelasan tentang nisbah sebagai perbandingan kuantiti yang mempunyai unit yang sama, manakala kadar perubahan merupakan perbandingan bagi kuantiti yang mempunyai unit yang berbeza. Zaslavsky, Sela, dan Leron (2002)



pula menjelaskan bahawa kecerunan terbahagi kepada dua kategori berbeza, iaitu analisis dan visual. Dalam kategori analisis, kecerunan adalah tidak berubah apabila diwakili pada satah koordinat yang mana paksi- $x$  dan paksi- $y$  mempunyai skala berbeza, ataupun skala yang tidak seragam. Nampaknya, pandangan tersebut tidak bercanggah dengan pandangan Stump (2001a, 2001b), iaitu kecerunan boleh dikira secara algebra menggunakan formula, had, dan kalkulus atau sebagai pekali bagi pemboleh ubah  $x$  dalam persamaan yang ditulis dalam bentuk kecerunan dan pintasan.

Pandangan tentang kecerunan sebagai kadar perubahan, diletak di bawah kategori analisis oleh Zaslavsky, Sela, dan Leron didapati sepadan dengan pandangan Stumps (2001a, 2002b) tentang kecerunan sebagai fungsi. Dalam kategori visual, kecerunan adalah satu ciri yang terdapat pada graf. Justeru, skala yang digunakan semasa melukis graf akan memberikan penjelasan yang berbeza. Kecerunan turut ditakrifkan sebagai pelaksanaan penambahan secara berulang serta hubungan secara langsung antara dua pemboleh ubah (Walter & Gerson, 2007). Walau bagaimanapun, penjelasan tentang kecerunan sebagai kadar perubahan pula bertumpu kepada kategori yang berkaitan dengan ketika yang tertentu atau satah merta, purata, dan pemalar (Farenga & Ness, 2005). Setiap kategori tersebut adalah saling bertindih dan bersama-sama membentuk pandangan yang berbeza tentang definisi kecerunan.

Kecerunan yang dijelaskan secara visual boleh ditentukan samada dengan menggunakan sudut yang terletak antara paksi- $x$  dan garis lurus yang diberikan ataupun dengan menggunakan konsep tangen dalam fungsi trigonometri. Kedua-dua penjelasan oleh Zaslavsky, Sela, dan Leron (2002) mempunyai hubungan dengan pandangan tentang kecerunan oleh Stump (2001a, 2001b). Walau bagaimanapun,

penjelasan tersebut tidak menyatakan kepentingan tentang skala. Visual kecerunan garis lurus dan analisis kecerunan sebagai kadar perubahan didapati tidak dikaitkan secara signifikan dan konsisten (Zaslavsky, Sela, & Leron, 2002).

Seterusnya, penilaian kecerunan sebagai kadar perubahan disebut sebagai fungsi (Birgin, 2012; Stump, 1999). Pandangan ini memerlukan pemahaman tentang kadar atau nisbah dan pemahaman tentang penaakulan perkadaran. Dalam hal ini, kecerunan ditakrifkan sebagai formula algebra, iaitu sebagai ukuran kadar perubahan dalam sistem koordinat cartesian bagi dua titik. Birgin (2012) menjelaskan bahawa konsep kecerunan adalah satu konsep penting yang boleh didapati dalam fungsi linear. Selain itu, kecerunan bagi fungsi linear pula mewakili kadar perubahan dalam satu pemboleh ubah. Ianya terhasil daripada perubahan yang terdapat dalam pemboleh ubah lain. Secara geometri, fungsi linear dapat diwakili oleh satu garis lurus. Dengan itu, kadar perubahan atau kecerunan garis lurus merupakan pemalar.

Dalam kajian yang dijalankan oleh Stump (2001b), pelajar yang terlibat dibentangkan dengan model bagi jalan dan mereka diminta untuk menentukan kecerunan bagi model jalan tersebut. Hasil kajian mendapati, beberapa pelajar prakalkulus menggunakan pelbagai formula yang tidak mempunyai kaitan dengan kecerunan. Terdapat juga pelajar yang mencari panjang hipotenus bagi segi tiga yang dilukis, manakala pelajar lain memberi formula bagi luas kawasan segi tiga. Dalam tugas yang lain, pelajar diberi kecerunan bagi tiga jalan dan meminta mereka menjelaskan perbezaan tiga jalan tersebut. Terdapat pelajar yang tidak menggunakan perkataan kecerunan, kecuraman, atau pun sudut. Selain itu, terdapat beberapa pelajar yang menjelaskan kecerunan sebagai hubungan antara tinggi dan panjang, atau cuma membandingkan tinggi bagi tiga jalan tersebut.

Selain itu, model fizikal seperti kiub, Rod Cuisenaire, model cerun meluncur, dan roda basikal yang digunakan untuk menentukan kecerunan atau kadar perubahan telah mencetuskan beberapa kebimbangan. Antaranya, seperti kesilapan manusia dalam membina atau mencipta model, kesilapan manusia semasa membuat pergerakan masa, memahami aktiviti yang mungkin membawa kepada salah tafsir tentang apa yang hendak dimodelkan walaupun jika bahan yang digunakan dalam model mempunyai ciri yang sama. Rod Cuisenaire yang diguna pakai dalam kajian oleh Walter dan Gerson (2007) telah mencetuskan beberapa pemahaman yang kurang tepat yang mana responden kajian dikehendaki membetulkan pemahaman tersebut sebelum kajian tentang kecerunan dapat diteruskan. Rod yang dipilih untuk mewakili satu unit adalah berbeza semasa responden kajian membuat perbandingan kecerunan, iaitu dari nilai kecerunan setengah hingga nilai kecerunan dua per tiga. Perbandingan tersebut dibuat antara pelbagai rod berwarna yang akhirnya membawa kepada melukis graf pada satah seragam.

Perbincangan tentang idea kecerunan yang kurang tepat oleh Walter dan Gerson (2007) tersebut adalah sama seperti perbincangan yang dibuat oleh Gregg (2002). Dalam kajian ini, Gregg (2002) mendapati konsep kecerunan bagi satu garis lurus yang dimiliki oleh kebanyakan pelajar universiti adalah sebagai kecuraman. Dalam persamaan linear pula, pelajar menyedari bahawa kecerunan ialah pekali bagi sebutan  $x$ . Namun begitu, kajian ini mendapati pelajar mempunyai kurang pengetahuan disamping kurang pengalaman bagi menjelaskan konsep kecerunan serta membuat hubungan linear. Dalam satu tugas dalam kajian ini, pelajar universiti diminta untuk menyusun kiub dalam menara mengikut tahap. Hasil kajian mendapati mereka dapat mengenali satu pola dengan serta merta dengan menggunakan kedudukan menara dan berapa bilangan kiub yang diperlukan untuk

membina menara tersebut. Melalui sesi penyediaan pula, responden telah dibawa kepada menentukan perbezaan malar antara menara dan bilangan kiub yang diperlukan untuk membina menara yang ke sifar.

**Kesukaran Pembelajaran Kecerunan.** Dalam kajian Gregg (2002), aktiviti penyusunan kiub membantu pelajar dalam membina makna kecerunan kepada hubungan linear ketika menghubungkan perwakilan grafik dan simbolik bagi hubungan ini. Namun, pemahaman yang kurang tepat berlaku apabila pemindahan dibuat dari konteks konkrit kepada konteks abstrak yang perlu dirancang dengan teliti oleh fasilitator. Dalam kajian yang berkaitan, Gregg menggunakan objek konkrit bagi membantu pelajar dan guru memanipulasikan objek tersebut bagi tujuan membina pemahaman konsep tentang kecerunan. Sebaliknya, Simon dan Blume (1994) menggunakan model bagi mewakili kecerunan. Kajian tersebut membabitkan bakal guru untuk menentukan tinggi dan panjang bagi model cerun meluncur dengan meneroka kaedah nisbah dan kaedah perbezaan yang membawa kepada pemahaman tentang kecerunan (Simon & Blume, 1994). Hasil kajian tersebut mendapati terdapat beberapa salah faham dalam kalangan bakal guru tentang kecerunan. Antaranya termasuklah apakah yang dimaksudkan dengan kecerunan positif dan kecerunan negatif, apakah nilai yang hendak dibandingkan (panjang, lebar, tinggi), dan kaedah apakah yang sesuai.

Dalam kajian tersebut, responden kajian menentukan beberapa nilai bagi panjang dan tinggi dengan menggunakan kaedah perbezaan supaya perbezaan adalah sama bagi setiap model. Kumpulan ini turut menentukan jika struktur dibina dengan nilai perbezaan yang sama akan kelihatan serupa. Secara khusus, kekeliruan tentang kecerunan sebagai perbezaan antara nilai telah bercampur aduk dengan kekeliruan tentang apakah makna keputusan negatif. Perbincangan tentang kecerunan negatif

berlanjutan setelah mendapat beberapa komen dari guru, seperti kecerunan negatif tidak mempunyai makna, dan seseorang perlu meluncur di bahagian bawah cerun atau lereng bawah tanah. Dalam hal ini, guru menolak kaedah perbezaan disebabkan kaedah tersebut boleh membawa kepada beberapa idea yang lebih kompleks. Sebaliknya, melalui kaedah nisbah, guru dapat membina banyak model kecerunan yang mempunyai nisbah yang sama bagi tinggi kepada panjang. Model yang dibina atau dilukis membantu guru memahami kecerunan (Simon & Blume, 1994). Begitu juga dengan menggunakan objek fizikal dalam dunia sebenar seperti roda basikal, dapat membantu responden kajian terlibat dalam pembelajaran mereka sendiri (Stump, 2000).

Dalam kajian Stump (2000), responden kajian mencatatkan bilangan putaran roda basikal dan putaran pengayuh basikal untuk satu jangka masa tertentu bagi pelbagai jenis gear. Rajah serakan dilukis bagi setiap gear bersama dengan penentu bagi garis penyuaian terbaik. Hasil kajian mendapati beberapa responden kajian dapat membuat hubungan antara putaran roda basikal dengan putaran pengayuh basikal, manakala yang lainnya hanya memberi komen yang umum. Walau bagaimanapun, apabila ditanya khusus tentang kadar perubahan atau kecerunan, hanya seorang responden kajian yang memberi jawapan berangka. Pada umumnya, hasil kajian ini mendapati terdapat jurang pemahaman tentang kecerunan sebagai kadar perubahan. Responden kajian memerlukan masa untuk membuat perkaitan antara beberapa perwakilan dan situasi yang membabitkan kadar (Stump, 2001b). Dalam masyarakat global, pelajar perlu tahu menggunakan pengetahuan mereka dalam situasi baru (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Peluang yang ada untuk mengawal pembelajaran sendiri, memantau kemajuan dan menentukan matlamat boleh menggalakkan pelajar supaya lebih berjaya dalam

matematik. Menggabungkan kecekapan prosedur dengan pengetahuan fakta dan pemahaman konsep membantu keupayaan pelajar untuk membuat perkaitan antara kandungan matematik dan keadaan dunia sebenar untuk menjadi lebih berdikari.

Pada umumnya, Stump (2001b) menyatakan bahawa walaupun pelajar telah didedahkan kepada pengajaran formal, pemahaman konsep tentang kecerunan masih tidak dapat dibina sepenuhnya. Sebagai bukti, penggunaan formula yang kurang tepat menunjukkan terdapat kekurangan pemahaman tentang kecerunan di kalangan pelajar. Kajian ini dijalankan ekoran dari hasil kajian yang dibuat pada tahun 1990an oleh Simon dan Blume (1994). Hasil kajian Simon dan Blume (1994) mendapati bahawa idea bagi kecuraman dapat ditentukan dengan menggunakan tinggi dan panjang. Dalam kajian tersebut, responden kajian menggunakan satu model kecerunan ski untuk menentukan kecerunan melalui dua kaedah. Kaedah pertama melibatkan nisbah tinggi kepada panjang, manakala kaedah kedua melibatkan perbezaan antara dua nilai. Justeru, pemahaman konsep tentang kecerunan dibina melalui perbandingan bagi dua kaedah yang membawa kepada pemahaman yang lebih baik bagi formula.

Hasil kajian Crawford dan Scott (2000) mendapati pelajar turut menghadapi kesukaran dalam pembelajaran kecerunan dalam membuat perkaitan antara formula algebra bagi kecerunan, graf kecerunan, dan perwakilan fungsi. Pelajar sering menggunakan formula algebra untuk mencari kecerunan garis lurus. Walau bagaimanapun, mencari kecerunan dengan menggunakan formula tidak dapat menunjukkan perkembangan mental pelajar tentang kecerunan sebagai nisbah bagi perubahan dalam satu pemboleh ubah kepada satu pemboleh ubah yang berkaitan, atau kecerunan sebagai nisbah bagi jarak mencancang kepada jarak mengufuk pada satah Cartesian (Lobato, Ellis, & Muñoz, 2003; Schoenfeld, Smith, & Arcavi, 1993).

Hasil kajian Knuth (2000) mendapati majoriti pelajar berjaya mendapatkan kecerunan dengan menggunakan formula algebra, tetapi respons mereka kepada soalan tentang kecerunan menunjukkan tiada perkaitan antara perwakilan graf dan algebra bagi kecerunan.

Seterusnya, hasil kajian Walter dan Gerson (2007) mendapati bahawa kecerunan dilihat sebagai perbezaan malar dan bukan sebagai perkadaran. Dalam kajian ini, responden membina jadual nilai bagi persamaan linear. Walaupun responden kajian menyedari bahawa nilai lima telah ditambah kepada setiap nilai  $y$  yang berikutnya, namun timbul pemahaman yang berbeza tentang persamaan linear tersebut. Mereka mendapati bahawa nilai tiga didarab dengan nilai  $x$  dan mendapati nilai  $x$  bukan sebagai nilai malar dalam persamaan tersebut. Cara mereka berfikir adalah dengan membina formula rekursif dengan bantuan dari instruktur. Pembinaan formula ini dibuat dalam beberapa langkah. Pertamanya, dengan menggunakan Rod Cuisenaire kepada model yang sama dan tidak sama bagi satu nilai pecahan tertentu. Cara ini membolehkan responden untuk berbincang tentang kecuraman dengan menggunakan objek konkrit yang mana kemudiannya ditukarkan kepada simbol abstrak. Ketidakselarasan timbul apabila seorang dari responden merujuk kecerunan sebagai  $mx + b$  dan bukan kepada  $m$  sahaja. Dengan ini, hasil kajian tersebut mendapati bahawa model fizikal, aktiviti, atau aplikasi bukan sahaja boleh membantu pelajar dalam pemahaman tentang kecerunan tetapi juga boleh menyumbang kepada pemahaman yang berbeza tentang kecerunan.

Menurut Walter dan Gerson (2007), lazimnya kecerunan merujuk perbezaan nilai- $y$  dibahagi dengan nilai- $x$  atau sebagai pekali bagi sebutan  $x$  dalam bentuk kecerunan dan pintasan bagi satu persamaan. Namun begitu, hasil kajian mendapati pendekatan ini tidak dapat membantu pelajar memindahkan pemahaman mereka

tentang kecerunan kepada kadar perubahan atau kepada kedudukan garis lurus pada graf. Dalam kajian tersebut, responden kajian menggunakan Rod Cuisenaire bagi mewakili kecerunan dalam konteks fizikal, bagi mewakili kadar perubahan dengan menggunakan kaedah penambahan berulang. Berdasarkan eksperimen tersebut, responden kajian membina jadual nilai dan kemudiannya melukis graf berdasarkan jadual nilai tersebut. Faktor skala yang digunakan oleh responden kajian semasa menggunakan Rod Cuisenaire telah menghasilkan perbualan yang kaya tentang hubungan antara perwakilan fizikal bagi kecerunan. Perbincangan tentang kecerunan yang dibuat oleh responden kajian merangkumi konteks fizikal dan fungsi sepadan dengan perbincangan yang disampaikan oleh Stump (2001a, 2001b). Hasil kajian ini juga sepadan dengan idea visual dan analisis yang dibincangkan oleh Zaslavsky, Sela, dan Leron (2002). Selain itu, masalah tentang perwakilan fizikal oleh Walter dan Gerson (2007) adalah serupa dengan masalah yang dibangkitkan oleh Zaslavsky, Sela, dan Leron (2002), iaitu apabila menggunakan ilustrasi tidak seragam.

Kecerunan sebagai kadar perubahan, iaitu aspek fungsi yang dibincangkan oleh Stump (2001a, 2001b), merupakan fokus dalam satu artikel yang dihasilkan oleh Farengga dan Ness (2005) semasa mereka meneliti dan membuat hubung kait dengan kecerunan. Menurut Farengga dan Ness, pemalar, purata, dan satu ketika tertentu adalah tiga jenis kadar perubahan yang mana setiap satu ditunjukkan secara visual dan algebra. Perbandingan bagi dua kuantiti yang berbeza, iaitu kadar perubahan, adalah banyak dan terdapat banyak aplikasi dalam sains dan juga matematik.

**Perwakilan.** Beberapa kajian lepas mendapati perwakilan bagi konsep kecerunan bukan sahaja merangkumi simbol, graf, dan jadual, tetapi termasuk juga pelbagai jenis situasi dunia sebenar yang membentuk model matematik yang dipelajari. Antaranya, Gregg (2002) menggunakan penyusunan kiub, Walter dan



Gerson (2007) menggunakan Rod Cuisenaire, manakala Simon dan Blume (1994) menggunakan kecerunan model luncur untuk menggambarkan konsep kecerunan. Semua aktiviti tersebut didapati agak mencabar kerana responden kajian bukan sahaja perlu membuat perwakilan tetapi perlu membuat perkaitan antara perwakilan dan matematik.

Selain itu, kecerunan boleh diwakilkan dengan menggunakan berbagai aktiviti yang merangkumi pergerakan fizikal, objek, dan cerita atau situasi kehidupan sebenar. Misalnya, Printz (2006) menggunakan perwakilan bagi kecerunan yang merangkumi model badan, dengan menggunakan model kereta, dan analisis jadual nilai dan graf. Dalam kajian ini, murid sekolah sebagai responden kajian mengkaji pergerakan kereta yang beroperasi dengan bateri yang bergerak pada kelajuan malar yang membawa kepada model badan, iaitu pergerakan fizikal yang digambarkan oleh graf. Responden kajian digalakkan untuk berbincang tentang dapatan kajian mereka dan membuat justifikasi kepada pernyataan mereka. Dalam hal ini, kereta atau model badan, jadual, dan graf dihasilkan untuk menghubungkan semua perwakilan tersebut. Responden kajian diminta untuk menganalisis di mana permulaan, arah mana ia bergerak dan berapa cepat pergerakan tersebut.

Nampaknya, pendekatan Printz (2006) kepada kecerunan adalah dari konteks kadar perubahan, manakala Andersen dan Nelson (1994) membuat pendekatan dari konteks takat cerun. Dalam kajian tersebut, objek fizikal seperti tanjakan, tangga, dan lorong jalan kaki diukur dengan menggunakan kayu meter. Semasa mengukur, fokus diberikan kepada ukuran mengufuk dan menegak, untuk apa ukuran tersebut, dan unit bagi ukuran tersebut. Beberapa ukuran diambil bagi setiap objek dan kemudiannya dipindahkan ke geoboard untuk menggambarkan takat cerun. Hasil kerja dalam kumpulan kecil ini turut menyumbang kepada pemahaman responden tentang

kecerunan bagi garis mengufuk dan garis mencancang serta mengapa kecerunan bukan sifar atau tidak tertakrif. Beberapa salah faham berlaku disebabkan oleh cara responden mengukur setiap objek dan cara mereka menulis jawapan, seperti nisbah, perpuluhan, dan peratusan. Hasil kajian mendapati perbendaharaan kata yang digunakan semasa membincangkan aktiviti, seperti perkataan “takat cerun” digunakan semasa merujuk kepada kecerunan positif, manakala perkataan “kecerunan” hanya digunakan apabila situasi negatif berlaku.

Seterusnya, hasil kajian Johnsen and Wilkerson (2003) adalah mirip kepada hasil kajian yang didapati oleh Printz (2006). Hasil kajian ini turut mendapati aktiviti pembelajaran yang unik telah membantu penyertaan pelajar dalam sesi pembelajaran dan pengajaran. Justeru, dalam masa yang sama membentuk pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus. Dalam kajian tersebut dua orang pelajar memegang hujung tali dan berdiri pada satu titik, manakala pelajar yang ketiga mesti berjalan ke atas tangga dan berlari. Pelajar yang keempat akan merekod kedudukan data dan memindahkan data kepada graf bersama dengan tahap kecuraman. Penciptaan sistem koordinat di atas lantai ini merupakan transisi dari model fizikal kecerunan kepada formula kecerunan dan seterusnya membawa kepada pembentukan persamaan.

Ringkasnya, kajian lepas mendapati kecerunan boleh dihuraikan dan diklasifikasikan mengikut kategori dan pandangan yang berbeza tetapi saling bertindih, seperti kategori fizikal dan fungsi, kategori analisis dan visual, kadar perubahan, perwakilan. Kajian lepas yang lain pula meneliti kecerunan garis lurus dari konteks algebra, geometri, trigonometri, dan kalkulus. Walau bagaimanapun, tinjauan literatur yang dinyatakan masih belum dapat menjawab persoalan asas yang diajukan dalam bab sebelumnya, seperti “Apakah gambaran mental tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains?” dan “Apakah makna

kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains dan bagaimanakah mereka membuat hubung kait dan penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus?

### **Pembelajaran Kalkulus**

Bahagian ini menghuraikan perbincangan tentang kupasan ilmiah berkaitan pembelajaran kalkulus, iaitu kesukaran pelajar dalam memahami konsep penting dalam pembelajaran kalkulus dan kepincangan konsep kalkulus.

#### **Kesukaran Pembelajaran Kalkulus**

Kalkulus merupakan subjek yang penting untuk pelajar sains dan kejuruteraan (Mohd Zin, Rohani, Ahmad Fauzi, & Mohd Ariff, 2010). Malangnya, kebanyakan pelajar menganggap kalkulus sebagai satu topik yang abstrak, sukar dan amat membosankan. Secara khusus, kajian ini mempunyai tiga tujuan, iaitu untuk mengenal pasti persepsi pelajar tentang pendekatan pembelajaran berasaskan masalah dalam pembelajaran kalkulus, penglibatan pelajar semasa pemerolehan kefahaman tentang kalkulus, dan prestasi sebagai hasil pengalaman pembelajaran bersasaskan masalah. Kajian ini mendapati pengajaran dan pembelajaran kalkulus melalui pedagogi pendekatan pembelajaran berasaskan masalah adalah lebih menarik dan berkesan. Pendekatan ini mempunyai beberapa kelebihan. Antaranya ialah menggalakkan pembelajaran kolaboratif dan distributif, menggalakkan perkembangan pemikiran kritikal pelajar, dan meningkatkan kemahiran menilai dan membuat pertimbangan serta membolehkan pelajar baru dan tidak berpengalaman untuk mengakses dan mempelajari penyelesaian penyelesaian masalah pakar dari ditangkap. Ia juga mampu untuk membangunkan potensi individu lebih kreatif, kritikal dalam pemikiran mereka dan berkesan dalam penyelesaian masalah.

Dalam kajian Bezuidenhout (1998), pelajar turut diminta menganggar kadar perubahan pada suatu titik pada suatu lengkung. Walaupun secara umumnya pelajar dapat menentukan pembezaan dengan menggunakan algoritma, kedua-dua hasil kajian Orton (1983) dan Bezuidenhout (1998) mencadangkan bahawa kemungkinan terdapat jurang pemahaman dalam aspek graf bagi kadar perubahan. Amoah (2004) menyatakan kalkulus adalah sangat simbolik secara semula jadi. Oleh itu, pelajar sering kali memanipulasikan simbol yang terdapat dalam topik kalkulus tanpa memahami makna bagi simbol tersebut. Kajian ini mendapati pelajar mempunyai pengetahuan prosedur tetapi tidak mempunyai pengetahuan konsep bagi topik kalkulus.

### **Kepincangan Konsep Pembezaan**

Bahagian ini membincangkan kepincangan dalam pemahaman konsep pembezaan seperti konsep imej, perwakilan, hubung kait, dan penaakulan yang membabitkan pembezaan dalam kalkulus.

**Konsep Pembezaan.** Beberapa kajian lepas yang lain telah mendapati bahawa terdapat kepincangan yang ketara dalam pemahaman konsep pembezaan dalam kalkulus oleh kebanyakan pelajar (Orton, 1983; Ferrini-Mundy & Graham, 1994; Asiala, Cottrill, Dubinsky, & Schwingendorf, 1997; Zandieh, 2000; Amoah, 2004; Hähkiöniemi, 2006). Kajian yang dijalankan oleh Likwambe dan Christiansen (2009) memberi tumpuan kepada perkembangan konsep imej bagi konsep pembezaan ke atas lima pelajar yang sedang mengikuti program dalam perhidmatan bagi Sijil Pelajaran Lanjutan (ACE) di Universiti KwaZulu-Natal, kampus Pietermaritzburg. Sebagai perbandingan, konsep imej oleh dua orang guru yang berkecualan tetapi tidak mendaftar dalam program ini telah dimasukkan. Hasil kajian menunjukkan bahawa daripada lima pelajar ACE yang telah ditemubual,

hanya seorang mempunyai konsep imej yang mendalam bagi tiga lapisan pembezaan. Empat pelajar lain mempunyai konsep imej dalam nisbah dan perwakilan grafik. Dua daripada pelajar ini lulus modul kalkulus, manakala dua pelajar lain gagal. Semua pelajar menunjukkan perkembangan dalam konsep imej mereka. Walau bagaimanapun, adalah jelas bahawa walaupun selepas tamat modul ini, ramai guru masih mempunyai konsep imej bagi pembezaan yang tidak merangkumi semua lapisan.

Herbert dan Pierce (2009) menjalankan kajian dengan menggunakan kaedah fenomenografi untuk meneliti konsepsi pelajar tentang kadar perubahan. Hasil kajian ini mendapati kaedah fenomenografi terbukti berkesan untuk menyediakan bukti bagi konsep kadar perubahan. Kajian ini telah mendedahkan empat aspek penting bagi konsep kadar perubahan telah dikenal pasti, iaitu kadar perubahan sebagai hubungan antara dua kuantiti yang berubah, kadar perubahan sebagai hubungan antara dua kuantiti yang mungkin berubah, kadar perubahan sebagai hubungan berangka antara dua kuantiti yang mungkin berubah, dan kadar perubahan sebagai hubungan berangka antara mana-mana dua kuantiti yang mungkin berubah.

Bingolbali (2004) menjalankan kajian tentang konsep pembezaan dan cara pelajar untuk mengembangkan konsep ini. Hasil kajian menunjukkan bahawa pelajar kejuruteraan mekanikal lebih cenderung kepada perkembangan konsep pembezaan dalam aspek kadar perubahan, manakala pelajar matematik lebih cenderung kepada konsep pembezaan dalam aspek tangen. Sebagai tambahan, kajian ini mendapati perkembangan konsep pembezaan pelajar dan cara mereka mengembangkan konsep dengan bentuk-bentuk tertentu adalah berkait rapat dan selaras dengan jurusan mereka. Selain itu, hasil kajian mencadangkan bahawa gabungan pelajar dari pelbagai jurusan merupakan faktor penting yang mempengaruhi perkembangan

konsep tentang pembezaan yang berbeza. Dalam erti kata lain, pelajar dapat membentuk keistimewaan tertentu tentang konsep pembezaan.

**Perwakilan dan Hubung Kait.** Kajian Roorda, Vos, dan Goedhart (2009) merupakan kajian pemerhatian longitudinal untuk menilai ciri perkembangan pemahaman pelajar tentang konsep pembezaan. Kajian ini menggunakan rangka kerja untuk menganalisis data yang tertumpu kepada perwakilan dan hubung kait sebagai sebahagian daripada pemahaman kepada konsep pembezaan. Hasil kajian mendapati pelajar lebih cenderung kepada perwakilan pembezaan dalam bentuk graf dan fomula. Pelajar sering mengelakkan diri dari perwakilan pembezaan dalam bentuk angka. Pada permulaan kajian ini dijalankan, didapati beliau mempamerkan idea yang keliru tentang perkaitan antara tangen dengan pembezaan. Namun, di akhir kajian beliau telah mengetahui bahawa pembezaan dapat menghasilkan kecerunan tangen. Dengan itu, pemahaman beliau tentang formula bagi tangen telah dibetulkan. Hasil kajian juga mendapati pelajar ini lemah dalam membuat perkaitan antara Matematik dengan Fizik. Misalnya, penggunaan pembezaan sebagai laju dan pecutan. Beliau juga mempunyai pengetahuan prosedur dan konsep yang lemah tentang penggunaan pembezaan.

Beberapa kajian lepas yang lain mendapati bahawa pemahaman pelajar tentang pembezaan dalam kalkulus adalah terhad kepada perwakilan tertentu seperti graf, simbolik, dan berangka (Baker, Cooley, & Trigueros, 2000; Bezuidenhout, 1998; Ferrini-Mundy & Graham, 1994). Kebanyakan kajian memberi tumpuan kepada mengenal pasti samada pelajar dapat membuat perkaitan antara perwakilan secara simbolik dengan perwakilan secara bergraf bagi konsep pembezaan dalam kalkulus.

Menurut Hähkiöniemi (2006), beberapa kajian lepas mencadangkan bahawa hasil pembelajaran pembezaan boleh ditingkatkan jika pelbagai bentuk perwakilan termasuk grafik diambil kira dalam pengajaran pembezaan. Hal ini disebabkan proses had terdapat dalam pembezaan secara sepenuhnya, menyokong pembinaan proses-objek, dan menekankan penyelesaian masalah. Justeru, kajian ini bertujuan untuk mengenal pasti pelbagai bentuk perwakilan yang akan digunakan apabila memikirkan tentang konsep pembezaan. Hasil kajian ini menyokong dakwaan bahawa pembelajaran pembezaan boleh dimulakan dengan mempertimbangkan pembezaan sebagai objek. Kajian ini mencadangkan dalam dunia nyata pembelajaran pembezaan dapat ditingkatkan oleh sebab perwakilan adalah semakin terserlah untuk melihat pembezaan.

Dalam kajian untuk menganalisis perwakilan yang digunakan oleh pelajar ini, pengkaji telah membina satu hipotetik bagi kaedah pembelajaran pembezaan. Menurut kaedah tersebut, perwakilan bagi tangen, peningkatan, kecuraman dan mendatar bagi graf serta kelurusan tempatan, bergerak seiring di sepanjang graf. Dengan meletakkan pensil sebagai tangen boleh digunakan untuk memahami kadar perubahan dalam dunia sebenar. Dalam dunia simbolik, pelajar boleh mengira kadar perubahan dalam selang berbeza. Dengan cara ini, pelajar dapat membina pengetahuan bagi pembezaan sebelum diperkenalkan definisi pembezaan. Pelajar juga telah bersedia untuk menyelesaikan masalah bagi nilai berkait dengan kadar perubahan segera.

Roorda, Vos, dan Goedhart (2007) pula menjalankan kajian dengan tujuan untuk menghuraikan perkembangan pemahaman pelajar tentang konsep pembezaan. Kajian ini menggunakan rangka kerja yang berasaskan hasil kerja Zandieh (2000), Kendal dan Stacey (2003). Dalam rangka kerja ini, tiga kategori perwakilan

matematik digunakan, iaitu simbol, graf, dan angka. Perwakilan ini dihubungkan dari perwakilan subjek Ekonomi, Kimia, dan Fizik. Setiap perwakilan mengandungi empat lapisan. Pemahaman pelajar tentang konsep pembezaan dihuraikan dengan meneliti perkaitan dan hubungan antara konsep relevan yang dibuat oleh pelajar. Pemahaman yang lebih baik direfleksikan dengan melihat kuantiti dan kualiti perkaitan yang dibuat, iaitu lebih banyak dan lebih baik perkaitan dapat dibuat oleh pelajar. Hasil kajian menunjukkan rangka kerja yang digunakan mempunyai kelebihan untuk menghuraikan strategi yang digunakan oleh pelajar.

**Penaakulan.** Zandieh dan Knapp (2006) telah mengkaji peranan metonomi tentang taakulan pelajar bagi konsep pembezaan. Bagi tujuan perbincangan ini, mereka menggunakan rangka kerja terbitan berstruktur. Rangka kerja terbitan ini terdiri daripada tiga lapisan pasangan yang dikenali sebagai proses-objek, iaitu setiap satu lapisan pasangan ini adalah berkenaan dengan nisbah, had, dan fungsi. Dalam hal ini, setiap lapisan pasangan digambarkan dalam konteks yang sesuai, misalnya secara grafik sebagai cerun, secara lisan sebagai kadar perubahan, atau secara kinestetik sebagai halaju. Data bagi kajian ini dikumpulkan melalui lima temu bual separa berstruktur yang dijalankan ke atas sembilan pelajar sekolah menengah atas. Setiap temubual mengandungi pelbagai soalan mengenai konsep pembezaan dengan tujuan untuk mendapat maklum balas pelajar tentang gambaran atau konsep imej fungsi terbitan. Temubual ini mengambil masa selama 15 hingga 50 minit bergantung kepada respon pelajar yang ditemu duga.

Kajian ini mendapati telah menggambarkan tiga kes utama metonomi dengan menggunakan data dari penaakulan pelajar sebagai terbitan paradigmatic metonomi, metonomi individu, dan metonomi bahagian. Metonomi ini boleh berfungsi sebagai memberi lebih kuasa atau mendatangkan lebih masalah kepada pelajar kerana



mereka datang untuk memahami dan bekerjasama dengan konsep yang rumit seperti pembezaan. Inilah matlamat kajian ini, iaitu untuk menerangkan dan menjelaskan bagaimana metonimi boleh berfungsi dalam penaakulan pelajar dengan harapan dapat memberikan wawasan kepada guru dan penyelidik.

Ringkasnya, kajian yang diteliti mempunyai kaitan dengan pemahaman konsep kecerunan yang hendak dikaji. Kupasan ilmiah tentang kesukaran pelajar dalam memahami konsep penting dalam pembelajaran kalkulus sedikit sebanyak boleh membantu pengkaji membuat persediaan yang lebih rapi dalam pengumpulan data dan seterusnya memberikan maklumat tambahan tentang persoalan “Bagaimanakah pelajar membuat perwakilan, hubungan kait, dan penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus?”.

### **Pembelajaran Had**

Dalam pembelajaran kalkulus, konsep had merupakan asas kepada memahami konsep kalkulus. Kecerunan garis lurus tangent pada suatu titik pula ditakrifkan dengan menggunakan konsep had sebagai pembezaan bagi fungsi  $f(x)$ , iaitu  $f'(x)$  sebagai limit  $\Delta x \rightarrow 0$  bagi  $(f(x+\Delta x)-f(x)) / \Delta x$ . Namun begitu, kajian lepas yang dijalankan mendapati pelajar menghadapi kesukaran untuk memahami tentang konsep had ( Davis and Vinner, 1986; Tall, 1992; Gersten & Jordan, 2005; Swinyard & Lockwood, 2007; Bezuidenhout, 2001; Cornu, 1991). Menurut Tall (1992), memahami konsep had menandakan terdapatnya kemajuan kepada tahap pemikiran matematik yang lebih tinggi. Walau bagaimanapun, konsep had melibatkan pengiraan yang tidak lagi boleh dilakukan dengan aritmetik dan algebra mudah, tetapi melibatkan “proses had yang tak terhingga” yang hanya boleh dijalankan melalui hujah secara implisit. Konsep had juga membabitkan beberapa sebutan yang sering digunakan dalam kalkulus seperti “had”, “tak terhingga”, dan

“mendekati kepada” yang mempunyai makna tersendiri (Cornu, 1981; Schwarzenberger & Tall, 1978; Orton, 1983; Sierpin'ska, 1987, 1994).

Menurut Tall dan Vinner (1981) dalam kajian mereka tentang konsep imej dan konsep definisi dalam matematik dengan berfokus kepada had dan keselajaran sesuatu fungsi, konsep imej terdiri daripada semua struktur kognitif dalam minda individu yang dikaitkan dengan konsep yang diberikan. Kenyataan ini mungkin tidak tepat secara global dan mungkin terdapat aspek yang berbeza dari definisi konsep formal. Kebanyakan pelajar juga menghadapi kesukaran untuk memanipulasikan pengkuantiti “semua” dan “beberapa”. Justeru, pelajar juga menghadapi kesukaran untuk memanipulasikan definisi had dan keselajaran. Dengan itu pembinaan konsep had dan keselajaran, seperti yang diajar di sekolah menengah dan universiti, perlu dipertimbangkan. Pelbagai hasil kajian telah menunjukkan konsep imej bagi seseorang adalah berbeza daripada teori formal dan mengandungi faktor yang menyebabkan kognitif konflik.

Juter (2007) pula menjalankan kajian tentang perkembangan pembelajaran konsep had. Kajian ini mendapati terdapat beberapa pelajar yang masih mempunyai konsep yang tidak jelas tentang had. Masalah pelajar untuk menghubungkan teori kepada penyelesaian masalah lebih terserlah apabila pelajar didapati sukar untuk menentukan samada had bagi sesuatu fungsi boleh dicapai. Kebanyakan pelajar mentafsirkan ketaksamaan mengikut definisi formal untuk menyatakan bahawa had bagi fungsi tersebut tidak tercapai. Kemahiran dalam pelbagai aspek matematik merupakan keperluan dalam pembelajaran had. Antaranya ialah memahami eksposisi formal, menjalankan manipulasi algebra, dan memahami maksud pengkuantiti dan nilai mutlak. Perkara tersebut menjadi masalah kepada pelajar. Kesedaran yang lebih

tinggi tentang kebolehpercayaan perwakilan gambaran mental pelajar adalah diperlukan.

Kajian yang dijalankan oleh Pons, Valls, dan Llinares (2011) bertujuan untuk membuat ciri penyelarasan bagi proses penghampiran yang berkaitan dengan pemahaman tentang had bagi sesuatu fungsi. Hasil kajian mendapati pemahaman had dari segi ketaksamaan menyokong bahawa pelajar mampu menyelaraskan penghampiran dalam domain dan julat apabila sisi penghampiran adalah serentak. Walau bagaimanapun, pelajar tidak mampu membuat koordinasi ini apabila penghampiran sisi tidak bertepatan. Ini menunjukkan bahawa metrik kefahaman had bermula dengan pembinaan konsep sebelumnya yang dinamik dalam kes secara kebetulan bagi penghampiran sisi dalam julat.

Kajian yang dijalankan oleh Juter (2006) adalah bertujuan untuk mengetahui dengan lebih lanjut samada perkembangan konsep had pelajar selari dengan perkembangan ahli matematik terdahulu. Hasil kajian mendapati terdapat beberapa persamaan misalnya dari sudut tahap kesungguhan pelajar berusaha untuk mencapai pemahaman tentang konsep had. Pengetahuan dalam bidang kritikal ini dapat digunakan untuk memperbaiki peluang pembelajaran pelajar tentang had bagi fungsi. Beberapa aspek pengajaran juga turut mendapat perhatian dalam kajian ini.

Kajian tentang penaakulan pelajar terhadap definisi formal bagi had telah dijalankan oleh Swinyard dan Lockwood (2007). Kajian ini berlandaskan konstruktivisme radikal sebagai teori untuk membekalkan rangka kerja penyelidikan dan bertujuan untuk mereka membentuk aktiviti pengajaran yang membolehkan pelajar membina pengetahuan mereka. Dua temu duga dijalankan ke atas setiap pelajar. Tujuan temu duga pertama adalah untuk pelajar mencipta semula definisi formal bagi had mendekati infiniti ( $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$ ), manakala tujuan temu duga kedua

adalah untuk pelajar mencipta semula definisi formal bagi had mendekati satu titik ( $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ ). Kajian ini mendapati bahawa pelajar mungkin melihat definisi formal adalah tidak berguna sekiranya mereka tidak dapat mengenal pasti peranan definisi formal, iaitu sebagai mekanisme untuk pelajar mengesahkan had, selari dengan anjakan mental (dari berfikir secara ke hadapan kepada berfikir secara ke belakang) yang diperlukan apabila membuat penaakulan tentang definisi formal. Penaakulan yang koheren bergantung kepada pemahaman pelajar tentang implikasi memperkenalkan pengkuantiti  $x$  dan pengkuantiti  $a$ . Kajian ini menyokong dapatan kajian lain yang berkaitan dengan susah payah pelajar untuk memahami pernyataan kuantifikasi secara matematik. Sesetengah pelajar percaya bahawa perbezaan tidak wujud antara dua struktur kuantifikasi dan mereka juga tidak dapat memahami peranan struktur kuantifikasi dalam definisi. Seterusnya, mereka berusaha untuk mencipta semula definisi formal yang koheren. Umumnya, kajian ini mendapati bahawa isu kuantifikasi adalah yang paling sukar bagi pelajar menyelesaikannya.

Pada asasnya, kupasan ilmiah mengenai pembelajaran had sedikit sebanyak boleh memberikan maklumat tambahan tentang persoalan “Bagaimanakah pelajar membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus?”.

### **Jurang Kajian dari Aspek Metodologi**

Kebanyakan kajian yang ditinjau yang berkaitan dengan kecerunan di negara Barat menggunakan reka bentuk yang berbeza. Sebagai contoh, Demir (2009) dan Reiken (2008) menggunakan reka bentuk kajian eksperimen dalam kajian mereka. Cheng (2010) dan Broaddus (2011) pula menggunakan reka bentuk kajian tinjauan, manakala Staley (2004) menggunakan reka bentuk kajian kes dalam kajian beliau.

Demir (2009) telah menjalankan kajian eksperimen tentang kesan penggunaan manipulasi maya dengan soalan terbuka dan berstruktur terhadap pengetahuan pelajar dari Universiti Michigan tentang kecerunan. Manipulasi maya ini adalah berasaskan komputer, dinamik, dan merupakan perwakilan visual bagi konsep matematik. Kajian ini melibatkan 65 orang pelajar yang dibahagikan secara rawak kepada dua kumpulan, iaitu kumpulan yang menggunakan manipulasi maya bagi menjawab soalan terbuka dan kumpulan yang menjawab soalan berstruktur. Kedua-dua pra-ujian dan pasca-ujian mengambil masa 30 hingga 45 minit bagi setiap ujian. Kajian ini dijalankan dalam bilik yang mempunyai akses wifi. Setiap responden kajian memberi respon melalui komputer kepada soalan dengan menggunakan manipulasi maya.

Seterusnya, kajian eksperimen juga digunakan oleh Reiken (2008) yang menjalankan kajian tentang kesan tugas tradisional dan tugas yang membabitkan beberapa perwakilan terhadap bagaimana pelajar berfikir tentang kecerunan dan hubungan cartesien. Kajian ini dijalankan ke atas 16 orang murid Gred 9 dari sekolah katolik swasta di California selatan. 16 orang murid ini adalah terdiri daripada sepuluh perempuan dan enam lelaki. Pelajar dibahagikan kepada dua kumpulan secara rawak. Kumpulan pertama membuat tugas menggunakan tugas yang mengandungi pelbagai perwakilan, manakala kumpulan kedua membuat tugas tradisional. Setiap kumpulan membuat tugas secara berpasangan selama tiga minggu supaya mereka lebih berkeyakinan untuk bercakap.

Kajian tinjauan yang dijalankan oleh Cheng (2010) menggabungkan kajian kualitatif dan kajian kuantitatif untuk mengenal pasti hubungan antara keupayaan pelajar membuat penaaakulan perkadaran dengan pemahaman tentang kecerunan di kalangan murid sekolah menengah. Beliau juga membuat temu bual bagi tujuan

mengumpul data. Kajian ini melibatkan bilangan murid yang ramai iaitu seramai 413 orang. Dua instrumen kajian digunakan bagi tujuan mengumpul data, iaitu ujian nisbah dan kadaran ujian kecerunan. Item ujian telah diadaptasikan dari projek *Secondary Mathematics and Science* (Brown, Hart, Kerslake, Kuchemann, Johnson, Ruddock et al., 1981). Kuantitatif data dianalisis dengan menggunakan ujian-t berpasangan.

Broaddus (2011) pula menjalankan kajian tinjauan di Kansas dengan tiga tujuan kajian, iaitu untuk mengenal pasti konsep yang berkait dengan kecerunan yang dimiliki oleh pelajar sekolah menengah dan menengah atas, untuk menentukan model kognitif tentang bagaimana pelajar membentuk pemahaman ini, dan untuk mereka cipta instrumen bagi tujuan menilai pemahaman pelajar tentang konsep asas bagi kecerunan seperti yang dihuraikan dalam model. Kajian ini dijalankan dalam dua fasa. Fasa pertama merangkumi domain analisis dan menghasilkan satu model kognitif teori tentang bagaimana pemilihan konsep yang berkaitan dengan kecerunan asas tercapai. Fasa kedua merangkumi tugas analisis dan pembedaan penilaian yang mengandungi item yang bertumpu kepada pengetahuan tentang kecerunan seperti yang dihuraikan dalam model kognitif. Ujian respons dianalisis dengan menggunakan teori item respons dan pelajar dikumpulkan ke dalam kumpulan mengikut tahap pengetahuan berdasarkan respon ujian mereka dengan menggunakan kaedah heiraki atribut.

Seterusnya, beberapa kajian lepas yang ditinjau dalam pendidikan matematik telah menggunakan reka bentuk kajian kes seperti yang saya jalankan. Antaranya, Staley (2004), Jamaiah (2003), Nik Suryani (2002), Syarifah Norul Akmar (1997), Rugayyah (2007), Nor Afizah (2008), Gan (2009), dan Fauziah (2011). Staley (2004) telah menjalankan kajian kes ke atas seorang guru pelatih. Beliau mengguna pakai

pendekatan interpretif bagi mengkaji pembentukan pemahaman konsep nisbah dan perkadaran, serta pengetahuan pedagogi bagi kadar perubahan yang telah dibina sepanjang tempoh dua tahun kursus perguruan. Beliau menggunakan kerangka konseptual berasaskan definisi yang diberi oleh Shaulman (1986) bagi pengetahuan kandungan pedagogi dan definisi yang telah diberi oleh Ma (1999) bagi pemahaman konsep asas matematik. Plan pengajaran, pemerhatian dalam bilik darjah, refleksi jurnal, dan temu bual telah dikoordinasikan untuk memahami setiap perubahan bagi mengesan perkembangan pengetahuan kandungan pedagogi responden kajian.

Pada umumnya, beberapa kajian lepas yang ditinjau membabitkan kajian yang menggunakan reka bentuk yang berbeza tetapi mempunyai kaitan dengan kajian yang dijalankan. Sebaliknya, beberapa kajian lepas yang lain menggunakan reka bentuk dan teknik pengumpulan data yang sama dengan kajian yang pengkaji lakukan, iaitu rekabentuk kajian kes dan teknik temu duga klinikal. Secara ringkas, penelitian tersebut telah mengenal pasti terdapat jurang dalam literatur dan kajian yang dijalankan dapat menambah pengetahuan kepada himpunan pengetahuan yang sedia ada. Walau bagaimanapun, kajian tersebut masih tidak mampu untuk menjawab persoalan asas dalam kajian ini, iaitu tentang pengetahuan kecerunan garis lurus yang dimiliki oleh pelajar Asasi Sains.

### **Rumusan**

Sebagai kesimpulan, himpunan kajian yang dibincangkan dalam bab ini menyokong dua pandangan asas. Pertamanya, terdapat pelbagai kajian yang berusaha untuk menjelaskan makna bagi kecerunan dari perspektif guru dan pelajar mengikut kategori yang berbeza. Antaranya, kategori fizikal dan fungsi; analisis dan visual; pelaksanaan penambahan secara berulang serta hubungan secara langsung antara dua pembolehubah; dan kadar perubahan. Makna bagi kecerunan ini pula diteliti dari

konteks yang berbeza, iaitu algebra, geometri, trigonometri, dan kalkulus. Walau bagaimanapun, soalan asas “Apakah unsur asas pengetahuan kecerunan garis lurus yang dimiliki oleh pelajar Asasi Sains?” nampaknya kurang diberi perhatian.

Keduanya, hasil kajian lepas menunjukkan bahawa murid sekolah menengah mempunyai beberapa pengetahuan tentang kecerunan. Namun begitu, satu perkara yang masih belum jelas ialah jenis pengetahuan kecerunan garis lurus yang dibina oleh pelajar tersebut dalam usaha mereka untuk memberi makna kepada situasi yang membabitkan kecerunan garis lurus.

Berdasarkan tinjauan literatur yang dibuat, terdapat keperluan kepada kajian bagi mengenal pasti pengetahuan asas yang dimiliki oleh pelajar dan bagaimana mereka menggunakan pengetahuan ini untuk membentuk pemahaman tentang kecerunan garis lurus. Pada asasnya, makna yang diberikan oleh pelajar kepada kecerunan dan interpretasi pengkaji tentang bahasa simbolik dan verbal yang digunakan oleh pelajar untuk mengkomunikasikan pemahaman mereka tentang kecerunan garis lurus boleh mendedahkan penunjuk yang penting tentang pengetahuan asas yang dimiliki pelajar Asasi Sains dalam usaha mereka untuk membina atau mengembangkan pemahaman mereka tentang kecerunan garis lurus. Justeru, kajian ini mempunyai alasan yang sesuai untuk dijalankan bagi merungkai soalan “Apakah pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus?”.



## **BAB TIGA**

### **METODOLOGI KAJIAN**

#### **Pengenalan**

Bab ini mengandungi tujuh bahagian utama yang menghuraikan secara terperinci kaedah dan prosedur kajian yang digunakan untuk mengumpul dan menganalisis data bagi menjawab soalan kajian. Tujuh bahagian tersebut adalah reka bentuk kajian, populasi dan sampel, prosedur pengumpulan data, masalah temu duga, kajian rintis, prosedur analisis kajian, dan rumusan.

#### **Reka Bentuk Kajian**

Kajian kes digunakan sebagai reka bentuk kajian, yang mana ia dipilih berdasarkan dua faktor iaitu, pertama, kajian kes sesuai untuk mengkaji sesuatu peristiwa atau situasi dengan lebih mendalam, dan yang kedua, untuk mendapat pemahaman yang lebih komprehensif tentang aspek tertentu bagi individu, peristiwa, atau situasi. Menurut Nik Azis (2014), kajian kes terdiri daripada satu kajian yang mendalam tentang individu atau situasi. Kajian ini menggunakan berbagai-bagai teknik pengumpulan data seperti temu duga dan pemerhatian bagi memperoleh pemahaman yang mendalam tentang pelajar agar satu analisis data kajian dapat dibentuk. Kajian kes memerlukan perancangan yang rapi dan mengambil masa serta tenaga yang banyak.

Merriam (2009) menjelaskan kaedah kajian kes sesuai digunakan jikalau pengkaji berminat untuk mengetahui tentang pandangan, penemuan, dan penafsiran terhadap sesuatu situasi, peristiwa, program, atau fenomena. Kajian kes juga merupakan suatu kaedah yang intensif, menyeluruh, dan analisis bagi sesuatu entiti

tunggal, fenomena, atau unit sosial. Seterusnya, kajian kes akan membekalkan hasil yang kaya maklumat dan penerangan yang mendalam, lengkap, menyeluruh, dan dapat memberi gambaran tentang fenomena yang dikaji.

Pada dasarnya, Yin (2013) menjelaskan bahawa matlamat kajian kes adalah mengenal pasti pemahaman tentang fenomena sosial yang kompleks, dan peristiwa kehidupan sebenar seperti pengurusan dan proses dalam sesuatu organisasi. Dengan kata lain, satu kajian kes adalah satu siasatan empirikal yang menyiasat fenomena kontemporari secara mendalam dan dalam konteks sebenar hayatnya, terutama apabila sempadan antara fenomena dan konteks tidak jelas terbukti.

Dalam kajian ini, kaedah temu duga dan pemerhatian banyak digunakan untuk mengumpul data kajian. Untuk melaksanakan sesi temu duga dan membuat pemerhatian yang baik, pengkaji memerlukan kemahiran seperti berupaya dan berkeinginan untuk mencabar diri sendiri mengenai mengapa sesuatu peristiwa berlaku dan akan berlaku. Pengkaji juga mesti mempunyai keinginan untuk mengetahui sebab sesuatu peristiwa berlaku sebelum, semasa, dan selepas data dikumpul. Selain itu, pengkaji hendaklah sentiasa peka terhadap maklumat baru yang berguna dan tidak berguna, berupaya mendengar, memerhati, merasa, dan mengenal pasti maklumat baru serta berupaya mengubah strategi jikalau kaedah mengumpul data kurang berkesan. Pengkaji juga seharusnya berupaya memahami dan mentafsir secara tepat dan jelas mengenai data yang dikumpulkan dan bukan semata-mata mencatatkan data sahaja serta berupaya menghuraikan data yang penting secara jelas, tepat, dan jujur (Yin, 2013).

Kajian kes membabitkan individu atau sekumpulan individu tertentu yang bukan dipilih secara rawak daripada suatu populasi. Responden bagi kajian kes hanya membabitkan satu kes khusus yang dikaji, iaitu hasil kajian hanya

menerangkan ciri subjek tersebut, dan tidak digunakan untuk membuat generalisasi kepada populasi yang lain (Yin, 2013).

Seterusnya, data yang dikumpul melalui kajian kes masih boleh membekalkan maklumat yang berguna kepada individu atau kumpulan individu yang mempunyai ciri yang sama dengan kajian kes. Data yang berguna boleh dijadikan sebagai petunjuk untuk meramalkan tingkah laku individu yang mempunyai latar belakang dan ciri yang sama.

Berdasarkan beberapa pandangan dan kajian lepas yang berasaskan konstruktivisme radikal (Nik Azis, 2014; Steffe, 2010; Sharifah Norul Akmar, 1997; Aida Suraya, 1996; Nik Suryani, 2002; Seimears, 2007), kajian kes merupakan kaedah yang sesuai bagi kajian yang memberi tumpuan kepada usaha untuk mengenal pasti pemahaman tentang kecerunan garis lurus yang dimiliki pelajar. Kaedah ini membekalkan tata cara untuk mentafsir tingkah laku pelajar secara lisan atau bukan lisan tentang akhlak.

### **Populasi dan Sampel**

Bahagian ini mengandungi penjelasan tentang populasi kajian, lokasi kajian, responden kajian, kaedah dan proses pensampelan yang digunakan untuk memilih responden kajian daripada populasi, justifikasi bagi jenis sampel yg digunakan serta ciri dan saiz sampel.

### **Lokasi Kajian**

Kajian ini dijalankan di sebuah Institut Pengajian Tinggi Swasta yang terletak di Negeri Sembilan. Universiti ini mempunyai hampir 3000 orang pelajar, 180 orang pensyarah, lima fakulti, dan menawarkan 13 jenis program termasuklah Asasi Sains. 60% pelajar adalah pelajar tempatan yang majoriti bukan berbangsa Melayu, dan

selebihnya adalah pelajar antarabangsa. Pemilihan lokasi dibuat berdasarkan alasan praktikal, iaitu pengkaji mengajar di universiti tersebut dan ini memudahkan pengkaji menjalankan kajian.

### **Responden Kajian**

Responden kajian dipilih dengan menggunakan kaedah persampelan bertujuan yang mempunyai kriteria tertentu untuk mendapatkan variasi maksimum bagi memperoleh data yang kaya maklumat (Merriam, 2009; Creswell, 2012). Dalam kajian ini, responden kajian terdiri daripada enam orang pelajar Semester Satu Asasi Sains. Pelajar Asasi Sains dipilih memandangkan terdapatnya isu kesukaran dalam pembelajaran kalkulus dalam kalangan pelajar di institusi pengajian tinggi (Safura & Norziah, 2015; Ahmad Fauzi, 2008). Kalkulus merupakan antara keperluan penting bagi pelajar Asasi Sains untuk pergi ke tahap yang lebih tinggi terutamanya dalam bidang kejuruteraan. Tiga dari responden kajian adalah pelajar lelaki dan selebihnya pelajar perempuan. Mereka dikenali sebagai Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, dan Uganes (bukan nama sebenar). Mereka berbeza dari segi watak dan latar belakang keluarga. Secara keseluruhannya, responden kajian dipilih oleh seorang pensyarah matematik bagi program Asasi Sains yang mempunyai pencapaian akademik yang berbeza dalam Peperiksaan Sijil Pelajaran Malaysia 2013. Pemilihan jantina dan pencapaian akademik yang berbeza ini dibuat dengan tujuan untuk mendapatkan data yang kaya dengan maklumat. Selain itu, responden kajian yang dipilih adalah responsif dan boleh bertutur dengan baik untuk memastikan responden kajian dapat memberikan kerjasama yang baik dalam memberikan respon yang tepat dan jitu. Latar belakang ringkas tentang responden kajian dipaparkan dalam Jadual 3.1.

Pada asasnya, kriteria pemilihan responden bagi kajian ini memberi tumpuan terhadap beberapa perkara untuk mengurangkan kelemahan dalam proses pemilihan

dan memastikan data yang dikumpul adalah kaya maklumat. Antaranya, kebenaran secara bertulis diperoleh dari pelajar dan pihak universiti bagi mengelakkan sebarang salah faham atau sikap sambil lewa responden kajian sepanjang tempoh temu duga berlangsung. Responden kajian diberi penerangan tentang tujuan sebenar pemilihan termasuklah penerangan tentang keperluan membuat rakaman supaya mereka tidak berasa kurang selesa apabila berhadapan dengan kamera. Kriteria lain adalah kesanggupan responden untuk ditemu duga beberapa kali dalam jangka masa yang tertentu. Selain itu, kepercayaan pensyarah bahawa responden akan melibatkan diri secara aktif dalam temu duga. Kepercayaan pengkaji bahawa responden boleh memberi penjelasan tentang respons mereka terhadap soalan bermasalah yang diberi. Kerjasama penuh dari responden kajian adalah amat diperlukan supaya data yang diperoleh menggambarkan pemikiran sebenar responden.

Jadual 3.1

*Latar Belakang Responden Kajian*

<b>Pelajar</b>	<b>Umur (Tahun)</b>	<b>Jantina</b>	<b>Bangsa</b>	<b>Keputusan SPM</b>
Matt	18	Lelaki	Cina	Cemerlang
Elly	18	Perempuan	Melayu	Cemerlang
Keith	18	Lelaki	Cina	Baik
Evyan	18	Perempuan	Cina	Baik
Ben	18	Lelaki	Cina	Sederhana
Uganes	18	Perempuan	India	Sederhana

Menurut Nik Azis (2014), pendekatan kajian kes yang dijalankan secara bersistem dapat membantu guru memahami pelajar sebagai individu. Sebaliknya, kajian kes yang dijalankan tanpa kemahiran yang tertentu berkemungkinan besar akan menghasilkan data atau kronologi yang tidak bermakna. Dengan kata lain, data yang terhasil boleh menimbulkan kekeliruan antara fakta dengan rekaan data. Kajian

ini meneliti secara terperinci pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Justeru, pemilihan enam responden kajian adalah dianggap memadai bagi tujuan tersebut.

### **Prosedur Pengumpulan Data**

Prosedur pengumpulan data merangkumi penjelasan tentang teknik temu duga klinikal dan pengelolaan temu duga yang digunakan dalam kajian ini.

#### **Teknik Temu Duga Klinikal**

Teknik temu duga klinikal digunakan untuk mengumpul data dalam kajian ini. Teknik temu duga klinikal yang berasaskan konstruktivisme radikal adalah berlandaskan teknik temu duga klinikal disemak yang digunakan Piaget (Nik Azis, 1999). Teknik itu membabitkan tiga komponen atau prosedur asas, iaitu pemerhatian, penyualan, dan penilaian. Istilah klinikal merujuk pemerhatian secara langsung ke atas tingkah laku yang dipaparkan oleh responden kajian semasa menyelesaikan masalah tertentu dalam konteks satu dengan satu (Nik Azis, 1996). Semua kajian yang memberi tumpuan kepada pemikiran individu harus dimulakan dengan pemerhatian kerana semua tingkah laku individu, sama ada dalam bentuk lisan atau bukan lisan merupakan data bagi kajian tersebut.

Seterusnya, istilah pemerhatian secara langsung pula merujuk pemerhatian pengkaji yang bertumpu kepada tingkah laku responden kajian semasa menyelesaikan masalah tertentu. Pengkaji memerhati segala tingkah laku responden kajian dengan teliti, samada berbentuk bahasa atau tanpa bahasa. Pemerhatian itu membekalkan petunjuk tertentu yang boleh membantu pengkaji mengawal corak interaksinya dengan responden kajian semasa temu duga dijalankan. Untuk memudahkan pemerhatian dan penganalisan data, setiap temu duga direkodkan

menggunakan alat perakam video. Data ini merangkumi maklumat lisan dan bukan lisan yang dikumpulkan dalam empat sesi temu duga klinikal. Teknik ini boleh membantu pengkaji mengenal pasti pengetahuan yang dimiliki responden kajian tentang sesuatu konsep matematik dari perspektif responden kajian itu sendiri. Cobb dan Steffe (1983) pula menjelaskan bahawa teknik temu duga klinikal dianggap paling sesuai bagi tujuan menyelidik langkah yang digunakan oleh pelajar semasa membina konsep matematik. Dalam temu duga, pengetahuan matematik boleh disusur balik kepada konsep dan operasi yang kurang kompleks. Selanjutnya, dengan menggunakan temu duga klinikal, pengkaji dapat mengenal pasti pengetahuan yang dibina oleh pelajar melalui pengalaman mereka.

Dalam kajian ini, temu duga klinikal turut membabitkan beberapa perkara, iaitu satu rancangan temu duga dibuat dengan mengambil kira seberapa banyak kemungkinan perlakuan responden kajian dalam menyelesaikan sesuatu masalah, masalah tentang kecerunan garis lurus dibentuk sedemikian rupa untuk memberi peluang kepada responden kajian menggunakan pemikiran paling canggih, masalah dibentuk dengan teliti untuk meningkatkan daya motivasi supaya responden kajian berminat mencuba setiap masalah yang diberikan, dan responden kajian diberi peluang secukupnya untuk mencuba setiap masalah yang diberikan.

Mengikut prosedur temu duga klinikal, pengkaji memulakan sesi temu duga dengan mengemukakan satu soalan tugas kepada responden. Berdasarkan gerak balas responden terhadap soalan itu, pengkaji akan menyoal, mengemukakan tugas yang sama tetapi dalam bentuk yang berlainan atau mengemukakan tugas yang baru. Soalan yang pengkaji kemukakan adalah saling berkait dengan corak gerak balas atau jawapan yang diberi responden kajian kepada soalan terdahulu. Ringkasnya, pengkaji menggunakan prosedur soal jawab yang bersifat fleksibel,

terbuka, mencungkil, meneroka, dan memerlukan responden kajian memberi penjelasan tentang sesuatu tindakan bagi tujuan memahami perkara yang berlaku dalam fikiran responden kajian tersebut.

Prosedur penilaian pula membolehkan pengkaji menyemak respons yang diberi responden kajian, mendapat penjelasan lanjut tentang pernyataan kurang jelas, dan mentafsirkan respons yang diberikan responden kajian. Pada umumnya, temu duga klinikal merupakan satu kaedah penilaian yang melibatkan satu dialog atau perbualan yang dijalankan antara pengkaji dengan seorang responden kajian. Dalam konteks ini, interaksi berlaku antara pengkaji dengan responden kajian. Pengkaji mendengar dan melihat sendiri secara langsung tingkah laku yang dipaparkan oleh responden kajian apabila diminta menjawab beberapa masalah yang telah pengkaji bina. Respons responden kajian dalam sesuatu sesi temu duga memang tidak dapat dijangkakan. Walaupun tugas yang dikemukakan kepada responden kajian diambil daripada himpunan tugas yang telah disediakan, bukan semua tugas dalam himpunan tersebut dikemukakan kepada responden kajian. Sebaliknya, penggunaan tugas yang disediakan adalah bergantung pada tingkah laku responden kajian. Ada kemungkinan beberapa soalan akan ditinggalkan atau diubahsuai.

Semasa temu duga, pengkaji bertanggungjawab membentuk soalan spontan selepas mentafsirkan respons responden kajian terhadap soalan yang telah dikemukakan. Dalam beberapa kes, tugas yang sama akan dikemukakan dalam beberapa bentuk yang berbeza untuk mencungkil kekuatan dan kelemahan strategi pemikiran yang digunakan oleh responden kajian dan untuk memperoleh gambaran tambahan tentang pengetahuan yang dimiliki responden kajian tersebut. Respons responden kajian terhadap setiap variasi masalah akan menentukan bentuk masalah baru yang akan dikemukakan (Nik Azis, 1999). Selain itu, teknik temu duga klinikal



ini adalah berasaskan dua andaian. Pertamanya ialah apabila berhadapan dengan situasi matematik bermasalah, responden kajian dianggap dapat menghasilkan cara penyelesaian yang tersendiri. Andaian kedua pula ialah sebarang pengetahuan yang membabitkan pelaksanaan tindakan dan operasi perlu dibina secara aktif oleh responden kajian tersebut.

### **Instrumentasi**

Bahagian ini menjelaskan secara terperinci instrumen yang digunakan dalam kajian yang membabitkan pengelolaan temu duga dan tugas temu duga. Instrumen dalam kajian ini ialah protokol temu duga dan sebahagian tugas dalam protokol temu duga dibina oleh pengkaji berasaskan perbincangan yang teliti dan mendalam dengan penyelia kajian, manakala sebahagian yang lain dibentuk dengan menggabungkan idea pengkaji sendiri dan diubah suai daripada instrumen temu duga Nik Azis (1987), Nik Azis (1999), Syarifah Norul Akmar (1997), Demir (2009), Zaslavsky, Sela, dan Leron (2002), dan Nik Suryani (2002). Menurut Sharifah Hasima, Jamal, dan Hamidah (2017), salah satu kunci untuk mendapatkan kajian yang berkualiti tinggi adalah melalui instrumen yang mempunyai kesahan dan kebolehpercayaan yang tinggi. Oleh itu, pengkaji telah mendapatkan khidmat dua orang pakar bagi tujuan kesahan dan kebolehpercayaan semua item protokol temu duga, soalan ujian yang digunakan dalam kajian ini, dan juga hasil kajian rintis. Secara khusus, seorang daripada mereka adalah pakar, terutamanya dalam kajian pendidikan matematik dari Universiti Malaya yang mempunyai pengalaman dalam kajian pendidikan matematik melebihi 20 tahun dan seorang pakar dari Institut Pendidikan Guru Kampus Pendidikan Teknik Nilai. Beliau merupakan pensyarah matematik yang mempunyai pengalaman melebihi 15 tahun dalam pengajaran dan pembelajaran matematik. Pendapat kedua-dua pakar telah diambil kira bagi tujuan

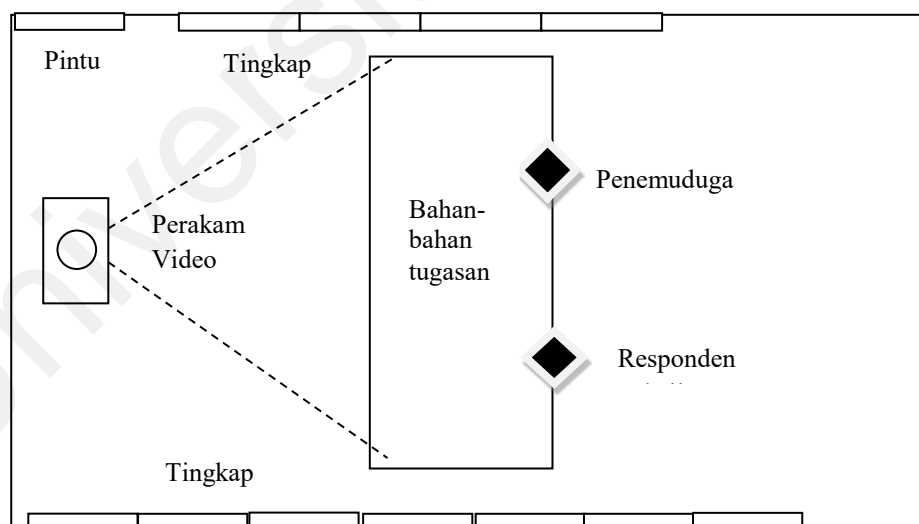
membuat penambahbaikan dalam item protokol temu duga dan soalan ujian dalam kajian ini.

Pengkaji menggunakan Bahasa Malaysia sebagai bahasa utama dalam item protokol temu duga dan soalan ujian. Walau bagaimanapun, responden boleh memilih untuk menggunakan salah satu bahasa, iaitu Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris mahupun kedua-duanya. Pengkaji akan menulis semua penulisan, lisan dan tingkah laku responden dalam Bahasa Malaysia dengan merujuk kepada penyelia dan dua orang pakar yang dilantik. Sebahagian besar data yang dikumpulkan melalui temu duga klinikal adalah data kualitatif dan sebahagian kecil adalah data kuantitatif. Kajian ini bertujuan untuk membekalkan pemahaman yang mendalam tentang perspektif, pengalaman, dan tafsiran responden kajian dalam keadaan semula jadi atau seting peribadi mereka terhadap kecerunan garis lurus. Ciri asas kajian ini termasuklah tumpuan kepada penerokaan fenomena daripada perspektif responden kajian; pendekatan yang fleksibel dan kaedah tidak berstruktur yang sensitif kepada konteks sosial bagi fenomena yang dikaji; lebih banyak menggunakan proses analisis berbentuk induktif daripada proses analisis berbentuk deduktif; pengumpulan data yang terperinci, kaya, dan kompleks; lebih bertumpu pada analisis perkataan, idea, dan teks daripada analisis nombor atau kuantiti; membentuk penjelasan pada tahap makna atau proses mikro-sosial yang bergantung pada konteks tertentu; dan berorientasikan proses dalam setting semula jadi. Justeru, pengkaji telah mengambil beberapa langkah untuk menguatkan kesahan kajian yang membabitkan kesahan deskriptif dengan mempertimbangkan ketepatan fakta dalam laporan kajian; kesahan tafsiran dengan mempertimbangkan perwakilan perspektif responden kajian dalam laporan kajian; kesahan teori dengan mempertimbangkan kecocokan penjelasan teori dalam laporan kajian dengan data yang dikumpulkan; generalisasi dengan

mempertimbangkan kebolehan untuk mengeneralisasikan laporan atau hasil kajian kepada keadaan lain; dan kesahan penilaian dengan mempertimbangkan kebergunaan kerangka moral dan tatasusila dalam laporan kajian (Nik Azis, 2008; Maxwell, 1992).

### **Pengelolaan Temu Duga**

Temu duga klinikal dijalankan dalam sebuah bilik khas di universiti yang disediakan oleh pihak universiti. Lokasi temu duga dibuat di universiti untuk mengurangkan gangguan disebabkan responden kajian hanya dikecualikan dari menghadiri kelas selama sesi temu duga berlangsung. Peralatan dalam bilik yang disediakan oleh pihak universiti mengandungi kelengkapan asas yang diperlukan dalam bilik temu duga, iaitu sebuah meja besar, dua kerusi dan alat perakam video. Pelan bilik temu duga dipaparkan dalam Rajah 3.1.



*Rajah 3.1: Pelan bilik temu duga*

Dalam kajian ini, setiap responden kajian ditemu duga secara individu seorang demi seorang sebanyak empat kali dalam tempoh empat minggu. Setiap sesi temu duga mengambil masa satu hingga satu setengah jam. Sebelum sesi temu duga

pertama bermula, pengkaji berbual dengan responden kajian dan mengumpul maklumat peribadi mereka seperti tarikh lahir, bilangan adik-beradik, pekerjaan ibu bapa, dan minat mereka terhadap matematik. Perjumpaan dibuat secara tidak formal dengan tujuan untuk mengenali mereka dengan lebih dekat dan menimbulkan suasana mesra pengkaji dengan responden kajian.

### **Tugas Temu Duga**

Temu duga dibahagikan kepada tiga sesi bagi setiap responden kajian. Ia membabitkan tujuh aktiviti yang berbeza. Aktiviti pertama membabitkan tugas tentang gambaran mental bagi kecerunan garis lurus.

Aktiviti kedua membabitkan tugas tentang perwakilan garis lurus yang mempunyai kecerunan tertentu. Aktiviti ketiga membabitkan tugas tentang mengenal pasti makna yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan. Aktiviti keempat membabitkan tugas tentang mengenal pasti penaakulan kecerunan garis lurus. Aktiviti kelima membabitkan hubungan kait garis lurus dengan jadual nilai. Aktiviti keenam membabitkan komunikasi tentang garis lurus. Akhirnya, aktiviti ketujuh membabitkan tugas tentang penyelesaian masalah kecerunan garis lurus.

Aktiviti ini diagihkan kepada tiga sesi temu duga, iaitu aktiviti gambaran mental dan perwakilan garis lurus dalam temu duga pertama, manakala aktiviti mengenal pasti makna dan penaakulan kecerunan garis lurus dalam temu duga kedua, dan akhirnya aktiviti hubungan kait, komunikasi, dan penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus dalam temu duga ketiga. Jadual 3.2 memaparkan rumusan tugas yang disediakan bagi setiap jenis aktiviti.

Jadual 3.2

*Tugasan temu duga*

Aktiviti	Tugasan	Objektif
1	Gambaran mental	<p>a. Pelajar menjelaskan apa yang tergambar dalam fikiran mereka tentang garis lurus dan kecerunan garis lurus.</p> <p>b. Pelajar menjelaskan apa yang mereka faham tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, “-1”, dan “0”.</p> <p>c. Pelajar menjelaskan apa yang tergambar dalam fikiran mereka tentang kecerunan positif, negatif, sifar, dan tiada kecerunan bagi satu garis lurus.</p> <p>d. Pelajar membandingkan kecerunan antara beberapa bumbung, beberapa tangga, dan beberapa garis lurus yang diberikan.</p>
2	Perwakilan kecerunan garis lurus	<p>a. Pelajar memberikan tafsiran tentang kecerunan garis lurus pada sistem koordinat cartesian yang diberikan.</p> <p>b. Pelajar mewakili graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dan “-3”.</p> <p>c. Pelajar menjelaskan apa yang mereka faham tentang perwakilan kecerunan garis lurus “-1” dan “-3”.</p>
3	Makna kecerunan garis lurus	<p>Tunjukkan kepada pelajar kotak “pemproses” dan kad-kad yang mengandungi sistem koordinat cartesian dan garis lurus. Kad-kad tersebut dimasukkan melalui lubang A, di “proses”, dan sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus akan dikeluarkan dari lubang B.</p> <p>a. Minta pelajar jelaskan apa yang berlaku di dalam kotak “pemproses”.</p> <p>b. Minta pelajar jelaskan fungsi kotak “pemproses”.</p>
4	Penaakulan kecerunan garis lurus	<p>Beri satu masalah dalam bentuk rajah koordinat Cartesian yang mempunyai satu garis lurus, <math>k</math>, dan melalui asalan.</p> <p>a. Minta pelajar berikan kecerunan garis lurus yang diberikan.</p> <p>b. Minta pelajar jelaskan mengapa mereka berkata demikian dan bagaimana mereka menentukan kecerunan tersebut.</p>
5	Hubung kait garis lurus dengan jadual nilai	<p>Beri satu masalah dalam bentuk jadual kepada pelajar.</p> <p>a. Minta pelajar tentukan bentuk garis.</p> <p>b. Minta pelajar tentukan kecerunan garis.</p> <p>c. Minta pelajar jelaskan setiap dapatan di atas.</p>
6	Komunikasi tentang garis lurus	<p>Beri rajah cartesian koordinat dan garis lurus kepada pelajar. Minta pelajar jelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” kepada seorang rakannya yang tidak dapat hadir semasa pembelajaran tentang kecerunan garis lurus berlangsung.</p>

Aktiviti	Tugasan	Objektif
7	Penyelesaian Masalah	Minta pelajar tunjukkan cara untuk menyelesaikan masalah kecerunan yang diberikan. a. Melibatkan rajah koordinat cartesian. b. Melibatkan masalah berayat dan titik koordinat.

### **Temu Duga Pertama**

**Tugasan Gambaran Mental Kecerunan.** Tugasan dalam protokol temu duga gambaran mental kecerunan ini dibina oleh pengkaji sendiri berasaskan perbincangan yang teliti dan mendalam dengan penyelia kajian dengan menggabungkan idea pengkaji dan diubah suai daripada tugasan Nik Azis (1987), Nik Azis (1999), Sharifah Norul Akmar (1997), Demir (2009), dan Nik Suryani (2002). Seterusnya, pengubahsuaian dan penambahbaikan instrumen dapat dibuat berdasarkan respons yang diterima daripada dua orang pakar bagi meningkatkan kesahan instrumen kajian. Aktiviti gambaran mental bertujuan untuk mengenal pasti gambaran mental yang dimiliki oleh responden kajian tentang kecerunan garis lurus. Gambaran mental merupakan imej tentang sesuatu yang terhasil secara serta merta apabila responden kajian menggunakan pengetahuan yang khusus pada waktu yang tertentu.

Aktiviti gambaran mental dimulakan dengan meminta responden menjelaskan apa yang tergambar dalam fikiran mereka tentang garis lurus, bukan garis lurus, dan garis yang sangat lurus. Soalan bagi garis lurus diulang sehingga responden tidak dapat memberi gambaran lain bagi garis lurus. Beberapa helai kertas, pensil dan pembaris disediakan. Responden boleh menggunakan alat tulis yang disediakan jika perlu untuk menjelaskan sesuatu. Mereka bebas untuk menulis berapa banyak yang mereka suka termasuklah melukis graf, gambar rajah, atau jadual. Selanjutnya,

responden diminta untuk menjelaskan apa yang tergambar dalam fikiran mereka tentang kecerunan garis lurus, tidak cerun, dan sangat cerun. Soalan bagi kecerunan garis lurus diulang sehingga responden tidak dapat memberi gambaran lain bagi kecerunan garis lurus.

Seterusnya, responden kajian diminta untuk menjelaskan apa yang tergambar dalam fikiran mereka tentang kecerunan "1". Selain itu, responden diminta melukiskan gambaran bagi kecerunan "1" dan menjelaskan bagaimana mereka menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan "1". Soalan bagi gambaran kecerunan "1" diulang sehingga responden tidak dapat memberi gambaran lain tentang kecerunan "1". Selanjutnya responden diminta untuk menjelaskan apa yang tergambar dalam fikiran mereka tentang kecerunan "-1" dan "0" sepertimana mereka diminta menjelaskan tentang kecerunan "1".

Responden diminta untuk menjelaskan apa yang tergambar dalam fikiran mereka tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan positif. Mereka juga diminta untuk melukiskan gambarannya. Selain itu, responden diminta untuk memberikan contoh yang sepadan bagi menyokong penjelasan mereka. Soalan ini diulang sehingga subjek tidak dapat memberi gambaran lain. Antara rajah dilukis sebagai garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, responden diminta untuk menentukan rajah yang manakah mempunyai kecerunan paling besar. Responden diminta untuk menjelaskan bagaimana mereka menentukan rajah tersebut mempunyai kecerunan paling besar. Aktiviti gambaran mental seperti ini diulang bagi mendapatkan sebanyak mungkin gambaran yang terdapat dalam fikiran responden kajian tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif, sifar, dan tiada kecerunan. Bagi setiap kes di atas, mereka boleh melukiskan gambaran atau menggunakan graf yang telah mereka lukiskan jika perlu.

Bagi tugas membandingkan kecerunan bumbung, lima soalan yang mengandungi rajah bumbung diberikan. Responden diminta menentukan bumbung yang mempunyai kecerunan lebih besar. Beberapa helai kertas, pensil dan pembaris disediakan. Mereka boleh menggunakan alat tulis yang disediakan jika perlu untuk menjelaskan sesuatu. Selain itu, responden juga diminta untuk menjelaskan mengapa dan bagaimana mereka menentukan kecerunan. Aktiviti membandingkan kecerunan seperti ini diulang bagi rajah anak tangga dan garis lurus bagi mendapatkan sebanyak mungkin gambaran yang terdapat dalam fikiran responden tentang bagaimana mereka membandingkan kecerunan antara rajah yang diberikan.

**Tugas Perwakilan Kecerunan.** Aktiviti dalam protokol temu duga perwakilan kecerunan ini dibina oleh pengkaji sendiri berasaskan perbincangan yang teliti dan mendalam dengan penyelia kajian dengan menggabungkan idea pengkaji dan diubah suai daripada tugas temuduga Nik Azis (1987), Nik Azis (1999), Sharifah Norul Akmar (2000), dan Nik Suryani (2002). Seterusnya, pengubahsuaian dan penambahbaikan instrumen dapat dibuat berdasarkan respons yang diterima daripada dua orang pakar bagi meningkatkan kesahan instrumen kajian. Aktiviti perwakilan kecerunan bertujuan untuk mengenal pasti cara responden mewakili kecerunan garis lurus dan cara mereka mentafsirkan perwakilan kecerunan garis lurus yang diberikan. Aktiviti perwakilan kecerunan mengandungi dua bahagian.

Dalam bahagian pertama, responden kajian diminta menjelaskan tentang kecerunan graf garis lurus yang diberikan. Beberapa helai kertas, pensil dan pembaris disediakan. Responden boleh menggunakan alat tulis yang disediakan jika perlu untuk menjelaskan sesuatu. Satu transperensi yang mengandungi garis lurus turut disediakan bagi membantu mereka, jika perlu untuk menjelaskan sesuatu. Mereka boleh menggunakan transperensi dengan meletakkan dan menggerakkan transperensi



tersebut di atas graf yang disediakan bagi membantu mendapatkan kecerunan yang dikehendaki. Seterusnya, responden diminta menentukan kecerunan garis lurus tersebut. Kemudiannya, responden diminta untuk menjelaskan adakah garis lurus tersebut boleh mempunyai kecerunan “3”. Selanjutnya, responden diminta untuk menjelaskan apa yang perlu dilakukan supaya garis lurus yang diberikan mempunyai kecerunan “1”. Akhirnya, responden diminta untuk menjelaskan apa yang perlu dilakukan supaya garis lurus yang diberikan mempunyai kecerunan “0”.

Dalam bahagian kedua, responden kajian diminta untuk melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” di dalam kotak yang disediakan. Mereka diminta menjelaskan mengapa garis lurus yang dilukiskan dikatakan mempunyai kecerunan “-1” dan bagaimana mereka mendapatkan garis lurus tersebut. Selain rajah tersebut, responden juga diminta untuk melukiskan gambaran lain bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Aktiviti seperti ini diulang supaya responden dapat melukiskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Beberapa helai kertas, pensil dan pembaris disediakan. Responden boleh menggunakan alat tulis yang disediakan jika perlu untuk menjelaskan sesuatu. Pengkaji mengandaikan bahawa graf yang dilukis oleh responden kajian boleh memberi beberapa petunjuk tentang pengetahuan kecerunan garis lurus yang dimiliki pelajar.

## **Temu Duga Kedua**

**Tugasan Makna Kecerunan.** Tugasan dalam protokol temu duga ini dibina oleh pengkaji sendiri berasaskan perbincangan yang teliti dan mendalam dengan penyelia kajian dengan menggabungkan idea pengkaji dan diubah suai daripada tugasan temuduga Nik Azis (1987,1999), Sharifah Norul Akmar (1997), dan Nik Suryani (2002). Seterusnya, pengubahsuaian dan penambahbaikan instrumen dapat dibuat berdasarkan respons yang diterima daripada dua orang pakar bagi

meningkatkan kesahan instrumen kajian. Aktiviti makna kecerunan bertujuan untuk mengenal pasti tafsiran yang dibuat oleh responden tentang beberapa perkara berkait dengan kecerunan garis lurus.

Dalam aktiviti ini, sebuah kotak dengan kedua-dua hujungnya terbuka ditunjukkan kepada responden. Kad-kad yang mengandungi sistem koordinat cartesian dan garis lurus dimasukkan dan dikeluarkan daripada kedua-dua hujungnya. Setelah kad-kad tersebut dimasukkan melalui lubang A, kad-kad akan di “proses” dan sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus dikeluarkan dari lubang B. Responden diminta menjelaskan tentang apa yang berlaku di dalam kotak “pemproses”. Seterusnya, responden juga diminta memberi alasan bagi jawapan yang diberikan. Selain itu, responden diminta untuk menentukan kecerunan bagi garis lurus tersebut dan menjelaskan apa yang mereka faham tentang kecerunan yang didapati itu. Langkah-langkah dalam aktiviti tersebut diulang sehingga responden kajian tidak dapat memberi penjelasan lain.

**Tugasan Penaakulan Kecerunan.** Tugasan dalam protokol temu duga ini dibina oleh pengkaji sendiri berasaskan perbincangan yang teliti dan mendalam dengan penyelia kajian dengan menggabungkan idea pengkaji dan diubah suai daripada tugas temuduga Nik Azis (1987, 1999), Sharifah Norul Akmar (1997), dan Nik Suryani (2002). Seterusnya, pengubahsuaian dan penambahbaikan instrumen dapat dibuat berdasarkan respons yang diterima daripada dua orang pakar bagi meningkatkan kesahan instrumen kajian. Aktiviti penaakulan kecerunan bertujuan untuk mengenal pasti cara pelajar berfikir, memahami, dan memberi hujah atau alasan untuk mencari jawapan kepada masalah yang diberikan yang membabitkan kecerunan garis lurus.

Dalam aktiviti ini, satu rajah koordinat Cartesian yang mempunyai satu garis lurus, iaitu garis  $k$ , yang melalui asalan tetapi tidak melalui titik (3, 4) ditunjukkan kepada responden dan meminta mereka menyatakan kecerunan bagi garis lurus tersebut. Responden juga diminta menjelaskan mengapa mereka berkata demikian dan bagaimana mereka menentukan kecerunan. Soalan ini diulang sehingga responden tidak dapat memberikan nilai kecerunan yang lain.

### **Temu Duga Ketiga**

**Tugasan Hubung Kait Kecerunan.** Tugasan dalam protokol temu duga hubung kait kecerunan ini dibina oleh pengkaji sendiri berasaskan perbincangan yang teliti dan mendalam dengan penyelia kajian dengan menggabungkan idea pengkaji dan diubah suai daripada tugasan temuduga Nik Azis (1987, 1999), Sharifah Norul Akmar (1997), dan Nik Suryani (2002). Seterusnya, pengubahsuaian dan penambahbaikan instrumen dapat dibuat berdasarkan respons yang diterima daripada dua orang pakar bagi meningkatkan kesahan instrumen kajian. Aktiviti hubung kait kecerunan bertujuan untuk mengenal pasti cara responden kajian membuat perkaitan antara perwakilan bagi kecerunan, misalnya antara perwakilan dalam bentuk jadual yang mengandungi data diskret dan perwakilan dalam bentuk graf garis lurus yang mengandungi data selanjur.

Aktiviti hubung kait kecerunan ini dimulakan dengan memberikan satu jadual nilai kepada responden kajian dan meminta mereka melengkapkannya. Seterusnya, responden diminta menentukan bentuk garis dan kecerunan garis lurus yang digambarkan oleh jadual tersebut. Selain itu, responden diminta menjelaskan mengapa mereka berkata demikian. Responden juga diminta memberi penjelasan bagi setiap langkah yang dibuat. Soalan dalam aktiviti ini diulang sehingga responden tiada penjelasan lain.

**Tugasan Komunikasi Kecerunan.** Tugasan dalam protokol temu duga ini dibina oleh pengkaji sendiri berasaskan perbincangan yang teliti dan mendalam dengan penyelia kajian dengan menggabungkan idea pengkaji dan diubah suai daripada tugas temuduga Nik Azis (1987, 1999), Sharifah Norul Akmar (1997), dan Nik Suryani (2002). Seterusnya, pengubahsuaian dan penambahbaikan instrumen dapat dibuat berdasarkan respons yang diterima daripada dua orang pakar bagi meningkatkan kesahan instrumen kajian. Aktiviti komunikasi kecerunan bertujuan untuk mengenal pasti cara pelajar menyampaikan pengetahuan tentang kecerunan garis lurus yang dimilikinya kepada orang lain (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Komunikasi membabitkan aspek pembacaan, lisan (perbincangan), dan penulisan. Tiga aspek ini adalah saling berkait rapat antara satu sama lain dan tidak dapat dipisahkan.

Dalam aktiviti komunikasi kecerunan ini, responden diberitahu tentang salah seorang rakannya yang tidak dapat hadir semasa pembelajaran tentang kecerunan garis lurus atas sebab-sebab tertentu dan mereka diminta untuk membantu rakan tersebut. Rajah cartesan koordinat dan garis lurus ditunjukkan kepada responden. Responden diminta menceritakan kepada rakan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Responden dibenarkan menggunakan rajah cartesan koordinat dan garis lurus yang disediakan.

**Tugasan Penyelesaian Masalah.** Tugasan dalam protokol temu duga penyelesaian masalah ini dibina oleh pengkaji sendiri berasaskan perbincangan yang teliti dan mendalam dengan penyelia kajian dengan menggabungkan idea pengkaji dan diubah suai daripada tugas temu duga Nik Azis (1987, 1999), Sharifah Norul Akmar (1997), Demir (2009), Zaslavysky, Sela, dan Leron (2002), dan Nik Suryani (2002). Seterusnya, pengubahsuaian dan penambahbaikan instrumen dapat dibuat

berdasarkan respons yang diterima daripada dua orang pakar bagi meningkatkan kesahan instrumen kajian. Aktiviti penyelesaian masalah bertujuan untuk mengenal pasti cara responden kajian mengatasi gangguan dalam masalah atau situasi yang melibatkan kecerunan garis lurus yang diberikan.

Aktiviti penyelesaian masalah ini membabitkan dua masalah berbeza yang berkait dengan kecerunan. Masalah pertama melibatkan garis lurus MN yang memintas paksi- $y$  pada nilai  $a$  dalamajah koordinat Cartesan. Responden diminta menyelesaikan masalah untuk menentukan kecerunan garis MN. Sebaliknya, masalah kedua adalah masalah berayat yang melibatkan satu garis lurus yang melalui tiga titik koordinat. Responden diminta menyatakan kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis tersebut. Seterusnya, mereka diminta menunjukkan cara bagaimana mereka menentukan kecerunan tersebut.

### **Kajian Rintis**

Kajian rintis ini membabitkan seorang pelajar dari sebuah Institut Pengajian Tinggi Swasta yang berlainan di Negeri Sembilan menggunakan instrumen kajian yang sebenar, iaitu protokol temu duga. Kajian ini mempunyai beberapa tujuan. Pertamanya, membiasakan diri pengkaji dengan teknik temu duga klinikal, prosedur kajian dan instrumen yang digunakan. Keduanya, membantu pengkaji menganggarkan masa bagi setiap temu duga di samping menilai kesesuaian soalan temu duga yang disediakan dari segi kandungan, cara penyolaan, dan bahasa yang digunakan. Ketiganya, melalui kajian rintis pengkaji dapat memperbaiki struktur ayat atau istilah tertentu yang mungkin tidak difahami oleh responden kajian semasa temu duga dijalankan. Akhirnya, pengubahsuaian dan penambahbaikan instrumen dapat dibuat berdasarkan respons yang diterima daripada pelajar berkenaan bagi meningkatkan kesahan instrumen kajian.

Pengkaji telah menjalankan temu duga kepada seorang pelajar yang dipilih sebagai responden kajian. Pada mulanya, pengkaji agak kekok untuk membiasakan diri dengan proses temu duga dan soalan yang dikemukakan. Kemudiannya, setelah proses temu duga berjalan selang beberapa minit, sesi temu duga menjadi semakin lancar dan responden kajian nampaknya dapat menjawab soalan yang dikemukakan dengan penuh yakin dan minat. Pengkaji telah berbincang dengan penyelia tentang hasil kajian rintis. Selain itu, pengkaji telah mendapatkan khidmat dua orang pakar bagi tujuan kesahan dan kebolehpercayaan hasil kajian rintis. Nampaknya, penyelia dan kedua-dua pakar berpuas hati dengan soalan yang dibina dalam tugas yang diberikan kepada pelajar dan bersetuju tidak ada penambahbaikan dilakukan kepada tugas dalam sesi temu duga. Walau bagaimanapun, penyelia mencadangkan supaya pengkaji memperkemas teknik penyoalan kepada pelajar, misalnya banyak menanya soalan susulan dalam memastikan setiap respon yang diperolehi memberi maklumat yang benar dan bermakna kepada dapatan kajian ini. Berikut adalah beberapa hasil kajian rintis utama yang telah dikenal pasti ke atas seorang subjek kajian yang terlibat dipaparkan dalam Jadual 3.3

### **Prosedur Analisis Data**

Analisis data dibuat dalam lima peringkat. Dalam peringkat pertama, rakaman audio atau video temu duga klinikal ditranskripikan kepada bentuk bertulis. Transkripsi ini meliputi tiga unsur utama, iaitu reaksi dan catatan responden kajian semasa temu duga, catatan pengkaji semasa temu duga, dan interaksi antara pengkaji dan responden kajian semasa temuduga. Transkripsi ini juga merupakan rekod temu duga dalam bentuk yang asal dan dianggap sebagai data mentah yang bertulis bagi temu duga klinikal. Rakaman audio atau video pula merupakan data mentah yang tidak bertulis.

Jadual 3.3  
*Ringkasan Hasil Kajian Rintis*

Soalan Kajian	Ringkasan Hasil Kajian
<p>1. Apakah gambaran mental tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains?</p>	<p>Gambaran mental tentang garis lurus yang diberikan oleh responden ialah garis khusus, benda konkrit, dan unsur kalkulus</p> <p>Gambaran mental tentang kecerunan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah kecondongan garis, kecondongan benda, pekali <math>x</math> dalam persamaan linear, formula kecerunan, pergerakan turun naik, garis tidak berlekuk, garis menaik, nilai <math>m</math> ialah "1", garis menurun, nilai <math>m</math> ialah "-1", garis mendatar, nilai <math>m</math> ialah "0", benda konkrit, tiada kecerunan, garis selari paksi-<math>x</math>, garis berkecerunan "0", garis menegak, tidak tertakrif, dan garis selari paksi-<math>y</math>.</p> <p>Gambaran perbandingan kecerunan antara beberapa bumbung, tangga, dan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah perbandingan segitiga, perbandingan garis, dan formula kecerunan.</p>
<p>2. Apakah perwakilan bagi kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains dan bagaimanakah mereka mentafsirkan kecerunan garis lurus?</p>	<p>Perwakilan dan pentafsiran tentang kecerunan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah kecerunan positif, formula kecerunan, titik koordinat, dan persamaan linear.</p>
<p>3. Apakah makna kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains?</p>	<p>Makna bagi kecerunan garis lurus dalam menentukan tugas kotak "pemproses" yang diberikan responden ialah penggabungan benda, penentuan kecerunan, dan penghasilan produk.</p>
<p>4. Bagaimanakah pelajar Asasi Sains mereka membuat penaaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus?</p>	<p>Penaakulan tentang kecerunan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah mencirikan kecerunan positif, menganggar koordinat, menganggar kecerunan, dan menentukan kecerunan.</p>
<p>5. Apakah pemahaman pelajar Asasi Sains tentang hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus?</p>	<p>Hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan oleh responden ialah bentuk garis lurus, kecerunan positif, dan formula kecerunan.</p>

Soalan Kajian	Ringkasan Hasil Kajian
6. Bagaimanakah pelajar Asasi Sains membuat komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus?	Komunikasi tentang kecerunan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah mendefinisikan kecerunan, mendefinisikan kecerunan “-3”, mengira kecerunan, dan melukis graf.
7. Bagaimanakah pelajar Asasi Sains menyelesaikan masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus?	Kaedah penyelesaian masalah yang diberikan oleh responden ialah menganggar nilai $a$ , menggunakan formula, menganggar kecerunan, dan memilih dua titik.

Dalam peringkat kedua, data mentah dalam bentuk transkripsi diolah dan disusun mengikut tema tertentu selaras dengan tugas yang dikemukakan semasa temu duga untuk menghasilkan protokol temu duga. Protokol temu duga merupakan draf atau dokumentasi awal tentang apa yang berlaku dalam sesi temu duga. Protokol ini membentuk data asas bagi temu duga klinikal.

Dalam peringkat ketiga, kajian kes dibentuk berdasarkan maklumat daripada protokol temu duga dan catatan pengkaji mengikut tema kajian yang telah ditetapkan selaras dengan soalan yang dikemukakan semasa temu duga. Protokol tersebut merupakan draf atau dokumentasi awal tentang apa yang berlaku dalam sesi temu duga. Seterusnya, protokol tersebut membentuk data asas bagi temu duga klinikal.

Dalam peringkat keempat, analisis merentas responden kajian dibuat. Tingkah laku responden dikenal pasti berdasarkan tema dan analisis kajian kes. Tingkah laku ini merupakan asas dalam mengenal pasti rangka kasar bagi pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus. Dalam peringkat kelima, rumusan pengetahuan tentang tingkah laku akan dilakukan berdasarkan tingkah laku responden kajian yang telah dikenal pasti.



Teknik analisis data ini adalah selaras dengan konstruktivisme radikal yang mendasari kajian ini yang mana sesuatu dapatan dari temu duga klinikal adalah tidak sama bagi individu yang berlainan dan bergantung kepada pengkaji untuk mentafsirkan maklumat yang diterima kerana sesuatu replika yang sama dalam sebarang temu duga adalah mustahil. Jadual 3.3 memaparkan ringkasan prosedur analisis data bagi kajian ini.

Jadual 3.3

*Ringkasan Prosedur Analisis Data*

<b>Peringkat</b>	<b>Huraian</b>
Pertama	Rakaman audio atau video temu duga klinikal ditranskripikan kepada bentuk bertulis.
Kedua	Data mentah dalam bentuk transkripsi diolah dan disusun mengikut tema tertentu selaras dengan tugas yang dikemukakan semasa temu duga untuk menghasilkan protokol temu duga.
Ketiga	Kajian kes dibentuk berdasarkan maklumat daripada protokol temu duga dan catatan pengkaji mengikut tema kajian yang telah ditetapkan selaras dengan soalan yang dikemukakan semasa temu duga.
Keempat	Analisis merentas responden kajian dibuat. Tingkah laku responden dikenal pasti berdasarkan tema dan analisis kajian kes.
Kelima	Rumusan pengetahuan tentang tingkah laku dibuat berdasarkan tingkah laku responden kajian yang telah dikenal pasti.

### **Rumusan**

Sebagai rumusan, kajian ini menggunakan reka bentuk kajian kes manakala teknik temu duga klinikal digunakan untuk mengumpul data bagi mengenal pasti pemahaman pelajar Semester Satu Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Teknik temu duga klinikal yang digunakan dapat mengumpulkan maklumat yang mendalam dan terperinci terhadap konsep yang diukur, tetapi pengkaji perlu mahir mengajukan soalan bagi merangsang responden kajian menjelaskan perkara penting yang diperlukan.

Untuk tujuan tersebut, seramai enam orang pelajar Semester Satu Asasi Sains dipilih menyertai kajian ini. Dengan menggunakan instrumen kajian protokol temu duga, data yang dikumpul dianalisis secara kualitatif. Secara ringkas, masalah temu duga dibahagikan kepada tujuh bahagian utama, iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, hubung kait, penaakulan, komunikasi, penyelesaian masalah kecerunan garis lurus. Analisis merentas kes dilakukan untuk mengenal pasti pola tingkah laku responden kajian berdasarkan analisis kajian kes.

Walau bagaimanapun, hasil kajian ini tidak dapat digeneralisasikan kepada seluruh populasi pelajar Semester Satu Asasi Sains, tetapi boleh dijadikan panduan terutama bagi sampel yang mempunyai ciri yang hampir sama dengan responden kajian. Tambahan lagi, kajian ini bertujuan untuk menjelaskan fenomena dalam pendidikan matematik berdasarkan teori yang digunakan. Segala pentafsiran dan analisis yang dibuat adalah dari perspektif pengkaji sendiri berasaskan konstruktivisme radikal. Analisis data bagi setiap responden kajian akan dihuraikan dalam Bab Empat.

## **BAB EMPAT**

### **HASIL KAJIAN**

#### **Pengenalan**

Bab ini mengandungi analisis data dan hasil kajian mengenai pemahaman pelajar Semester Satu program Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Perbincangan ini dihuraikan dalam dua tema utama, iaitu kajian kes dan kajian merentasi kes. Dalam kajian kes, perbincangan hanya membabitkan tiga daripada enam kes yang dijalankan manakala tiga kes yang lain dibincangkan dalam Lampiran C salinan elektronik. Tiga kajian kes tersebut dipilih atas alasan bagi memenuhi jumlah perkataan yang ditetapkan oleh universiti. Walau bagaimanapun, tiga kajian kes yang lain tidak diketepikan sebab mereka mengandungi beberapa maklumat yang menarik tentang tingkah laku respondens. Dalam perbincangan merentasi kes, perbincangan bukan hanya melibatkan empat kajian kes tetapi merangkumi semua kajian kes.

#### **Kajian Kes**

Dalam kajian ini, dapatan dibahagikan kepada enam tema utama: (a) dapatan tentang gambaran mental kecerunan garis lurus, (b) dapatan tentang perwakilan kecerunan garis lurus, (c) dapatan tentang makna (d) dapatan tentang penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus, (e) dapatan tentang hubung kait berkaitan dengan kecerunan garis lurus, (f) dapatan tentang komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus, dan seterusnya (g) ialah dapatan tentang penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus.

## **Matt**

Matt berumur 18 tahun 3 bulan dan beliau baru memulakan pengajian Asasi Sains dalam minggu pertama Semester Satu semasa temu duga dijalankan. Beliau merupakan pelajar lelaki berbangsa Cina di dalam kelas yang dipilih. Secara keseluruhannya, beliau memperoleh keputusan yang cemerlang dalam Peperiksaan Sijil Pelajaran Malaysia tahun 2013. Beliau memperoleh keputusan 9A dan 1B dengan mencapai Gred A+ dalam kedua-dua mata pelajaran Matematik dan Matematik Tambahan. Selepas tamat pengajian Asasi Sains, beliau merancang untuk mengikuti program Ijazah Sarjan Muda dalam bidang Kejuruteraan Computer. Kerjasama yang diberikan adalah baik ketika sesi temu duga dijalankan dalam menjawab semua soalan yang dikemukakan.

### **Gambaran Kecerunan**

Gambaran mental kecerunan garis lurus dianalisis dengan berpandukan beberapa soalan utama. Pertama, soalan tentang garis lurus dan kecerunan. Kedua, soalan tentang kecerunan "1", kecerunan "-1", dan kecerunan "0". Ketiga, soalan tentang kecerunan positif, kecerunan negatif, kecerunan sifar, dan tiada kecerunan. Akhirnya, soalan tentang membandingkan kecerunan bumbung, membandingkan kecerunan tangga, dan membandingkan kecerunan garis lurus.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus, Matt menjelaskan bahawa garis lurus adalah satu garis yang lurus, manakala bukan garis lurus adalah garis yang melengkung, tidak sekata, dan tidak rata. Dalam hal ini, beliau memberikan gambaran mental dengan menggunakan idea geometri bagi menjelaskan apa yang beliau faham tentang garis lurus dan bukan garis lurus. Selain itu, beliau menjelaskan bahawa garis lurus adalah sebarang benda yang berbentuk lurus dan mempunyai kecerunan yang konsisten seperti benang yang ditarik dengan tegang dan sisi bagi kertas tebal yang

berbentuk segi empat tepat. Bukan garis lurus pula adalah seperti benang yang dikendurkan, iaitu merujuk beberapa lekuk yang terbentuk apabila benang dikendurkan. Dalam hal ini, beliau memberikan gambaran mental tentang garis lurus dan bukan garis lurus dengan menggunakan idea berunsurkan bahan konkrit yang terdapat di situ. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus

- P: Dalam perkataan kamu sendiri, sila jelaskan apa yang tergambar dalam fikiran kamu tentang garis lurus.
- S: Garis lurus adalah satu garis yang lurus.
- P: Apa yang kamu maksudkan dengan garis yang lurus? Bolehkah kamu menggunakan benang, jarum peniti, dan kertas tebal yang ada di sini bagi menjelaskan maksud kamu.
- S: Pertama, saya perlu lekatkan dua jarum peniti di atas kertas tebal bagi mewakili dua titik di atas satah. Kedua, saya ikat benang ini pada paku dengan tegang. Benang inilah yang mewakili garis lurus (seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah).



- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus?
- S: Apa-apa sahaja yang lurus dan mempunyai kecerunan yang konsisten.
- P: Bolehkah kamu berikan contoh?
- S: Seperti sisi kertas tebal ini mempunyai empat garis lurus (sambil menunjukkan sisi kad).
- P: Selain itu, adakah terdapat gambaran lain?
- S: Tiada.
- P: Katakan apa yang saya mahukan ialah bukan garis lurus, jelaskan apa yang kamu fikirkan?
- S: Bukan garis lurus adalah garis yang melengkung, tidak sekata, dan tidak rata.
- P: Apa maksud kamu?
- S: Seperti ini...benang ini mewakili bukan garis lurus sebab ia berlekuk di sepanjang dua titik ini.



Dalam membicarakan tentang gambaran mental bagi kecerunan, Matt menjelaskan dengan menggunakan idea geometri, iaitu kecerunan adalah garis lurus yang mempunyai ketinggian yang berbeza pada dua hujung garis lurus. Dalam hal ini, beliau merujuk ketinggian sebagai jarak mencancang bagi garis lurus tersebut. Seterusnya, beliau menjelaskan gambaran mental tentang kecerunan dengan menggunakan idea berunsurkan bahan konkrit, iaitu beliau merujuk garis lurus sebagai benang yang berubah ketinggian dari ketinggian asal. Beliau menambah benang tersebut dinaikkan pada satu hujung supaya lebih tinggi dari hujung yang satu lagi. Selain itu, dengan menggunakan idea konkrit yang lain, beliau menjelaskan kecerunan boleh digambarkan pada bahagian sisi komputer riba di hadapan beliau yang mana terdapat bahagian yang mempunyai ketinggian yang berbeza. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan.

#### **Protokol 1.1: Gambaran Kecerunan**

P: Kalau saya kata kecerunan, apa yang terlintas di fikiran kamu?

S: Kecerunan merupakan garis lurus. Garis lurus tersebut mempunyai tinggi yang berbeza pada dua hujung sepertimana kedudukan benang ini. Asalnya benang ini pada ketinggian yang sama. Namun, apabila saya naikkan satu hujung begini, maka kedudukan begini menggambarkan kecerunan (beliau menunjukkan kedudukan benang yang telah dinaikkan seperti dalam gambar di bawah). Beliau menambah, selain kedudukan benang, bahagian sisi komputer riba (seperti di bawah) yang mempunyai ketinggian yang berbeza juga menggambarkan kecerunan.



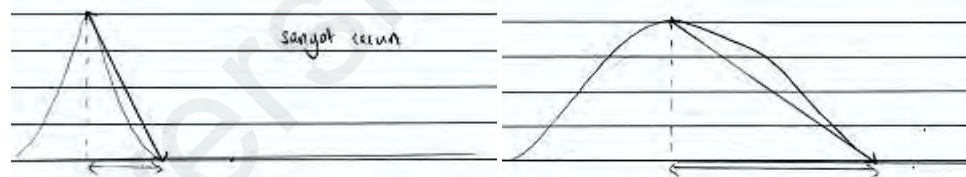
Sebagai tambahan, Matt menjelaskan bahawa garis lurus yang condong ke bawah bermaksud garis tersebut mempunyai kecerunan negatif, manakala garis lurus yang condong ke atas bermaksud garis tersebut mempunyai kecerunan positif. Di sini, nampaknya beliau mengambil idea sudut secara mudah sebagai kriteria bagi menjelaskan positif atau negatif sesuatu kecerunan. Contohnya, sudut yang positif, iaitu sudut yang diukur dari garis mengufuk ke atas, kecerunan juga adalah positif. Sebaliknya, bagi sudut yang negatif, iaitu sudut yang diukur ke bawah, kecerunan juga adalah negatif. Selanjutnya, bukan kecerunan pula adalah satu permukaan yang berlekuk atau permukaan yang tidak rata. Permukaan tersebut adalah mendatar dan tidak condong ke atas mahupun condong ke bawah. Dalam hal ini, nampaknya beliau menjelaskan gambaran mental beliau tentang bukan kecerunan dengan menggabungkan idea sudut dan struktur permukaan.

Dalam membincangkan tentang gambaran mental bagi tidak cerun dan sangat cerun, Matt menjelaskan dengan menggunakan idea simbolik, iaitu tidak cerun bermaksud garis lurus yang mempunyai kecerunan yang kecil, iaitu dengan melihat nilai kecerunan bagi garis lurus tersebut. Beliau juga menjelaskan dengan menggunakan idea geometri, iaitu titik hujung di sebelah atas garis lurus tidak begitu tinggi dari aras mendatar. Sebaliknya, sangat cerun bermaksud garis lurus yang mempunyai kecerunan yang besar, iaitu titik hujung di sebelah atas garis lurus adalah sangat tinggi dari aras mendatar. Sebagai tambahan, beliau menggunakan kaedah

perbandingan bagi garis lurus yang mempunyai jarak mencancang yang sama, iaitu garis yang mempunyai jarak mengufuk yang lebih kecil adalah sangat cerun. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan.

### Protokol 1.1: Gambaran Kecerunan

- P: Selain itu, apa lagi yang tergambar dalam fikiran kamu tentang kecerunan?  
S: Sesuatu yang condong ke bawah atau ke atas.  
P: Apa yang kamu maksudkan?  
S: Condong ke atas bermaksud mempunyai kecerunan positif, manakala condong ke bawah bermaksud kecerunan negatif.  
S: Ya.  
P: Bagaimana pula dengan keadaan gunung yang menegak seperti yang terdapat dalam filem “vertical limit”?  
S: Jika keadaan menegak, maka kecerunan adalah tiada.  
P: Mengapa kamu berkata demikian?  
S: Dalam keadaan menegak, panjang mengufuk adalah sifar. Kecerunan membabitkan panjang menegak dibahagi dengan panjang mengufuk. Sebarang nilai dibahagi dengan sifar tidak dapat ditentukan hasil bahagi tersebut. Oleh itu, tiada kecerunan bagi gunung yang menegak.  
S: Rajah pertama mempunyai garis lurus yang sangat cerun berbanding dengan garis lurus dalam rajah kedua.



Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, Matt menyatakan bahawa kecerunan “1” membawa maksud kecerunan bagi garis lurus ialah “1”. Dalam hal ini, beliau menjelaskan dengan menggunakan idea simbolik bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, iaitu dengan merujuk nilai “1” bagi kecerunan. Menurut beliau, kecerunan bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” adalah konsisten, iaitu tidak berubah di sepanjang garis tersebut. Dalam hal ini, beliau melihat garis lurus tersebut hanya boleh mempunyai satu nilai kecerunan, iaitu “1”. Beliau menambah dengan menjelaskan tentang garis yang mempunyai kecerunan “1” dengan menggunakan idea sudut, iaitu garis tersebut adalah tidak begitu cerun dan



dari idea geometri, iaitu sekata dan tidak berlekuk-lekuk. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan “1”.

### Protokol 1.2: Gambaran kecerunan “1”

P: Katakan satu garis lurus tertentu mempunyai kecerunan “1”, apa yang boleh kamu gambarkan mengenai garis lurus itu?

S: Kecerunan “1” bermaksud kecerunan bagi garis lurus ialah 1. Garis lurus ini tidak begitu cerun tetapi adalah sekata dan tidak berlekuk-lekuk. Kecerunan bagi garis ini adalah konsisten di sepanjang garis.

Bagi tujuan melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, Matt menggunakan formula  $y = mx + c$  dan satu titik tertentu untuk mendapatkan nilai  $c$ , iaitu pintasan- $y$ . Dalam hal ini, beliau menggunakan idea persamaan linear  $y = mx + c$  bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan mengambil nilai  $m = 1$ . Protokol 1.2 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan “1”.

### Protokol 1.2: Gambaran kecerunan “1”

P: Sila lukiskan gambaran tersebut.

S: Boleh tapi saya dah lupa formula persamaan garis lurus.

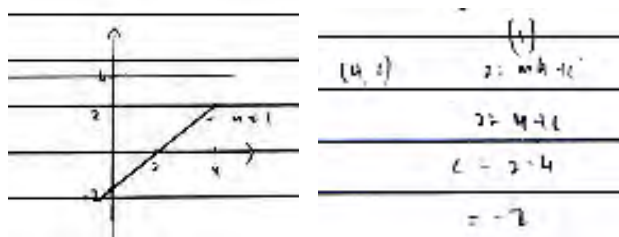
P: Kalau begitu saya beri kamu formula  $y = mx + c$ , adakah ini yang kamu perlukan

S: Ya.

P: Bagaimanakah kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan “1”?

S: Saya perlukan 1 titik katakan titik  $(4, 2)$ . Dengan menggunakan titik ini saya gantikan nilai  $x = 4, y = 2$ , dan  $m = 1$  ke dalam persamaan  $y = mx + c$  untuk mendapat nilai  $c$ , iaitu pintasan- $y$ .

Seterusnya, saya lukiskan paksi- $x$  dan paksi- $y$ . Dengan nilai  $c = -2$  bersama titik  $(4, 2)$  saya plotkan pada satah cartesian dan melukis garis yang melalui titik dan pintasan- $y$ .



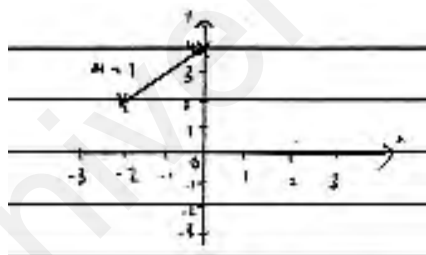
P: Mengapa kamu pilih titik  $(4, 2)$  tetapi bukan titik yang lain?

S: Saya pilih secara spontan titik (4, 2) sebab nilai  $x$  dan  $y$  tak begitu besar jadi lebih senang bagi melukis graf, tetapi boleh pilih mana-mana titik.

Selanjutnya, beliau menjelaskan bahawa terdapat banyak garis lurus yang boleh dilukis dengan cara yang sama dan semua garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” adalah selari. Dalam hal ini, beliau menggunakan konsep garis selari untuk melukiskan gambaran lain bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”. Protokol 1.2 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan “1”.

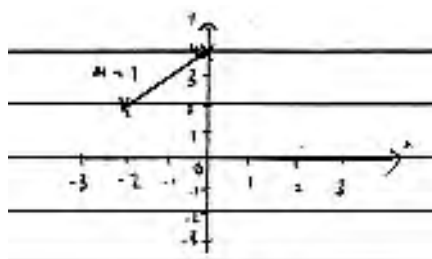
### Protokol 1.2: Gambaran kecerunan “1”

- P: Katakan kamu tidak ada titik, bolehkah kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan “1”?
- S: Tidak boleh. Mesti ada sekurang-kurangnya satu titik untuk menentukan pintasan- $y$  supaya garis lurus boleh dilukis.
- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”?
- S: Kali ini saya pilih satu titik lain, iaitu (-2, 2). Dengan menggunakan kaedah yang sama saya tentukan pintasan- $y$ . Didapati pintasan- $y$  ialah 4. Seterusnya, saya plot pada satah cartesian dan lukis garis lurus melalui titik (-2, 2) dan  $c = 4$ .



$(-2, 2)$	$1 = mx + c$
	$2 = (-)(-2) + c$
	$c = 4$

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”?
- S: Kali ini saya pilih satu titik lain, iaitu (-2, 2). Dengan menggunakan kaedah yang sama saya tentukan pintasan- $y$ . Didapati pintasan- $y$  ialah 4. Seterusnya, saya plot pada satah cartesian dan lukis garis lurus melalui titik (-2, 2) dan  $c = 4$ .



$(-2, 2)$	$1 = mx + c$
	$2 = (-)(-2) + c$
	$c = 4$

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”?
- S: Ada banyak garis lurus yang boleh dilukis dengan cara yang sama. Semua garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” adalah selari.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, Matt menyatakan bahawa garis lurus tersebut menuju ke bawah. Dalam hal ini, beliau memberi penjelasan dengan mengambil kira arah, iaitu menuju ke bawah bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Sebagai tambahan, beliau memberi contoh bagi garis yang mempunyai kecerunan positif dengan menggabungkan idea bentuk muka bumi, iaitu kaki gunung dan puncak gunung dan dari idea arah, iaitu pergerakan dari kaki gunung menuju ke puncak gunung. Sebaliknya, pergerakan dari puncak gunung menuju kaki gunung adalah berkecerunan negatif. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan “-1”.

### **Protokol 1.3: Gambaran kecerunan “-1”**

- P: Jika satu garis lurus mempunyai kecerunan “-1”, apa yang ada dalam fikiran kamu?
- S: Garis lurus tersebut bergerak ke bawah. Sebagai contoh jika kaki gunung dan puncak gunung dihubungkan, maka pergerakan dari kaki gunung menuju puncak gunung adalah berkecerunan positif. Sebaliknya, pergerakan dari puncak gunung menuju kaki gunung adalah berkecerunan negatif.

Bagi tujuan melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, Matt menggunakan idea persamaan linear  $y = mx + c$  dengan mengambil  $m = -1$ . Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang beliau fikirkan tentang garis lurus berkecerunan “-1”.

### **Protokol 1.3: Gambaran kecerunan “-1”**

- P: Sila lukiskan gambaran tersebut?
- S: Ini adalah gambaran kaki gunung dan puncak gunung. Saya gambarkan di kedua-dua belah gunung mempunyai kecerunan yang sama, iaitu 1. Namun, di sebelah kiri adalah gambaran bagi kecerunan positif 1, iaitu bagi

pergerakan ke atas menuju puncak gunung. Sebaliknya, di sebelah kanan adalah gambaran bagi kecerunan negatif 1, iaitu bagi pergerakan ke bawah menuju kaki gunung.

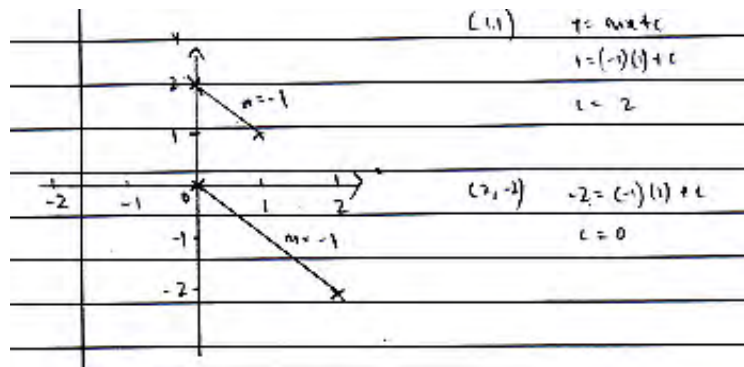


- P: Bagaimanakah kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan “-1”?
- S: Seperti sebelum ini, iaitu dengan menggunakan formula  $y = mx + c$ . Saya pilih titik (1, 1) dan gantikan ke dalam formula di atas untuk menentukan pintasan-y. Saya mendapati nilai  $c$  ialah 2. Dengan nilai ini saya mendapat titik (0, 2) sebagai titik kedua untuk diplot bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan -1 (sambil melukis garis lurus pada satah cartesian).

Menurut Matt, terdapat banyak garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” tetapi semua garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” adalah selari seperti yang dilukiskan. Dalam hal ini, beliau menggunakan konsep garis selari bagi tujuan melukis gambaran lain bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan “-1”.

### Protokol 1.3: Gambaran kecerunan “-1”

- P: Selain itu, adakah gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”?
- S: Ada, tetapi kali ini saya kenalah pilih titik lain. Kali ini saya nak pilih titik (2, -2). Dengan menggunakan formula yang sama saya dapat tentukan nilai  $c$ , iaitu 0. Dengan nilai ini, saya mendapat titik yang kedua, iaitu (0, 0). Seterusnya, saya hendak lukiskan garis lurus yang melalui 2 titik ini pada rajah yang sama.
- P: Bolehkah kamu lukiskan gambarannya?
- S: (Melukis graf garis lurus).

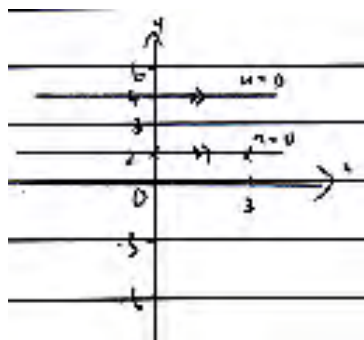


- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”?
- S: Terdapat banyak garis lurus yang mempunyai kecerunan -1 tetapi semua garis lurus yang mempunyai kecerunan -1 adalah selari seperti yang saya lukis di atas.

Dalam menjawab soalan gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”, Matt menyatakan bahawa garis tersebut adalah satu garis yang mendatar yang mana nilai  $m$  adalah “0”. Dalam hal ini, beliau memberi penjelasan dengan menggabungkan idea geometri, iaitu garis mendatar dan aspek simbolik, iaitu nilai  $m$  adalah “0” bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”.

### Protokol 1.3: Gambaran kecerunan “0”

- P: Jika terdapat satu garis lurus yang berkecerunan “0”, apa yang terlintas di fikiran kamu tentang garis tersebut?
- S: Satu garisan yang mendatar, iaitu nilai  $m = 0$ . Sebagai contoh, permukaan meja ini mempunyai kecerunan 0 oleh sebab ianya adalah mendatar. Semua permukaan yang mendatar tidak mempunyai kecerunan.
- P: Bolehkah kamu lukiskan gamabarannya?
- S: Boleh...(beliau melukiskan garis tersebut seperti di bawah)



Di samping itu, beliau memberi contoh gambaran seperti satu garis yang menghubungkan dua puncak Menara Berkembar Petronas sebab dua puncak tersebut adalah pada ketinggian yang sama. Justeru, garis yang tersebut adalah mendatar. Bagi beliau, semua permukaan atau garis lurus yang mendatar mempunyai kecerunan “0” seperti permukaan meja. Dalam hal ini, beliau menggunakan idea geometri, iaitu garis lurus yang mendatar dan aspek konkrit, iaitu permukaan meja bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus yang berkecerunan “0”.

### **Protokol 1.3: Gambaran kecerunan “0”**

- P: Selain itu, apakah yang tergambar dalam fikiran kamu?  
S: Saya tergambar dua puncak yang terdapat pada Menara Berkembar Petronas. Dua puncak ini adalah pada ketinggian yang sama. Jika saya hubungkan kedua-dua puncak ini dengan garis lurus, maka garis lurus ini mempunyai kecerunan 0.  
P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”?  
S: Semua garis yang mendatar macam yang saya lukis ni.

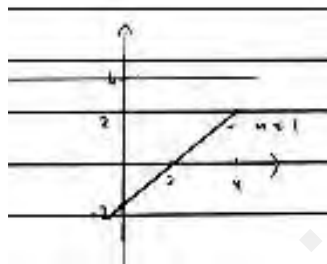
Secara keseluruhannya, gambaran mental Matt tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” adalah garis lurus yang menuju ke bawah. Bagi melukiskan garis lurus mempunyai kecerunan “-1”, Matt menggunakan formula  $y = mx + c$ . Menurut Matt, terdapat banyak garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” tetapi semua garis lurus yang mempunyai kecerunan -1 adalah selari seperti yang dilukiskan.

Bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”, Matt menyatakan bahawa garis tersebut adalah satu garis yang mendatar yang mana nilai  $m$  adalah 0. Bagi Matt, semua permukaan atau garis lurus yang mendatar mempunyai kecerunan “0” seperti permukaan meja dan garis lurus yang dilukiskan.

Bagi gambaran mental kecerunan positif, Matt menggunakan idea arah dengan menyatakan bahawa garis tersebut adalah dalam keadaan menaik seperti yang dilukiskan. Beliau juga menggabungkan idea arah dan konsep sudut dengan menyatakan garis lurus yang mempunyai kecerunan positif adalah sesuatu yang cerun seperti menaiki bukit dan tangga. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan positif.

#### Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Positif

- P: Apakah yang tergambar dalam fikiran kamu tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan positif?  
 S: Garis lurus dalam keadaan menaik (sambil menunjukkan garis lurus yang mempunyai kecerunan yang telah dilukis sebelum ini seperti di bawah).

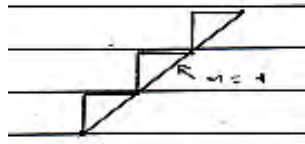


Bagi menjelaskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, beliau sekali lagi menggunakan idea arah, iaitu garis tersebut adalah dalam keadaan menurun seperti semasa menuruni tangga. Menurut beliau, garis yang lebih cerun mempunyai kecerunan lebih besar. Dalam hal ini, secara tidak langsung beliau mengaitkan idea sudut dan simbolik bagi menjelaskan tentang garis yang cerun dan nilai kecerunan bagi garis tersebut. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan positif.

#### Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Positif

- P: Selain daripada itu, adakah terdapat penjelasan lain.  
 S: Sesuatu yang cerun.  
 P: Apa maksud kamu?  
 S: Seperti bukit, semasa memanjat bukit merupakan contoh bagi kecerunan positif. Begitu juga dengan tangga, semasa menaiki tangga adalah satu lagi contoh bagi kecerunan positif.  
 P: Sila lukiskan gambaran tersebut?

S: (Melukiskan gambaran anak tangga seperti dibawah)



Bagi menentukan garis lurus yang dilukis yang mana mempunyai kecerunan lebih besar, Matt menggunakan idea sudut, iaitu secara melihat dengan mata kasar sudut bagi garis tersebut atau dengan menggunakan protractor untuk mengukur sudut dengan lebih jelas. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Matt tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan positif.

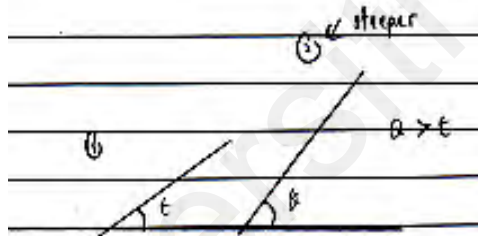
#### Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Positif

P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain?

S: Tiada. Sama saja asalkan sesuatu atau garis dalam keadaan menaik.

P: Selain itu, bolehkah kamu lukiskan 2 lagi garis lurus yang mempunyai kecerunan positif tetapi mempunyai kecerunan yang berbeza.

S: (Melukis dua garis lurus seperti di bawah).



P: Antara rajah yang kamu lukis sebagai garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, yang manakah mempunyai kecerunan paling besar?

S: Garis ke-2

P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan rajah tersebut mempunyai kecerunan paling besar.

S: Dengan mata kasar, sudut bagi garis lurus kedua, iaitu  $\alpha$  adalah lebih besar berbanding dengan sudut bagi garis lurus pertama, iaitu  $\beta$ . Saya juga boleh menggunakan protractor bagi mengukur sudut bagi dua garis lurus.

Seterusnya, beliau menyatakan bahawa tiga pernyataan berikut tentang garis lurus, iaitu kecerunan sifar, kecerunan "0", dan garis lurus yang tidak mempunyai kecerunan mempunyai maksud yang sama. Tingkah laku Matt tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan sifar dipaparkan dalam Protokol 1.4.



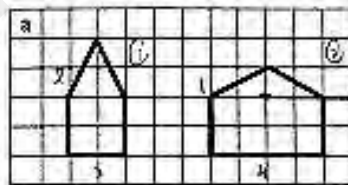
### Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Sifar

- P: Katakan satu garis lurus yang mempunyai kecerunan sifar, apakah yang terlintas di fikiran kamu?
- S: Garis lurus yang mempunyai kecerunan sifar sama dengan garis lurus yang mempunyai kecerunan 0.
- P: Bagaimana pula jika saya sebut garis lurus yang tiada kecerunan, apakah yang terlintas di fikiran kamu?
- S: Garis lurus yang tidak mempunyai kecerunan adalah sama dengan garis lurus yang mempunyai kecerunan sifar

Bagi perbandingan kecerunan bumbung bagi lima rajah yang diberikan, Matt menggunakan samada satu atau dua dari empat kaedah tertentu. Pertamanya, beliau membuat perbandingan kecerunan bumbung dengan menghitung bilangan kotak bagi tinggi dan lebar bumbung. Seterusnya, beliau menganggap bumbung yang lebih tinggi dengan tapak yang lebih lebar mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding bumbung yang satu lagi. Dalam hal ini, beliau menggunakan dua ukuran yang perlu dipertimbangkan, iaitu ukuran tinggi dan tapak. Tingkah laku Matt tentang perbandingan kecerunan bumbung dipaparkan dalam Protokol 1.5.

### Protokol 1.5: Perbandingan Kecerunan Bumbung

- P: (Meletakkan lima rajah bumbung di hadapan murid).  
Antara bumbung di bawah, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Bumbung yang pertama .
- P: Mengapa kamu kata macam tu?
- S: Bumbung bagi rajah pertama mempunyai tinggi 2 kotak dan lebar 2 kotak berbanding bumbung kedua hanya mempunyai 1 kotak tetapi lebar 4 kotak.



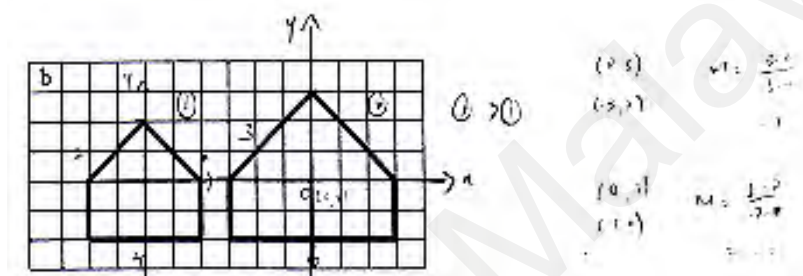
$$C > D$$

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- S: Kira bilangan kotak menegak dan mendatar. Jadi, bumbung pertama mempunyai kecerunan lebih besar sebab ia lebih tinggi dan kurang lebar.

Seterusnya, beliau menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$  bagi mendapatkan kecerunan dalam bentuk nilai kuantiti. Tingkah laku Matt tentang perbandingan kecerunan bumbung dipaparkan dalam Protokol 1.5.

### Protokol 1.5: Perbandingan Kecerunan Bumbung

- P: Bagi Rajah bumbung (b), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?  
 S: Rajah kedua.  
 P: Mengapa kamu kata macam tu?  
 S: Bilangan kotak menegak ialah 2 dan mendatar ialah 4 bagi bumbung pertama.  
 Bilangan kotak menegak ialah 3 dan mendatar ialah 6 bagi bumbung kedua.



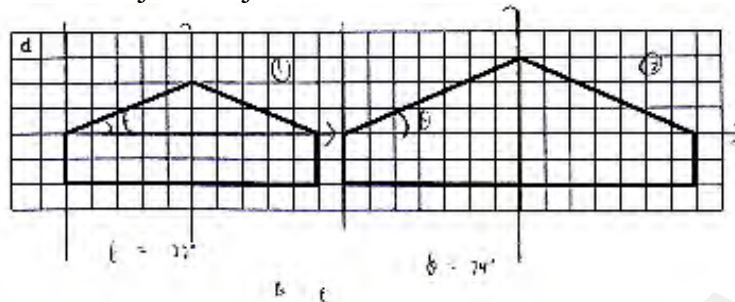
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.  
 S: Oooopss...saya rasa saya perlu menentukan kecerunan dengan cara yang lain. Saya letakkan paksi-x dan paksi-y. Bagi rajah kedua, saya pilih titik (0, 3) dan (-3,0). Jadi ,  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{-3 - 0} = -1$ .  
 Bagi rajah pertama, saya pilih titik (0, 2) dan (-2, 0). Jadi ,  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-2 - 0} = -1$ .  
 Emm.. jawapan sebenar ialah kedua-dua bumbung mempunyai kecerunan yang sama.

Selanjutnya, beliau menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis condong dengan garis mendatar bagi kedua-dua rajah. Dalam hal ini, beliau menggunakan idea sudut, iaitu sudut yang lebih besar mempunyai kecerunan yang lebih besar. Tingkah laku Matt tentang perbandingan kecerunan bumbung dipaparkan dalam Protokol 1.5.

### Protokol 1.5: Perbandingan Kecerunan Bumbung

- P: Bagi Rajah bumbung (d), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?  
 S: Rajah kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar.  
 P: Mengapa kamu kata macam tu?

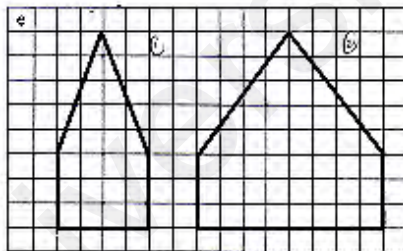
- S: Sudut bagi rajah kedua lebih besar.  
P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.  
S: (Melukiskan garis menegak dan mendatar). Saya menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis condong dengan garis mendatar bagi kedua-dua rajah. Saya membandingkan sudut bagi kedua-dua rajah. Bagi rajah kedua, sudut  $\theta$  ialah 24 darjah manakala bagi rajah pertama sudut  $t$  ialah 22 darjah sahaja.



Akhirnya, beliau menggunakan kaedah perbandingan sudut secara melihat dengan mata kasar. Tingkah laku Matt tentang perbandingan kecerunan bumbung dipaparkan dalam Protokol 1.5.

#### Protokol 1.5: Perbandingan Kecerunan Bumbung

- P: Bagi Rajah bumbung (e), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?  
S: Rajah pertama.  
P: Mengapa kamu berkata demikian?  
S:



Saya nampak jelas rajah pertama mempunyai kecerunan lebih besar.

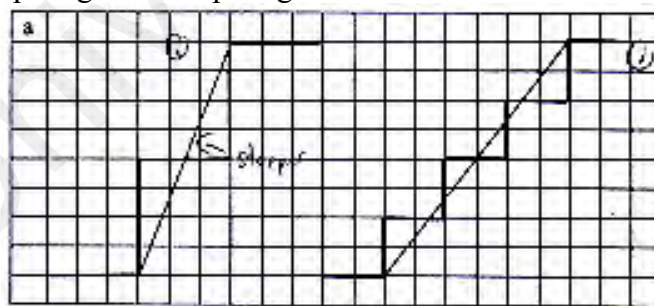
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.  
S: Kedua-dua bumbung mempunyai ketinggian yang sama tetapi rajah lebih lebar dari rajah pertama. Lebar rajah pertama ialah 4 kotak tetapi lebar bagi rajah kedua ialah 8 kotak.

Pada umumnya, pandangan Matt tentang kecerunan lima rajah bumbung yang diberikan boleh diringkaskan seperti berikut: Bagi Rajah (a), (c), dan (e), Rajah Pertama mempunyai kecerunan lebih besar berbanding Rajah Kedua. Sebaliknya, bagi Rajah (d), Rajah Kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding rajah pertama, manakala bagi Rajah (b), kedua-dua rajah mempunyai kecerunan yang sama.

Bagi menentukan kecerunan anak tangga yang manakah lebih besar bagi lima rajah yang diberikan, terlebih dahulu Matt melukiskan garis lurus melalui anak tangga dengan menghubungkan dua hujung garis menegak bagi tangga dengan alasan garis tersebut adalah paling dekat antara tangga paling atas dan paling bawah. Dalam hal ini, beliau menganggap rajah anak tangga seperti rajah garis lurus. Beliau membuat perbandingan kecerunan anak tangga secara melihat dengan mata kasar sudut antara garis lurus yang dilukis dengan garis mendatar secara kasar. Tingkah laku Matt tentang perbandingan kecerunan anak tangga dipaparkan dalam Protokol 1.6.

### Protokol 1.6: Perbandingan Kecerunan Anak Tangga

- P: (Meletakkan lima rajah anak tangga di hadapan murid).  
 Antara anak tangga di bawah, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Rajah yang pertama mempunyai kecerunan yang lebih besar.
- P: Mengapa kamu berkata demikian?
- S: Dengan cara melihat dengan mata kasar kelihatan kecerunan bagi tangga pertama adalah lebih besar.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- S: (Melukis satu garis lurus melalui anak tangga dengan menghubungkan kedua-dua hujung garis menegak anak tangga bagi setiap rajah).
- P: Mengapa kamu pilih 2 hujung garis menegak bagi tangga?
- S: Supaya garis lurus yang dilukis adalah garis yang paling dekat antara tangga paling atas dan paling bawah.

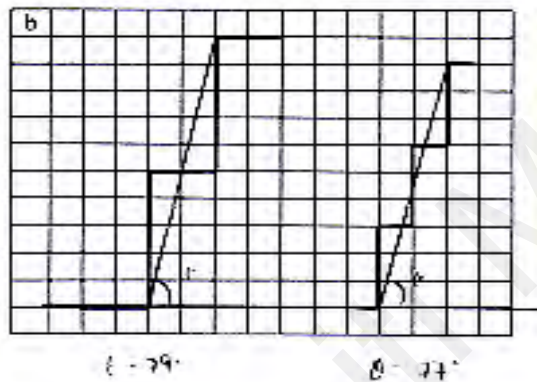


Seterusnya, beliau menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis condong dengan garis mendatar bagi kedua-dua rajah. Dalam hal ini, beliau menggunakan idea sudut, iaitu sudut yang lebih besar mempunyai kecerunan yang

lebih besar. Tingkah laku Matt tentang perbandingan kecerunan anak tangga dipaparkan dalam Protokol 1.6.

### Protokol 1.6: Perbandingan Kecerunan Anak Tangga

- P: Bagi Rajah tangga (b), yang manakah mempunyai kecerunan lebih besar?  
S: Rajah pertama.  
P: Mengapa kamu berkata demikian?  
S: Sebab sudut bagi tangga dalam rajah pertama adalah lebih besar berbanding dengan sudut bagi tangga kedua.  
P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.  
S: Kali ini saya mengukur sudut antara garis mendatar bagi tangga paling bawah dengan garis yang saya lukis tadi bagi kedua-dua rajah. Tangga dalam rajah pertama mempunyai sudut 79 darjah manakala rajah kedua mempunyai sudut 77 darjah.

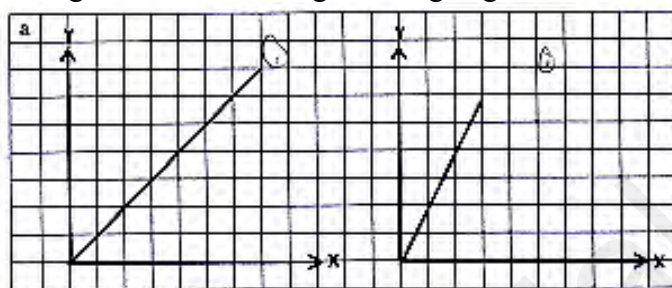


Pada umumnya, pandangan Matt tentang kecerunan lima rajah anak tangga yang diberikan boleh diringkaskan seperti berikut: Bagi Rajah (a), (b), dan (d), Rajah Pertama mempunyai kecerunan lebih besar berbanding Rajah Kedua. Sebaliknya, bagi Rajah (c) dan (e), Rajah Kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding Rajah Pertama.

Berhubung dengan soalan membandingkan kecerunan garis lurus yang manakah lebih besar bagi lapan rajah yang diberikan, Matt menggunakan beberapa kaedah tertentu. Antaranya, secara melihat dengan mata kasar bagi membandingkan garis lurus yang lebih menegak. Di sini, beliau menganggap garis yang lebih menegak mempunyai kecerunan yang lebih besar. Tingkah laku Matt tentang perbandingan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 1.7.

### Protokol 1.7: Perbandingan Kecerunan Garis Lurus

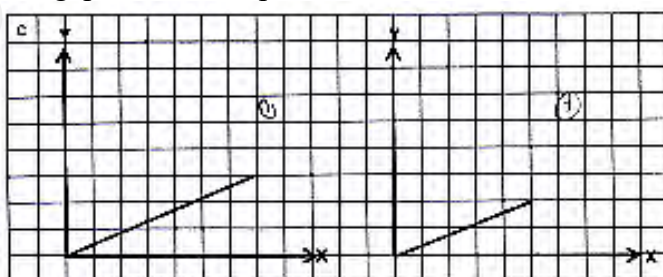
- P: (Meletakkan lapan rajah garis lurus di hadapan murid). Bagi setiap rajah berikut, kamu dikehendaki menentukan yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Banyaknya (sambil mengeluh).
- P: Bagi garis lurus dalam Rajah (a), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Garis lurus dalam rajah kedua kelihatan mempunyai kecerunan lebih besar.
- P: Mengapa kamu cakap macam tu?
- S: Saya melihat dengan mata kasar, garis lurus dalam rajah kedua adalah lebih menegak kalau dibandingkan dengan garis lurus dalam rajah pertama.



Seterusnya, beliau menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis dengan garis mendatar bagi kedua-dua rajah. Dalam hal ini, beliau menggunakan konsep sudut, iaitu sudut yang lebih besar mempunyai kecerunan yang lebih besar. Tingkah laku Matt tentang perbandingan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 1.7.

### Protokol 1.7: Perbandingan Kecerunan Garis Lurus

- P: Bagi garis lurus dalam Rajah (c) pula, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Kecerunan bagi kedua-dua garis lurus adalah tidak sama.
- P: Mengapa kamu cakap macam tu?
- S:



Saya mengukur sudut yang dibuat oleh garis lurus dengan paksi-x. Saya dapati garis lurus pertama mempunyai sudut 24 darjah manakala garis lurus kedua mempunyai sudut 22 darjah.

- P: Jadi, apa yang boleh kamu katakan?

S: Garis lurus dalam rajah pertama mempunyai kecerunan lebih besar sebab sudutnya lebih besar.

Selain itu, beliau melihat kedudukan garis lurus dengan garis lurus yang menghubungkan pepenjuru kotak. Menurut beliau, garis lurus yang berada lebih tinggi berbanding daripada pepenjuru kotak mempunyai kecerunan yang lebih besar. Tingkah laku Matt tentang perbandingan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 1.7.

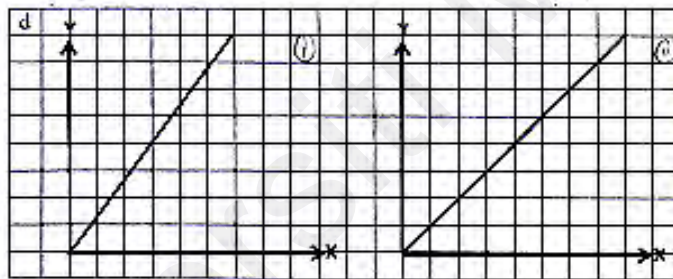
### Protokol 1.7: Perbandingan Kecerunan Garis Lurus

P: Bagi garis lurus dalam Rajah (d), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?

S: Garis lurus dalam rajah pertama mempunyai kecerunan yang lebih besar.

P: Mengapa kamu cakap macam tu?

S: Lihat pada garis lurus dalam rajah kedua ini. Ia betul-betul melalui pepenjuru kotak. Tetapi, garis lurus dalam rajah pertama tidak melalui pepenjuru kotak malah lebih tinggi daripada pepenjuru kotak.



P: Apa yang boleh kamu katakan?

S: Jadi, garis lurus dalam rajah pertama mempunyai kecerunan lebih besar sebab garis lurusnya lebih tinggi berbanding garis lurus yang kedua.

P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain.

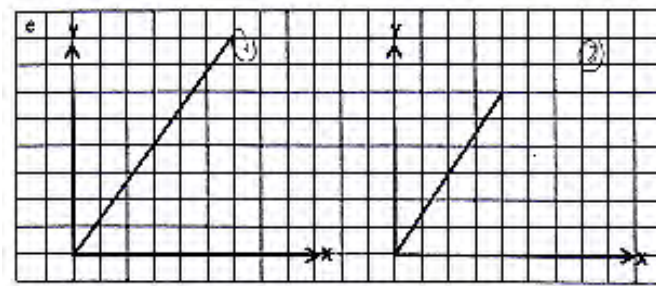
S: Tiada.

P: Bagi garis lurus dalam Rajah (e), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?

S: Garis lurus dalam rajah kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar.

P: Mengapa kamu cakap macam tu?

S: Seperti sebelum ini. Saya melihat pada garis lurus dalam rajah kedua-dua rajah. Saya dapati kedua-dua garis lurus berada lebih tinggi daripada garis lurus yang menghubungkan pepenjuru kotak. Walau bagaimanapun, garis lurus dalam rajah kedua berada lebih tinggi berbanding dengan garis lurus dalam rajah kedua.



P: Apa yang boleh kamu katakan?

S: Jadi, garis lurus dalam rajah pertama mempunyai kecerunan lebih besar sebab garis lurusnya lebih tinggi berbanding garis lurus yang kedua.

Pada umumnya, pandangan Matt tentang kecerunan lapan rajah garis lurus yang diberikan boleh diringkaskan seperti berikut: Bagi Rajah (c), (d), dan (g), garis lurus pertama mempunyai kecerunan lebih besar berbanding garis lurus kedua. Sebaliknya, bagi Rajah (a), (e), dan (h), garis lurus kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding garis lurus pertama, manakala bagi Rajah (b) dan (f), kedua-dua garis lurus mempunyai kecerunan yang sama.

### **Kesimpulan bagi Gambaran Mental Kecerunan**

Matt menganggap garis lurus adalah satu garis yang lurus, manakala bukan garis lurus pula adalah garis yang melengkung, tidak sekata, dan tidak rata. Dalam hal ini, beliau memberi penjelasan dari aspek geometri tentang garis lurus dan bukan garis lurus. Sebaliknya, dari aspek konkrit, beliau menganggap garis lurus adalah sebarang benda yang berbentuk lurus dan mempunyai kecerunan yang konsisten seperti benang yang ditarik tegang dan sisi bagi kertas tebal yang berbentuk segi empat tepat. Bukan garis lurus pula adalah seperti benang yang dikendurkan, iaitu merujuk beberapa lekuk yang terbentuk apabila benang dikendurkan.

Bagi gambaran mental tentang kecerunan, Matt menjelaskan dari aspek geometri bahawa kecerunan adalah garis lurus yang mempunyai ketinggian yang berbeza pada dua hujung garis lurus. Dari aspek bahan konkrit, beliau merujuk garis



lurus sebagai benang yang berubah ketinggian dari ketinggian asal dan bahagian sisi komputer riba yang mempunyai ketinggian yang berbeza.

Seterusnya, Matt menggunakan konsep sudut dan arah secara tidak langsung sebagai kaedah bagi menentukan positif atau negatif sesuatu kecerunan. Sebagai contoh, beliau menganggap kecerunan negatif bagi garis lurus yang condong ke bawah manakala kecerunan positif bagi garis lurus yang condong ke atas. Selanjutnya, dengan menggabungkan aspek struktur permukaan dan konsep sudut, beliau menganggap bukan kecerunan sebagai satu permukaan mendatar dan tidak condong, tidak berlekuk atau permukaan yang tidak rata.

Berhubung dengan gambaran mental tentang tidak cerun dan sangat cerun, Matt menjelaskan dari aspek simbolik, iaitu tidak cerun bermaksud garis lurus yang mempunyai kecerunan yang kecil. Sebaliknya, sangat cerun bermaksud garis lurus yang mempunyai kecerunan yang besar. Dari aspek geometri, beliau menganggap tidak cerun bermaksud garis lurus tersebut tidak begitu tinggi dari aras mendatar manakala sangat cerun pula garis lurus tersebut sangat tinggi dari aras mendatar. Sebagai tambahan, beliau menggunakan kaedah perbandingan bagi garis lurus yang mempunyai jarak mencancang yang sama, iaitu garis yang mempunyai jarak mengufuk yang lebih kecil adalah sangat cerun.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, Matt menjelaskan dari aspek simbolik, iaitu dengan merujuk nilai “1” bagi kecerunan garis lurus tersebut. Selain itu, kecerunan bagi garis lurus tersebut adalah konsisten, iaitu “1”. Dari aspek sudut, garis tersebut adalah tidak begitu cerun manakala dari aspek geometri, garis tersebut sekata dan tidak berlekuk-lekuk. Sebaliknya, bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, beliau memberi penjelasan dengan mengambil kira arah, iaitu garis tersebut menuju ke bawah.

Seterusnya, Matt menggunakan konsep persamaan linear  $y = mx + c$  dengan mengambil nilai  $m = 1$  bagi melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan  $m = -1$  bagi melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Selanjutnya, beliau menggunakan konsep garis selari untuk melukiskan gambaran lain bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “-1”.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”, Matt menyatakan dari aspek geometri bahawa garis tersebut adalah satu garis yang mendatar manakala dari aspek simbolik pula garis tersebut mempunyai nilai  $m$  ialah “0”. Selain itu, beliau menggunakan aspek konkrit seperti permukaan meja bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, Matt menggabungkan beberapa aspek seperti bentuk muka bumi, arah dan sudut. Sebagai contoh, beliau menyatakan garis tersebut adalah seperti pergerakan dari kaki gunung menuju ke puncak gunung atau sesuatu yang cerun dan mempunyai trend menaik seperti menaiki bukit dan tangga. Seterusnya, bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif, beliau menggunakan aspek bentuk muka bumi dan arah, iaitu pergerakan dari puncak gunung menuju kaki gunung atau garis mempunyai trend menurun seperti menuruni tangga. Selain itu, beliau mengaitkan aspek sudut dan simbolik dengan menyatakan garis yang lebih cerun mempunyai kecerunan lebih besar.

Bagi menentukan garis lurus yang dilukis yang mana mempunyai kecerunan lebih besar, Matt menggunakan elemen sudut, iaitu secara melihat dengan mata kasar sudut bagi garis tersebut atau dengan menggunakan protractor untuk mengukur sudut dengan lebih jelas. Menurut beliau, tiga pernyataan berikut tentang garis lurus, iaitu

kecerunan sifar, kecerunan “0”, dan garis lurus yang tidak mempunyai kecerunan mempunyai maksud yang sama.

Pada umumnya, bagi menentukan dan membandingkan kecerunan bumbung, anak tangga, dan garis lurus, Matt menggunakan beberapa kaedah. Antaranya, melukiskan garis lurus yang melalui anak tangga dengan menghubungkan dua hujung garis menegak, menganggap rajah anak tangga adalah seperti rajah garis lurus, menghitung bilangan kotak bagi tinggi dan lebar rajah, menganggap bumbung yang lebih tinggi dengan tapak yang lebih lebar mempunyai kecerunan yang lebih besar, menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , garis lurus yang mempunyai nilai  $m$  yang lebih besar adalah lebih cerun, melihat kedudukan garis lurus dengan garis lurus yang menghubungkan pepenjuru kotak, menggunakan protractor untuk mengukur sudut, menganggap sudut yang lebih besar mempunyai kecerunan yang lebih besar, dan secara melihat dengan mata kasar.

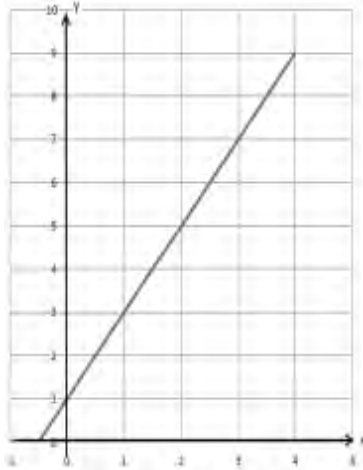
### **Perwakilan Kecerunan**

Perwakilan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan dua soalan utama tentang kecerunan garis lurus, iaitu mentafsir kecerunan garis lurus dan mewakili kecerunan “-1”.

Bagi Matt, garis lurus yang diberikan mempunyai kecerunan positif sebab garis tersebut dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan. Dalam hal ini, Matt mentafsirkan kecerunan garis lurus dengan menggabungkan aspek trend dan arah. Dari aspek trend, beliau merujuk garis lurus tersebut dengan keadaan menaik manakala dari aspek arah pula beliau menyatakan dari kiri ke kanan. Tingkah laku Matt ketika mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

### Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus

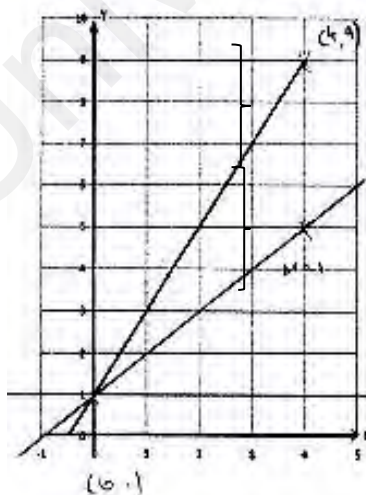
P: (Meletakkan graf garis lurus seperti di bawah di hadapan murid. Beberapa helai kertas, pensil dan pembaris disediakan. Murid boleh menggunakan alat tulis yang disediakan jika perlu untuk menjelaskan sesuatu. Satu transperensi yang mengandungi garis lurus turut disediakan bagi membantu murid, jika perlu untuk menjelaskan sesuatu. Murid boleh menggunakan transperensi ini dengan meletakkan dan menggerakkan transperensi tersebut di atas graf yang disediakan bagi membantu mendapatkan kecerunan yang dikehendaki).



Dengan merujuk graf garis lurus yang diberikan, apakah yang kamu faham tentang kecerunan garis lurus tersebut?

- S: Garis lurus yang mempunyai kecerunan positif.  
 P: Mengapakah kamu berkata begitu?  
 S: Garis lurus tersebut dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan.  
 P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan garis lurus itu?  
 S: Saya pilih titik (4, 9) dan (0, 1) yang terletak pada garis lurus ini. Saya tentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan.

Kecerunan garis lurus,  $m = \frac{9-1}{4-0} = 2$ .



$$m = \frac{9-1}{4-0}$$

$$= \frac{8}{4}$$

$$= 2$$

(4, 9)  $y = mx + c$   
 $9 = 1(4) + c$   
 $c = 5$

Selain itu, garis lurus tersebut dikatakan mempunyai kecerunan yang tetap, iaitu “2” dan bukan “3” sebab garis lurus yang diberikan adalah dengan skala tertentu dan tetap. Justeru, dengan menggunakan mana-mana dua titik yang terletak pada garis lurus tersebut, kecerunan adalah “2”. Dalam hal ini, beliau mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dari aspek simbolik iaitu “2” dengan menganggap kecerunan garis lurus adalah sama pada mana-mana bahagian garis lurus. Bagi tujuan tersebut, beliau menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menentukan kecerunan garis yang diberikan dan mendapati kecerunan adalah “2”. Tingkah laku Matt ketika mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

#### **Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus**

- P: Pada pendapat kamu bolehkah jika saya katakan bahawa garis lurus itu mempunyai kecerunan 3?
- S: Tidak, sebab garis lurus itu adalah tetap bersama dengan skala yang diberikan. Dengan menggunakan mana-mana 2 titik yang terletak pada garis lurus tersebut, kecerunan tetap 2.

Bagi mendapatkan kecerunan “1” daripada garis lurus yang diberikan, Matt menggerakkan garis lurus tersebut ke bawah supaya kecerunan garis tersebut berkurangan. Dalam hal ini, beliau menggunakan konsep sudut, iaitu sudut yang kecil mempunyai kecerunan yang lebih kecil. Bagi melukiskan garis lurus tersebut, beliau menggunakan formula bagi fungsi linear, iaitu  $y = mx + c$  dengan mengambil  $m = 1$  dan satu titik (4, 5) untuk menentukan pintasan-y. Seterusnya, beliau melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dengan menggunakan pintasan-y dan titik (4, 5). Tingkah laku Matt ketika mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

### Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus

- P: Jika saya hendak garis lurus itu supaya mempunyai kecerunan 1, apa yang perlu saya lakukan terhadap garis lurus tersebut? Sila jelaskan bagi setiap langkah yang kamu ambil.
- S: Gerakkan garis ke bawah supaya kurang kecerunan. Saya pilih satu titik, iaitu (4, 5). Dengan menggunakan formula bagi persamaan am garis lurus, iaitu  $y = mx + c$ ,  $m = 1$ , dan titik (4, 5), saya dapatkan pintasan- $y$  ialah 1. Jadi, saya boleh turunkan garis lurus yang diberi supaya ia melalui titik (4, 5) dan (0, 1).
- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?
- S: Saya rasa saya juga boleh buat garis  $y = 1$  sebagai garis dasar. Oleh kerana  $m = 1$  adalah setengah daripada  $m = 2$ , maka titik (4, 5) adalah titik tengah antara titik (4, 9) garis dasar.

Akhirnya, bagi mendapatkan kecerunan “0” beliau menggerakkan ke bawah garis lurus yang diberikan supaya mendatar, iaitu garis  $y = 1$ . Dalam hal ini, beliau menganggap bahawa semua garis mendatar mempunyai kecerunan “0”. Tingkah laku Matt ketika mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

### Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus

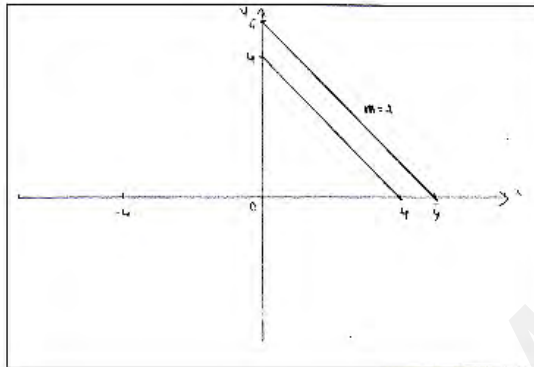
- P: Apa pula yang saya perlukan lakukan jika saya hendak garis lurus itu supaya mempunyai kecerunan 0?
- S: Saya turunkan garis lurus tersebut hingga menjadi garis dasar seperti sebelum ini, iaitu garis  $y = 1$  sebab garis dasar ini adalah mendatar. Semua garis mendatar mempunyai kecerunan 0.
- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?
- S: Tiada.

Berhubung dengan bagaimana mewakili kecerunan “-1”, Matt melukiskan garis lurus yang memintas paksi- $x$  dan paksi- $y$  pada nilai “5” di dalam kotak yang disediakan. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri bagi menjelaskan bagaimana mewakili kecerunan “-1”. Kemudiannya, beliau menggunakan persamaan am bagi fungsi linear, iaitu  $y = mx + c$  dengan mengambil  $m = -1$  dan titik (5, 0) bagi mendapatkan pintasan- $y$ . Beliau mendapati pintasan- $y$  ialah 5, iaitu titik (0, 5). Seterusnya, beliau melukiskan garis lurus yang melalui titik (5, 0) dan (0, 5) sebagai garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Tingkah laku Matt ketika diminta

mewakilkkan kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dipaparkan dalam Protokol 1.9.

### Protokol 1.9: Mewakilkkan Kecerunan “-1”

- P: Sila lukis garis lurus yang mempunyai kecerunan -1 di dalam kotak yang disediakan.
- S: (Melukis paksi-x dan paksi-y. Melukis garis lurus yang memintas pada nilai 5 pada paksi-x dan paksi-y seperti dalam rajah di bawah).  
Garis lurus ini mempunyai kecerunan -1.



- P: Jelaskan mengapa kamu kata garis lurus yang kamu lukis ini mempunyai kecerunan -1.
- S: Saya yang tetapkan supaya garis lurus tersebut mempunyai kecerunan -1.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu mendapat garis lurus tersebut.
- S: Saya pilih satu titik iaitu (5, 0). Dengan menggunakan formula bagi persamaan am garis lurus, iaitu  $y = mx + c$ ,  $m = -1$ , dan titik (5, 0), saya dapati pintasan-y ialah 5. Seterusnya, saya melukis garis lurus yang melalui titik (5, 0) dan (0, 5).

$$(5, 0) \quad 0 = (-1)(5) + c$$

$$c = 5$$

Menurut beliau, terdapat banyak lagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” yang boleh dilukis dengan menggunakan kaedah yang sama. Dalam hal ini, beliau menetapkan satu titik tertentu yang terletak pada paksi-x dan menggunakan persamaan am bagi fungsi linear, iaitu  $y = mx + c$  dengan mengambil  $m = -1$  dan titik yang telah ditetapkan bagi mendapatkan satu titik lain yang terletak pada paksi-y. Tingkah laku Matt ketika diminta mewakilkkan kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dipaparkan dalam Protokol 1.9.

### Protokol 1.9: Mewakilkkan Kecerunan “-1”

- P: Selain rajah ini, adakah terdapat gambaran lain yang boleh kamu lukiskan untuk menunjukkan garis lurus mempunyai kecerunan -1?
- S: (Melukis garis lurus yang memintas pada nilai 4 pada paksi-x).  
Garis ini juga mempunyai kecerunan -1.
- P: Jelaskan mengapa kamu kata garis lurus yang kamu lukis ini mempunyai kecerunan -1.
- S: Saya menggunakan kaedah yang sama seperti sebelum ini, iaitu  $y = mx + c$ . Saya gantikan titik (4, 0) dan  $m = -1$  ke dalam persamaan di atas. Saya dapati pintasan-y ialah 4. Kemudian saya melukis garis lurus yang melalui titik (4, 0) dan (0, 4).

$$(4, 0) \quad y = (-1)(x) + c$$
$$0 = -4 + c$$
$$c = 4$$

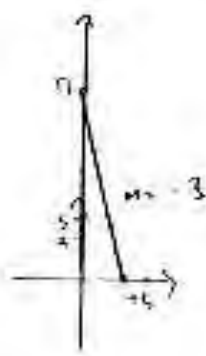
- P: Selain rajah ini, adakah terdapat gambaran lain yang boleh kamu lukiskan untuk menunjukkan garis lurus mempunyai kecerunan -1?
- S: Ada banyak garis lurus yang mempunyai kecerunan -1. Semua boleh dilukis sepertimana yang saya lukis sebelum ini, iaitu dengan menggunakan kaedah yang sama.

Bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”, Matt menggunakan kaedah yang sama seperti sebelum ini. Beliau menggunakan persamaan am bagi fungsi linear, iaitu  $y = mx + c$  dengan mengambil  $m = -3$  dan titik (4, 0) bagi mendapatkan pintasan-y. Beliau mendapati pintasan-y ialah 12, iaitu titik (0, 12). Beliau melukiskan garis lurus yang melalui titik (4, 0) dan (0, 12). Tingkah laku Matt ketika diminta mewakilkkan kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dipaparkan dalam Protokol 1.9.

### Protokol 1.9: Mewakilkkan Kecerunan “-1”

- P: Bagaimana pula bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan -3? Jelaskan apa yang perlu kamu lakukan.
- S: (Melukis garis lurus yang melalui titik (4, 0) dan (0, 12) seperti dalam rajah di bawah).  
Garis ini mempunyai kecerunan -3.





$$(4, 0) \quad 0 = (-3)(4) + c$$

$$c = 12$$

P: Mengapa kamu berkata begitu?

S: Dengan menggunakan kaedah yang sama seperti sebelum ini.

### Kesimpulan bagi Perwakilan Kecerunan

Matt mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan adalah dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan. Di sini, nampaknya beliau menggabungkan aspek trend (keadaan menaik) dan arah (kiri ke kanan). Selain itu, beliau menganggap garis lurus tersebut mempunyai kecerunan yang tetap, iaitu “2” dan bukan “3”. Dalam hal ini, beliau mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dari aspek simbolik iaitu “2”. Di sini, beliau menganggap kecerunan garis lurus adalah sama pada mana-mana bahagian garis lurus. Bagi menentukan kecerunan garis yang diberikan, beliau menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan adalah “2”.

Seterusnya, Matt menganggap garis lurus yang diberikan perlu digerakkan ke bawah bagi mendapatkan kecerunan “1”. Dalam hal ini, beliau menggunakan konsep sudut, iaitu sudut yang kecil mempunyai kecerunan yang lebih kecil. Di samping itu, beliau menggunakan fungsi am linear, iaitu  $y = mx + c$ ,  $m = 1$  dan satu titik (4, 5) untuk menentukan pintasan-y bagi tujuan melukis graf tersebut. Akhirnya, beliau menganggap garis lurus yang diberikan perlu digerakkan ke bawah supaya mendatar, iaitu garis  $y = 1$  bagi mendapatkan kecerunan “0”. Dalam hal ini, beliau menganggap bahawa semua garis mendatar mempunyai kecerunan “0”.

Bagi mewakili kecerunan “-1”, Matt melukiskan garis lurus yang memintas paksi- $x$  dan paksi- $y$  pada nilai “5” di dalam kotak yang disediakan. Dalam hal ini, nampaknya beliau menggunakan aspek geometri bagi menjelaskan bagaimana mewakili kecerunan “-1”. Terlebih dahulu beliau menggunakan persamaan am bagi fungsi linear, iaitu  $y = mx + c$  dengan mengambil  $m = -1$  dan titik (5, 0) bagi mendapatkan pintasan- $y$ . Menurut beliau, terdapat banyak lagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” yang boleh dilukis dengan menggunakan kaedah yang sama. Bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”, beliau menggunakan persamaan am bagi fungsi linear, iaitu  $y = mx + c$  dengan mengambil  $m = -3$  dan titik (4, 0) bagi mendapatkan pintasan- $y$ .

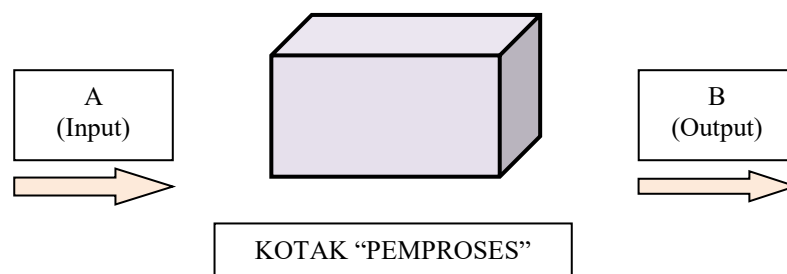
### **Makna**

Makna dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu menentukan tugas kotak “Pemproses”. Matt menyatakan bahawa tugas kotak “Pemproses” ialah menggabungkan garis lurus dan satah koordinat cartesian dengan meletakkan garis lurus ke atas satah Cartesian. Dalam hal ini, beliau menyatakan dari aspek konkrit, iaitu beliau melihat dua kad berasingan yang dimasukkan ke dalam kotak “Pemproses” hanya menghasilkan satu kad yang mengandungi semua yang terdapat dalam kedua-dua kad tersebut. Tingkah laku Matt ketika diminta menentukan tugas kotak “pemproses” yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.1.

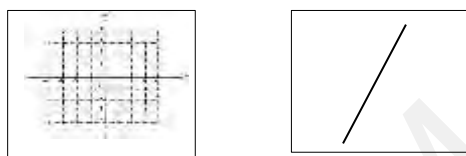
### **Protokol 2.1: Menentukan Tugas Kotak “Pemproses”**

- P: (Tunjukkan kepada murid sebuah kotak dengan kedua-dua hujungnya terbuka. Kad-kad boleh dimasukkan dan dikeluarkan daripada kedua-dua hujungnya seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah. Terangkan kepada murid tentang kotak “pemproses” seperti berikut.)  
Kad-kad yang mengandungi sistem koordinat cartesian dan garis lurus boleh dimasukkan dan dikeluarkan daripada kedua-dua hujungnya seperti

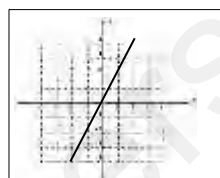
yang ditunjukkan dalam rajah di bawah. Setelah kad-kad tersebut dimasukkan melalui lubang A, kad-kad akan di “proses” dan sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus akan dikeluarkan dari lubang B.



Tunjukkan kepada murid sekeping kad yang mengandungi sistem koordinat cartesian beserta dengan sekeping kad lain yang mengandungi garis lurus seperti yang ditunjukkan di bawah dan berkata:



Saya akan masukkan kedua-dua kad ini ke dalam kotak ini. Kad-kad ini di “proses” di dalam kotak pemproses. Sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus seperti di bawah dikeluarkan.



Apakah “proses” yang berlaku dalam kotak ini?

- S: Menggabungkan garis lurus dan satah koordinat cartesian dengan meletakkan garis lurus ke atas satah koordinat cartesian.
- P: Apakah yang boleh kamu katakan tentang graf garis lurus yang terdapat pada kad yang dikeluarkan?
- S: Garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif, melalui titik  $(0, 0)$ , dan agak cerun.

Selain itu, beliau menyatakan sudut antara garis lurus tersebut dengan garis mendatar dianggarkan melebihi 45 darjah sebab garis lurus tersebut berada di sebelah atas pepenjuru kotak. Dalam hal ini, beliau menganggap kotak yang terdapat dalam graf adalah berbentuk segiempat sama. Bagi mendapatkan sudut sebenar garis tersebut, beliau menggunakan protractor untuk mengukur sudut dan mendapati sudut tersebut

ialah 65 derajat. Seterusnya, beliau menyatakan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif dengan alasan garis tersebut dalam keadaan menaik. Di sini, beliau menggunakan aspek trend, iaitu menaik bagi menyatakan kecerunan bagi garis lurus tersebut. Tingkah laku Matt ketika diminta menentukan tugas kotak “pemproses” yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.1.

**Protokol 2.1: Menentukan Tugas Kotak “Pemproses”**

- P: Mengapa kamu kata garis lurus tersebut agak cerun?
- S: Saya menganggarkan sudut antara garis lurus tersebut dengan garis mendatar adalah melebihi 45 derajat garis lurus tersebut berada di atas garis pepenjuru kotak.  
Saya juga mengukur sudut tersebut dengan menggunakan protractor dan mendapati sudut tersebut ialah 65 derajat.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif.
- S: Garis lurus dalam keadaan menaik.

Seterusnya, Matt menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  di samping memilih dua titik yang terletak pada garis tersebut dan mendapati kecerunan ialah “2”. Menurut beliau, walaupun garis lurus yang dihasilkan adalah berlainan tetapi semua garis lurus yang dihasilkan mempunyai kecerunan yang sama, iaitu “2”. Tingkah laku Matt ketika diminta menentukan tugas kotak “pemproses” yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.1.

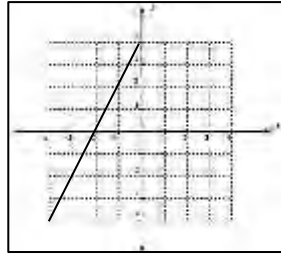
**Protokol 2.1: Menentukan Tugas Kotak “Pemproses”**

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan garis lurus tersebut?

S: 
$$\frac{(-2 - (-4))}{(0 - (-4))} = \frac{-2 + 4}{0 + 4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Saya pilih 2 titik iaitu (-4, -2) dan (0, 0). Saya mengira kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan dan saya mendapati kecerunan ialah 2.

- P: Saya akan masukkan semula kedua-dua kad ini ke dalam kotak ini. Kad-kad ini di “proses” di dalam kotak pemproses. Sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus seperti di bawah dikeluarkan.



Apakah “proses” yang berlaku dalam kotak ini?

- S: Menggabungkan garis lurus dan satah koordinat cartesian dengan meletakkan garis lurus ke atas satah koordinat cartesian.
- P: Selain itu, apa lagi yang boleh kamu katakan tentang garis lurus itu.
- S: Garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif dan agak cerun. Kecerunan yang sama, iaitu 2. Garis lurus itu melalui titik (-2, 0) dan (0, 4).
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan garis lurus tersebut?
- S: Dengan menggunakan titik (-2, 0) dan (0, 4), dan formula kecerunan. (Menunjukkan jalan kerja dan persamaan garis lurus seperti di bawah).

$$\frac{(0, 4) - (-2, 0)}{(0) - (-2)} = \frac{4 - 0}{0 + 2} = \frac{4}{2} = 2$$

- P: Berdasarkan kedua-dua kad yang dikeluarkan daripada kotak pemproses, pada pandangan kamu apakah “proses” yang berlaku dalam kotak ini?
- S: Pertama, menggabungkan satah cartesian dengan garis lurus. Kedua, menjadikan garis lurus tersebut berkecerunan positif, iaitu 2.
- P: Ceritakan fungsi kotak ini.
- S: Fungsi kotak ini ialah menggabungkan dua kad bagi menghasilkan graf garis lurus yang konsisten pada satah cartesian.
- P: Adakah kamu mempunyai penjelasan lain?
- S: Garis lurus yang dihasilkan adalah berlainan tetapi mempunyai kecerunan yang sama, iaitu 2.
- P: Adakah kamu mempunyai penjelasan lain?
- S: Tiada.

### Kesimpulan bagi Makna

Matt menganggap bahawa tugas kotak “Pemproses” ialah menggabungkan garis lurus dan satah koordinat cartesian dengan meletakkan garis lurus ke atas satah Cartesian. Dalam hal ini, beliau menjelaskan dari aspek konkrit, iaitu gabungan dua kad yang dimasukkan ke dalam kotak “Pemproses”. Seterusnya, beliau menjelaskan bahawa garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif dari aspek trend, iaitu keadaan menaik. Selain itu, beliau menyatakan kecerunan bagi garis lurus tersebut dari aspek sudut, iaitu sudut antara garis lurus tersebut dengan garis mendatar dianggarkan

melebihi 45 darjah sebab garis lurus tersebut berada di sebelah atas pepenjuru kotak. Dalam hal ini, beliau menganggap kotak yang terdapat dalam graf adalah berbentuk segiempat sama.

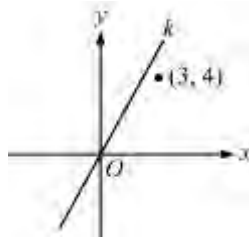
Matt menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis lurus tersebut dengan garis mendatar dan mendapati sudut tersebut ialah 65 darjah. Seterusnya, beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , di samping memilih dua titik yang terletak pada garis tersebut. Akhirnya, beliau menganggap semua garis lurus yang dihasilkan oleh kotak “Pemproses” mempunyai kecerunan yang sama, iaitu “2”.

### **Penaakulan**

Penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, penaaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan. Dalam hal ini, Matt menyatakan bahawa kecerunan bagi garis lurus tersebut adalah positif sebab garis lurus adalah dalam keadaan menaik, iaitu menuju ke atas dari kiri ke kanan. Di sini, beliau menggabungkan aspek trend, iaitu keadaan menaik atau menuju ke atas dan aspek arah, iaitu dari kiri ke kanan bagi menjelaskan tentang kecerunan garis lurus yang diberikan. Tingkah laku Matt ketika membuat penaaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.2.

### **Protokol 2.2: Penaakulan Kecerunan Garis Lurus**

- P: (Tunjukkan kepada murid rajah di bawah).  
Saya mempunyai satu garis lurus,  $k$ , yang melalui asalan seperti yang ditunjukkan dalam rajah koordinat cartesian ini. Apakah kecerunan bagi garis lurus tersebut?

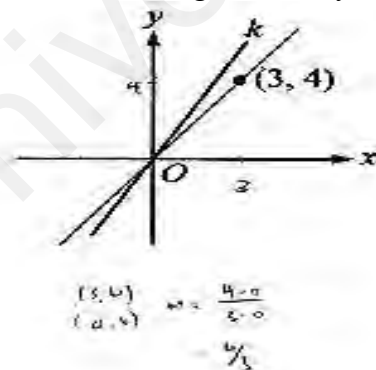


- S: Positif  
 P: Mengapa kamu cakap macam tu?  
 S: Garis lurus adalah dalam keadaan menaik atau menuju ke atas dari kiri ke kanan.

Kemudiannya, beliau melukiskan dan menentukan kecerunan garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$  dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Beliau mendapati kecerunan garis tersebut ialah  $4/3$ . Tingkah laku Matt ketika membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.2.

### Protokol 2.2: Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

- P: Bolehkah kamu tentukan kecerunan bagi garis lurus tersebut?  
 S: Saya tidak dapat tentukan kecerunan dengan tepat, tetapi saya boleh anggarkan kecerunan garis lurus tersebut.  
 P: Cuba kamu perhatikan betul-betul garis tersebut, apa yang kamu tahu tentang garis itu.  
 S: Garis ini melalui nilai  $x = 0$  dan  $y = 0$ .  
 P: Selain itu, apa lagi yang kamu tahu?  
 S: (Beliau melukis garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ )



Garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis. Oleh itu, kecerunannya yang lebih besar sedikit daripada  $4/3$ .

Seterusnya, Matt menyatakan bahawa garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis. Dalam hal ini, beliau menggunakan konsep sudut antara garis lurus dengan paksi- $x$  di samping membuat perbandingan garis lurus

$k$  dengan garis lurus yang dilukis melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Beliau menganggap garis yang mempunyai sudut lebih besar adalah lebih cerun, iaitu kecerunannya adalah lebih besar daripada  $4/3$ , seperti  $5/3$  atau  $2$  sebab garis lurus  $k$  terletak ke atas sedikit daripada garis lurus yang. Tingkah laku Matt ketika membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.2.

### **Protokol 2.2: Penaakulan Kecerunan Garis Lurus**

- P: Mengapa kamu kata begitu?  
S: Garis lurus  $k$  terletak ke atas sedikit daripada garis lurus yang dilukis.  
P: Bagaimana kamu tentukan kecerunan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan yang lebih besar daripada  $4/3$ ?  
S: Saya lukiskan garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Garis  $k$  mempunyai sudut yang lebih besar berbanding garis yang dilukis. Kemudian, saya tentukan kecerunan bagi garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan, iaitu  $4/3$ . Jadi, kecerunan garis  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$ . Saya anggarkan satu nilai yang hampir dengan  $4/3$ , seperti  $5/3$  atau  $2$ .

Selain itu, beliau menjelaskan bahawa kecerunan bagi garis lurus  $k$  boleh dianggarkan atau ditentukan dengan lebih baik sekiranya graf yang diberi dilukis dengan skala yang sesuai supaya jelas kelihatan perbandingan garis lurus  $k$  garis yang dilukis. Tingkah laku Matt ketika membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.2.

### **Protokol 2.2: Penaakulan Kecerunan Garis Lurus**

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain tentang kecerunan garis lurus  $k$ .  
S: Kecerunan bagi garis lurus  $k$  boleh dianggarkan atau ditentukan dengan lebih baik sekiranya graf yang diberi dilukis dengan skala.  
P: Selain itu, apa lagi yang kamu tahu.  
S: Tiada.

### **Kesimpulan bagi Penaakulan**

Bagi penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan, Matt menyatakan bahawa kecerunan bagi garis lurus tersebut adalah positif dengan menggabungkan aspek trend (keadaan menaik atau menuju ke atas) dan aspek arah



(kiri ke kanan). Seterusnya, beliau menyatakan bahawa garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek sudut, iaitu garis yang mempunyai sudut lebih besar adalah lebih cerun dengan membuat perbandingan antara dua garis lurus tersebut. Akhirnya, beliau menyatakan kecerunan garis lurus  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$  sebab garis lurus  $k$  terletak ke atas sedikit daripada garis lurus yang dilukiskan. Selain itu, beliau menjelaskan bahawa kecerunan bagi garis lurus  $k$  boleh dianggarkan dengan lebih baik sekiranya graf yang diberi dilukis dengan skala.

### Hubung Kait

Hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu hubung kait kecerunan dengan jadual nilai. Di sini, Matt melukiskan graf dan mendapati bentuk garis ialah garis lurus berpandukan jadual nilai yang diberikan. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri bagi menjelaskan tentang hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan. Menurut beliau, graf digunakan bagi menentukan bentuk garis sebab data yang diberi adalah pasangan tertib  $(x, y)$ . Tingkah laku Matt ketika membuat hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang membabitkan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.1.

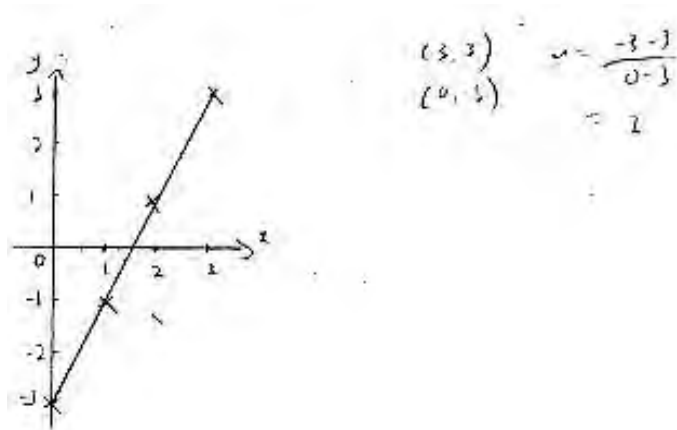
#### Protokol 3.1: Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai

- P: (Tunjukkan kepada murid jadual nilai seperti di bawah).  
Ini adalah data tentang satu garis lurus.

$x$	0	1	2	3
$y$	-3	-1	1	3

Tentukan bentuk garis tersebut.

- S: (Melukis paksi- $x$  dan paksi- $y$ . Membuat skala yang sesuai pada paksi- $x$  dan paksi- $y$ . Menandakan titik  $(0, -3)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(2, 1)$ , dan  $(3, 3)$  seperti dalam rajah di bawah). Saya perlu melukis satah cartesan dengan menggunakan skala 1 cm mewakili 1 unit pada paksi- $x$  dan paksi- $y$ .



Daripada graf ini saya dapati data yang diberikan adalah dalam bentuk garis lurus.

Seterusnya, beliau menyatakan dari aspek simbolik bahawa kecerunan garis lurus ialah “2” dengan menggunakan formula kecerunan. Beliau menganggap formula yang digunakan adalah cara yang paling mudah dan sesuai untuk menentukan kecerunan. Matt menambah, walaupun terdapat formula lain, iaitu  $m = -(\text{pintasan-}y) / (\text{pintasan-}x)$  namun beliau tidak mempunyai maklumat tentang pintasan- $x$  dan pintasan- $y$ . Selain itu, beliau menyatakan bahawa nilai-nilai  $x$  dan  $y$  berubah secara langsung, iaitu nilai  $x$  meningkat sebanyak 1 unit apabila nilai  $y$  meningkat sebanyak 2 unit. Di sini, beliau menjelaskan dari aspek trend, iaitu nilai-nilai  $x$  dan  $y$  meningkat dengan nilai-nilai tertentu. Tingkah laku Matt ketika membuat hubungan kait kecerunan dengan jadual nilai yang membabitkan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.1.

### Protokol 3.1: Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai

- P: Tentukan kecerunan garis lurus yang digambarkan oleh jadual di atas.  
 S: Saya menggunakan formula kecerunan, titik (0, -3), dan titik (3, 3). Saya dapati kecerunan ialah 2 (sambil menunjukkan jalan kerja seperti di atas).  
 P: Mengapa kamu menggunakan graf?  
 S: Data yang diberi adalah berpasangan, pasangan tertib ( $x, y$ ). Jadi, mudah bagi saya untuk melukis graf dengan cara plot titik yang diberikan.  
 P: Mengapa nak lihat data dalam bentuk graf?  
 S: Apabila graf dilukis, mudah bagi saya untuk menentukan bentuk bagi graf.  
 P: Mengapa kamu menggunakan formula untuk menentukan kecerunan garis lurus tersebut?

- S: Bagi saya, formula yang saya gunakan adalah paling mudah. Lagipun, maklumat yang diberikan adalah sesuai untuk formula tersebut. Ada satu lagi formula yang saya ingat, iaitu  $m = -(\text{pintasan-}y)/(\text{pintasan-}x)$ . Tetapi saya tidak mempunyai maklumat tentang pintasan- $x$  dan pintasan- $y$ .
- P: Selain itu, apa lagi yang boleh kamu katakan tentang data yang diberikan?
- S: Nilai-nilai  $x$  dan  $y$  berubah secara langsung.
- P: Apa yang kamu maksudkan?
- S: Nilai  $x$  dan  $y$  berubah secara malar, iaitu  $x$  meningkat sebanyak 1 unit dan  $y$  meningkat sebanyak 2 unit.

### Kesimpulan bagi Hubung Kait

Matt menyatakan bentuk garis ialah garis lurus dengan melukiskan garis lurus pada satah Cartesan berpandukan jadual nilai yang diberikan. Di sini, beliau menggunakan aspek geometri bagi menjelaskan tentang hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan sebab data yang diberi adalah pasangan tertib ( $x$ ,  $y$ ). Seterusnya, beliau menyatakan dari aspek simbolik bahawa kecerunan garis lurus ialah “2” dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Beliau menganggap formula yang digunakan adalah cara yang paling mudah dan sesuai untuk menentukan kecerunan. Selain itu, beliau menyatakan dari aspek trend, iaitu nilai  $x$  dan  $y$  meningkat dengan nilai tertentu.

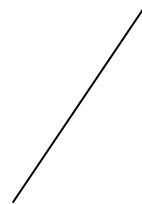
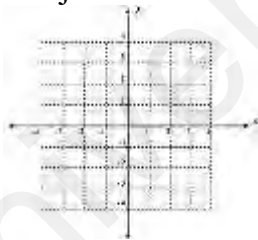
Matt menyatakan bentuk garis ialah garis lurus dengan melukiskan garis lurus pada satah Cartesan berpandukan jadual nilai yang diberikan. Di sini, beliau menggunakan aspek geometri bagi menjelaskan tentang hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan sebab data yang diberi adalah pasangan tertib ( $x$ ,  $y$ ). Seterusnya, beliau menyatakan dari aspek simbolik bahawa kecerunan garis lurus ialah “2” dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Beliau menganggap formula yang digunakan adalah cara yang paling mudah dan sesuai untuk menentukan kecerunan. Selain itu, beliau menyatakan dari aspek trend, iaitu nilai  $x$  dan  $y$  meningkat dengan nilai tertentu.

## Komunikasi

Komunikasi yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu komunikasi tentang kecerunan garis lurus. Di sini, Matt menggunakan rajah Cartesan koordinat dan garis lurus untuk menceritakan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri bagi tujuan tersebut. Seterusnya, beliau menjelaskan dari aspek trend bahawa graf garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif berada dalam keadaan menurun. Selain itu, beliau juga menjelaskan dari aspek sudut, iaitu semakin besar nilai negatif kecerunan, semakin cerun garis lurus tersebut. Tingkah laku Matt ketika membuat berkomunikasi dengan rakannya tentang kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.2.

### Protokol 3.2: Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus

- P: (Beritahu murid tentang salah seorang rakannya yang tidak dapat hadir semasa pembelajaran tentang kecerunan garis lurus berlangsung atas sebab-sebab tertentu dan kamu diminta untuk membantu rakan kamu).  
Saya mempunyai rajah cartesan koordinat dan garis lurus seperti yang ditunjukkan di bawah.



Bagaimanakah kamu boleh menceritakan kepada rakan kamu tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan -3? Kamu boleh menggunakan rajah cartesan koordinat dan garis lurus yang disediakan.

- S: Dalam graf, garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif adalah garis lurus yang berada dalam keadaan menurun. Semakin besar nilai negatif kecerunan, maka semakin cerun garis lurus tersebut. Sebagai contoh, garis lurus yang mempunyai kecerunan -2 adalah lebih cerun berbanding dengan garis lurus yang mempunyai kecerunan -1. Simbol  $m$  digunakan bagi mewakili kecerunan.

Simbol  $m$  digunakan bagi mewakili kecerunan. Menurut beliau, terdapat dua formula yang boleh digunakan untuk menentukan kecerunan, iaitu

$m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan  $m = -(\text{pintasan } y)/(\text{pintasan } x)$ . Tingkah laku Matt ketika membuat berkomunikasi dengan rakannya tentang kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.2.

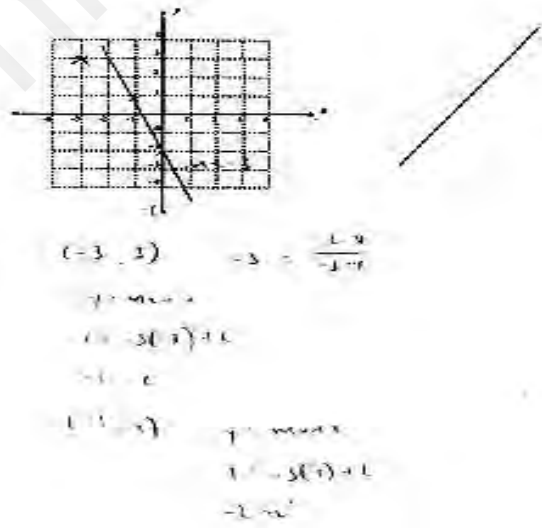
### Protokol 3.2: Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus

- S: Ada dua formula yang saya masih ingat yang boleh digunakan untuk menentukan kecerunan. Pertama, apabila diketahui tentang dua titik yang terletak pada garis lurus, iaitu kecerunan ialah  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Kedua, apabila diketahui tentang pintasan-x dan pintasan-y bagi garis lurus tersebut, iaitu  $m = -(\text{pintasan } y)/(\text{pintasan } x)$ .

Bagi melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”, beliau menggantikan satu titik dan  $m = -3$  ke dalam persamaan am garis lurus  $y = mx + c$  untuk menentukan pintasan-y. Tingkah laku Matt ketika membuat berkomunikasi dengan rakannya tentang kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.2.

### Protokol 3.2: Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus

- S: Untuk melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan -3, terlebih dahulu saya perlu melukis paksi-x dan paksi-y. Seterusnya, ambil satu titik seperti (-3, 3). Gantikan titik (-3, 3) dan  $m = -3$  ke dalam persamaan am garis lurus  $y = mx + c$  untuk menentukan pintasan-y. Saya dapati pintasan-y ialah -6. Tetapi pada paksi-y saya hanya ada nilai  $y = -4$ . Jadi, saya perlu pilih titik lain yang lebih kecil supaya saya boleh dapat pintasan-y yang lebih kecil. Saya pilih titik (-1,1) dan dengan nilai ini saya dapati pintasan-y ialah -2. Akhirnya, saya lukiskan garis lurus yang melalui titik (-1, 1) dan (0, -2).



## Kesimpulan bagi Komunikasi

Bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus, Matt menggunakan beberapa aspek untuk menceritakan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Antaranya, aspek geometri dengan menggunakan rajah Cartesan koordinat dan garis lurus, aspek trend dengan menyatakan kecerunan negatif adalah dalam keadaan menurun, aspek sudut dengan menyatakan semakin besar nilai negatif semakin cerun sesuatu garis, dan aspek simbolik dengan memberi nilai kepada kecerunan. Menurut beliau, terdapat dua formula yang boleh digunakan untuk menentukan kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan  $m = -(\text{pintasan-}y/\text{pintasan-}x)$ . Bagi melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”, beliau menggunakan persamaan am garis lurus, iaitu  $y = mx + c$ .

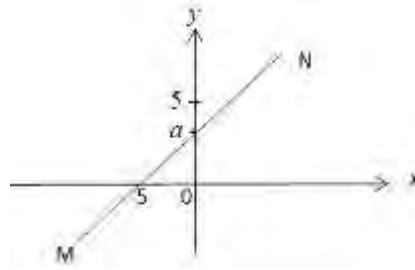
## Penyelesaian Masalah

Penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan dua soalan utama, iaitu menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesan dan menyelesaikan masalah berayat melibatkan titik koordinat.

Bagi penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus, Matt menyatakan bahawa garis lurus MN yang terdapat dalam graf yang diberikan mempunyai kecerunan positif tanpa memberi sebarang penjelasan lanjut. Menurut beliau, kecerunan garis MN hanya boleh dianggarkan. Beliau melukiskan garis yang melalui paksi-x dan paksi-y, iaitu pada  $x = -5$  dan  $y = 5$ . Di sini, beliau menggunakan konsep geometri bagi menjelaskan tentang kecerunan garis MN. Tingkah laku Matt ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesan dipaparkan dalam Protokol 3.3.

### Protokol 3.3: Menyelesaikan Masalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesian

P: Katakan kamu mempunyai rajah koordinat cartesian seperti di bawah. Nyatakan apakah kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis MN?



S: Garis MN mempunyai kecerunan positif.

P: Bolehkah kamu tentukan kecerunan garis MN? Jelaskan.

S: Saya tak dapat tentukan sebab tak cukup maklumat. Saya hanya boleh anggarkan kecerunan garis MN.

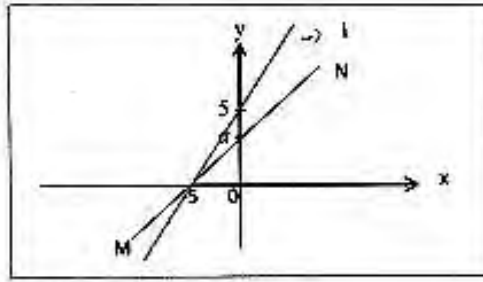
P: Boleh kamu jelaskan?

S: Saya lukis garis yang melalui  $y$  – axis pada  $y = 5$  dan  $x = -5$ .

Seterusnya, beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Beliau mendapati kecerunan bagi garis lurus yang dilukis ialah “1”. Selanjutnya, beliau menganggarkan nilai  $a$  ialah “3” sebab  $a$  terletak ke atas sedikit dari nilai tengah antara 0 dan 5. Oleh itu, beliau membuat kesimpulan bahawa kecerunan garis MN adalah  $4/5$  atau  $2/5$ , satu nilai yang lebih kecil daripada “1”. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek simbolik bagi menjelaskan tentang kecerunan garis MN. Tingkah laku Matt ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dipaparkan dalam Protokol 3.3.

### Protokol 3.3: Menyelesaikan Masalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesian

S: Saya tentukan kecerunan garis tersebut dengan menggunakan formula kecerunan. Saya dapati kecerunannya ialah 1. Oleh itu kecerunan garis MN dalam rajah tersebut boleh dianggarkan adalah lebih kecil daripada 1.



$$\begin{aligned}
 &(-5, 0) \\
 &(0, 5) \\
 &m = \frac{5-0}{0-(-5)} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai jawapan lain bagi kecerunan garis MN?
- S: Ada banyak kemungkinan bagi kecerunan garis lurus MN yang sesuai tetapi nilai kecerunan tersebut tidaklah terlalu kecil. Saya anggarkan nilai  $a$  ialah adalah dalam lingkungan 3. Jadi, kecerunan garis MN mungkin  $4/5$  atau  $2/5$ .
- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai jawapan lain bagi kecerunan garis MN?
- S: Tiada.

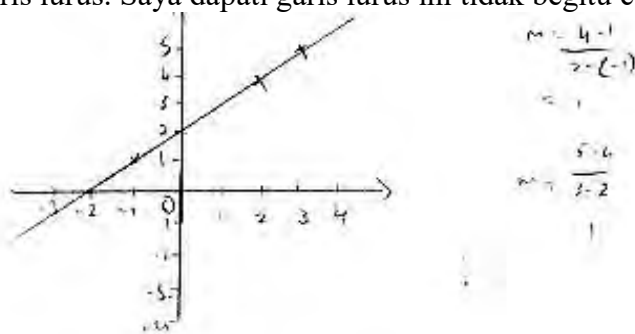
Mengenai soalan menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat, Matt menjangkakan kecerunan tidak begitu besar sebab titik yang diberikan mempunyai nilai koordinat yang tidak begitu besar. Menurut beliau, kecerunan garis lurus tersebut boleh ditentukan dengan tepat dengan melukis terlebih dahulu garis lurus tersebut. Di sini, beliau menggunakan aspek geometri bagi menjelaskan tentang kecerunan garis lurus yang melalui 3 titik tersebut. Tingkah laku Matt ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dipaparkan dalam Protokol 3.4.

#### **Protokol 3.4: Menyelesaikan Masalah Berayat Melibatkan Titik Koordinat**

- P: Saya mempunyai satu garis lurus yang melalui 3 titik, iaitu A(-1, 1), B(2, 4), dan C(5, 3). Nyatakan apakah kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis tersebut?
- S: Garis lurus ini tidak begitu cerun.
- P: Mengapa kamu cakap begitu?
- S: Saya melihat dari koordinat titik-titik yang diberikan tidak begitu besar, maka saya menjangkakan kecerunannya tidak begitu besar.
- P: Bagaimana kamu menentukan kecerunan tersebut?



S: Saya perlu melukis satah cartesian, plot titik-titik A, B, dan C, dan lukis garis lurus. Saya dapati garis lurus ini tidak begitu cerun.



Seterusnya, beliau menentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  di samping mengambil titik A dan B. Beliau mendapati kecerunan garis lurus yang melalui tiga titik yang diberikan ialah “1”. Selain itu, beliau menjelaskan bahawa mana-mana dua titik boleh dipilih bagi menentukan kecerunan garis lurus tersebut sebab kecerunan adalah sama di sepanjang garis lurus. Dalam hal ini, beliau menggunakan konsep kecerunan bagi titik yang segaris. Tingkah laku Matt ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dipaparkan dalam Protokol 3.4.

#### Protokol 3.4: Menyelesaikan Masalah Berayat Melibatkan Titik Koordinat

- S: Saya tentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan. Saya pilih titik A dan B. Saya dapati kecerunan ialah 1.  
P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?  
S: Saya boleh pilih mana-mana dua titik sebab kecerunan adalah sama.  
P: Selain ini, adakah kamu mempunyai penjelasan yang lain?  
S: Tiada penjelasan lain.

#### Kesimpulan bagi Penyelesaian Masalah

Matt menyatakan bahawa garis lurus MN mempunyai kecerunan positif. Beliau menggunakan konsep geometri bagi menganggarkan kecerunan garis MN dengan melukiskan garis yang melalui paksi-x dan paksi-y terlebih dahulu. Beliau mendapati kecerunan bagi garis lurus tersebut ialah “1” dengan menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Seterusnya, beliau menganggarkan nilai  $a$  ialah “3” sebab  $a$

terletak ke atas sedikit dari nilai tengah antara 0 dan 5. Akhirnya, dari aspek simbolik, beliau menyatakan bahawa kecerunan garis MN adalah satu nilai yang lebih kecil daripada “1”.

Bagi menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat, Matt menggunakan aspek geometri dengan melukiskan terlebih dahulu garis lurus yang melalui tiga titik tersebut. Seterusnya, beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “1”. Selain itu, beliau menganggap bahawa kecerunan adalah sama di sepanjang garis lurus dengan menggunakan konsep kecerunan bagi titik yang segaris.

### **Rumusan**

Pada umumnya, Matt memberi penjelasan dengan menggunakan aspek geometri, iaitu beliau menganggap garis lurus adalah satu garis yang lurus manakala bukan garis lurus pula adalah garis yang melengkung, tidak sekata, dan tidak rata. Sebaliknya, dari aspek konkrit, beliau menganggap garis lurus adalah sebarang benda yang berbentuk lurus dan mempunyai kecerunan yang konsisten manakala bukan garis lurus pula adalah benda yang mempunyai lekuk.

Bagi gambaran mental tentang kecerunan, Matt menjelaskan dari aspek geometri, iaitu beliau menganggap kecerunan sebagai garis lurus yang mempunyai ketinggian yang berbeza pada dua hujung garis lurus. Dari aspek konkrit pula beliau merujuk garis lurus sebagai sesuatu yang berubah ketinggian dari ketinggian asal atau sesuatu yang mempunyai ketinggian yang berbeza.

Seterusnya, Matt menggunakan konsep sudut dan arah secara tidak langsung sebagai kaedah bagi menentukan positif atau negatif sesuatu kecerunan, iaitu

kecerunan negatif bagi garis lurus yang condong ke bawah manakala kecerunan positif bagi garis lurus yang condong ke atas. Selanjutnya, beliau menggabungkan aspek struktur permukaan dan konsep sudut bagi menjelaskan tentang bukan kecerunan, iaitu satu permukaan mendatar, tidak condong, tidak berlekuk, atau tidak rata.

Matt menggunakan aspek simbolik untuk menjelaskan tentang tidak cerun dan sangat cerun, iaitu tidak cerun bermaksud garis lurus yang mempunyai nilai kecerunan yang kecil, manakala sangat cerun pula bagi garis lurus yang mempunyai nilai kecerunan yang besar. Dari aspek geometri, beliau menganggap tidak cerun sebagai garis lurus yang tidak begitu tinggi dari aras mendatar, manakala sangat cerun pula adalah garis lurus yang sangat tinggi dari aras mendatar. Sebagai tambahan, beliau menggunakan kaedah perbandingan bagi garis lurus yang mempunyai jarak mencancang yang sama, iaitu garis yang mempunyai jarak mengufuk yang lebih kecil adalah sangat cerun.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, Matt menjelaskan dari aspek simbolik, iaitu dengan merujuk kecerunan garis lurus tersebut adalah konsisten dan mempunyai nilai “1”. Dari aspek sudut, garis tersebut adalah tidak begitu cerun manakala dari aspek geometri, garis tersebut sekata dan tidak berlekuk-lekuk. Sebaliknya, bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, beliau memberi penjelasan dengan mengambil kira arah, iaitu garis tersebut menuju ke bawah.

Seterusnya, Matt menggunakan konsep persamaan linear  $y = mx + c$  dengan mengambil nilai  $m = 1$  bagi melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan  $m = -1$  bagi melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Selanjutnya, beliau menggunakan konsep garis selari untuk melukiskan gambaran lain bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “-1”.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”, Matt menyatakan dari aspek geometri bahawa garis tersebut adalah satu garis yang mendatar manakala dari aspek simbolik pula garis tersebut mempunyai nilai  $m$  ialah “0”. Selain itu, beliau menggunakan aspek konkrit seperti permukaan meja bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan positif atau negatif, Matt menggabungkan beberapa aspek seperti bentuk muka bumi dan arah (pergerakan dari kaki gunung menuju ke puncak gunung atau sebaliknya), trend (menaik atau menurun bukit dan tangga), sudut (sesuatu yang cerun, melihat dengan mata kasar sudut bagi garis tersebut, dan dengan menggunakan protractor), dan simbolik. Menurut beliau, tiga pernyataan berikut tentang garis lurus, iaitu kecerunan sifar, kecerunan “0”, dan garis lurus yang tidak mempunyai kecerunan mempunyai maksud yang sama.

Bagi menentukan dan membandingkan kecerunan bumbung, anak tangga, dan garis lurus, Matt menggunakan beberapa kaedah tertentu. Antaranya, melukiskan garis lurus yang melalui anak tangga dengan menghubungkan dua hujung garis menegak, menghitung bilangan kotak bagi tinggi dan lebar rajah, melihat kedudukan garis lurus dengan garis lurus yang menghubungkan pepenjuru kotak, menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , menggunakan protractor untuk mengukur sudut, dan secara melihat dengan mata kasar.

Matt mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dengan menggabungkan aspek trend (keadaan menaik) dan arah (kiri ke kanan). Selain itu, beliau mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dari aspek simbolik iaitu “2” dengan menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ . Selain itu,

beliau menganggap kecerunan garis lurus adalah sama pada mana-mana bahagian garis lurus dan semua garis mendatar mempunyai kecerunan “0”.

Bagi mendapatkan kecerunan “1”, Matt menggunakan konsep sudut dengan menggerakkan garis lurus ke bawah dan menyatakan sudut yang kecil mempunyai kecerunan yang lebih kecil. Di samping itu, beliau menggunakan fungsi am linear, iaitu  $y = mx + c$ ,  $m = 1$  dan satu titik (4, 5) untuk menentukan pintasan- $y$  di samping konsep geometri dengan melukis graf. Akhirnya, beliau menganggap garis lurus yang diberikan perlu digerakkan ke bawah supaya mendatar, iaitu garis  $y = 1$  bagi mendapatkan kecerunan “0”. Dalam hal ini, beliau menganggap bahawa semua garis mendatar mempunyai kecerunan “0”.

Bagi tugas kotak “Pemproses”, Matt menjelaskan dari aspek konkrit dan simbolik, iaitu dengan menganggap tugas kotak “Pemproses” ialah menggabungkan dua kad yang dimasukkan ke dalam kotak tersebut (aspek konkrit) dan menghasilkan garis lurus yang mempunyai kecerunan “2” (aspek simbolik). Selain itu, beliau menjelaskan dari aspek trend, iaitu kecerunan garis lurus yang terhasil adalah positif sebab menaik. Seterusnya, beliau menganggarkan kecerunan bagi garis lurus tersebut dari aspek sudut, iaitu melebihi 45 darjah sebab garis lurus tersebut berada di sebelah atas pepenjurukan segiempat sama. Sebagai tambahan, beliau menggunakan protractor dan mendapati sudut tersebut ialah 65 darjah. Akhirnya, beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ .

Bagi penaaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan, Matt menyatakan bahawa kecerunan bagi garis lurus tersebut adalah positif dengan menggabungkan aspek trend (keadaan menaik atau menuju ke atas) dan aspek arah (kiri ke kanan). Beliau menggunakan aspek sudut bagi menyatakan bahawa garis lurus

$k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$  sebab garis  $k$  yang mempunyai sudut lebih besar. Akhirnya, beliau menyatakan kecerunan garis lurus  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$  sebab garis lurus  $k$  terletak ke atas sedikit daripada garis lurus yang dilukiskan. Sebagai tambahan, beliau menjelaskan bahawa kecerunan bagi garis lurus  $k$  boleh dianggarkan dengan lebih baik sekiranya graf yang diberi dilukis dengan skala.

Bagi menjelaskan tentang hubungan kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan, Matt menggunakan aspek geometri dengan melukiskan garis lurus pada satah Cartesan dan menyatakan bentuk garis ialah garis lurus. Seterusnya, beliau menyatakan dari aspek simbolik bahawa kecerunan garis lurus ialah “2” dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Selain itu, beliau menyatakan dari aspek trend, iaitu nilai  $x$  dan  $y$  meningkat dengan nilai tertentu.

Bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus, Matt menggunakan beberapa aspek untuk menceritakan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Antaranya, aspek geometri dengan menggunakan rajah Cartesan koordinat dan garis lurus, aspek trend dengan menyatakan kecerunan negatif adalah dalam keadaan menurun, aspek sudut dengan menyatakan semakin besar nilai negatif semakin cerun sesuatu garis, dan aspek simbolik dengan memberi nilai kepada kecerunan. Bagi menentukan kecerunan, beliau menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  atau  $m = -(\text{pintasan-}y/\text{pintasan-}x)$ . Bagi melukis graf garis lurus pula beliau menggunakan persamaan am garis lurus, iaitu  $y = mx + c$ .

Bagi menyelesaikan masalah yang melibatkan kecerunan garis lurus MN, Matt menyatakan bahawa garis lurus MN mempunyai kecerunan positif tanpa memberi sebarang alasan. Beliau menggunakan konsep geometri dengan melukiskan garis yang melalui paksi- $x$  dan paksi- $y$  terlebih dahulu. Seterusnya, beliau menggunakan formula

kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan garis lurus tersebut ialah “1”. Seterusnya, beliau menganggarkan nilai  $a$  ialah “3” sebab  $a$  terletak ke atas sedikit dari nilai tengah antara 0 dan 5. Akhirnya, dari aspek simbolik, beliau menyatakan bahawa kecerunan garis MN adalah satu nilai yang lebih kecil daripada “1”.

Bagi menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat, Matt menggunakan aspek geometri dengan melukiskan terlebih dahulu garis lurus yang melalui tiga titik tersebut. Seterusnya, beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “1”. Selain itu, beliau menganggap bahawa kecerunan adalah sama di sepanjang garis lurus dengan menggunakan konsep kecerunan bagi titik yang segaris. Secara keseluruhannya, tingkah laku Matt boleh dirumuskan seperti berikut:

1. Matt menggunakan gabungan beberapa aspek seperti geometri, konkrit, sudut, arah, struktur permukaan, simbolik, perbandingan, bentuk muka bumi, trend, melihat dengan mata kasar, dan mengukur sudut menggunakan protractor bagi menjelaskan gambaran mental tentang garis lurus, bukan garis lurus, kecerunan, bukan kecerunan, kecerunan positif, kecerunan negatif, tidak cerun, sangat cerun, kecerunan “1”, kecerunan “-1”, atau kecerunan “0”.
2. Matt menggunakan persamaan  $y = mx + c$  bagi melukis graf garis lurus dan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menentukan kecerunan.
3. Matt menggunakan gabungan beberapa kaedah tertentu untuk menentukan kecerunan bumbung, anak tangga, dan garis lurus bagi rajah yang diberikan seperti melukiskan garis lurus, menghitung bilangan kotak bagi tinggi dan lebar rajah, menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , menggunakan protractor untuk mengukur sudut, dan secara melihat dengan mata kasar.

4. Matt menggunakan gabungan aspek trend, arah, dan simbolik untuk mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan.
5. Matt menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menentukan kecerunan garis yang diberikan.
6. Matt menggunakan gabungan aspek sudut dan fungsi am linear  $y = mx + c$  bagi melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “0”.
7. Matt menggunakan gabungan aspek sudut, fungsi am linear  $y = mx + c$ , dan geometri bagi mewakili kecerunan “-1”.
8. Matt menggunakan gabungan aspek konkrit, simbolik, trend, protractor, sudut, dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menjelaskan tugas kotak “Pemproses” dan kecerunan garis lurus yang terhasil.
9. Matt menggunakan gabungan aspek geometri, trend, arah, sudut bagi membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan.
10. Matt menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menentukan kecerunan garis yang dilukiskan.
11. Matt menggunakan gabungan aspek geometri, simbolik, aliran, formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menjelaskan tentang hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan dan menentukan kecerunan garis lurus.
12. Matt menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  atau  $m = -(\text{pintasan-}y/\text{pintasan-}x)$  dan persamaan linear  $y = mx + c$  bagi melukis graf garis lurus untuk menjelaskan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”.



13. Matt menggunakan gabungan aspek geometri, formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan simbolik bagi menyelesaikan masalah yang melibatkan kecerunan garis lurus MN.
14. Matt menggunakan aspek geometri dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat.
15. Matt menganggap bahawa kecerunan adalah sama di sepanjang garis lurus dengan menggunakan konsep kecerunan bagi titik yang segaris.

### Elly

Elly berumur 17 tahun 4 bulan dan beliau baru memulakan pengajian Asasi Sains dalam minggu pertama Semester Satu semasa temu duga dijalankan. Beliau merupakan satu-satunya pelajar perempuan berbangsa Melayu di dalam kelas yang di pilih. Secara keseluruhannya, beliau memperoleh keputusan 9A dengan mencapai Gred A+ dalam mata pelajaran Matematik dan A- dalam mata pelajaran Matematik Tambahan. Selepas tamat pengajian Asasi Sains, beliau merancang untuk mengikuti program Ijazah Sarjan Muda dalam bidang Bioteknologi. Kerjasama yang diberikan adalah baik ketika sesi temu duga dijalankan dalam menjawab semua soalan yang dikemukakan.

### Gambaran Kecerunan

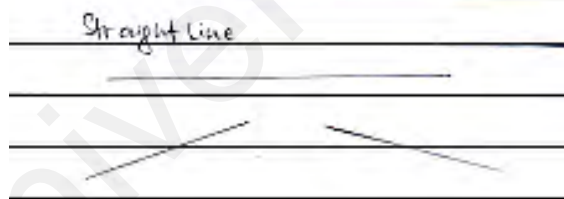
Gambaran mental kecerunan garis lurus dianalisis dengan berpandukan soalan utama tentang. Pertama, soalan tentang garis lurus dan kecerunan. Kedua, soalan tentang kecerunan "1", kecerunan "-1", dan kecerunan "0". Ketiga, soalan tentang kecerunan positif, kecerunan negatif, kecerunan sifar, dan tiada kecerunan. Akhirnya,

soalan tentang membandingkan kecerunan bumbung, membandingkan kecerunan tangga, dan membandingkan kecerunan garis lurus.

Elly menjelaskan bahawa garis lurus adalah satu garis yang bukan lengkung dan garis lengkung pula adalah garis yang bengkok dan mempunyai titik pusingan.. Beliau melukiskan dua garis lengkung dan satu garis yang mempunyai titik pusingan. Menurut beliau, titik pusingan merujuk titik maksimum atau titik minimum seperti yang dilukiskan. Bagi beliau, bukan garis lurus adalah sama dengan garis lengkung. Di sini, beliau memberikan gambaran mental dengan menggabungkan aspek geometri dan kalkulus bagi menjelaskan apa yang beliau faham tentang garis lurus dan bukan garis lurus. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus dan kecerunan.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus dan Kecerunan

- P: Dalam perkataan kamu sendiri, nyatakan apa yang kamu fikirkan tentang garis lurus.  
S: Garis lurus adalah satu garis yang tiada lengkung.  
P: Apa yang kamu maksudkan dengan garis yang tiada lengkung?  
S: Garis yang tiada pusingan dan tidak bengkok (melukis garis lurus).



Selain itu, beliau menggunakan benang dengan menegangkan benang bagi mewakili garis lurus manakala bukan garis pula beliau melukiskan garis lengkung. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek konkrit bagi menjelaskan garis lurus manakala aspek geometri digunakan bagi menjelaskan tentang bukan garis lurus. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus dan kecerunan.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus dan Kecerunan

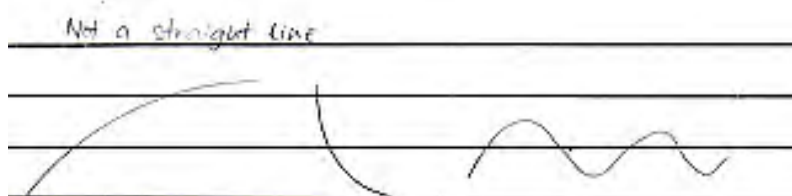
- P: Di sini disediakan benang, jarum peniti, dan kertas tebal di sini. Kamu boleh menggunakannya bagi menjelaskan maksud kamu.
- S: Saya cuma perlukan benang. Benang inilah yang mewakili garis lurus apabila ditegangkan (seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah).



Bagi bukan garis lurus, Elly menganggap sebagai garis yang bengkok atau garis yang mempunyai titik pusingan. Bagi beliau, bukan garis lurus adalah sama dengan garis lengkung. Di sini, beliau memberikan gambaran mental dengan menggabungkan aspek geometri dan kalkulus bagi menjelaskan apa yang beliau faham tentang garis lurus dan bukan garis lurus. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau tentang bukan garis lurus.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus dan Kecerunan

- P: Kalau saya sebut bukan garis lurus, apa yang terlintas di fikiran kamu.
- S: Garis yang bengkok atau garis yang mempunyai titik pusingan pada titik-titik tertentu. (Melukis dua garis melengkung dan satu garis yang mempunyai titik pusingan seperti di bawah). Beliau menambah, dua garis pertama ini adalah garis lengkung tetapi tidak mempunyai titik pusingan manakala garis lengkung yang ketiga mempunyai titik pusingan. Ketiga-tiga garis ini adalah bukan garis lurus. Maksudnya, garis bukan garis lurus adalah sama dengan garis lengkung.



- P: Apa yang kamu maksudkan garis yang mempunyai titik pusingan?
- S: Titik pusingan boleh jadi titik maksimum atau titik minimum seperti dalam rajah yang ketiga, terdapat dua titik maksimum dan dua titik minimum.

Bagi gambaran mental tentang kecerunan, Elly menyatakan bahawa kecerunan adalah garis lurus yang condong pada sudut yang tertentu daripada garis mendatar atau garis mengufuk. Beliau menambah, garis tersebut mengandungi satu hujung yang lebih tinggi berbanding hujung yang satu lagi seperti yang beliau lukiskan. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri di samping aspek sudut untuk menjelaskan gambaran mental beliau tentang kecerunan. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus dan Kecerunan

P: Kalau saya katakan kecerunan, jelaskan apa yang terlintas di fikiran kamu.

S: Satu garis lurus condong pada sudut yang tertentu daripada garis mendatar atau garis mengufuk. Garis tersebut mengandungi satu hujung yang lebih tinggi berbanding satu hujung lagi seperti yang saya lukiskan di sini.



P: Kalau saya sebut bukan kecerunan, apa yang terlintas di fikiran kamu.

S: Satu aras yang mendatar, iaitu tidak bertambah atau berkurang ketinggian aras.

P: Apa yang kamu maksudkan, mungkin boleh bagi contoh.

S: Seperti permukaan meja dan lantai di sini adalah pada ketinggian yang sama.

P: Sila jelaskan juga apa yang dimaksudkan dengan tidak cerun.

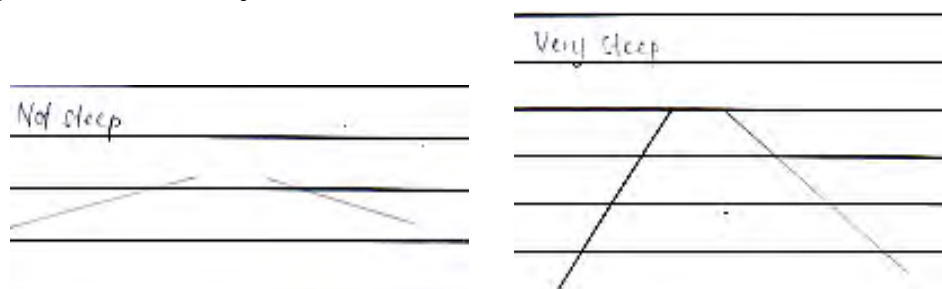
S: Satu garis yang cerun tetapi beza ketinggian pada kedua-dua hujung tidak besar.

P: Bagaimana pula dengan sangat cerun.

S: Di satu hujung adalah jauh lebih tinggi atau jauh lebih rendah berbanding hujung.

P: Bolehkah kamu lakarkan apa yang kamu maksudkan dengan tidak cerun dan sangat cerun.

S: Rajah pertama mempunyai garis lurus yang sangat cerun berbanding dengan garis lurus dalam rajah kedua.



Sebaliknya, bukan kecerunan pula ialah satu aras yang mendatar, iaitu tidak bertambah atau berkurang dari ketinggian asal. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri di samping aspek sudut untuk menjelaskan gambaran mental beliau tentang kecerunan dan bukan kecerunan. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau tentang kecerunan.

Sebagai tambahan, beliau menjelaskan tentang perkara yang boleh beliau kaitkan dengan kecerunan dan bukan kecerunan, iaitu kecerunan boleh dikaitkan dengan menaiki bukit, menaiki tangga, dan apa juga yang mempunyai altitud yang berbeza antara 2 hujung. Sebaliknya, bukan kecerunan dikaitkan dengan permukaan meja dan lantai. Di sini, beliau menjelaskan gambaran mental tentang kecerunan dan bukan kecerunan dari aspek konkrit. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus dan kecerunan.

### **Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus dan Kecerunan**

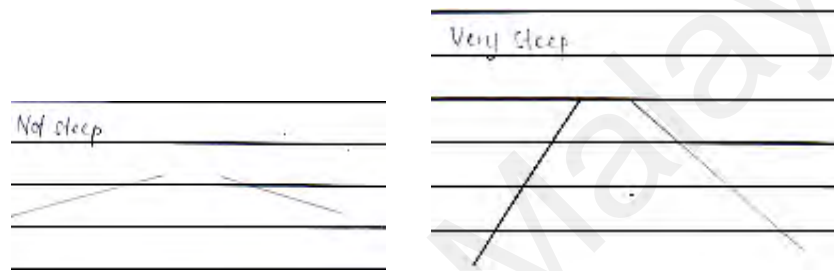
- P: Selain itu, apa lagi yang tergambar dalam fikiran kamu tentang kecerunan? Ataupun, apa yang boleh kamu kaitkan dengan kecerunan?
- S: Perkara yang boleh saya kaitkan dengan kecerunan adalah seperti menaiki bukit, menaiki tangga, atau apa-apa yang mempunyai altitud yang berbeza antara 2 hujung.
- P: Jika saya sebut bukan kecerunan, apa yang tergambar dalam fikiran kamu.
- S: Satu aras yang mendatar, iaitu tidak bertambah atau berkurang ketinggian aras.
- P: Apa yang kamu maksudkan, mungkin boleh bagi contoh.
- S: Seperti permukaan meja dan lantai di sini adalah pada ketinggian yang sama.
- P: Sila jelaskan juga apa yang dimaksudkan dengan tidak cerun.
- S: Satu garis yang cerun tetapi beza ketinggian pada kedua-dua hujung tidak besar.

Bagi gambaran mental tentang tidak cerun dan sangat cerun, Elly menyatakan bahawa tidak cerun bermaksud satu garis yang cerun tetapi mempunyai beza ketinggian pada kedua-dua hujung yang tidak begitu besar. Sebaliknya, beliau menjelaskan bahawa sangat cerun bermaksud satu garis yang mempunyai satu hujung yang jauh lebih tinggi atau jauh lebih rendah berbanding hujung yang satu lagi seperti yang dilukiskan. Dalam hal ini, nampaknya beliau menggunakan aspek geometri bagi

menjelaskan gambaran mental tentang tidak cerun dan sangat cerun. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus dan kecerunan.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus dan Kecerunan

- P: Bagaimana pula dengan sangat cerun.  
S: Di satu hujung adalah jauh lebih tinggi atau jauh lebih rendah berbanding hujung.  
P: Bolehkah kamu lakarkan apa yang kamu maksudkan dengan tidak cerun dan sangat cerun.  
S: Rajah pertama mempunyai garis lurus yang sangat cerun berbanding dengan garis lurus dalam rajah kedua.



Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, Elly menjelaskan bahawa garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” merupakan garis lurus yang tidak begitu cerun sebab kecerunan ialah “1”. Di sini, beliau menggunakan aspek sudut dan simbolik bagi menjelaskan tentang maksud garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus dan Kecerunan

- P: Kalau saya mempunyai garis lurus berkecerunan “1”, apa yang tergambar di fikiran kamu?  
S: Garis lurus ini tidak begitu cerun dan kecerunan tidak besar sebab nilai kecerunan hanya 1.

Beliau menambah, pada satah Cartesan, garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” adalah dalam keadaan menaik sebab “1” adalah bernilai positif. Selain itu, bagi setiap satu unit nilai  $y$  meningkat, nilai  $x$  juga meningkat sebanyak satu unit.

Dalam hal ini, nampaknya beliau menggunakan aspek trend bagi menjelaskan maksud tersebut. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus dan Kecerunan


P: Mengapa kamu cakap macam tu?

S: Pada satah Cartesan, garis lurus yang mempunyai kecerunan 1 adalah dalam keadaan menaik sebab 1 adalah nilai positif. Bagi setiap 1 unit  $y$ , nilai  $x$  meningkat sebanyak 1 unit.

Seterusnya, Elly melukiskan segi tiga sama kaki bersudut tegak secara menaik dengan ukuran 1 unit bagi tinggi dan tapak berdasarkan konsep kecerunan sebagai  $m = y/x$ . Bagi beliau, sebarang ukuran boleh digunakan jika nisbah tinggi dan tapak ialah satu. Elly membandingkan konsep kecerunan,  $m = y/x$  dengan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , iaitu  $y = y_2 - y_1$  dan  $x = x_2 - x_1$ . Di sini beliau menganggap  $y = y_2 - y_1$  dan  $x = x_2 - x_1$ . Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus dan Kecerunan

P: Bolehkah kamu lukiskan gambarannya?

S: 

P: Bagaimanakah kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan “1”?

S: Saya melukis garis lurus supaya dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan. Saya buatkan segi tiga bersudut tegak. Segi tiga ini juga mestilah segi tiga sama kaki, iaitu mempunyai 2 sisi yang sama. Di sini saya menggunakan tinggi dan tapak sebanyak 1 unit.

P: Mengapa kamu pilih tinggi dan tapak 1 unit?

S: Boleh guna sebarang nilai asalkan nisbah tinggi dan tapak ialah 1, seperti tinggi dan tapak 2 unit atau 3 unit.

P: Mengapa kamu perlukan nisbah tinggi dan tapak 1 unit?

S: Saya menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Dalam formula ini, pengangka merupakan tinggi segi tiga dan penyebut pula adalah tapak segi tiga sama

sisi yang bersudut tegak. Bagi mendapatkan nilai  $m = 1$ , tinggi dan tapak mestilah dua nilai yang sama seperti  $1/1$ ,  $2/2$ ,  $3/3$ ,  $4/4$ , dan sebagainya.

Beliau menjelaskan bahawa semua garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” adalah selari. Di sini, beliau menggabungkan aspek geometri, nisbah, dan formula kecerunan bagi menjelaskan maksud bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”. Protokol 1.2 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas dalam fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan “1”.

### **Protokol 1.2: Gambaran Kecerunan “1”**

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”?
- S: Di sini saya lukiskan dua garis lurus lagi. Kedua-dua garis lurus ini masing-masing dengan nisbah  $2/2$  dan  $3/3$ .  
Saya boleh katakan bahawa semua garis lurus yang mempunyai kecerunan 1 adalah selari.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, Elly menyatakan bahawa garis lurus tersebut menurun dari kiri ke kanan pada satah Cartesan berlawanan dengan garis lurus berkecerunan “1”. Beliau menambah, apabila nilai koordinat  $y$  berkurangan, nilai koordinat  $x$  bertambah seperti yang dilukiskan. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek arah dan trend bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Selain itu, beliau menjelaskan tentang perbezaan antara garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dengan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas dalam fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan “-1”.

### **Protokol 1.3: Gambaran Kecerunan “-1”**

- P: Jika saya mempunyai satu garis lurus yang berkecerunan “-1”, apakah yang terlintas pada fikiran kamu mengenai garis lurus itu?
- S: Saya menggunakan konsep yang sama. Pada satah Cartesan, kalau garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” adalah dalam keadaan menaik, maka garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” pula adalah menurun dari kiri ke kanan.  
Apabila nilai koordinat  $y$  berkurangan, nilai koordinat  $x$  bertambah.



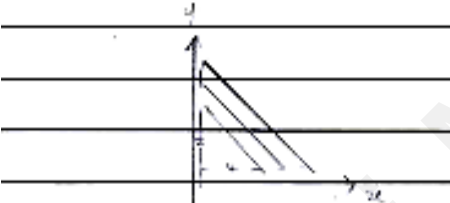
Bagi melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, Elly menggunakan konsep nisbah secara congak dengan mengambil nilai yang sama bagi tinggi dan tapak garis lurus tersebut. Seterusnya, beliau menentukan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dengan menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas pada fikiran beliau bagi garis lurus berkecerunan “-1”.

### Protokol 1.3: Gambaran Kecerunan “-1”

P: Sila lukiskan gambaran tersebut?

S:

Slope = -1



P: Bagaimanakah kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan “-1”?

S: Seperti sebelum ini, iaitu dengan menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Bagi mendapatkan nilai  $m = 1$ , tinggi dan tapak mestilah dua nilai yang sama seperti 1/1, 2/2, 3/3, 4/4, dan sebagainya. Tetapi garis lurus berkecerunan -1 mempunyai arah yang berlawanan dengan garis lurus berkecerunan 1, iaitu menurun dari kiri ke kanan.

P: Mengapa mesti menurun dari kiri ke kanan?

S: Sebab dari kiri ke kanan, nilai  $y$  akan berkurangan dan menghasilkan nilai pengangka negatif manakala nilai  $x$  pula meningkat dan menghasilkan nilai penyebut positif. Maka, kecerunan adalah negatif.

Sebagai tambahan, beliau juga mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, iaitu semua garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” adalah selari. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas pada fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan “-1”.

### Protokol 1.3: Gambaran Mental tentang Kecerunan “-1”

P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”?

S: Semua garis lurus yang mempunyai kecerunan  $-1$  adalah selari. Saya lukiskan di sini dua garis lurus yang mempunyai kecerunan  $-1$ .

Dalam menjawab soalan gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”, Elly menyatakan bahawa garis tersebut tidak naik mahupun turun. Beliau menambah, nilai  $y$  tidak berubah tetapi nilai  $x$  berubah samada makin bertambah ataupun berkurangan. Di sini beliau menggabungkan aspek geometri dan trend bagi menjelaskan maksud bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas dalam fikiran beliau mengenai garis lurus yang berkecerunan “0”.

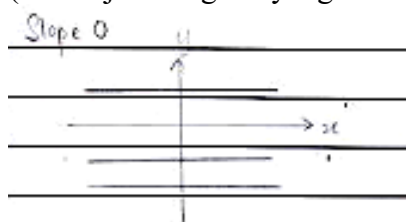
### Protokol 1.3: Gambaran Kecerunan “0”

- P: Jika saya ada satu garis lurus yang berkecerunan “0”, apakah yang terlintas dalam fikiran kamu mengenai garis lurus itu?
- S: Satu garis lurus yang tidak naik atau turun.  
Nilai  $y$  tidak berubah tetapi nilai  $x$  boleh berubah samada makin bertambah mahupun berkurangan. Garis lurus ini mendatar, iaitu nilai  $m = 0$ .

Selain itu, beliau menganggap bahawa semua garis lurus yang mendatar adalah selari dan mempunyai kecerunan “0”, iaitu nilai  $m = 0$  seperti yang dilukiskan. Dalam hal ini, nampaknya beliau menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0” dengan menggunakan konsep garis selari. Protokol 1.2 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas dalam fikiran beliau mengenai garis lurus yang berkecerunan “ $-1$ ” dan “0”.

### Protokol 1.3: Gambaran Kecerunan “ $-1$ ” dan “0”

- P: Sila lukiskan gambaran tersebut
- S: (menunjukkan garis yang dilukis seperti di bawah)

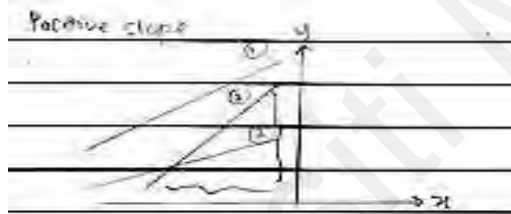


- P: Selain itu, apa lagi yang terlintas di fikiran kamu?
- S: Semua garis yang mendatar macam yang saya lukis ni adalah selari dan mempunyai kecerunan 0.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, Elly menyatakan bahawa garis tersebut mempunyai nilai koordinat  $y$  yang meningkat secara beransur-ansur dan konsisten. Pada satah Cartesian, garis lurus ini menuju ke atas dari arah kanan ke kiri seperti yang dilukiskan. Di sini, beliau menggabungkan aspek trend, arah, dan geometri bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan positif. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus yang berkecerunan positif.

#### Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Positif

- P: Apakah yang terlintas di fikiran kamu tentang garis lurus yang berkecerunan positif?  
 S: Peningkatan nilai  $y$  dengan beransur-ansur dan konsisten menuju ke kanan pada satah Cartesian.  
 P: Sila lukiskan gambaran tersebut.  
 S: (Beliau melukiskan garis lurus yang berlabel 1 seperti berikut).



- P: Adakah terdapat gambaran lain lagi?  
 S: (Melukis dua garis lurus yang berlabel 2 dan 3).

Beliau menambah, garis lurus yang paling tegak mempunyai kecerunan positif paling besar sebab kecerunan ditakrifkan sebagai perubahan  $y$  dibahagi dengan perubahan  $x$  dan bukan sebaliknya. Menurut beliau, paling tegak bermaksud sudut bagi garis tersebut menghampiri 90 darjah. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek sudut dan nisbah bagi tujuan yang sama. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus yang berkecerunan positif.

#### Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Positif

- P: Antara rajah yang kamu lukis sebagai garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, yang manakah mempunyai kecerunan paling besar?  
 S: Garis ke-2.  
 P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan garis lurus yang mempunyai kecerunan paling besar.

- S: Saya lihat garis kedua mempunyai kecerunan paling besar sebab garis kedua paling menegak. Semakin menegak sesuatu garis lurus semakin besar kecerunan garis lurus tersebut. Saya juga menganggarkan kecerunan dengan menganggarkan nilai  $y/x$  bagi ketiga-tiga garis lurus tersebut dan mendapati garis kedua mempunyai nilai  $y/x$  paling besar.
- P: Mengapa menganggarkan  $y/x$ ?
- S: Sebab kecerunan adalah nilai  $y/x$ .
- P: Mengapa bukan  $x/y$ ?
- S: Sebab kecerunan ditakrifkan sebagai perubahan  $y$  per  $x$  bukan sebaliknya. Jadi,  $y/x$  adalah lebih sesuai dianggarkan dan bukan  $x/y$ .

Elly mengaitkan kecerunan positif dengan perkara seperti menaiki tangga dan mendaki bukit, iaitu pergerakan menuju ke atas. Di sini, beliau menggunakan aspek konkrit dan muka bumi di samping aspek arah. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas dalam fikiran beliau mengenai garis lurus yang berkecerunan positif.

#### **Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Positif**

- P: Apakah yang dapat dikaitkan dengan kecerunan positif?
- S: Menaiki tangga dan mendaki bukit. Kedua-dua kes tersebut ia menuju ke atas tanpa mengambil kira dari arah kiri atau kanan.

Selain itu, Elly menjelaskan tentang kecerunan positif, iaitu sebagai hubungan positif antara pembolehubah  $x$  dan  $y$  seperti kos dan keuntungan bagi sesuatu produk. Dalam hal ini, beliau mengaitkan kecerunan positif dengan hubungan positif yang merupakan bahagian penting dalam analisis perniagaan. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus yang berkecerunan positif.

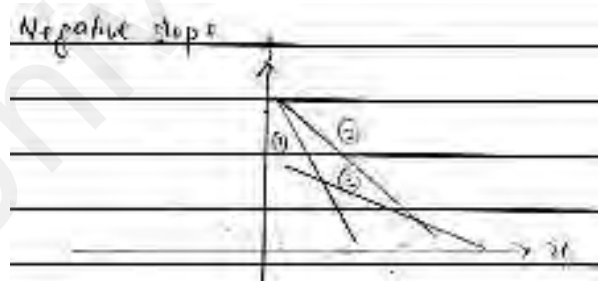
#### **Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Positif**

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain tentang kecerunan positif.
- S: Kecerunan positif membabitkan hubungan positif antara pembolehubah  $x$  dan  $y$ . Kalau saya katakan  $x$  mewakili kos bagi menghasilkan sesuatu produk manakala  $y$  mewakili keuntungan, maka hubungan ini adalah positif sebab keuntungan bertambah apabila kos bertambah.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif, Elly menjelaskan bahawa pada satah Cartesan garis tersebut adalah dalam keadaan menurun dari kiri ke kanan dan bukan dari kanan ke kiri. Pergerakan titik dari kiri ke kanan menjadikan nilai  $x$  menjadi semakin meningkat manakala nilai  $y$  pula semakin berkurangan. Secara melihat dengan mata kasar, Elly menjelaskan bahawa garis yang paling tegak mempunyai kecerunan negatif yang paling besar seperti garis kedua yang dilukiskan. Di sini beliau menggunakan beberapa aspek, iaitu trend, arah, dan sudut bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan negatif.

#### Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Negatif

- P: Katakan saya mempunyai garis lurus berkecerunan negatif, apakah yang terlintas di fikiran kamu?  
 S: Pada satah Cartesan, garis lurus dalam keadaan menurun dari kiri ke kanan.  
 P: Bagaimana dengan garis lurus yang menurun dari kanan ke kiri?  
 S: Pergerakan titik pada garis lurus adalah dari kiri ke kanan sebab nilai  $x$  semakin meningkat dari kiri ke kanan bukan dari kanan ke kiri.  
 P: Adakah kamu mempunyai penjelasan lain.  
 S: Apabila nilai  $y$  berkurangan, nilai  $x$  meningkat.  
 P: Sila lukiskan gambaran tersebut.  
 S: (Beliau melukiskan garis lurus tersebut yang berlabel 1 seperti dibawah)



- P: Selain daripada itu, adakah terdapat gambaran lain?  
 S: (Melukis 2 lagi garis lurus yang berlabel 2 dan 3 seperti yang ditunjukkan dalam rajah yang sama).

Elly menganggarkan kecerunan dengan menganggarkan nilai  $y/x$ . Selain itu, Elly menjelaskan bahawa turun tangga dan turun bukit adalah sesuatu yang boleh dikaitkan dengan kecerunan negatif. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek konkrit

dan muka bumi di samping aspek yang lain. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan negatif.

#### **Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Negatif**

- P: Antara rajah yang kamu lukis sebagai garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif, yang manakah mempunyai kecerunan paling besar?  
S: Garis pertama.  
P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan rajah tersebut mempunyai kecerunan paling besar.  
S: Dengan mata kasar, garis berlabel 1 lebih tegak. Saya juga menganggarkan nisbah  $y/x$  adalah lebih besar.  
P: Apakah yang boleh kamu kaitkan dengan kecerunan negatif?  
S: Turun tangga dan turun bukit.

Seterusnya, Elly menjelaskan bahawa tiga pernyataan berikut, iaitu kecerunan garis lurus adalah sifar, simbol “0”, dan tiada kecerunan dianggap sebagai mempunyai maksud yang sama. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Elly tentang apa yang terlintas di fikiran beliau mengenai garis lurus berkecerunan positif, negatif, sifar, dan tiada kecerunan.

#### **Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Positif, Negatif, Sifar, dan Tiada Kecerunan**

- P: Adakah terdapat penjelasan lain tentang kecerunan negatif?  
S: Tiada.  
P: Katakan terdapat satu garis lurus berkecerunan sifar, apakah terlintas di fikiran kamu?  
S: Garis lurus berkecerunan sifar sama dengan garis lurus yang mempunyai kecerunan 0.  
P: Katakan satu garis lurus tiada kecerunan, apakah yang terlintas dalam fikiran kamu?  
S: Garis lurus yang tidak mempunyai kecerunan adalah sama dengan garis lurus yang mempunyai kecerunan sifar dan sama juga dengan kecerunan “0”.

Berkenaan dengan perbandingan kecerunan bumbung bagi lima rajah yang diberikan, Elly menggunakan beberapa cara. Antaranya, dengan cara mengira bilangan kotak bagi tinggi dan lebar bumbung, menggunakan konsep kecerunan sebagai  $y/x$  yang mana  $y$  ialah tinggi bumbung manakala  $x$  adalah lebar bumbung, dan secara

melihat dengan mata kasar rajah mana yang lebih cerun, iaitu lebih menegak. Tingkah laku Elly tentang perbandingan kecerunan bumbung bagi lima rajah yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.5.

### Protokol 1.5: Perbandingan Kecerunan Bumbung

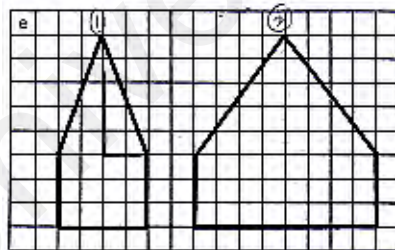
- P: (Meletakkan lima rajah bumbung di hadapan murid).  
 Antara bumbung di bawah, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Bumbung yang pertama .
- P: Mengapa kamu kata macam tu?
- S: Saya mengira bilangan kotak. Bumbung bagi rajah pertama mempunyai tinggi, iaitu nilai  $y = 2$  dan lebar, iaitu  $x = 1$ . Bumbung bagi rajah kedua hanya mempunyai tinggi, iaitu nilai  $y = 1$ , dan lebar, iaitu  $x = 2$ .



$$\textcircled{1} \begin{aligned} y &= 2 \\ x &= 1 \\ \frac{y}{x}, m &= 2 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \begin{aligned} y &= 1 \\ x &= 2 \\ \frac{y}{x}, m &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- S: Saya menganggap kecerunan sebagai  $y/x$ . Jadi, bumbung pertama mempunyai kecerunan lebih besar sebab  $m = 2/1 = 2$  manakala bumbung kedua mempunyai kecerunan  $\frac{1}{2}$ .
- P: Bagi Rajah bumbung (e), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Rajah pertama.
- P: Mengapa kamu berkata demikian?
- S:



$$\textcircled{1} \begin{aligned} y &= 5 \\ x &= 2 \\ m &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \begin{aligned} y &= 4 \\ x &= 5 \\ m &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

Dengan mata kasar pun boleh nampak bahawa rajah pertama adalah lebih cerun

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- S: Saya tentukan kecerunan rajah pertama, iaitu  $5/2$  dan kecerunan bumbung dalam rajah kedua, iaitu  $5/4$ .  
 $5/2$  adalah lebih besar daripada  $5/4$ . Oleh itu, rajah pertama mempunyai kecerunan lebih besar.

Pada umumnya, pandangan Elly tentang kecerunan lima rajah bumbung yang diberikan boleh diringkaskan seperti berikut: Bagi Rajah (a), (c), dan (e), rajah pertama

mempunyai kecerunan lebih besar berbanding rajah kedua. Sebaliknya, bagi Rajah (d), rajah kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding rajah pertama, manakala bagi Rajah (b), kedua-dua rajah mempunyai kecerunan yang sama.

Bagi menentukan kecerunan anak tangga yang manakah lebih besar bagi lima rajah yang diberikan, Elly mulakan dengan melukis garis putus-putus pada satu anak tangga pada setiap rajah dan menganggap garis yang dilukis adalah mewakili keseluruhan anak tangga. Dalam hal ini, beliau menganggap rajah anak tangga seperti rajah garis lurus bagi tujuan menentukan kecerunan anak tangga. Tingkah laku Elly tentang perbandingan kecerunan anak tangga bagi lima rajah anak tangga dipaparkan dalam Protokol 1.6.

#### **Protokol 1.6: Perbandingan Kecerunan Anak Tangga**

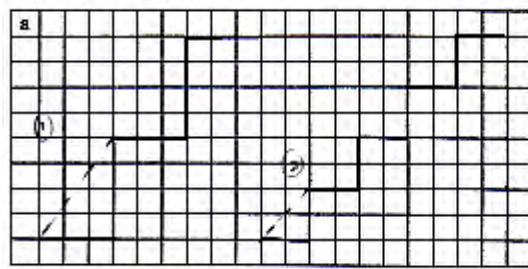
- P: (Meletakkan lima rajah anak tangga di hadapan murid).  
Antara anak tangga di bawah, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Rajah yang pertama kelihatan mempunyai kecerunan yang lebih besar.
- P: Mengapa kamu berkata demikian?
- S: Rajah pertama adalah kurang condong berbanding rajah kedua. Oleh itu, kecerunan adalah lebih besar.

Beliau menentukan kecerunan menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$ , dengan menghitung bilangan kotak menegak dan mendatar atau berdasarkan dari pandangan mata, iaitu rajah yang kurang condong mempunyai kecerunan yang lebih besar. Bagi beliau, rajah yang kurang condong bermaksud lebih cerun atau lebih tegak. Tingkah laku Elly tentang perbandingan kecerunan anak tangga bagi lima rajah anak tangga dipaparkan dalam Protokol 1.6.

#### **Protokol 1.6: Perbandingan Kecerunan Anak Tangga**

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- S: (Melukis garis putus-putus pada satu anak tangga). Saya menentukan kecerunan anak tangga bagi rajah pertama, iaitu  $m = 4/3$  manakala bagi rajah kedua,  $m = 2/2 = 1$ . Oleh itu, rajah pertama mempunyai kecerunan yang lebih besar.





$$\textcircled{1} \begin{aligned} y &= 4 \\ x &= 3 \\ m &= 4/3 \end{aligned}$$

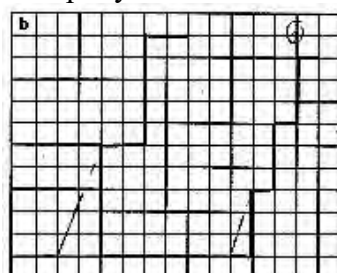
$$\textcircled{2} \begin{aligned} y &= 2 \\ x &= 2 \\ m &= 1 \end{aligned}$$

- P: Mengapa kamu melukis garis bagi satu anak tangga sahaja walaupun kamu tahu kamu hendak tentukan kecerunan bagi kesemua anak tangga?
- S: Pada saya sama saja samada saya tentukan kecerunan bagi satu anak tangga atau kesemua anak tangga sebab kecerunan adalah sama. Bagi semua anak tangga, saya hanya perlu panjangkan garis ini dan kecerunan adalah sama pada mana-mana bahagian anak tangga.

Pada umumnya, pandangan Elly tentang kecerunan lima rajah anak tangga yang diberikan boleh diringkaskan seperti berikut: Bagi Rajah (a), rajah pertama mempunyai kecerunan lebih besar berbanding rajah kedua. Sebaliknya, bagi Rajah (b) dan (c), rajah kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding rajah pertama. Akhirnya, bagi Rajah (d) dan (e), kedua-dua anak tangga mempunyai kecerunan yang sama. Tingkah laku Elly tentang perbandingan kecerunan anak tangga bagi lima rajah anak tangga dipaparkan dalam Protokol 1.6.

### Protokol 1.6: Perbandingan Kecerunan Anak Tangga

- P: Bagi Rajah anak tangga (b), yang manakah mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Rajah pertama.
- P: Mengapa kamu berkata demikian?
- S: Sebab kelihatan anak tangga pertama lebih cerun.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu pastikan hanya dengan melihat bahawa anak tangga pertama lebih cerun.
- S: Boleh jadi saya salah, jadi saya perlu dapatkan kecerunan dengan lebih tepat (Sambil menghitung bilangan kotak menegak dan mendatar bagi anak tangga yang paling bawah). Saya dapati  $m = 5/2$  bagi anak tangga pertama dan  $m = 3/1 = 3$  bagi anak tangga kedua. Dengan itu, anak tangga kedua mempunyai kecerunan lebih besar.



$$\textcircled{1} \begin{aligned} y &= 5 \\ x &= 2 \\ m &= 5/2 \end{aligned}$$

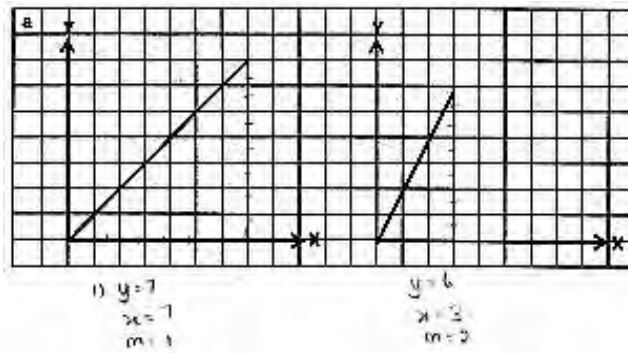
$$\textcircled{2} \begin{aligned} y &= 3 \\ x &= 1 \\ m &= 3 \end{aligned}$$

- P: Jadi adakah kamu pasti anak tangga kedua mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Ya, sebab dengan pengiraan adalah lebih tepat terutamanya apabila kecerunan tidak banyak berbeza.
- P: Bagi Rajah tangga (e), yang manakah mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Anak tangga dalam rajah kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar.
- P: Mengapa kamu berkata demikian?
- S: Nampak lebih tegak.

Berhubung dengan soalan membandingkan kecerunan garis lurus yang manakah lebih besar bagi lapan rajah yang diberikan, Elly mulakan dengan melukis segi tiga bersudut tegak pada garis lurus tersebut. Elly menentukan kecerunan menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$ , iaitu dengan menghitung bilangan kotak bagi jarak mengufuk dan menegak segi tiga bersudut tegak yang dilukiskan pada garis lurus yang diberikan atau berdasarkan pandangan mata seperti sebelum ini. Tingkah laku Elly tentang perbandingan kecerunan garis lurus bagi lapan rajah garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.7.

### **Protokol 1.7: Membandingkan Kecerunan Garis Lurus**

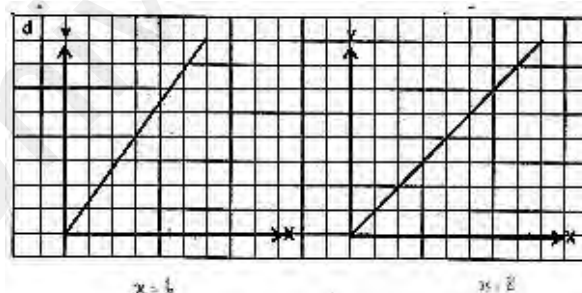
- P: (Meletakkan lapan rajah garis lurus di hadapan murid). Bagi setiap rajah berikut, kamu dikehendaki menentukan yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: (Melihat rajah yang diberikan. Melukis segi tiga bersudut tegak dan menghitung bilangan kotak).
- P: Bagi garis lurus dalam rajah (a), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Garis lurus dalam rajah kedua mempunyai kecerunan lebih besar.
- P: Mengapa kamu cakap macam tu?
- S: Kali ini saya tak mahu menentukan kecerunan dengan melihat mana yang lebih condong atau tegak, tetapi saya menggunakan cara yang sama seperti sebelum ini, iaitu mengira kecerunan sebagai  $y/x$ . Bagi rajah pertama, kecerunan garis lurus ialah  $7/7$ , iaitu 1. Bagi rajah kedua, kecerunan garis lurus ialah  $6/3$ , iaitu 2. Oleh itu, rajah kedua mempunyai kecerunan garis lurus yang lebih besar berbanding rajah pertama.



Selain itu, bagi nilai  $y$  yang mempunyai nilai yang sama, Elisy hanya menggunakan idea perbandingan nilai  $x$  sahaja. Menurut beliau, kecerunan ialah  $y/x$ . Justeru, apa juga nilai  $y$ , nilai  $y/x$  adalah lebih besar bagi nilai  $x$  yang lebih kecil, iaitu  $y/6$  adalah lebih besar daripada  $y/8$ . Tingkah laku Elly tentang perbandingan kecerunan garis lurus bagi lapan rajah garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.7.

### Protokol 1.7: Membandingkan Kecerunan Garis Lurus

- P: Bagi garis lurus dalam rajah (d), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Garis lurus dalam rajah pertama mempunyai kecerunan yang lebih besar.
- P: Mengapa kamu cakap macam tu?
- S: Saya melihat kedua-dua garis lurus mempunyai ketinggian yang sama. Walau bagaimanapun, jarak mengufuk atau nilai  $x$  tidak sama. Bagi garis lurus pertama, jarak mengufuk atau nilai  $x$  ialah 6 manakala garis lurus kedua, nilai  $x$  ialah 8.



- P: Apa yang boleh kamu katakan?
- S: Jadi, garis lurus dalam rajah pertama mempunyai kecerunan lebih besar sebab nilai  $x$  adalah lebih kecil berbanding nilai  $x$  bagi garis lurus yang kedua.
- P: Bagaimana pula kamu kaitkan nilai  $x$  dengan kecerunan?
- S: Sebab kecerunan ialah  $y/x$ . Tak kira lah apa nilai  $y$ , nilai  $y/x$  adalah lebih besar bagi nilai  $x$  yang lebih kecil, iaitu  $y/6$  adalah lebih besar daripada  $y/8$ .

Berikut adalah rumusan pandangan responden tentang kecerunan lapan rajah garis lurus tersebut. Bagi Rajah (b), (c), (d), dan (g), garis lurus pertama mempunyai kecerunan lebih besar berbanding garis lurus kedua. Sebaliknya, bagi Rajah (a), (e), dan (h), garis lurus kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding garis lurus pertama, manakala bagi Rajah (f), kedua-dua garis lurus mempunyai kecerunan yang sama.

### **Kesimpulan bagi Gambaran Mental Kecerunan**

Elly menganggap garis lurus adalah satu garis yang bukan lengkung manakala bukan garis lurus adalah garis lengkung, iaitu garis yang bengkok dan mempunyai titik pusingan. Beliau merujuk titik pusingan sebagai titik maksimum atau titik minimum. Di sini, beliau memberikan gambaran mental dengan menggabungkan aspek geometri dan kalkulus bagi menjelaskan apa yang beliau faham tentang garis lurus dan bukan garis lurus. Sebagai tambahan, beliau menggunakan aspek konkrit, iaitu benang bagi mewakili garis lurus dan aspek geometri, iaitu melukis rajah bagi mewakili bukan garis.

Bagi gambaran mental tentang kecerunan dan bukan kecerunan, Elly menyatakan dari aspek geometri dan sudut bahawa kecerunan adalah garis lurus yang condong pada sudut yang tertentu daripada garis mendatar atau garis mengufuk manakala bukan kecerunan pula ialah satu aras yang mendatar. Beliau menjelaskan dari aspek konkrit bahawa kecerunan boleh dikaitkan dengan menaiki bukit, menaiki tangga, dan apa juga yang mempunyai altitud yang berbeza antara 2 hujung. Sebaliknya, bukan kecerunan dikaitkan dengan permukaan meja dan lantai.

Bagi gambaran mental tentang tidak cerun dan sangat cerun, Elly menyatakan dari aspek geometri, tidak cerun bermaksud satu garis yang cerun tetapi mempunyai beza ketinggian pada kedua-dua hujung yang tidak begitu besar. Sebaliknya, sangat

cerun bermaksud satu garis yang mempunyai satu hujung yang jauh lebih tinggi atau jauh lebih rendah berbanding hujung yang satu lagi.

Elly menggunakan aspek sudut dan simbolik bagi menjelaskan gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, iaitu garis tersebut merupakan garis lurus yang tidak begitu cerun sebab kecerunan hanya “1”. Pada satah Cartesian, garis lurus tersebut adalah dalam keadaan menaik sebab “1” adalah bernilai positif. Selain itu, beliau juga menggunakan aspek trend dengan menyatakan bahawa setiap satu unit nilai  $y$  meningkat, nilai  $x$  juga meningkat sebanyak satu unit.

Seterusnya, Elly menggabungkan aspek geometri, nisbah, dan formula kecerunan bagi menjelaskan maksud bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”. Dalam hal ini, beliau melukiskan segi tiga sama kaki bersudut tegak secara menaik yang mana nisbah tinggi dan tapak ialah satu. Dari aspek formula kecerunan, beliau menggunakan  $m = y/x$  dan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, beliau menggunakan aspek geometri dan arah dengan menyatakan bahawa garis lurus tersebut menurun dari kiri ke kanan pada satah Cartesian. Dari aspek trend pula apabila nilai koordinat  $y$  berkurangan, nilai koordinat  $x$  bertambah. Selain itu, beliau menjelaskan tentang perbezaan antara garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dengan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, iaitu berlawanan arah dan trend. Bagi melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, beliau menggunakan konsep nisbah secara congak dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Sebagai tambahan, beliau menganggap semua garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” adalah selari.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”, Elly menggabungkan aspek geometri dan trend dengan menyatakan bahawa garis tersebut tidak naik mahupun turun. Beliau menambah, walaupun nilai  $x$  berubah

namun nilai  $y$  tidak berubah. Selain itu, beliau menggunakan konsep garis selari dengan menganggap bahawa semua garis lurus yang mendatar adalah selari dan mempunyai kecerunan "0", iaitu nilai  $m = 0$ .

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, Elly menggabungkan aspek geometri, trend, arah, dan sudut dengan menyatakan bahawa garis tersebut mempunyai nilai koordinat  $y$  yang meningkat secara beransur-ansur dan konsisten menuju ke atas dari kanan ke kiri. Dari aspek sudut, garis lurus yang paling tegak (menghampiri 90 darjah) mempunyai kecerunan positif paling besar sebab kecerunan ditakrifkan sebagai perubahan  $y$  dibahagi dengan perubahan  $x$ . Selain itu, beliau menggunakan aspek konkrit dan muka bumi di samping aspek arah bagi perkara yang boleh dikaitkan dengan kecerunan positif. Seterusnya, beliau mengaitkan kecerunan positif dengan hubungan positif yang merupakan bahagian penting dalam analisis perniagaan, seperti kos dan keuntungan bagi sesuatu produk.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif, Elly menggabungkan beberapa aspek seperti trend, arah, dan sudut dengan menyatakan bahawa pada satah Cartesan garis tersebut adalah dalam keadaan menurun dari kiri ke kanan. Secara melihat dengan mata kasar, beliau menjelaskan bahawa garis yang paling tegak mempunyai kecerunan negatif yang paling besar seperti garis kedua yang dilukiskan. Beliau menganggarkan kecerunan dengan menganggarkan nilai  $y/x$ . Bagi perkara yang boleh dikaitkan dengan kecerunan negatif, beliau menggunakan aspek konkrit dan muka bumi di samping aspek lain. Seterusnya, beliau menjelaskan bahawa tiga pernyataan berikut, iaitu kecerunan garis lurus adalah sifar, simbol "0", dan tiada kecerunan dianggap sebagai mempunyai maksud yang sama.

Pada umumnya, Elly menentukan kecerunan bumbung, anak tangga, dan garis lurus bagi rajah yang diberikan dengan menggunakan beberapa cara. Antaranya,

dengan cara mengira bilangan kotak bagi tinggi dan tapak, secara melihat dengan mata kasar (garis yang cerun mempunyai kecerunan yang lebih besar), melukis garis putus-putus pada satu anak tangga pada setiap rajah, dan melukis segi tiga bersudut tegak pada garis lurus. Seterusnya, beliau menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$  yang mana  $y$  ialah tinggi dan  $x$  adalah tapak. Di sini, kecerunan yang lebih besar mempunyai nilai  $m$  yang lebih besar.

### **Perwakilan Kecerunan**

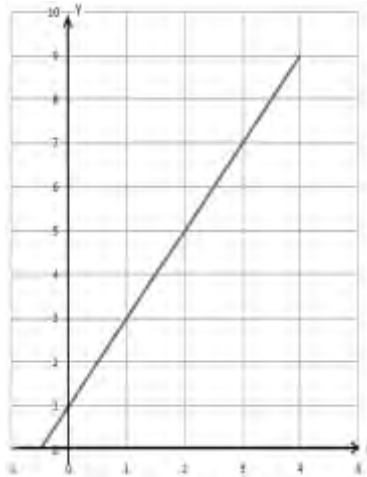
Perwakilan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan dua soalan utama tentang kecerunan garis lurus, iaitu mentafsir kecerunan garis lurus dan mewakili kecerunan “-1”.

Bagi Elly, garis lurus yang diberikan mempunyai kecerunan positif sebab garis tersebut dalam keadaan menaik. Beliau menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$  dengan menganggap garis lurus tersebut sebagai hipotenus bagi segitiga bersudut tepat. Garis lurus tersebut dikatakan mempunyai kecerunan “2”. Tingkah laku Elly ketika mentafsir graf kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

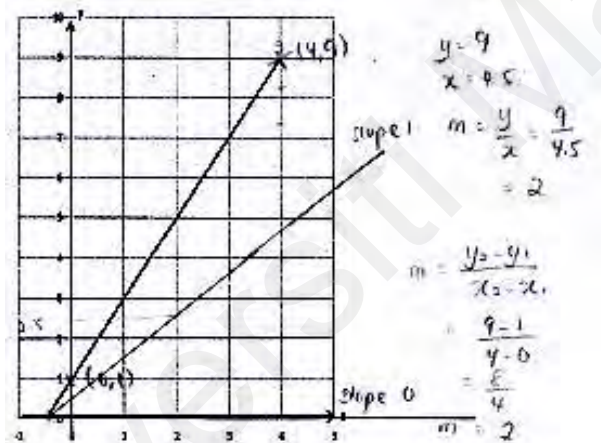
#### **Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus**

P: (Meletakkan graf garis lurus seperti di bawah di hadapan murid. Beberapa helai kertas, pensil dan pembaris disediakan. Murid boleh menggunakan alat tulis yang disediakan jika perlu untuk menjelaskan sesuatu. Satu transperensi yang mengandungi garis lurus turut disediakan bagi membantu murid, jika perlu untuk menjelaskan sesuatu. Murid boleh menggunakan transperensi ini dengan meletakkan dan menggerakkan transperensi tersebut di atas graf yang disediakan bagi membantu mendapatkan kecerunan yang dikehendaki).

Dengan merujuk graf garis lurus yang diberikan, apakah yang kamu faham tentang kecerunan garis lurus tersebut?



- S: Saya melihat garis lurus adalah menaik. Jadi, kecerunan bagi garis lurus ini adalah positif. Pada saya, kecerunan garis lurus ini boleh ditentukan sebab garis lurus ini dilukis dengan skala.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan garis lurus itu?
- S: Saya masih menggunakan konsep kecerunan yang sama, iaitu  $m = y/x$ . Garis ini adalah hipotenus bagi segitiga bersudut tepat yang mana tinggi ialah 9 unit dan tapak pula 4.5 unit. Oleh itu,  $m = 9/4.5 = 2$ .



Selain itu, beliau menggunakan formula kecerunan yang lain, iaitu  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”. Bagi beliau, kecerunan garis lurus yang diberikan adalah tetap, iaitu “2”. Di sini, beliau mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dengan menggabungkan aspek trend, geometri, dan simbolik dengan menggunakan formula kecerunan. Tingkah laku Elly ketika mentafsir graf kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

### Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?
- S: Saya pilih dua titik, iaitu (0, 1) dan (4, 9) yang terletak pada garis tersebut.



Dengan menggunakan formula kecerunan yang lain, iaitu  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ,

saya dapati kecerunan ialah  $\frac{9-1}{4-0} = 2$ .

- P: Pada pendapat kamu bolehkah jika saya katakan bahawa garis lurus itu mempunyai kecerunan 3?
- S: Tidak, kecerunan garis lurus adalah sama dengan menggunakan mana-mana dua titik yang terletak pada garis lurus tersebut.

Bagi mendapatkan kecerunan “1” daripada garis lurus yang diberikan, Elly melukiskan garis lurus lain yang mempunyai kecerunan “1”, iaitu melalui titik (-0.5, 0) dan (2, 2.5). Seterusnya, beliau menggerakkan garis lurus yang diberikan ke bawah mengikut arah jam pada titik (-0.5, 0) sebagai titik putaran supaya berada pada garis yang dilukis tadi. beliau menyatakan garis lurus yang melalui titik (-0.5, 0) dan (2, 2.5) yang dilukis mempunyai kecerunan “1” dengan alasan kecerunan ialah  $m = y/x = 2.5/2.5 = 1$ . Tingkah laku Elly ketika mentafsir graf kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

### **Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus**

- P: Jika saya hendak garis lurus itu supaya mempunyai kecerunan 1, apa yang perlu saya lakukan terhadap garis lurus tersebut? Sila jelaskan bagi setiap langkah yang kamu ambil.
- S: Owhh...mengelirukan. Saya rasa boleh guna konsep kecerunan yang sama seperti sebelum ini. Saya pilih titik yang mempunyai koordinat  $x$  sama dengan koordinat  $y$ , iaitu 2.5. Lukis garis lurus yang melalui titik (-0.5, 0) dan (2, 2.5). Seterusnya, gerakkan garis yang diberi ke bawah supaya betul-betul berada pada garis yang dilukis tadi.

Akhirnya, bagi mendapatkan kecerunan “0” beliau menggerakkan garis lurus yang diberikan ke bawah mengikut arah jam pada pusat putaran (-0.5, 0) hingga terletak pada paksi- $x$ , iaitu garis mendatar. Dalam hal ini, beliau menggabungkan aspek geometri, trend, arah dan formula kecerunan bagi mendapatkan garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “0” daripada garis lurus yang diberikan. Beliau menambah, semua garis mendatar mempunyai kecerunan “0”. Tingkah laku Elly

ketika mentafsir graf kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol

1.8.

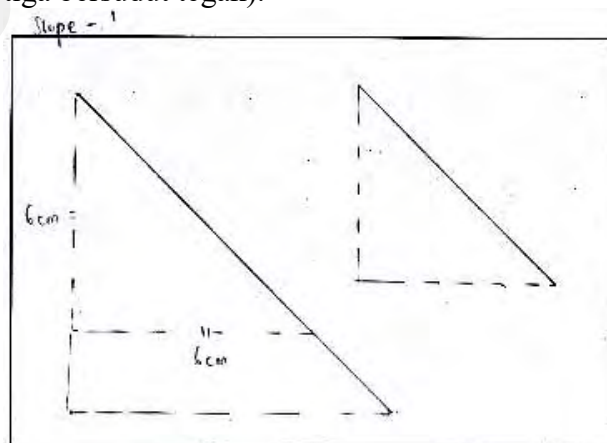
### Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus

- P: Apa pula yang saya perlukan lakukan jika saya hendak garis lurus itu supaya mempunyai kecerunan 0?
- S: Saya putarkan garis lurus tersebut pada pusat putaran  $(-0.5, 0)$  hingga terletak pada paksi-x, iaitu garis mendatar sebab semua garis mendatar mempunyai kecerunan 0.

Bagi menjawab soalan tentang bagaimana mewakili kecerunan “-1”, Elly melukiskan hipotenus bagi segi tiga bersudut tegak sama kaki yang mempunyai tinggi dan tapak berukuran 6 cm di dalam kotak yang disediakan. Menurut beliau, garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” merupakan hipotenus bagi segi tiga tersebut yang dilukiskan secara menurun dari kiri ke kanan. Beliau menggunakan konsep kecerunan yang sama, iaitu  $m = y/x$ . Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri, trend, arah, dan formula kecerunan bagi mewakili kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Tingkah laku Elly ketika diminta mewakili garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dipaparkan dalam Protokol 1.9.

### Protokol 1.9: Mewakilkkan Kecerunan “-1”

- P: Sila lukis garis lurus yang mempunyai kecerunan -1 di dalam kotak yang disediakan.
- S: (Melukis segi tiga bersudut tegak yang mempunyai tinggi dan tapak 6 cm). Garis lurus ini mempunyai kecerunan -1 (menunjukkan hipotenus bagi segi tiga bersudut tegak).

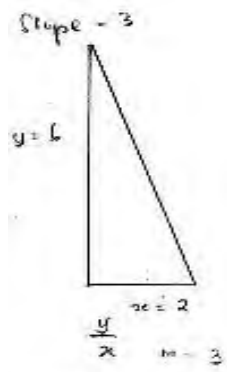


- P: Jelaskan mengapa kamu kata garis lurus yang kamu lukis ini mempunyai kecerunan -1.
- S: Sebab kecerunan =  $6/6 = 1$ . Tetapi garis lurus ini menurun, dari kiri ke kanan, maka kecerunan ialah -1.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu mendapat garis lurus tersebut.
- S: Di dalam fikiran saya, kecerunan garis lurus adalah kecerunan hipotenus bagi segi tiga bersudut tegak. Oleh kerana kecerunan ialah  $y/x$ , iaitu  $y$  ialah tinggi dan  $x$  ialah tapak, jadi segitiga ini mesti mempunyai tinggi yang sama dengan tapak. Saya lukis tinggi 6 cm dan tapak 6cm. Seterusnya, saya lukis hipotenus bagi segitiga ini. Hipotenus ini merupakan garis lurus yang mempunyai kecerunan -1
- P: Selain rajah ini, adakah terdapat gambaran lain yang boleh kamu lukiskan untuk menunjukkan garis lurus yang mempunyai kecerunan -1?
- S: (Melukis segitiga bersudut tegak pada rajah yang sama dengan memanjangkan tinggi dan hipotenus segitiga ke bawah sebanyak 2 cm).  
Garis ini juga mempunyai kecerunan -1.
- P: Jelaskan mengapa kamu kata garis lurus yang kamu lukis ini mempunyai kecerunan -1.
- S: Saya menggunakan kaedah yang sama seperti sebelum ini, iaitu  $m = y/x = 8/8 = 1$ . oleh kerana garis ini menuju ke bawah maka kecerunan ialah -1.
- P: Selain rajah ini, adakah terdapat gambaran lain yang boleh kamu lukiskan untuk menunjukkan garis lurus mempunyai kecerunan -1?
- S: (Melukis segitiga bersudut tegak pada rajah yang berlainan dengan tinggi dan tapak segitiga masing-masing 5 cm).  
Garis ini juga mempunyai kecerunan -1.

Beliau melukiskan segi tiga bersudut tegak sama kaki yang mempunyai tinggi 6 cm dan tapak 2 cm dengan menggunakan kaedah yang sama seperti sebelum ini bagi mewakili kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Tingkah laku Elly ketika diminta mewakili garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dipaparkan dalam Protokol 1.9.

#### **Protokol 1.9: Mewakilkkan Kecerunan “-1”**

- P: Bagaimana pula bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan -3? Jelaskan apa yang perlu kamu lakukan.
- S: (Melukis segi tiga bersudut tegak yang mempunyai tinggi 6 cm dan tapak 2 cm seperti dalam rajah di bawah).  
Garis ini mempunyai kecerunan -3.



P: Mengapa kamu berkata begitu?

S: Dengan menggunakan kaedah yang sama seperti sebelum ini, iaitu  $m = - 6/2 = - 3$ .

### Kesimpulan bagi Perwakilan Kecerunan

Elly mentafsirkan garis lurus yang diberikan mempunyai kecerunan positif sebab garis tersebut dalam keadaan menaik. Di sini, beliau menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$  di samping formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dengan menganggap garis lurus tersebut sebagai hipotenus bagi segitiga bersudut tepat. Beliau menambah, kecerunan garis lurus yang diberikan adalah tetap, iaitu “2”. Di sini, beliau mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dengan menggabungkan aspek trend, geometri, dan simbolik dengan menggunakan formula kecerunan. Bagi mendapatkan garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “0” daripada garis lurus yang diberikan, beliau menggerakkan garis lurus yang diberikan ke bawah mengikut arah jam pada titik tertentu sebagai titik putaran supaya berada pada garis yang dikehendaki. Dalam hal ini, beliau menggabungkan aspek geometri, trend, arah dan formula kecerunan. Selain itu, beliau menganggap bahawa semua garis mendatar mempunyai kecerunan “0”.

Elly melukiskan secara menurun dari kiri ke kanan hipotenus bagi segi tiga bersudut tegak sama kaki yang mempunyai tinggi dan tapak berukuran 6 cm di dalam kotak yang disediakan bagi mewakili garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”.

Beliau menggunakan konsep kecerunan yang sama, iaitu  $m = y/x$ . Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri, trend, arah, dan formula kecerunan bagi mewakili kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Beliau menggunakan kaedah yang sama bagi mewakili kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”.

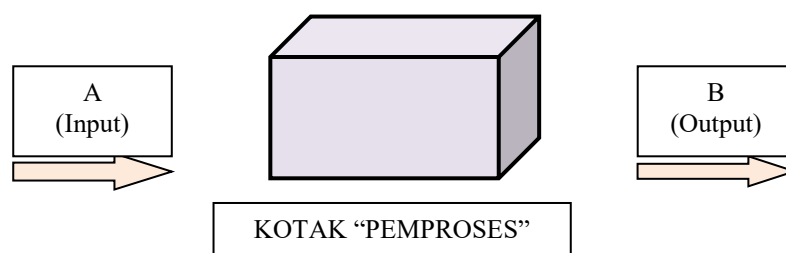
## Makna

Makna yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu menentukan tugas kotak “Pemproses”. Elly menyatakan tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan dua kad yang dimasukkan dan menghasilkan satu kad yang lain. Dalam hal ini, beliau menyatakan dari aspek konkrit tentang tugas kotak “pemproses”. Kad tersebut mengandungi graf garis lurus pada satah koordinat cartesian yang mempunyai kecerunan positif sebab garis tersebut menaik dari kiri ke kanan. Di sini, beliau menjelaskan tentang produk yang terhasil dari aspek geometri, trend, dan arah. Tingkah laku Elly ketika menentukan tugas kotak “pemproses” yang membabitkan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 2.1.

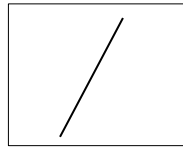
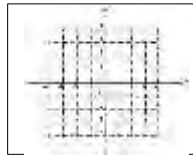
### Protokol 2.1: Menentukan Tugas Kotak “Pemproses”

P: (Tunjukkan kepada murid sebuah kotak dengan kedua-dua hujungnya terbuka. Kad-kad boleh dimasukkan dan dikeluarkan daripada kedua-dua hujungnya seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah. Terangkan kepada murid tentang kotak “pemproses” seperti berikut.)

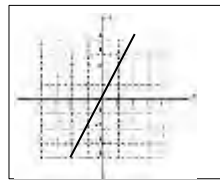
Kad-kad yang mengandungi sistem koordinat cartesian dan garis lurus boleh dimasukkan dan dikeluarkan daripada kedua-dua hujungnya seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah. Setelah kad-kad tersebut dimasukkan melalui lubang A, kad-kad akan di “proses” dan sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus akan dikeluarkan dari lubang B.



Tunjukkan kepada murid sekeping kad yang mengandungi sistem koordinat cartesian beserta dengan sekeping kad lain yang mengandungi garis lurus seperti yang ditunjukkan di bawah dan berkata:



Saya akan masukkan kedua-dua kad ini ke dalam kotak ini. Kad-kad ini di “proses” di dalam kotak pemproses. Sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus seperti di bawah dikeluarkan.



Apakah “proses” yang berlaku dalam kotak ini?

- S: Menggabungkan 2 kad menjadi 1 kad lain.  
P: Selain itu, apa lagi yang berlaku?  
S: Gabungan 2 kad yang dimasukkan ke dalam kotak menghasilkan graf garis lurus pada satah koordinat cartesian.  
P: Apakah yang boleh kamu katakan tentang graf garis lurus yang terdapat pada kad yang dikeluarkan?  
S: Garis lurus tersebut melalui titik asalan dan menaik dari kiri ke kanan. Jadi, garis lurus ini mempunyai kecerunan positif.

Beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”. Bagi Elly, kotak “pemproses” berfungsi menghasilkan garis lurus yang mempunyai kecerunan “2”. Dalam hal ini, nampaknya beliau menjelaskan tentang garis lurus yang terhasil dari aspek simbolik di samping formula kecerunan. Tingkah laku Elly ketika menentukan tugas kotak “pemproses” yang membabitkan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 2.1.

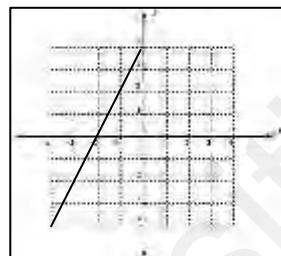
### **Protokol 2.1: Menentukan Tugas Kotak “Pemproses”**

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif.  
S: Garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan.  
P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan garis lurus tersebut?

- S: Saya pilih 2 titik iaitu (2, 1) dan (-2, -1). Saya mengira kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan dan saya dapati kecerunan ialah  $(-1-1)/(-2-2) = \frac{1}{2}$ .  
 Ooops ... saya salah tulis, koordinat-x dan koordinat-y adalah terbalik. Sepatutnya dua titik tersebut ialah (1, 2) dan (-1, -2). Jadi, kecerunan ialah  $(-2-2)/(-1-1) = 2$ .

$$\begin{array}{l} \frac{(2,1) - (-2,-1)}{x_2 - x_1} \quad (1,2) \quad (-1,-2) \\ m = \frac{1 - (-1)}{2 - (-2)} \quad m = \frac{2 - (-2)}{1 - (-1)} \\ = \frac{1 + 1}{2 + 2} \quad = \frac{4}{2} \\ = \frac{2}{4} \quad = 2 \\ = \frac{1}{2} \end{array}$$

- P: Saya akan masukkan semula kedua-dua kad ini ke dalam kotak ini. Kad-kad ini di “proses” di dalam kotak pemproses. Sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus seperti di bawah dikeluarkan.



Apakah “proses” yang berlaku dalam kotak ini?

- S: Menggabungkan garis lurus dan satah koordinat cartesian dengan meletakkan garis lurus ke atas satah koordinat cartesian.  
 P: Selain itu, apa lagi yang boleh kamu katakan tentang garis lurus itu.  
 S: Mulanya, garis lurus yang dihasilkan oleh kotak itu memintas pada titik asalan, tetapi kali ini garis lurus yang terhasil memintas -2 paksi-x.  
 P: Apa lagi yang boleh kamu katakan tentang garis lurus itu?  
 S: Garis lurus tersebut telah dipindahkan ke kiri sebanyak 2 unit.  
 P: Apakah kecerunan bagi kedua-dua graf garis lurus tersebut?  
 S: Kedua-duanya mempunyai kecerunan yang sama, iaitu 2.  
 P: Ceritakan fungsi kotak ini.  
 S: Semua garis lurus yang dihasilkan mempunyai kecerunan yang sama, iaitu 2.

### Kesimpulan bagi Makna

Elly menganggap tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan dua kad yang dimasukkan dan menghasilkan satu kad yang mengandungi graf garis lurus pada satah koordinat cartesian. Garis tersebut mempunyai kecerunan positif sebab garis

tersebut menaik dari kiri ke kanan. Dalam hal ini, beliau menggabungkan aspek konkrit, geometri, trend, dan arah bagi menjelaskan tugas kotak “pemproses”. Seterusnya, beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”. Akhirnya, beliau menyatakan dari aspek simbolik, iaitu kotak “pemproses” berfungsi menghasilkan garis lurus yang mempunyai kecerunan “2”.

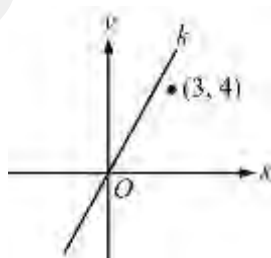
### Penaakulan

Penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu penaaakulan tentang kecerunan garis lurus.

Bagi penaaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan, Elly menjelaskan bahawa garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif sebab garis lurus tersebut dalam keadaan menaik dan menuju ke atas dari kiri ke kanan. Di sini, beliau menggabungkan aspek trend dan arah bagi menjelaskan tentang kecerunan yang diberikan. Tingkah laku Elly ketika membuat penaaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.2.

#### Protokol 2.2: Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

- P: (Tunjukkan kepada murid rajah di bawah).  
 Saya mempunyai satu garis lurus,  $k$ , yang melalui asalan seperti yang ditunjukkan dalam rajah koordinat cartesian ini. Apakah kecerunan bagi garis lurus tersebut?



- S: Hmm...(Mendiamkan diri dan berfikir sambil menggelengkan kepala)  
 P: Bagaimana jika saya mahu kamu beritahu saya apa saja yang kamu tahu tentang garis lurus tersebut.  
 S: Garis lurus itu mempunyai kecerunan positif, melalui titik asalan (0, 0) dan tidak melalui titik (3, 4)

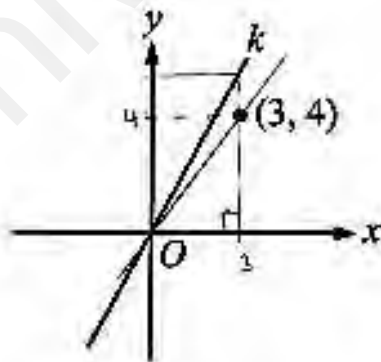


- P: Mengapa kamu kata garis lurus itu mempunyai kecerunan positif?  
 S: Garis lurus adalah dalam keadaan menaik atau menuju ke atas dari kiri ke kanan.

Selain itu, garis lurus tersebut melalui titik asalan  $(0, 0)$  tetapi tidak melalui titik  $(3, 4)$ . Beliau melukiskan garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Seterusnya, beliau mendapati kecerunan ialah  $4/3$ . Menurut Elly, garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis, lebih besar daripada  $4/3$  sebab lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis. Dalam hal ini, beliau menggabungkan aspek geometri, formula kecerunan, sudut, dan simbolik. Tingkah laku Elly ketika membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.2.

### Protokol 2.2: Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

- P: Bolehkah kamu tentukan kecerunan bagi garis lurus tersebut?  
 S: Saya tidak dapat tentukan kecerunan sebab tak cukup maklumat.  
 P: Cuba kamu perhatikan betul-betul garis tersebut, apa yang kamu tahu tentang garis itu.  
 S: Garis ini melalui nilai  $x = 0$  dan  $y = 0$ .  
 P: Selain itu, apa lagi yang kamu tahu?  
 S: (Beliau melukis garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Kemudiannya, beliau melukis 2 garis lurus lagi. Garis pertama melalui titik  $(3, 4)$  dan berserenjang dengan paksi- $x$ . Garis kedua melalui titik persilangan garis pertama dengan garis  $k$  yang selari dengan paksi- $x$  seperti dalam rajah di bawah).



Garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis.

- P: Mengapa kamu kata begitu?  
 S: Garis lurus yang selari dengan paksi- $y$  dan selari dengan paksi- $x$  bersilang pada garis  $k$ . Titik persilangan saya katakan sebagai  $(3, y)$  sebab saya hanya tahu koordinat- $x$  sahaja, iaitu 3.

Akhirnya, beliau menggunakan cara membandingkan garis yang dilukis dengan garis  $k$  dengan merujuk satu titik yang terletak pada setiap garis yang mempunyai nilai  $x$  yang sama. Tingkah laku Elly ketika membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.2.

### **Protokol 2.2: Penaakulan Kecerunan Garis Lurus**

- P: Bagaimana kamu tentukan kecerunan garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis.
- S: Titik  $(3, y)$  terletak di atas titik  $(3, 4)$ . Jadi, nilai  $y$  adalah lebih besar daripada 4. Seterusnya, kecerunan bagi garis lurus  $k$  ialah  $y/4$  dan kecerunan garis lurus yang dilukis ialah  $4/3$ . Oleh itu, kecerunan garis lurus adalah lebih besar daripada  $4/3$ .
- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain tentang kecerunan garis lurus  $k$ .
- S: Tiada.

### **Kesimpulan bagi Penaakulan**

Bagi penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan, Elly menjelaskan dari aspek trend dan arah, iaitu garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif sebab dalam keadaan menaik dan menuju ke atas dari kiri ke kanan. Beliau mendapati garis yang diberikan adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ , iaitu lebih besar daripada  $4/3$  sebab lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis. Dalam hal ini, beliau menggabungkan aspek geometri, formula kecerunan, sudut, dan simbolik bagi menjelaskan tentang kecerunan garis lurus  $k$ . Akhirnya, beliau menggunakan cara membandingkan garis yang dilukis dengan garis  $k$  dengan merujuk satu titik yang terletak pada setiap garis yang mempunyai nilai  $x$  yang sama.

### **Hubung Kait**

Dalam kajian ini, hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu hubung kait kecerunan dengan jadual nilai. Dalam bahagian hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus, Elly

menjelaskan bahawa garis tersebut adalah berbentuk garis lurus yang menuju ke atas dari kiri ke kanan. Beliau melihat kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  yang diberi dalam jadual meningkat secara konsisten, iaitu nilai  $x$  bertambah sebanyak 1 unit manakala nilai  $y$  bertambah sebanyak 2 unit. Dalam hal ini, beliau menggabungkan aspek geometri, trend, dan arah bagi menjelaskan hubung kait kecerunan garis lurus dengan jadual nilai yang diberikan. Tingkah laku Elly ketika membuat hubung kait antara kecerunan dengan jadual nilai yang membabitkan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.1.

### Protokol 3.1: Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai

P: (Tunjukkan kepada murid jadual nilai seperti di bawah).  
Ini adalah data tentang satu garis lurus.

$x$	0	1	2	3
$y$	-3	-1	1	3

Tentukan bentuk garis tersebut.

S: Garis berbentuk garis lurus yang menuju ke atas dari kiri ke kanan.

P: Mengapa kamu kata macam tu?

S: Saya nampak kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  yang diberi dalam jadual meningkat secara konsisten.

P: Bagaimana  $x$  dan  $y$  berubah?

S: Kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  bertambah dengan konsisten. Nilai  $x$  bertambah sebanyak 1 unit dengan pergerakan ke kanan manakala nilai  $y$  bertambah sebanyak 2 unit dengan pergerakan ke atas.

Seterusnya, beliau mendapati kecerunan garis lurus ialah “2” dengan menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Beliau menganggap dengan menggunakan formula, jawapan adalah tepat jika tiada kesilapan dilakukan dalam pengiraan tersebut. Tingkah laku Elly ketika membuat hubung kait antara kecerunan dengan jadual nilai yang membabitkan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.1.

### Protokol 3.1: Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai

P: Bolehkah kamu tentukan kecerunan garis lurus yang digambarkan oleh jadual di atas.

S:

$$\begin{aligned} & (0, -3), (3, 3) \\ m &= \frac{3 - (-3)}{3 - 0} \\ &= \frac{6}{3} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Saya menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , titik  $(0, -3)$ , dan titik  $(3, 3)$ . Saya dapati kecerunan ialah 2 (sambil menunjukkan jalan kerja seperti di atas).

P: Mengapa kamu menggunakan formula kecerunan?

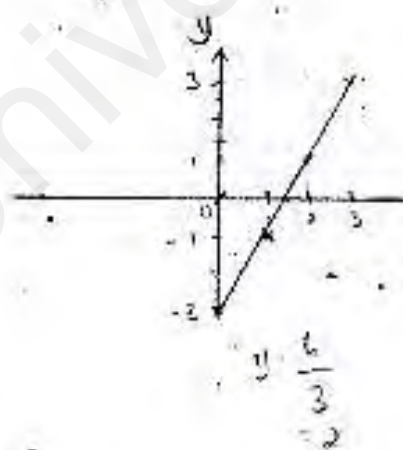
S: Saya lebih suka menggunakan formula sebab saya boleh dapat jawapan yang tepat asalkan saya tidak membuat kesilapan.

Selain itu, beliau menggunakan kaedah melukis graf garis lurus dan segi tiga bersudut tepat. Beliau mendapati kecerunan ialah “2” dengan menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$ . Tingkah laku Elly ketika membuat hubung kait antara kecerunan dengan jadual nilai yang membabitkan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.1.

### Protokol 3.1: Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai

P: Adakah kamu mempunyai cara lain untuk mendapatkan kecerunan?

S: (Melukis graf pada rajah Cartesan)



Saya menggunakan kaedah melukis garis lurus dengan menggunakan jadual nilai yang diberi. Garis lurus adalah hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat dengan tinggi 6 unit dan tapak ialah 3 unit. Oleh itu kecerunan,  $m = y/x = 6/3 = 2$ .

## **Kesimpulan bagi Hubung Kait**

Ringkasnya, Elly menjelaskan bahawa garis tersebut adalah berbentuk garis lurus yang menuju ke atas dari kiri ke kanan. Selain itu, kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  yang diberi dalam jadual meningkat secara konsisten. Dalam hal ini, beliau menggabungkan aspek geometri, trend, dan arah bagi menjelaskan hubung kait kecerunan garis lurus dengan jadual nilai yang diberikan. Seterusnya, beliau mendapati dari aspek simbolik bahawa kecerunan garis lurus ialah “2” dengan menggunakan beberapa kaedah seperti formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , melukis graf garis lurus, dan segi tiga bersudut tepat di samping konsep kecerunan  $m = y/x$ . Beliau menganggap dengan menggunakan formula, jawapan adalah tepat jika tiada kesilapan dilakukan dalam pengiraan tersebut.

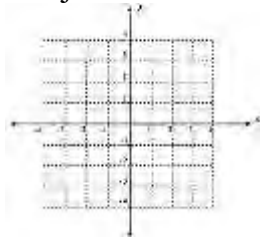
## **Komunikasi**

Dalam kajian ini, komunikasi yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu komunikasi tentang kecerunan garis lurus. Berhubung dengan soalan komunikasi tentang kecerunan garis lurus, terlebih dahulu Elly menjelaskan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif. Secara umum, graf garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada rajah koordinat Cartesan yang menunjukkan hubungan linear negatif antara  $x$  dan  $y$ . Dalam hal ini, beliau menggabungkan aspek trend, arah dan geometri bagi menjelaskan tentang kecerunan negatif. Tingkah laku Elly ketika membuat komunikasi dengan rakannya tentang kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” dipaparkan dalam Protokol 3.2.

### **Protokol 3.2: Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus**

P: (Beritahu murid tentang salah seorang rakannya yang tidak dapat hadir semasa pembelajaran tentang kecerunan garis lurus berlangsung atas sebab-sebab tertentu dan kamu diminta untuk membantu rakan kamu).

Saya mempunyai rajah cartesian koordinat dan garis lurus seperti yang ditunjukkan di bawah.



Bagaimanakah kamu boleh menceritakan kepada rakan kamu tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan  $-3$ ? Kamu boleh menggunakan rajah cartesian koordinat dan garis lurus yang disediakan.

S: Secara umum, graf garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif adalah dalam keadaan menurun, iaitu menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada rajah Cartesian koordinat.

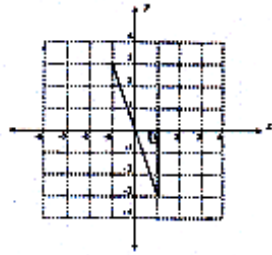
Selain itu, graf garis lurus berkecerunan negatif menunjukkan hubungan linear  $x$  dan  $y$ , iaitu apabila nilai  $x$  bertambah nilai  $y$  berkurangan.

Bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan " $-3$ ", Elly menggunakan rajah koordinat Cartesian dengan melukis segi tiga bersudut tegak. Di sini, beliau menganggap garis lurus yang mempunyai kecerunan " $-3$ " sebagai hipotenus bagi segi tiga tersebut. Seterusnya, beliau menggunakan cara  $m = y/x$ , iaitu  $y$  mewakili tinggi dan  $x$  mewakili tapak segi tiga tersebut. Sebagai contoh,  $-3$  boleh ditulis sebagai  $-3/1$ ,  $-6/2$ ,  $-9/3$ , dan sebagainya. Tanda negatif pada nombor pula hanya menunjukkan arah garis lurus, iaitu ke bawah manakala tanda positif adalah menunjukkan arah ke atas. Selanjutnya, beliau mengambil  $-3$  sebagai  $-6/2$ , iaitu tinggi segi tiga sebagai 6 unit dan tapak segi tiga sebagai 2 unit untuk melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan " $-3$ ". Tingkah laku Elly ketika membuat komunikasi dengan rakannya tentang kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan " $-3$ " dipaparkan dalam Protokol 3.2.

### **Protokol 3.2: Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus**

S: Bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan  $-3$  pada rajah Cartesian koordinat, saya menganggap garis lurus tersebut sebagai hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat. Saya menggunakan cara  $m = y/x$ , iaitu  $y$  ialah tinggi dan  $x$  ialah tapak segi tiga tersebut. Sebagai contoh,  $-3$  boleh ditulis sebagai  $-3/1$ ,  $-6/2$ ,  $-9/3$ , dan sebagainya. Tanda negative pada nombor hanya menunjukkan arah garis lurus, iaitu ke bawah manakala tanda positif adalah menunjukkan arah ke atas. Di sini saya mengambil  $-6/2$  untuk melukis garis

lurus yang mempunyai kecerunan -3 disebabkan  $-9/3$  tidak mencukupi untuk dilukis pada graf ini.



$$m = \frac{-9}{3} = -3$$

### Kesimpulan bagi Komunikasi

Bagi soalan komunikasi tentang kecerunan garis lurus, Elly menjelaskan bahawa graf garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif adalah satu garis yang menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada rajah koordinat Cartesan. Beliau menambah, garis tersebut menunjukkan hubungan linear negatif antara  $x$  dan  $y$ . Dalam hal ini, beliau menggabungkan aspek trend, arah dan geometri bagi menjelaskan tentang kecerunan negatif. Bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”, beliau menggunakan rajah koordinat Cartesan dengan melukis hipotenus bagi segi tiga bersudut tegak di samping konsep  $m = y/x$ .

### Penyelesaian Masalah

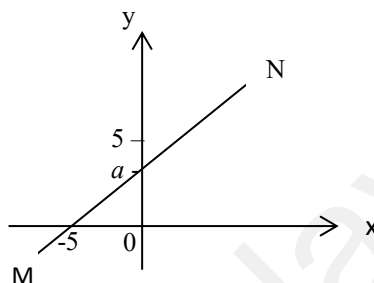
Penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan dua soalan utama, iaitu menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesan dan menyelesaikan masalah berayat melibatkan titik koordinat.

Bagi penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus, Elly menganggarkan bahawa garis lurus MN yang terdapat dalam graf yang diberikan mempunyai kecerunan kurang daripada “1”, iaitu antara “0” dengan “1” tanpa menunjukkan sebarang jalan kerja. Secara lisan, beliau memberi alasan bahawa garis lurus MN memintas paksi- $y$  pada  $a$  dan nilai  $a$  pula terletak antara “0” dengan “5”. Di

sini, beliau menggunakan aspek simbolik bagi menjelaskan tentang kecerunan garis lurus MN. Tingkah laku Elly ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dipaparkan dalam Protokol 3.3.

### Protokol 3.3: Menyelesaikan Masalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesian

- P: Katakan kamu mempunyai rajah koordinat cartesian seperti di bawah. Nyatakan apakah kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis MN?



- S: Garis MN mempunyai kecerunan kurang daripada 1.  
P: Mengapa kamu berkata demikian?  
S: Garis MN memintas paksi-y pada  $a$ .  
 $a$  pula terletak di bawah 5.  
Jadi, nilai  $a$  mestilah kurang daripada 5.

Seterusnya, beliau menentukan kecerunan dengan menggunakan kaedah  $m = y/x$  dan mendapati kecerunan ialah  $m = a/5$ . Akhirnya, nilai tersebut dikatakan kurang daripada “1” tetapi lebih besar daripada “0”. Tingkah laku Elly ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dipaparkan dalam Protokol 3.3.

### Protokol 3.3: Menyelesaikan Masalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesian

- S: Kecerunan ialah  $m = a/5$ . Jadi kecerunan garis MN adalah kurang daripada 1 sebab nilai  $a$  kurang daripada 5.  
P: Selain itu, apa lagi yang boleh kamu jelaskan?  
S: Kecerunan garis MN adalah lebih besar daripada 0.  
P: Apa yang kamu maksudkan?  
S: Nilai  $a$  adalah lebih besar daripada 0 sebab  $a$  terletak ke atas 0. Jadi  $a/5$  mestilah lebih besar daripada 0.  
P: Adakah kamu mempunyai penjelasan lain?  
S: Saya ingin membuat kesimpulan, iaitu kecerunan garis MN tidak dapat ditentukan dengan tepat sebab nilai tepat  $a$  tidak diketahui. Walau bagaimanapun, saya boleh anggarkan bahawa kecerunan garis MN adalah lebih besar daripada 0 tetapi kurang daripada 1 sebab nilai  $a$  terletak antara 0 dengan 5. Kecerunan pula ialah  $a/5$  yang mana nilai  $a/5$  terlatak antara 0 dengan 1. Sebagai contoh  $1/5, 2/5, 0.3, \dots$



Mengenai soalan menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat, Elly menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menentukan kecerunan. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri bagi memilih dua titik, iaitu A dan C untuk menentukan kecerunan. Beliau memberi alasan bahawa dua titik tersebut mempunyai jarak yang paling besar dan mendapati kecerunan ialah “1”. Walau bagaimanapun, beliau berpendapat bahawa mana-mana dua titik boleh dipilih untuk menentukan kecerunan sebab kecerunan garis lurus adalah sama pada mana-mana bahagian garis lurus. Tingkah laku Elly ketika menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat dipaparkan dalam Protokol 3.4.

**Protokol 3.4: Menyelesaikan Masalah Berayat Melibatkan Titik Koordinat**

- P: Saya mempunyai satu garis lurus yang melalui 3 titik, iaitu A(-1, 1), B(2, 4), dan C(5, 3). Nyatakan apakah kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis tersebut?
- S: Saya perlu buat pengiraan terlebih dahulu.
- P: Bolehkah kamu jelaskan?
- S: Bagi tujuan menentukan kecerunan, saya pilih dua titik, iaitu titik A(-1, 1) dan C(3, 5). Seterusnya, saya menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Saya dapati kecerunan garis lurus ialah  $(5 - 1)/(3 - (-1)) = 1$ .

Handwritten work showing the calculation of the slope  $m$  for a line passing through points A(-1, 1) and C(3, 5). The calculation is  $m = \frac{5 - 1}{3 - (-1)} = \frac{4}{4} = 1$ . Another calculation is shown for points A(-1, 1) and B(2, 4), resulting in  $m = \frac{4 - 1}{2 - (-1)} = \frac{3}{3} = 1$ .

- P: Mengapa kamu pilih titik A dan C tetapi bukan titik lain?
- S: Pada mulanya saya fikir saya pilih titik A dan C sebab dua titik ini mempunyai jarak yang paling besar. Walau bagaimanapun, saya rasa boleh pilih mana-mana dua titik. Contohnya, saya boleh pilih titik A dan B. Saya dapati kecerunan =  $(4 - 1)/(2 - (-1)) = 1$ .

Selain itu, beliau berpendapat cara yang paling sesuai untuk menentukan kecerunan adalah dengan menggunakan formula. Tingkah laku Elly ketika

menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat dipaparkan dalam Protokol 3.4.

#### **Protokol 3.4: Menyelesaikan Masalah Berayat Melibatkan Titik Koordinat**

- P: Selain menggunakan formula, adakah kamu mempunyai cara lain?  
S: Ada, tetapi cara ini yang paling sesuai  
P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?  
S: Kecerunan garis lurus adalah sama pada mana-mana bahagian garis tersebut. Jadi, mana-mana dua titik boleh digunakan untuk menentukan kecerunan.

#### **Kesimpulan bagi Penyelesaian Masalah**

Elly menggunakan aspek simbolik dengan menganggarkan bahawa garis lurus MN yang terdapat dalam graf yang diberikan mempunyai kecerunan kurang daripada “1”, iaitu antara “0” dengan “1” tanpa menunjukkan sebarang jalan kerja. Beliau memberi alasan bahawa garis lurus MN memintas paksi- $y$  pada  $a$  dan nilai  $a$  pula terletak antara “0” dengan “5”. Bagi menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat, beliau menggunakan aspek geometri bagi memilih dua titik yang mempunyai jarak yang paling besar dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menentukan kecerunan. Beliau berpendapat bahawa mana-mana dua titik boleh dipilih untuk menentukan kecerunan sebab kecerunan garis lurus adalah sama pada mana-mana bahagian garis lurus. Menurut beliau, cara yang paling sesuai untuk menentukan kecerunan adalah dengan menggunakan formula.

#### **Rumusan**

Pada umumnya, Elly menganggap garis lurus adalah satu garis yang bukan lengkung dengan menggabungkan aspek geometri dan kalkulus manakala bukan garis lurus pula adalah garis lengkung, iaitu garis yang bengkok dan mempunyai titik pusingan. Dari aspek konkrit, beliau menggunakan benang bagi mewakili garis lurus

manakala dari aspek geometri beliau melukiskan garis lengkung bagi mewakili bukan garis.

Elly menyatakan dari aspek geometri dan sudut bagi menjelaskan tentang kecerunan, iaitu garis lurus yang condong pada sudut yang tertentu daripada garis mendatar manakala bukan kecerunan pula ialah satu aras yang mendatar. Dari aspek konkrit, kecerunan dikaitkan dengan sesuatu yang mempunyai altitud yang berbeza antara dua hujung seperti menaiki bukit dan menaiki tangga. Sebaliknya, bukan kecerunan pula dikaitkan dengan permukaan meja dan lantai. Seterusnya, beliau menyatakan dari aspek geometri bahawa tidak cerun bermaksud satu garis yang mempunyai beza ketinggian pada kedua-dua hujung yang kecil. Sebaliknya, sangat cerun bermaksud satu garis yang mempunyai beza ketinggian pada kedua-dua hujung yang besar.

Bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan "1", beliau menggunakan aspek sudut dan simbolik, iaitu garis yang tidak begitu cerun sebab kecerunan hanya "1". Selain itu, beliau menggunakan aspek geometri, simbolik, dan trend dengan menyatakan bahawa pada satah Cartesan, garis tersebut adalah dalam keadaan menaik sebab "1" adalah bernilai positif. Sebagai tambahan, dari aspek trend, beliau menyatakan bahawa kedua nilai  $x$  dan  $y$  meningkat sebanyak satu unit. Seterusnya, beliau menggabungkan aspek geometri, nisbah, dan formula kecerunan bagi menjelaskan maksud garis lurus yang mempunyai kecerunan "1", iaitu dengan melukiskan segi tiga sama kaki bersudut tegak secara menaik yang mana nisbah tinggi dan tapak ialah satu.

Elly menggunakan aspek geometri dan arah bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan "-1", iaitu garis lurus tersebut menurun dari kiri ke kanan pada satah Cartesan. Dari aspek trend, beliau menyatakan bahawa apabila nilai

koordinat bagi  $y$  berkurang, nilai koordinat bagi  $x$  pula bertambah. Selain itu, beliau menjelaskan tentang perbezaan antara garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dengan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, iaitu dua garis tersebut adalah berlawanan arah dan trend. Bagi menentukan kecerunan dan melukiskan gamabran garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” atau “-1”, beliau menggunakan formula kecerunan  $m = y/x$  dan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Sebagai tambahan, beliau menganggap semua garis lurus yang mempunyai kecerunan yang sama adalah selari.

Elly menggabungkan aspek geometri dan trend dengan menyatakan bahawa garis lurus yang mempunyai kecerunan “0” adalah tidak naik mahupun turun, iaitu walaupun nilai  $x$  berubah namun nilai  $y$  tidak berubah. Selain itu, beliau menggunakan konsep garis selari dengan menganggap bahawa semua garis lurus yang mendatar adalah selari dan mempunyai kecerunan “0”, iaitu nilai  $m = 0$ .

Seterusnya, Elly menggabungkan aspek geometri, trend, arah, sudut, melihat dengan mata kasar, dan  $m = y/x$  bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan positif atau negatif. Menurut beliau, garis lurus yang mempunyai kecerunan positif mempunyai nilai koordinat  $y$  yang meningkat secara beransur-ansur dan konsisten menuju ke atas dari kanan ke kiri. Sebaliknya, garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif menurun dari kiri ke kanan. Beliau menyatakan garis lurus yang paling tegak (menghampiri 90 darjah) mempunyai kecerunan positif atau negatif paling besar.

Elly menggunakan aspek konkrit dan muka bumi di samping aspek arah bagi perkara yang boleh dikaitkan dengan kecerunan positif atau negatif. Seterusnya, beliau mengaitkan kecerunan positif dengan hubungan positif yang merupakan bahagian penting dalam analisis perniagaan, seperti kos dan keuntungan bagi sesuatu produk. Selain itu, beliau menjelaskan bahawa tiga pernyataan berikut, iaitu kecerunan garis

lurus adalah sifar, simbol “0”, dan tiada kecerunan dianggap sebagai mempunyai maksud yang sama.

Elly menentukan kecerunan bumbung, anak tangga, dan garis lurus bagi rajah yang diberikan dengan menggunakan beberapa cara. Antaranya, dengan cara mengira bilangan kotak bagi tinggi dan tapak, secara melihat dengan mata kasar (garis yang cerun mempunyai kecerunan yang lebih besar), melukis garis putus-putus pada satu anak tangga pada setiap rajah, dan melukis segi tiga bersudut tegak pada garis lurus. Seterusnya, beliau menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$  yang mana  $y$  ialah tinggi dan  $x$  adalah tapak. Di sini, kecerunan yang lebih besar mempunyai nilai  $m$  yang lebih besar.

Elly menyatakan bahawa garis lurus yang diberikan mempunyai kecerunan positif sebab garis tersebut dalam keadaan menaik. Beliau menganggap garis lurus yang diberikan sebagai hipotenus bagi segitiga bersudut tepat. Beliau menggunakan aspek trend, geometri, dan simbolik di samping konsep kecerunan  $m = y/x$  dan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi mentafsirkan garis lurus yang diberikan. Menurut beliau, garis tersebut mempunyai kecerunan yang tetap dan tidak berubah, iaitu “2”.

Bagi mendapatkan garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “0” daripada garis lurus yang diberikan, Elly menggabungkan aspek geometri, trend, arah dan formula kecerunan. Kemudiannya, beliau menggerakkan garis lurus yang diberikan ke bawah mengikut arah jam pada titik tertentu sebagai titik putaran supaya berada pada garis yang dikehendaki. Selain itu, beliau menganggap bahawa semua garis mendatar mempunyai kecerunan “0”.

Bagi mewakili garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, Elly menggunakan aspek geometri, trend, arah, dan formula kecerunan  $m = y/x$ . Dalam hal ini, beliau melukiskan secara menurun dari kiri ke kanan hipotenus bagi segi tiga

bersudut tegak sama kaki yang mempunyai tinggi dan tapak berukuran 6 cm di dalam kotak yang disediakan. Selain itu, beliau menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$ . Beliau menggunakan kaedah yang sama bagi mewakili kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”.

Elly menggabungkan aspek konkrit, geometri, trend, dan arah bagi menjelaskan tugas kotak “pemproses”. Beliau menganggap tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan dua kad yang dimasukkan dan menghasilkan satu kad yang mengandungi graf garis lurus pada satah koordinat cartesian. Garis tersebut mempunyai kecerunan positif sebab garis tersebut menaik dari kiri ke kanan. Seterusnya, beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”. Akhirnya, beliau menyatakan dari aspek simbolik, iaitu kotak “pemproses” berfungsi menghasilkan garis lurus yang mempunyai kecerunan “2”.

Bagi penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan, Elly menggabungkan aspek geometri, formula kecerunan, sudut, dan simbolik bagi menjelaskan tentang kecerunan garis tersebut. Beliau menjelaskan bahawa garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif sebab dalam keadaan menaik dan menuju ke atas dari kiri ke kanan. Seterusnya, beliau mendapati garis yang diberikan adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis melalui titik (0, 0) dan (3, 4) sebab nilai  $m$  lebih besar daripada  $4/3$ . Selain itu, beliau menggunakan cara membandingkan garis yang dilukis dengan garis  $k$  dengan merujuk satu titik yang terletak pada setiap garis yang mempunyai nilai  $x$  yang sama.

Elly menggabungkan aspek geometri, trend, arah, dan simbolik bagi menjelaskan hubung kait kecerunan garis lurus dengan jadual nilai yang diberikan. Beliau menjelaskan bahawa garis tersebut adalah berbentuk garis lurus yang menuju

ke atas dari kiri ke kanan. Selain itu, kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  yang diberi dalam jadual meningkat secara konsisten. Seterusnya, beliau mendapati bahawa kecerunan garis lurus ialah “2” dengan menggunakan beberapa kaedah seperti formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , melukis graf garis lurus, dan segi tiga bersudut tepat di samping konsep kecerunan  $m = y/x$ . Beliau berpendapat, dengan menggunakan formula, jawapan adalah tepat jika tiada kesilapan dilakukan dalam pengiraan tersebut. Bagi soalan komunikasi tentang kecerunan garis lurus, Elly menggabungkan aspek trend, arah dan geometri bagi menjelaskan tentang kecerunan negatif, iaitu satu garis yang menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada rajah koordinat Cartesien. Beliau menambah, garis tersebut menunjukkan hubungan linear negatif antara  $x$  dan  $y$ . Bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”, beliau menggunakan rajah Elly menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$  dan aspek simbolik dengan menganggarkan bahawa garis lurus MN yang terdapat dalam graf yang diberikan mempunyai kecerunan antara “0” dengan “1” tanpa menunjukkan sebarang jalan kerja. Beliau memberi alasan bahawa garis lurus MN memintas paksi- $y$  pada  $a$  dan nilai  $a$  pula terletak antara “0” dengan “5”.

Bagi menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat, Elly menggunakan aspek geometri dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Beliau memilih dua titik yang mempunyai jarak yang paling besar bagi menentukan kecerunan. Beliau berpendapat, mana-mana dua titik boleh dipilih untuk menentukan kecerunan sebab kecerunan garis lurus adalah sama pada mana-mana bahagian garis lurus. Menurut beliau, cara yang paling sesuai untuk menentukan kecerunan adalah dengan menggunakan formula. Tuntasnya, tingkah laku Elly adalah seperti berikut:

1. Elly menggabungkan aspek geometri, kalkulus, konkrit, muka bumi, sudut, simbolik, trend, arah, melihat dengan mata kasar, hubungan positif dalam

analisis perniagaan, dan  $m = y/x$  bagi menjelaskan gambaran mental tentang garis lurus, bukan garis lurus, kecerunan, bukan kecerunan, tidak cerun, sangat cerun, kecerunan positif, kecerunan negatif, perkara yang boleh dikaitkan dengan kecerunan positif atau negatif, kecerunan “1”, “-1”, atau “0”.

2. Elly menggunakan formula kecerunan  $m = y/x$  dan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menentukan kecerunan dan melukiskan gambaran garis lurus.
3. Elly menentukan kecerunan bumbung, anak tangga, dan garis lurus bagi rajah yang diberikan dengan menggunakan beberapa cara seperti dengan cara mengira bilangan kotak bagi tinggi dan tapak, secara melihat dengan mata kasar, melukis garis putus-putus pada satu anak tangga pada setiap rajah, melukis segi tiga bersudut tegak pada garis lurus, dan konsep kecerunan  $m = y/x$ .
4. Elly menggabungkan aspek trend, geometri, dan simbolik di samping konsep hipotenus bagi segitiga bersudut tepat, kecerunan  $m = y/x$  dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi mentafsirkan garis lurus yang diberikan.
5. Elly menggabungkan aspek geometri, trend, arah dan formula kecerunan bagi mendapatkan garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “0” daripada garis lurus yang diberikan.
6. Elly menggabungkan aspek geometri, trend, arah, dan formula kecerunan  $m = y/x$  bagi mewakili garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dan “-3”.
7. Elly menggabungkan aspek konkrit, geometri, trend, arah, simbolik, formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan sudut bagi menjelaskan tentang tugas kotak “pemproses” dan garis lurus yang diberikan.



8. Elly menggabungkan aspek geometri, formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , sudut, simbolik, dan membandingkan garis yang dilukis dengan garis  $k$  bagi menjelaskan tentang penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan.
9. Elly menggabungkan aspek geometri, trend, arah, simbolik, formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , melukis graf garis lurus, dan segi tiga bersudut tepat di samping konsep kecerunan  $m = y/x$  bagi menjelaskan tentang hubung kait kecerunan garis lurus dengan jadual nilai yang diberikan.
10. Elly menggabungkan aspek trend, arah, dan geometri di samping melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” dengan menggunakan rajah koordinat Cartesan, melukiskan hipotenus bagi segi tiga bersudut tegak, dan konsep kecerunan  $m = y/x$  bagi menjelaskan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”.
11. Elly menggunakan konsep kecerunan  $m = y/x$  dan aspek simbolik bagi menyelesaikan masalah yang melibatkan garis lurus MN.
12. Elly menggunakan aspek geometri, formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan konsep titik segaris bagi menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat.

### Uganes

Uganes berumur 17 tahun 6 bulan dan beliau baru memulakan pengajian Asasi Sains dalam minggu pertama Semester Satu semasa temu duga dijalankan. Beliau merupakan pelajar perempuan berbangsa India di dalam kelas yang di pilih. Secara keseluruhannya, beliau memperoleh keputusan yang cemerlang dalam Peperiksaan Sijil Pelajaran Malaysia tahun 2013. Beliau memperoleh keputusan 8A, 1B, 1C, dan

1D dengan mencapai Gred A dalam mata pelajaran Matematik dan Gred B dalam mata pelajaran Matematik Tambahan. Selepas tamat pengajian Asasi Sains, beliau merancang untuk mengikuti program Ijazah Sarjan Muda dalam bidang Optometri. Kerjasama yang diberikan adalah baik ketika sesi temu duga dijalankan dalam menjawab semua soalan yang dikemukakan.

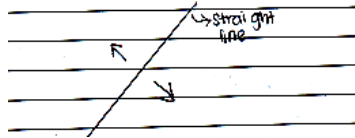
### **Gambaran Kecerunan**

Gambaran mental kecerunan garis lurus dianalisis dengan berpandukan beberapa soalan utama. Pertama, soalan tentang garis lurus dan kecerunan. Kedua, soalan tentang kecerunan “1”, kecerunan “-1”, dan kecerunan “0”. Ketiga, soalan tentang kecerunan positif, kecerunan negatif, kecerunan sifar, dan tiada kecerunan. Akhirnya, soalan tentang membandingkan kecerunan bumbung, membandingkan kecerunan tangga, dan membandingkan kecerunan garis lurus.

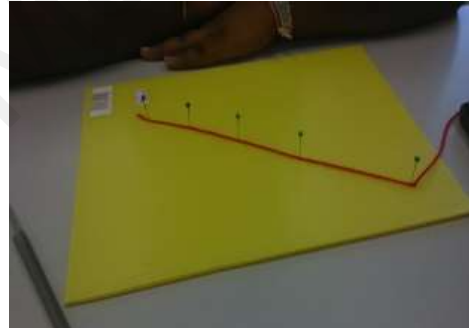
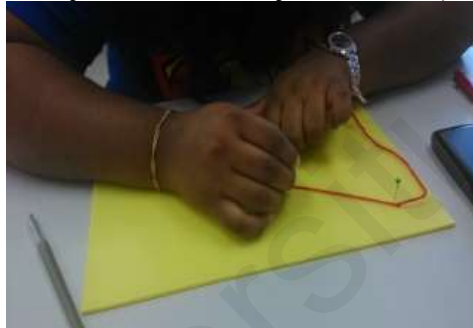
Uganes menjelaskan dengan menggunakan idea geometri, iaitu garis lurus adalah satu garis yang boleh dibuat sebagai paksi pantulan. Panjang garis lurus boleh diukur dengan tepat dengan menggunakan pembaris dan sudut bagi garis lurus ialah  $180^\circ$ . Sebaliknya, bukan garis lurus adalah seperti gelombang dan bulatan yang dilukiskan yang sukar untuk diukur dengan tepat menggunakan pembaris sebab garis tersebut tidak lurus seperti pembaris. Walau bagaimanapun, bukan garis lurus boleh diukur dengan menggunakan alat lain, seperti benang sebab benang adalah fleksibel. Beliau menambah, benang yang dilekatkan dengan jarum peniti dengan tegang merupakan gambaran bagi garis lurus manakala bahagian benang yang tidak dilekatkan dengan jarum peniti adalah gambaran bukan garis lurus. Bagi garis yang sangat lurus, Uganes berpendapat garis tersebut mempunyai maksud yang sama dengan garis lurus. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Uganes tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus.

### Protokol 1.1: Gambaran Garis Lurus

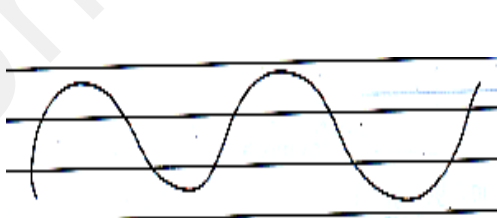
- P: Dalam perkataan kamu sendiri, sila jelaskan apa yang tergambar dalam fikiran kamu tentang garis lurus.
- S: Garis lurus adalah satu garis yang boleh dibuat sebagai paksi pantulan.
- P: Apa yang kamu maksudkan?
- S: Sesuatu yang dipantulkan pada garis lurus mempunyai arah 90 darjah pada garis lurus seperti yang saya lukis di sini.



- P: Adakah kamu mempunyai gambaran lain?
- S: Panjang garis lurus boleh diukur dengan tepat dengan menggunakan pembaris. Selain itu, sudut bagi garis lurus ialah 180 darjah.
- P: Saya sediakan benang, jarum peniti, dan kertas tebal di sini. Kamu boleh menggunakannya bagi menjelaskan maksud kamu.
- S: Saya hendak menggunakan benang dan jarum peniti. Benang yang saya lekatkan dengan jarum peniti ini mewakili garis lurus (seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah).



- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus?
- S: Tiada.
- P: Jika saya sebut bukan garis lurus, apa yang tergambar dalam fikiran kamu.
- S: Garis yang bukan garis lurus adalah seperti gelombang dan bulatan (seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah).



Garis yang bukan garis lurus sukar diukur menggunakan pembaris garis tersebut tidak lurus seperti pembaris. Jadi, tidak akan mendapat ukuran yang tepat. Walau bagaimanapun, garis tersebut boleh diukur dengan menggunakan alat lain, seperti benang sebab benang adalah fleksibel dan akan mengikut bentuk apa saja.

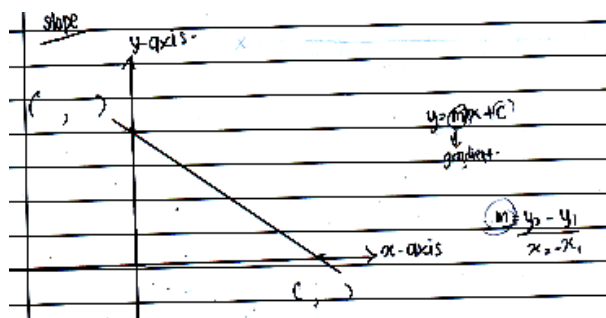
Garis yang sangat lurus, pada saya tidak mempunyai perbezaan dengan garis lurus.

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang bukan garis lurus?
- S: Seperti benang ini, bahagian yang tidak dilekatkan dengan jarum peniti adalah bukan garis lurus.

Bagi gambaran tentang kecerunan, Ugenes menjelaskan kecerunan adalah satu ukuran untuk mengukur cerun bagi satu garis lurus yang mempunyai nilai positif atau negatif. Garis lurus tersebut mesti memintas paksi- $x$  dan paksi- $y$  mempunyai persamaan garis lurus  $y = mx + c$ . Nilai  $m$  boleh ditentukan dengan menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$  bagi garis lurus yang melalui titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$ . Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek sudut, simbolik, satah Cartesan, persamaan garis lurus, dan formula kecerunan bagi menjelaskan tentang kecerunan dan bukan kecerunan. Selain itu, perkara yang boleh beliau kaitkan dengan kecerunan adalah seperti jalan. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Ugenes tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan.

### Protokol 1.1: Gambaran Kecerunan

- P: Kalau saya kata kecerunan, apa yang terlintas di fikiran kamu?
- S: Kecerunan ialah satu ukuran untuk mengukur cerun bagi satu garis lurus. Garis tersebut mesti terletak pada paksi- $x$  dan paksi- $y$ , iaitu memintas kedua-dua paksi tersebut. Setiap garis lurus mempunyai nilai kecerunan yang positif atau negatif.
- P: Selain itu, apa lagi yang tergambar dalam fikiran kamu tentang kecerunan?
- S: Secara umumnya, garis lurus mempunyai persamaan  $y = mx + c$  yang mempunyai kecerunan  $m$ . Nilai  $m$  boleh ditentukan dengan menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$  jika diketahui bahawa garis lurus tersebut melalui titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$ . Dalam persamaan tersebut  $c$  adalah pintasan- $y$  bagi satu garis lurus seperti yang dilukiskan.



- P: Apa yang boleh kamu kaitkan dengan kecerunan?

S: Jalan. Terdapat jalan yang cerun dan tidak cerun.

Sebaliknya, bukan kecerunan bermaksud satu garis lurus yang tidak mempunyai kecerunan, iaitu garis lurus yang tidak mempunyai pintasan- $x$  dan  $y$  seperti garis yang selari dengan paksi- $x$  atau paksi- $y$ . Di sini, beliau menggunakan aspek bentuk jalan, geometri, konsep garis selari, dan satah Cartesan bagi menjelaskan tentang perkara yang dikaitkan dengan kecerunan dan bukan kecerunan. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Uganis tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan.

### **Protokol 1.1: Gambaran Kecerunan**

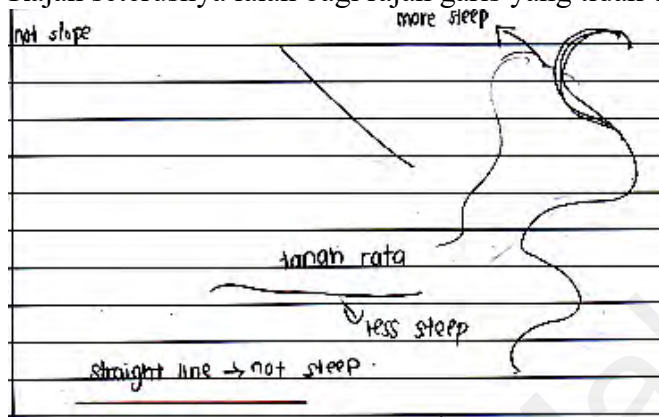
- P: Jika saya sebut bukan kecerunan, apa yang tergambar dalam fikiran kamu.  
S: Saya tidak pasti mungkin satu garis lurus yang tidak mempunyai kecerunan, iaitu garis lurus yang tidak mempunyai pintasan- $x$  dan  $y$ .  
P: Apa yang kamu maksudkan, mungkin boleh bagi contoh.  
S: Seperti garis yang selari dengan paksi- $x$  atau paksi- $y$ .  
P: Sila jelaskan juga apa yang dimaksudkan dengan tidak cerun.

Bagi menjawab soalan gambaran mental tentang tidak cerun, Uganis menjelaskan tidak cerun mempunyai maksud yang hampir sama dengan kurang cerun, garis yang selari dengan paksi- $x$  atau seperti tanah yang agak rata. Sebaliknya, sangat cerun bermaksud garis lurus yang mempunyai kecerunan yang sangat besar seperti jalan raya yang mempunyai selekoh yang tajam dan tinggi rendah yang silih berganti. Di sini, beliau menggunakan aspek geografi dan struktur jalan raya bagi menjelaskan tentang tidak cerun dan sangat cerun. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Uganis tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan.

### **Protokol 1.1: Gambaran Kecerunan**

- P: Apa yang kamu maksudkan dgn jalan yang cerun?  
S: Jalan yang tidak rata, iaitu tinggi rendah, atau bengkang bengkok.  
S: Tidak cerun mempunyai maksud yang hampir sama dengan kurang cerun, seperti garis yang selari dengan paksi- $x$ . Contoh yang berkait dengan tidak cerun ialah tanah yang agak rata dan lurus.  
P: Bagaimana pula dengan sangat cerun.

- S: Garis lurus yang mempunyai kecerunan yang sangat besar. Contohnya, jalan raya yang mempunyai selekoh yang tajam dan tinggi rendah yang silih berganti.
- P: Bolehkah kamu lakarkan apa yang kamu maksudkan dengan tidak cerun dan sangat cerun.
- S: Rajah yang saya lukis ialah garis lurus yang sangat cerun bersama jalan raya yang mempunyai selekoh tajam. Kebiasaannya terdapat di kawasan yang berbukit-bukit.
- Rajah seterusnya ialah bagi rajah garis yang tidak cerun seperti tanah rata.



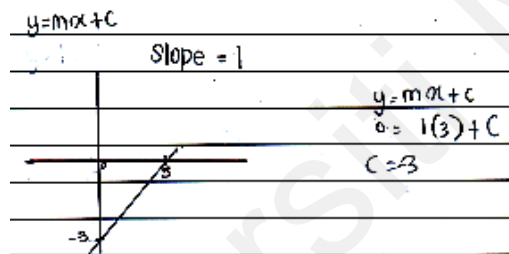
Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, Uganis menjelaskan garis tersebut melalui dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$  yang mana kecerunan boleh ditentukan dengan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , iaitu  $m$  ialah “1”. Bagi melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, beliau memilih dua titik yang dapat memberi nilai  $m = 1$  dan menggunakan persamaan garis lurus  $y = mx + c$  untuk mendapatkan pintasan- $y$ , iaitu  $c$ . Di sini, beliau menggunakan aspek koordinat geometri, formula kecerunan, dan persamaan garis lurus bagi menjelaskan tentang kecerunan “1”. Protokol 1.1 memaparkan sebahagian daripada tingkah laku Uganis tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan “1”.

### Protokol 1.2: Gambaran kecerunan “1”

- P: Katakan satu garis lurus tertentu mempunyai kecerunan “1”, apa yang boleh kamu gambarkan mengenai garis lurus itu?
- S: Garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” bermaksud nilai  $m$  ialah 1. Kecerunan “1” berkait dengan nilai  $x$  dan  $y$ , iaitu 2 titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$

yang terletak pada garis lurus tersebut dan formula kecerunan  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- P: Bolehkah kamu lukiskan gambarannya?
- S: Saya perlukan formula bagi persamaan garis lurus  $y = mx + c$
- P: Sila jelaskan apa yang kamu hendak lakukan dengan persamaan tersebut.
- S: Dengan menggunakan formula persamaan garis lurus  $y = mx + c$ , saya boleh dapatkan satu lagi maklumat penting, iaitu pintasan-y. Di dalam formula tersebut  $c$  ialah pintasan-y. Misalnya, jika saya menggunakan titik  $(0, 0)$  dan  $m = 1$ , saya dapati  $0 = 1(0) + c$ . Jadi, nilai  $c$  ialah 0. Dengan maklumat ini, saya masih tidak dapat melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan 1 sebab saya perlukan sekurang-kurangnya 2 titik untuk melukis garis lurus. Nilai  $c$  yang saya dapati adalah sama dengan titik  $(0, 0)$ .
- P: Bagaimana kamu hendak melukis gambaran tersebut?
- S: Saya perlu memilih titik yang lain, iaitu titik yang terletak pada paksi-x. Contohnya, dengan menggunakan formula persamaan garis lurus  $y = mx + c$ , titik  $(3, 0)$  dan  $m = 1$ , saya dapati  $0 = 1(3) + c$ . Jadi, nilai  $c$  ialah -3. Dengan maklumat ini, saya mendapat satu lagi titik, iaitu titik  $(0, -3)$  yang terletak pada paksi-y. Seterusnya, saya lukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan "1" seperti di bawah.



Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan "-1", beliau menggunakan aspek koordinat geometri, formula kecerunan, dan persamaan garis lurus bagi menjelaskan tentang kecerunan "-1" sama seperti gambaran mental bagi kecerunan "1". Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku Uganes tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan "-1".

### Protokol 1.2: Gambaran kecerunan "-1"

- P: Bagaimanakah kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan "-1"?
- S: Seperti sebelum ini, iaitu dengan menggunakan formula kecerunan,  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ . Saya boleh menggunakan semula 2 titik tersebut, iaitu titik  $(3,$

0) dan (0, 3). Saya dapat kecerunan,  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{0 - 3} = -1$ . Jadi, garis

lurus tersebut mempunyai kecerunan “-1”.

P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”?

S: Ada banyak garis lurus yang boleh dilukis dengan menggunakan cara yang sama. Pertama, pilih mana-mana titik tetapi jangan pilih titik yang terletak pada paksi-y sebab titik tersebut merupakan pintasan-y, iaitu nilai  $c$ . Kedua, dengan menggunakan 1 titik yang dipilih dan persamaan garis lurus, tentukan 1 titik lagi. Ketiga, plotkan kedua-dua titik tersebut pada satah Catesan. Akhirnya, lukis garis lurus dengan menghubungkan 2 titik tersebut.

Bagi gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”,

Uganes menyatakan garis tersebut adalah mendatar, iaitu nilai  $m$  ialah 0. Garis lurus tersebut tidak memintas paksi-x sebab selari dengan paksi-x tetapi memintas paksi-y.

Selain itu, di sepanjang garis lurus tersebut, koordinat-y tidak berubah biarpun koordinat-x berubah. Seterusnya, beliau menjelaskan bahawa semua garis yang mendatar seperti yang dilukiskan adalah selari dan mempunyai kecerunan “0”.

Panjang garis tersebut boleh mempunyai ukuran yang berbeza, namun kecerunannya masih sama iaitu “0”. Di sini, beliau menggunakan aspek geometri, simbolik, koordinat geometri, dan konsep garis selari bagi menjelaskan tentang tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku Uganes tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”.

### **Protokol 1.3: Gambaran kecerunan “0”**

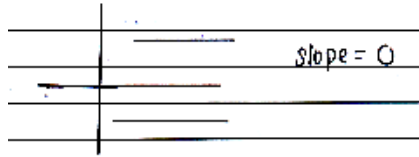
P: Jika terdapat satu garis lurus yang berkecerunan “0”, apa yang terlintas di fikiran kamu tentang garis tersebut?

S: Satu garis lurus yang mendatar, iaitu nilai  $m$  ialah 0. Garis tersebut tidak memintas paksi-x sebab selari dengan paksi-x. Walau bagaimanapun, garis lurus yang mempunyai kecerunan “0” memintas paksi-y. Di sepanjang garis lurus tersebut, koordinat-y tidak berubah biarpun koordinat-x berubah.

P: Bolehkah kamu lukiskan gambarannya?

S: (Melukis 2 garis lurus seperti di bawah)





- P: Selain itu, apakah yang tergambar dalam pikiran kamu?
- S: Semua garis yang mendatar macam yang saya lukis ni adalah selari dan mempunyai kecerunan 0. Garis lurus tersebut boleh mempunyai ukuran yang berbeza, tetapi kecerunan masih sama iaitu 0.

Berhubung dengan gambaran mental garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, Uganis menjelaskan dengan menggunakan idea arah, iaitu garis lurus tersebut menuju ke atas dari kiri ke kanan pada paksi- $x$  dan  $y$ . Beliau mengaitkan kecerunan positif dengan menaiki tangga sebab pergerakan tersebut menuju ke atas tanpa mengambil kira samada dari kiri ke kanan atau sebaliknya. Semakin besar kecerunan semakin sukar pergerakan tersebut. Di sini, beliau menggunakan aspek pergerakan, konkrit, dan trend bagi menjelaskan tentang perkara yang boleh dikaitkan dengan kecerunan positif. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Uganis tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan positif.

#### **Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Positif**

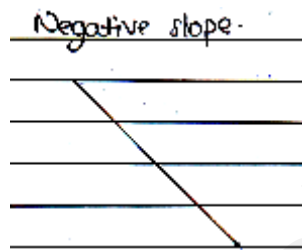
- P: Apakah tergambar dalam fikiran kamu tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan positif?
- S: Garis lurus yang mempunyai kecerunan positif adalah lebih cerun berbanding garis lurus yang mendatar.
- P: Selain itu, Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain?
- S: Garis lurus tersebut menuju ke atas dari kiri ke kanan pada paksi- $x$  dan  $y$ .
- P: Apakah yang boleh kamu kaitkan dengan kecerunan positif?
- S: Menaiki tangga sebab pergerakan menuju ke atas samada dari kiri ke kanan atau sebaliknya.

Sebaliknya, garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif adalah garis lurus yang menurun dari kiri ke kanan. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek trend, arah, dan satah cartesian koordinat bagi menjelaskan tentang kecerunan positif. Sebaliknya, turun tangga adalah perkara yang boleh dikaitkan dengan kecerunan negatif sebab pergerakan tersebut menuju ke bawah. Seterusnya, beliau menjelaskan

bahawa tiga pernyataan berikut, iaitu kecerunan garis lurus adalah sifar, simbol “0”, dan tiada kecerunan dianggap sebagai mempunyai maksud yang sama. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku Uganis tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan negatif.

#### Protokol 1.4: Gambaran Kecerunan Negatif

- P: Kalau saya sebut garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif, apakah tergambar dalam fikiran kamu?
- S: Garis lurus yang menurun dari kiri ke kanan pada paksi-x dan y.
- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain.
- S: Garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif adalah kurang cerun berbanding garis lurus yang mempunyai kecerunan positif.
- P: Mengapa kamu berkata begitu?
- S: Sebab menurun lebih mudah berbanding menaik.
- P: Bolehkah kamu lukiskan gambarannya?
- S: (Melukis garis lurus seperti dibawah).

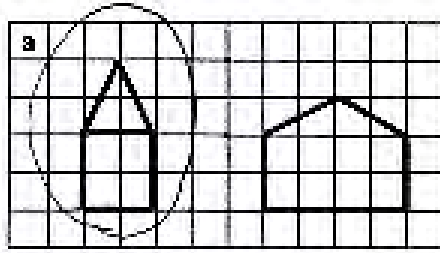


Berkenaan dengan perbandingan kecerunan bumbung bagi lima rajah yang diberikan, Uganis menggunakan kaedah menghitung bilangan kotak bagi tinggi dan tapak bumbung. Kemudiannya, beliau menggunakan kaedah membandingkan tinggi dan tapak bagi menentukan bumbung yang manakah mempunyai kecerunan yang lebih besar di samping melihat dengan mata kasar kestabilan tapak bumbung. Tingkah laku Uganis tentang perbandingan kecerunan bumbung dipaparkan dalam Protokol 1.5.

#### Protokol 1.5: Perbandingan Kecerunan Bumbung

- P: (Meletakkan lima rajah bumbung di hadapan murid).  
Antara bumbung di bawah, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Bumbung yang pertama.
- P: Mengapa kamu kata macam tu?

S: Dengan hanya melihat dan membandingkan kedua-dua bumbung.



P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.

S: Tinggi dan tapak bagi bumbung pertama masing-masing ialah 2 unit. Sebaliknya, bumbung kedua mempunyai tapak 4 unit dan tinggi 1 unit. Jadi, bumbung pertama mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding bumbung kedua sebab tapaknya yang lebih kecil di samping bumbungnya yang lebih tinggi.

Bagi menentukan kecerunan anak tangga yang manakah lebih besar bagi lima rajah yang diberikan, Uganis menggunakan cara menghitung bilangan anak tangga dalam kedua-dua rajah di samping melihat dengan mata kasar bagi kestabilan anak tangga. Seterusnya, beliau melakarkan anak tangga dalam bentuk lengkung dan membuat perbandingan bagi kekerapan lengkung. Bagi beliau, rajah yang mengandungi lebih garis lengkung mempunyai kecerunan yang lebih besar sebab lengkung tersebut adalah lebih rapat dan kurang stabil. Tingkah laku beliau tentang perbandingan kecerunan anak tangga bagi lima rajah anak tangga yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.6.

### **Protokol 1.6: Perbandingan Kecerunan Anak Tangga**

P: (Meletakkan lima rajah anak tangga di hadapan murid).

Antara anak tangga di bawah, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?

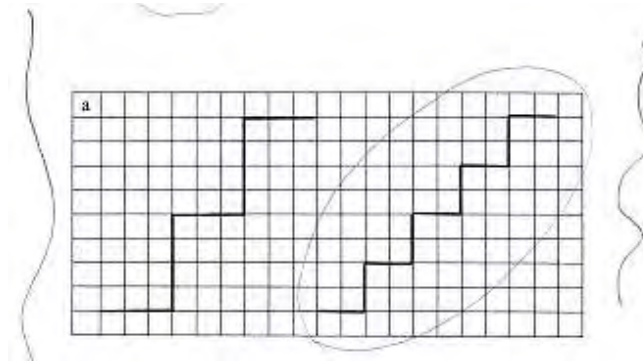
S: Rajah kedua kelihatan mempunyai kecerunan yang lebih besar.

P: Mengapa kamu berkata demikian?

S: Rajah pertama mempunyai kurang bilangan anak tangga berbanding rajah kedua. Oleh itu, kecerunan rajah kedua adalah lebih besar.

P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.

S:



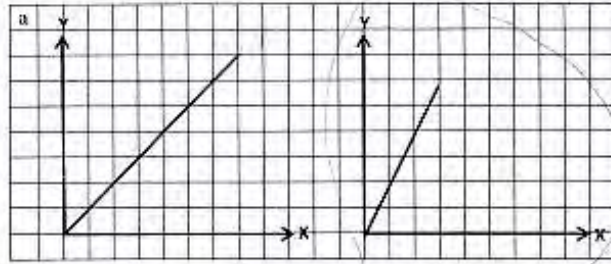
Rajah pertama hanya mempunyai 2 anak tangga tetapi rajah kedua mempunyai 4 anak tangga. Apabila saya lakarkan anak tangga sebagai satu garis lengkung, saya dapati rajah pertama mempunyai garis lengkung yang kurang tetapi lebar. Sebaliknya, rajah kedua mempunyai lebih garis lengkung yang rapat. Oleh itu, pada pendapat saya, rajah kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding rajah pertama.

Berhubung dengan soalan membandingkan kecerunan garis lurus yang manakah lebih besar bagi lapan rajah yang diberikan, Uganis menggunakan beberapa cara. Antaranya, dengan melihat kestabilan garis lurus yang bergantung kepada ukuran panjang garis lurus, melihat kedudukan garis lurus dengan paksi- $x$  dan  $y$ , dengan membina segi tiga untuk melihat tinggi dan tapak segi tiga, dan dengan menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis lurus dengan paksi- $x$ . Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri, sudut, dan satah Cartesian bagi menentukan bagi rajah yang diberikan. Tingkah laku beliau tentang perbandingan kecerunan garis lurus bagi lima rajah yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.6.

#### **Protokol 1.6: Perbandingan Kecerunan Garis Lurus**

- P: (Meletakkan lapan rajah garis lurus di hadapan murid). Bagi setiap rajah berikut, kamu dikehendaki menentukan yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- P: Bagi garis lurus dalam rajah (a), yang manakah mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Garis lurus dalam rajah kedua mempunyai kecerunan lebih besar.
- P: Mengapa kamu cakap macam tu?

S:



Rajah pertama mempunyai garis lurus yang lebih stabil sebab garis lurus tersebut terletak di tengah-tengah paksi-x dan y manakala rajah kedua pula tidak terletak di tengah malah terletak lebih ke atas berbanding garis lurus dalam rajah pertama.

P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain.

S: Jadi, garis lurus dalam rajah kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding rajah pertama.

P: Bolehkah kamu tentukan kecerunan garis lurus tersebut?

S: Saya tidak boleh tentukan sebab tiada sebarang titik yang diberikan. Saya memerlukan 2 titik sebab saya hanya tahu menentukan kecerunan dengan

menggunakan formula  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .

### Kesimpulan tentang Gambaran Mental Kecerunan

Uganes menjelaskan tentang garis lurus dan bukan garis lurus dari aspek transformasi, geometri, konkrit, sudut, dan alat yang perlu digunakan untuk melukis garis lurus dan bukan garis lurus. Menurut beliau, garis lurus adalah satu garis yang boleh dibuat sebagai paksi pantulan, iaitu mempunyai sudut  $180^\circ$  dan boleh diukur dengan pembaris. Sebaliknya, bukan garis lurus adalah seperti gelombang atau bulatan dan diukur dengan menggunakan alat yang fleksibel seperti benang. Beliau menambah, benang yang tegang adalah gambaran bagi garis lurus manakala bahagian benang yang tidak tegang pula adalah gambaran bukan garis lurus. Seterusnya, beliau berpendapat garis yang sangat lurus mempunyai maksud yang sama dengan garis lurus.

Bagi gambaran tentang kecerunan dan bukan kecerunan, Uganes menjelaskan dengan menggunakan aspek sudut, simbolik, satah Cartesan, persamaan garis lurus, formula kecerunan, struktur jalan, geometri, dan konsep garis selari. Menurut beliau,

kecerunan adalah satu ukuran untuk mengukur cerun bagi satu garis lurus yang mempunyai nilai positif atau negatif. Selain itu, garis lurus mempunyai persamaan garis lurus  $y = mx + c$  yang memintas paksi- $x$  dan paksi- $y$ . Nilai  $m$  pula ditentukan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Sebaliknya, bukan kecerunan bermaksud satu garis lurus yang tidak mempunyai kecerunan, iaitu garis yang tidak mempunyai pintasan- $x$  dan  $y$  seperti garis yang selari dengan paksi- $x$  atau paksi- $y$ . Selain itu, perkara yang boleh beliau kaitkan dengan kecerunan adalah seperti jalan.

Bagi menjelaskan tentang tidak cerun dan sangat cerun, Uganis menggunakan aspek geografi dan struktur jalan raya. Menurut beliau, tidak cerun mempunyai maksud yang hampir sama dengan kurang cerun seperti garis yang selari dengan paksi- $x$  atau tanah yang rata. Sebaliknya, sangat cerun bermaksud garis lurus yang mempunyai kecerunan yang sangat besar seperti jalan raya yang mempunyai selekoh yang tajam dan tinggi rendah yang silih berganti.

Bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan kecerunan “-1” Uganis menggunakan aspek koordinat geometri, formula kecerunan, dan persamaan garis lurus. Menurut beliau, garis tersebut melalui dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$  yang mana kecerunan boleh ditentukan dengan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Bagi melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “-1”. Beliau memilih dua titik yang tidak terletak pada paksi- $y$  tetapi dapat memberi nilai  $m = 1$  dan  $m = -1$ . Seterusnya, beliau menggunakan persamaan garis lurus  $y = mx + c$  untuk mendapatkan pintasan- $y$ , iaitu  $c$ . Akhirnya, beliau melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “-1”.

Bagi menjelaskan gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”, Uganis menggunakan aspek geometri, simbolik, koordinat geometri,

dan konsep garis selari. Beliau menyatakan beberapa perkara tentang garis tersebut seperti garis yang mendatar, mempunyai kecerunan  $m = 0$ , selari dengan paksi- $x$  dan memintas paksi- $y$ , dan koordinat- $y$  tidak berubah biarpun koordinat- $x$  berubah di sepanjang garis lurus tersebut. Seterusnya, beliau menjelaskan bahawa semua garis yang mendatar seperti yang dilukiskan adalah selari dan mempunyai kecerunan “0” tetapi boleh mempunyai ukuran yang berbeza.

Berhubung dengan gambaran mental garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, Uganis menggunakan aspek trend, arah, dan satah cartesian koordinat bagi menjelaskan tentang kecerunan positif dan negatif. Bagi garis yang mempunyai kecerunan positif, garis tersebut menuju ke atas dari kiri ke kanan pada paksi- $x$  dan  $y$ . Sebaliknya, garis yang mempunyai kecerunan negatif adalah garis lurus yang menurun dari kiri ke kanan.

Seterusnya, Uganis menggunakan aspek pergerakan, konkrit, dan trend bagi menjelaskan tentang perkara yang boleh dikaitkan dengan kecerunan positif dan negatif. Beliau mengaitkan kecerunan positif dengan menaiki tangga sebab pergerakan tersebut menuju ke atas tanpa mengambil kira arah. Semakin besar kecerunan semakin sukar pergerakan tersebut. Sebaliknya, turun tangga dikaitkan dengan kecerunan negatif sebab pergerakan tersebut menuju ke bawah. Seterusnya, beliau menjelaskan bahawa tiga pernyataan berikut, iaitu kecerunan garis lurus adalah sifar, simbol “0”, dan tiada kecerunan dianggap sebagai mempunyai maksud yang sama.

Pada umumnya, Uganis menggunakan aspek geometri, sudut, dan satah Cartesian bagi menentukan kecerunan bumbung, anak tangga, dan garis lurus bagi rajah yang diberikan. Beliau menghitung bilangan kotak bagi tinggi dan tapak bumbung, membandingkan tinggi dan tapak bumbung, menghitung bilangan anak tangga, melihat dengan mata kasar bagi kestabilan rajah bumbung, anak tangga, dan

garis lurus, melakarkan anak tangga dalam bentuk lengkung dan membuat perbandingan bagi kekerapan lengkung, membina segi tiga untuk melihat tinggi dan tapak segi tiga bagi garis lurus, dan dengan menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis lurus dengan paksi- $x$ .

### **Perwakilan Kecerunan**

Perwakilan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan dua soalan utama tentang kecerunan garis lurus, iaitu mentafsir kecerunan garis lurus dan mewakilkan kecerunan “-1”.

Bagi Ugenes, kecerunan garis lurus yang diberikan adalah positif sebab garis lurus tersebut menaik. Selain itu, beliau berpendapat nilai  $x$  bagi garis lurus tersebut meningkat sebanyak satu unit manakala nilai  $y$  pula meningkat sebanyak dua unit. Dalam hal ini, Ugenes mentafsirkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan aspek trend, iaitu beliau merujuk garis lurus tersebut dengan keadaan menaik. Tingkah laku Ugenes ketika mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

#### **Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus**

- P: Dengan merujuk graf garis lurus yang diberikan, apakah yang kamu faham tentang kecerunan garis lurus tersebut?  
S: Garis lurus ini mempunyai kecerunan positif sebab garis lurus ini menaik.  
P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?  
S: Beberapa titik terletak di atas garis tersebut seperti titik (0, 1), (1, 3), (2, 5), (3, 7), dan (4,7).  
P: Apa yang boleh kamu katakan tentang titik yang kamu senaraikan?  
S: Nilai  $x$  meningkat sebanyak 1 unit tetapi nilai  $y$  meningkat sebanyak 2 unit.

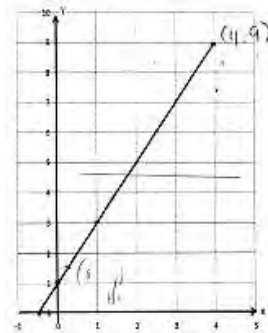
Bagi menentukan kecerunan garis lurus tersebut, beliau menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Beliau mendapati kecerunan garis lurus tersebut mempunyai satu nilai yang tetap, iaitu “2” dan tidak boleh berubah menjadi “3”. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek formula kecerunan bagi mentafsirkan kecerunan



garis lurus yang diberikan. Tingkah laku Uganes ketika mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

### Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan garis lurus itu?  
 S: Saya menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Dengan mengambil mana-mana 2 titik yang terletak pada garis tersebut seperti titik (0, 1) dan (4, 9), saya dapat kecerunan  $m = (9 - 1)/(4 - 0) = 2$ .



Bagi mendapatkan kecerunan “1” dan kecerunan “0” daripada garis lurus yang diberikan, Uganes menggerakkan garis lurus tersebut sehingga mendapat kecerunan yang dikehendaki dengan menggunakan formula kecerunan dan dua titik. Bagi mendapatkan kecerunan “1”, beliau menggerakkan ke bawah supaya titik tertinggi menjadi titik (4, 4.5) di samping mengekalkan titik (-0.5, 0). Bagi mendapatkan kecerunan “0” pula, garis lurus tersebut diputar ke bawah pada titik (-0.5, 0) supaya menjadi garis yang mendatar. Di sini, beliau menggunakan aspek formula kecerunan, dan putaran pada titik dan arah tertentu bagi mendapatkan kecerunan “1” dan kecerunan “0”. Tingkah laku beliau ketika mentafsir graf kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 1.8.

### Protokol 1.8: Mentafsir Kecerunan Garis Lurus

- P: Pada pendapat kamu bolehkah jika saya katakan bahawa garis lurus itu mempunyai kecerunan 3?  
 S: Tidak boleh sebab saya sudah tentukan kecerunan garis lurus ialah 2. Jadi, tidak mungkin kecerunan garis lurus tersebut berubah menjadi 3.  
 P: Jika saya hendak garis lurus itu supaya mempunyai kecerunan 1, apa yang perlu saya lakukan terhadap garis lurus tersebut? Sila jelaskan bagi setiap langkah yang kamu ambil.

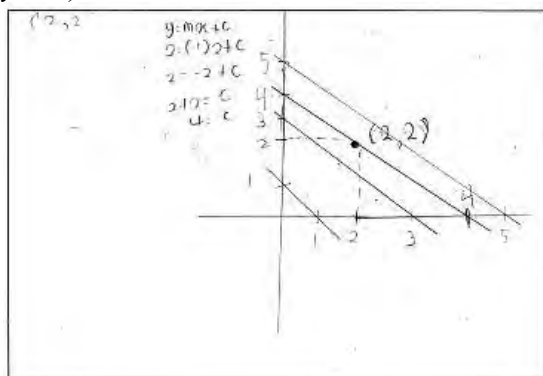
- S: Boleh...gerakkan garis lurus ke bawah supaya kurang cerun. Titik yang tertinggi ialah (4, 9) dan titik yang terendah ialah (-0.5, 0). Saya rasa saya boleh turunkan garis lurus supaya melalui titik (4, 4.5) dan mengekalkan titik (-0.5, 0). Jadi, garis lurus itu mempunyai kecerunan 1.
- P: Bagaimana kamu pasti kecerunan garis lurus tersebut ialah 1?
- S: Dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , saya yakin kecerunan ialah 1.
- P: Apa pula yang saya perlukan lakukan jika saya hendak garis lurus itu supaya mempunyai kecerunan 0?
- S: Saya perlu gerakkan garis lurus tersebut supaya menjadi garis yang mendatar dan tidak akan memintas paksi-x tetapi hanya memintas paksi-y sahaja. Sebagai contoh, saya gerakkan supaya garis lurus itu melalui titik (4, 4.5) dan selari dengan paksi-x.
- P: Apakah pintasan-y bagi garis lurus tersebut itu sekarang?
- S: Samalah dengan koordinat-y, iaitu 4.5.

Dalam menjawab soalan tentang bagaimana mewakili kecerunan “-1”, Uganis melukiskan garis lurus di dalam kotak yang disediakan pada paksi-x dan paksi-y. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri bagi menjelaskan bagaimana mewakili kecerunan “-1”. Beliau mengambil titik (2, 2) supaya satu titik yang lain dapat ditentukan dengan menggantikan titik tersebut ke dalam persamaan garis lurus  $y = mx + c$  bagi mendapatkan nilai  $c$  iaitu pintasan-y. Dengan dua titik tersebut, beliau melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Di sini, beliau menggunakan aspek koordinat geometri, persamaan garis lurus, dan formula kecerunan bagi menjelaskan tentang bagaimana mewakili kecerunan “-1”. Tingkah laku Uganis ketika diminta mewakili kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dipaparkan dalam Protokol 1.9.

#### **Protokol 1.9: Mewakilkkan Kecerunan “-1”**

- P: Sila lukis garis lurus yang mempunyai kecerunan -1 di dalam kotak yang disediakan.
- S: (Melukis paksi-x dan paksi-y. Meletakkan skala pada kedua-dua paksi tanpa menggunakan ukuran sebenar).  
Saya perlukan satu titik.
- P: Maksud kamu?
- S: Sebelum saya melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, saya perlukan 1 titik supaya saya menentukan 1 titik yang lain. Boleh Puan berikan?
- P: Boleh... katakan saya beri kamu titik (2, 2).

- S: Saya gantikan titik (2, 2) dan  $m = -1$  ke dalam persamaan garis lurus  $y = mx + c$ . Saya dapati  $2 = (-1)2 + c$ , iaitu  $c = 4$ .  
(Melukis garis lurus yang melalui (2, 2) dan memintas paksi-y apabila  $y = 4$ )



Uganes menentukan kecerunan garis yang dilukis dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan dua titik tersebut. Di sini, beliau menggunakan aspek formula kecerunan bagi menjelaskan tentang bagaimana mewakili kecerunan “-1”. Menurut Uganes, terdapat banyak gambaran lain yang mempunyai kecerunan “-1” yang boleh dilukiskan dengan menggunakan cara yang sama. Menurut beliau, semua garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” adalah selari. Tingkah laku Uganes ketika diminta mewakili kecerunan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dipaparkan dalam Protokol 1.9.

### Protokol 1.9: Mewakilkkan Kecerunan “-1”

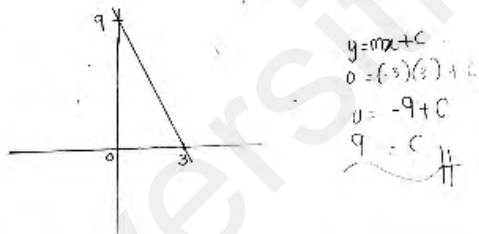
- P: Jelaskan mengapa kamu kata garis lurus yang kamu lukis ini mempunyai kecerunan -1.
- S: Saya boleh gunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Saya gantikan 2 titik yang saya ada, iaitu titik (2, 2) dan (0, 4) ke dalam formula kecerunan tersebut. Saya dapati  $m = (2 - 4)/(2 - 0) = -1$ .
- P: Selain rajah ini, adakah terdapat gambaran lain yang boleh kamu lukiskan untuk menunjukkan garis lurus yang mempunyai kecerunan -1?
- S: (Melukis 3 garis lurus yang masing-masing memintas paksi-x dan y yang berbeza. Garis lurus pertama memintas paksi-x apabila  $x = 1$  dan paksi-y apabila  $y = 1$ . Garis lurus kedua memintas paksi-x apabila  $x = 3$  dan paksi-y apabila  $y = 3$ . Garis lurus ketiga memintas paksi-x apabila  $x = 5$  dan paksi-y apabila  $y = 5$ ).  
3 garis lurus ini juga mempunyai kecerunan -1.
- P: Selain rajah ini, adakah terdapat gambaran lain yang boleh kamu lukiskan untuk menunjukkan garis lurus mempunyai kecerunan -1?

- S: Terdapat banyak garis lurus lain yang mempunyai kecerunan -1 yang boleh dilukis seperti 3 garis lurus yang telah dilukis. Semua garis lurus yang mempunyai kecerunan -1 adalah selari.

Bagi mewakili kecerunan “-3”, beliau menggunakan kaedah yang sama seperti sebelum ini, iaitu dengan melukiskan garis lurus yang melalui titik (3, 0) dan memintas paksi-y apabila  $y = 9$ . Di sini, beliau menggunakan aspek geometri, koordinat geometri, persamaan garis lurus, dan formula kecerunan bagi menjelaskan tentang bagaimana mewakili kecerunan “-3”. Tingkah laku beliau ketika diminta mewakili garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” dipaparkan dalam Protokol 1.9.

### Protokol 1.9: Mewakilkkan Kecerunan “-1”

- P: Bagaimana pula bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan -3? Jelaskan apa yang perlu kamu lakukan.
- S: (Melukis garis lurus yang melalui (3, 0) dan memintas paksi-y apabila  $y = 9$ ). Garis lurus di bawah mempunyai kecerunan -3



- P: Mengapa kamu berkata begitu?
- S: Saya gunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Saya gantikan 2 titik yang saya ada, iaitu titik (3, 0) dan (0, 9) ke dalam formula kecerunan tersebut. Saya dapati  $m = (0 - 9)/(3 - 0) = -3$ .

### Kesimpulan tentang Perwakilan Kecerunan

Uganes mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dengan menggunakan aspek simbolik, trend, nisbah, dan formula kecerunan. Menurut beliau, kecerunan bagi garis tersebut adalah positif sebab garis lurus tersebut menaik dan mempunyai satu nilai yang tetap, iaitu “2” dan tidak boleh berubah menjadi “3”. Selain

itu, nilai  $x$  dan  $y$  meningkat dengan nisbah 1:2. Beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ .

Uganes menggunakan aspek koordinat geometri, formula kecerunan, dan putaran pada titik dan arah tertentu bagi mendapatkan kecerunan “1” dan kecerunan “0”. Beliau menggerakkan garis lurus tersebut sehingga mendapat kecerunan yang dikehendaki dengan menggunakan formula kecerunan dan dua titik. Bagi mendapatkan kecerunan “1”, beliau menggerakkan ke bawah supaya titik tertinggi menjadi titik (4, 4.5) di samping mengekalkan titik (-0.5, 0). Bagi mendapatkan kecerunan “0” pula, garis lurus tersebut diputar ke bawah pada titik (-0.5, 0) supaya menjadi garis yang mendatar.

Bagi menjelaskan bagaimana mewakili kecerunan “-1”, Uganes menggunakan aspek geometri, koordinat geometri, persamaan garis lurus, dan formula kecerunan. Beliau melukiskan paksi- $x$  dan paksi- $y$  di dalam kotak yang disediakan. Beliau mengambil titik (2, 2) dan menentukan satu titik yang lain dengan menggunakan persamaan garis lurus  $y = mx + c$ . Dengan dua titik tersebut, beliau melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”. Beliau menentukan kecerunan garis yang dilukis dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Bagi Uganes, terdapat banyak gambaran lain yang mempunyai kecerunan “-1” yang boleh dilukiskan dengan menggunakan cara yang sama. Menurut beliau, semua garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” adalah selari.

Bagi mewakili kecerunan “-3”, beliau menggunakan kaedah yang sama seperti sebelum ini, iaitu aspek geometri, koordinat geometri, persamaan garis lurus, dan formula kecerunan bagi menjelaskan tentang bagaimana mewakili kecerunan

“-3”. Beliau melukiskan garis lurus yang melalui titik  $(3, 0)$  dan memintas paksi-y apabila  $y = 9$ .

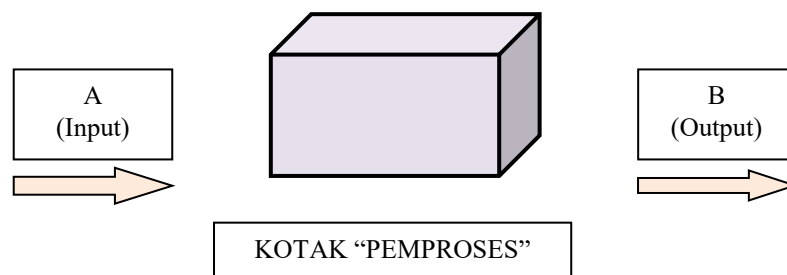
### Makna

Makna dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu menentukan tugas kotak “Pemproses”. Uganis menyatakan tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan dua kad yang dimasukkan dan menghasilkan satu kad baru yang mengandungi graf garis lurus pada satah Cartesan. Dalam hal ini, beliau menjelaskan tentang tugas kotak “pemproses” dari aspek konkrit, iaitu beliau melihat dua kad berasingan yang dimasukkan ke dalam kotak “Pemproses” hanya menghasilkan satu kad yang mengandungi semua yang terdapat dalam kedua-dua kad tersebut. Tingkah laku beliau ketika menentukan tugas kotak “pemproses” yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.1.

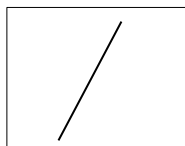
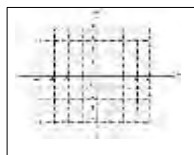
#### Protokol 2.1: Menentukan Tugas Kotak “Pemproses”

P: (Tunjukkan kepada murid sebuah kotak dengan kedua-dua hujungnya terbuka. Kad-kad boleh dimasukkan dan dikeluarkan daripada kedua-dua hujungnya seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah. Terangkan kepada murid tentang kotak “pemproses” seperti berikut.)

Kad-kad yang mengandungi sistem koordinat cartesan dan garis lurus boleh dimasukkan dan dikeluarkan daripada kedua-dua hujungnya seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah. Setelah kad-kad tersebut dimasukkan melalui lubang A, kad-kad akan di “proses” dan sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus akan dikeluarkan dari lubang B.



Tunjukkan kepada murid sekeping kad yang mengandungi sistem koordinat cartesan beserta dengan sekeping kad lain yang mengandungi garis lurus seperti yang ditunjukkan di bawah dan berkata:



Saya akan masukkan kedua-dua kad ini ke dalam kotak ini. Kad-kad ini di “proses” di dalam kotak pemproses. Sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus seperti di bawah dikeluarkan.



Apakah “proses” yang berlaku dalam kotak ini?

- S: Menggabungkan 2 kad dan menghasilkan 1 kad baru.  
 P: Selain itu, apa lagi yang berlaku?  
 S: Gabungan 2 kad yang dimasukkan ke dalam kotak menghasilkan graf garis lurus pada satah koordinat cartesian.  
 P: Apakah yang boleh kamu katakan tentang graf garis lurus yang terdapat pada kad yang dikeluarkan?  
 S: Garis lurus tersebut terletak di tengah-tengah paksi- $x$  dan paksi- $y$ .

Menurut beliau, garis lurus tersebut kelihatan stabil, mempunyai kecerunan positif sebab garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan, dan tidak terlalu cerun. Di sini, beliau menggunakan aspek kestabilan dan trend, iaitu menaik bagi menyatakan kecerunan bagi garis lurus tersebut. Tingkah laku Uganes ketika diminta menentukan tugas kotak “pemproses” yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.1.

### **Protokol 2.1: Menentukan Tugas Kotak “Pemproses”**

- P: Selain itu, apa lagi yang kamu hendak jelaskan?  
 S: Garis lurus tersebut kelihatan stabil, iaitu tidak terlalu cerun dan melalui titik asalan.  
 P: Selain itu, apa lagi yang boleh kamu jelaskan?  
 S: Garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif.  
 P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif.  
 S: Garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan.

Beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”. Di sini, beliau menggunakan formula kecerunan bagi menentukan kecerunan. Tingkah laku Uganis ketika diminta menentukan tugas kotak “pemproses” yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.1.

### Protokol 2.1: Menentukan Tugas Kotak “Pemproses”

P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan garis lurus tersebut?

S: Saya tidak pasti bagaimana nak menentukan kecerunan.

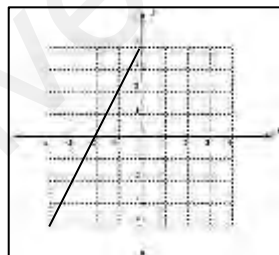
P: Bagaimana kamu menentukan kecerunan sebelum ini?

S: Saya menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ .

Saya pilih 2 titik iaitu (2, 4) dan (-2, -4). Saya menentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan dan saya dapati kecerunan ialah  $(-4-4)/(-2-2) = 2$ .

$$\begin{array}{r} x_1 = 2 \\ y_1 = 4 \\ x_2 = -2 \\ y_2 = -4 \\ \hline m = \frac{-4-4}{-2-2} \\ \hline = \frac{-8}{-4} \\ \hline = 2 \end{array}$$

P: Saya akan masukkan semula kedua-dua kad ini ke dalam kotak ini. Kad-kad ini di “proses” di dalam kotak pemproses. Sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus seperti di bawah dikeluarkan.



Apakah “proses” yang berlaku dalam kotak ini?

S: Menggabungkan 2 kad dan menghasilkan 1 kad yang lain.

P: Selain itu, apa lagi yang boleh kamu katakan tentang garis lurus itu.

S: Kali ini, garis lurus yang dihasilkan tidak terletak di tengah-tengah paksi-x dan paksi-y dan tidak memintas pada titik asalan, tetapi memintas paksi-x apabila  $x = -2$  dan paksi-y apabila  $y = 4$ .

P: Apa lagi yang boleh kamu katakan tentang garis lurus itu?

S: Garis lurus ini mempunyai kecerunan positif sebab menaik dari kiri ke kanan. Bagi menentukan kecerunan, saya menggunakan cara yang sama, iaitu formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Saya pilih 2 titik iaitu (0, 4) dan (-2, 0). Saya dapati kecerunan ialah  $(0-4)/(-2-0) = 2$ .



$$\begin{aligned} & \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ & \frac{0 - 4}{-2 - 0} \\ & = \frac{0 - 4}{-2 - 0} \\ & = \frac{-4}{-2} \\ & = 2 \end{aligned}$$

- P: Apakah kecerunan bagi kedua-dua graf garis lurus tersebut?  
 S: Kedua-duanya mempunyai kecerunan yang sama, iaitu 2.  
 P: Ceritakan fungsi kotak ini.  
 S: Menggabungkan 2 kad dan menghasilkan 1 kad yang mengandungi graf garis lurus pada satah Cartesan. Kedua-dua garis lurus yang dihasilkan mempunyai kecerunan yang sama, iaitu 2.

### Kesimpulan bagi Makna

Uganes menganggap tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan dua kad yang dimasukkan dan menghasilkan satu kad baru yang mengandungi graf garis lurus pada satah Cartesan. Menurut beliau, garis lurus tersebut kelihatan stabil, mempunyai kecerunan positif sebab garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan, dan tidak terlalu cerun. Beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”. Dalam hal ini, beliau menjelaskan tentang tugas kotak “pemproses” dari aspek konkrit, geometri, trend, arah, simbolik, sudut, dan formula kecerunan.

Uganes menganggap tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan dua kad yang dimasukkan dan menghasilkan satu kad baru yang mengandungi graf garis lurus pada satah Cartesan. Menurut beliau, garis lurus tersebut kelihatan stabil, mempunyai kecerunan positif sebab garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan, dan tidak terlalu cerun. Beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”. Dalam

hal ini, beliau menjelaskan tentang tugas kotak “pemproses” dari aspek konkrit, geometri, trend, arah, simbolik, sudut, dan formula kecerunan.

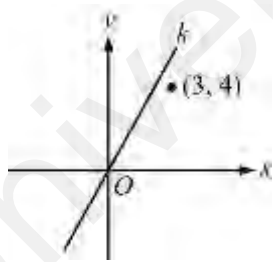
### Penaakulan

Penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan, Di sini, Ugenes mendapati kecerunan bagi garis lurus tersebut adalah positif sebab garis lurus adalah dalam keadaan menaik, iaitu menuju ke atas dari kiri ke kanan. Di sini, beliau menggabungkan aspek trend, iaitu keadaan menaik atau menuju ke atas dan aspek arah, iaitu dari kiri ke kanan bagi menjelaskan tentang kecerunan garis lurus yang diberikan. Tingkah laku Ugenes ketika membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.2.

#### Protokol 2.2: Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

P: (Tunjukkan kepada murid rajah di bawah).

Saya mempunyai satu garis lurus,  $k$ , yang melalui asalan seperti yang ditunjukkan dalam rajah koordinat cartesian ini. Apakah kecerunan bagi garis lurus tersebut?



S: Positif.

P: Mengapa kamu kata garis lurus itu mempunyai kecerunan positif?

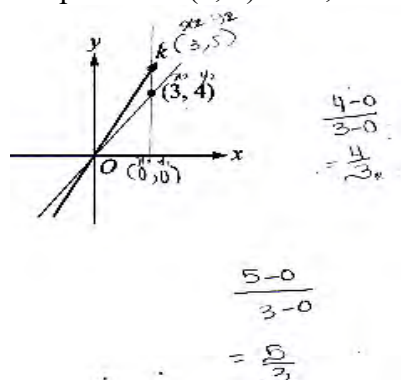
S: Garis lurus itu menaik atau menuju ke atas dari kiri ke kanan.

Seterusnya, beliau melukiskan garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Beliau menentukan kecerunan bagi garis tersebut dan mendapati kecerunan ialah  $4/3$ . Selain itu, beliau menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis lurus dengan paksi- $x$  dan mendapati garis lurus  $k$  mempunyai sudut  $62$  darjah manakala garis

lurus yang dilukis pula mempunyai sudut 53 darjah. Bagi beliau, garis lurus  $k$  mempunyai kecerunan yang lebih besar daripada  $4/3$  seperti  $5/3$  sebab garis  $k$  mempunyai sudut yang lebih besar dan terletak lebih tinggi daripada garis yang dilukis. Di sini, beliau menggabungkan beberapa aspek seperti simbolik, trend, arah, geometri, koordinat geometri, formula kecerunan, sudut, dan protractor bagi menjelaskan tentang garis lurus yang diberikan. Tingkah laku beliau ketika membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan dipaparkan dalam Protokol 2.2.

### Protokol 2.2: Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

- S: (Beliau melukis garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Kemudiannya, beliau melukis garis lurus yang melalui titik  $(3, 4)$  dan berserenjang dengan paksi- $x$ . Garis tersebut juga bersilang dengan garis lurus  $k$  seperti dalam rajah di bawah).
- P: Antara garis lurus  $k$  dan garis lurus yang kamu lukis, yang manakah mempunyai kecerunan yang lebih besar?
- S: Garis lurus  $k$ .
- P: Mengapa kamu berkata demikian?
- S: Saya menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis dengan paksi- $x$ . Saya dapati garis lurus  $k$  mempunyai sudut 62 darjah manakala garis yang saya lukis mempunyai sudut 53 darjah. Jadi, garis lurus  $k$  lebih cerun, iaitu mempunyai sudut yang lebih besar.
- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?
- S: Titik  $(3, y)$  terletak pada garis  $k$  dengan kedudukan yang lebih daripada titik  $(3, 4)$ . Jadi, nilai  $y$  adalah lebih besar daripada 4. Seterusnya, kecerunan bagi garis lurus  $k$  ialah  $(y - 0)/(4 - 0)$ , iaitu  $y/4$  manakala kecerunan garis lurus yang dilukis ialah  $(4 - 0)/(3 - 0)$ , iaitu  $4/3$ . Oleh itu, kecerunan garis lurus  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$ .
- P: Apakah kecerunan yang sesuai bagi garis lurus  $k$ ?
- S: Saya katakan satu titik yang terletak pada garis lurus  $k$  sebagai  $(3, 5)$  sebab titik tersebut terletak pada nilai  $x$  yang sama, iaitu 3, tetapi lebih tinggi daripada titik  $(3, 4)$ . Jadi, kecerunan garis lurus  $k$  yang sesuai ialah  $5/3$ .



- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain tentang kecerunan garis lurus  $k$ .
- S: Tiada.
- P: Selain titik (3, 5), adakah terdapat titik lain yang sesuai terletak pada garis lurus  $k$ .
- S: Boleh jadi apa-apa titik yang mempunyai koordinat- $y$  lebih besar daripada 4. Walau bagaimana pun, kecerunan garis lurus  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$ .

### **Kesimpulan bagi Penaakulan**

Bagi penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan, Uganis mendapati kecerunan bagi garis lurus tersebut adalah positif sebab garis lurus adalah dalam keadaan menaik, iaitu menuju ke atas dari kiri ke kanan. Beliau menentukan kecerunan garis lurus  $k$  dengan membanding kedudukan garis lurus  $k$  dengan garis lurus yang melalui titik (0, 0) dan (3, 4). Bagi beliau, garis lurus  $k$  mempunyai kecerunan yang lebih besar daripada  $4/3$  sebab garis  $k$  mempunyai sudut yang lebih besar dan terletak lebih tinggi daripada garis yang dilukis. Di sini, beliau menggabungkan beberapa aspek seperti simbolik, trend, arah, geometri, formula kecerunan, koordinat geometri, sudut, dan protractor bagi menjelaskan tentang garis lurus yang diberikan.

### **Hubung Kait**

Hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu hubung kait kecerunan dengan jadual nilai. Di sini, Uganis melukiskan graf secara lakaran berdasarkan jadual nilai yang diberikan dan mendapati graf yang dilukis mempunyai bentuk garis lurus. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek geometri bagi menjelaskan tentang hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan. Menurut beliau, bagi mendapatkan graf yang lebih tepat, kertas graf perlu digunakan. Tingkah laku Uganis ketika membuat hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang membabitkan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.1.

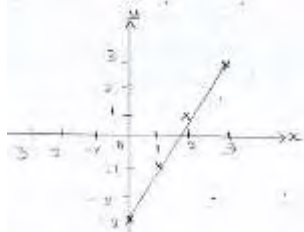
### Protokol 3.1: Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai

- P: (Tunjukkan kepada murid jadual nilai seperti di bawah).  
Ini adalah data tentang satu garis lurus.

$x$	0	1	2	3
$y$	-3	-1	1	3

Tentukan bentuk garis tersebut.

- S: (Melukis paksi-x, paksi-y, dan graf garis lurus seperti di bawah).



Bentuk garis tersebut ialah garis lurus.

- P: Mengapa kamu kata macam tu?

- S: Dari graf yang saya lukis, 4 pasangan nilai yang diberikan dalam jadual nilai kelihatan membentuk satu garis lurus. Walau bagaimanapun, 2 titik kelihatan tidak berada pada garis lurus disebabkan graf yang dilukis tidak begitu tepat. Jadi, saya rasa perlu lukis di atas kertas graf untuk mendapatkan graf yang lebih tepat.

Seterusnya, beliau menjelaskan nilai yang terdapat dalam jadual yang diberikan, iaitu nilai  $x$  bertambah sebanyak satu unit manakala nilai  $y$  pula bertambah sebanyak dua unit. Uganis menentukan kecerunan garis lurus dengan hanya menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”. Di sini, beliau menggunakan aspek geometri, koordinat geometri, trend, nisbah, simbolik, dan formula kecerunan bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan. Tingkah laku beliau ketika membuat hubung kait antara kecerunan dengan jadual nilai yang membabitkan kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.1.

### Potokol 3.1: Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai

- P: Bagaimana  $x$  dan  $y$  berubah?  
S: Nilai  $x$  bertambah sebanyak 1 unit dalam urutan menaik manakala nilai  $y$  pula bertambah sebanyak 2 unit dalam urutan menaik.  
P: Bolehkah kamu tentukan kecerunan garis lurus yang digambarkan oleh jadual di atas.

S: Saya menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , titik (0, -3), dan titik (3, 3). Saya dapati kecerunan ialah 2 (sambil menunjukkan jalan kerja seperti di bawah).

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{3 - (-3)}{3 - 0} \\ &= \frac{6}{3} \\ &= 2 \end{aligned}$$

P: Mengapa kamu menggunakan formula kecerunan?

S: Saya hanya tahu menggunakan formula kalau saya tahu 2 titik yang terletak pada garis lurus. Lagipun, saya boleh dapat jawapan yang tepat.

### Kesimpulan bagi Hubung Kait

Uganes menjelaskan dengan menggunakan aspek geometri, koordinat geometri, trend, nisbah, simbolik, dan formula kecerunan bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan. Menurut beliau, bentuk garis adalah garis lurus berdasarkan graf yang beliau lukis secara lakaran pada satah Cartesan. Beliau menambah, bagi mendapatkan graf yang lebih tepat, kertas graf perlu digunakan. Selain itu, beliau mendapati nilai  $x$  bertambah sebanyak satu unit manakala nilai  $y$  pula bertambah sebanyak dua unit. Beliau menentukan kecerunan garis lurus dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”.

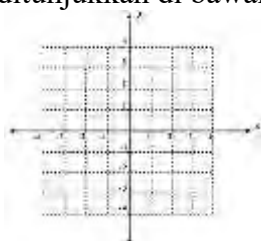
### Komunikasi

Komunikasi yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu komunikasi tentang kecerunan garis lurus. Di sini, Uganes menjelaskan terlebih dahulu tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif bagi tujuan menceritakan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Bagi Uganes, graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” adalah dalam keadaan menurun, iaitu menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada rajah Cartesan koordinat seperti yang lukiskan. Di sini, beliau menggunakan aspek simbolik, trend,

dan arah bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Tingkah laku Ugenes ketika membuat berkomunikasi dengan rakannya tentang kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.2.

### Protokol 3.2: Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus

- P: (Beritahu murid tentang salah seorang rakannya yang tidak dapat hadir semasa pembelajaran tentang kecerunan garis lurus berlangsung atas sebab-sebab tertentu dan kamu diminta untuk membantu rakan kamu).  
Saya mempunyai rajah cartesan koordinat dan garis lurus seperti yang ditunjukkan di bawah.



Bagaimanakah kamu boleh menceritakan kepada rakan kamu tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan -3? Kamu boleh menggunakan rajah cartesan koordinat dan garis lurus yang disediakan.

- S: Graf garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif adalah dalam keadaan menurun, iaitu menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada rajah Cartesan koordinat seperti yang lukiskan di sini.



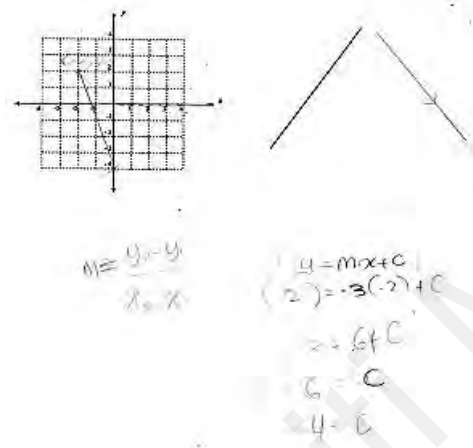
Selain itu, garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif mempunyai kecerunan yang lebih kecil berbanding garis lurus yang mempunyai kecerunan positif sebab nombor negatif adalah lebih kecil berbanding nombor positif.

Seterusnya, kecerunan ditentukan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ . Bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”, Ugenes menggunakan formula persamaan garis lurus  $y = mx + c$ . dengan mengambil mana-mana titik dan nilai  $m = -3$  bagi mendapatkan satu titik yang lain untuk menentukan dan melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek koordinat geometri, geometri, dan persamaan garis lurus. Tingkah laku Ugenes ketika membuat komunikasi dengan rakannya tentang kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 3.2.

### Protokol 3.2: Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus

S: Bagi menentukan kecerunan, saya menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Sebagai contoh, ambil 2 titik katakan (2, -2) dan (3, -3). Jadi, kecerunan garis lurus yang melalui 2 titik tersebut ialah  $m = (-3 - (-2))/(3 - 2) = -1$ .

Bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan -3, saya menggunakan formula persamaan garis lurus  $y = mx + c$ . Seterusnya, saya mengambil mana-mana titik, katakan (-2, -2) dan menggantikan nilai  $m = -3$  ke dalam persamaan garis lurus tersebut untuk mendapatkan 1 titik lain. Saya dapati  $-2 = (-3)(-2) + c$ . Jadi,  $c = -4$ , iaitu titik (0, -4). Dengan 2 titik ini, saya boleh melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” seperti yang saya lukiskan pada satah Cartesan ini.



#### Kesimpulan bagi Komunikasi

Bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus, Uganis menggunakan aspek simbolik, trend, arah, koordinat geometri, geometri, dan persamaan garis lurus bagi menjelaskan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Terlebih dahulu, beliau menjelaskan bahawa garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif merupakan garis lurus yang menurun dari kiri ke kanan pada rajah Cartesan koordinat seperti yang dilukiskan. Seterusnya, beliau menentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Bagi melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”, beliau menggunakan formula persamaan garis lurus  $y = mx + c$  dengan mengambil satu titik dan nilai  $m = -3$  bagi mendapatkan satu titik yang lain.



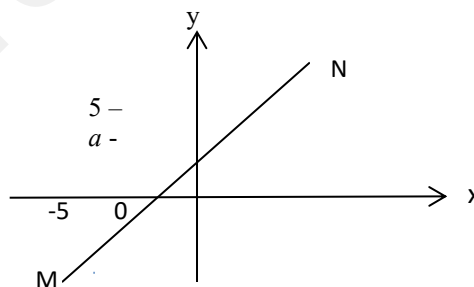
## Penyelesaian Masalah

Penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan dua soalan utama, iaitu menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dan menyelesaikan masalah berayat melibatkan titik koordinat.

Bagi penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus, Uganes menyatakan bahawa garis lurus MN yang terdapat dalam graf yang diberikan mempunyai kecerunan positif sebab garis tersebut menuju ke atas dari kiri ke kanan. Selain itu, garis MN memintas paksi-x dan paksi-y pada titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, a)$ . Di sini, beliau menggunakan aspek simbolik, trend, arah, dan koordinat geometri bagi menjelaskan tentang kecerunan garis lurus MN. Tingkah laku Uganes ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dipaparkan dalam Protokol 3.3.

### Protokol 3.3: Menyelesaikan Masalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesian

P: Katakan kamu mempunyai rajah koordinat cartesian seperti di bawah. Nyatakan apakah kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis MN?



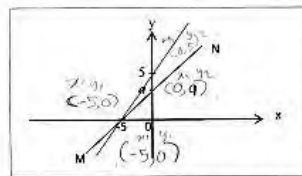
S: Garis MN mempunyai kecerunan positif sebab menuju ke atas dari kiri ke kanan. Selain itu, garis MN memintas paksi-x dan paksi-y pada titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, a)$ . Tetapi nilai  $a$  pula tidak diketahui.

Seterusnya, beliau melukiskan graf garis lurus yang melalui titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, 5)$ . Di sini, beliau menganggap nilai  $a$  ialah 5. Beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Beliau mendapati kecerunan ialah "1". Seterusnya, Uganes membandingkan dua garis lurus

tersebut dan menganggarkan bahawa garis MN adalah kurang cerun berbanding garis lurus yang dilukis. Menurut beliau, garis lurus MN mempunyai kecerunan yang terletak antara 0 dan 1. Dalam hal ini, beliau menggunakan aspek koordinat geometri, formula kecerunan, sudut, dan perbandingan dua garis lurus bagi menjelaskan tentang kecerunan garis lurus MN. Tingkah laku beliau ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dipaparkan dalam Protokol 3.3.

### Protokol 3.3: Menyelesaikan masalah melibatkan rajah koordinat Cartesian

- P: Apakah yang akan kamu lakukan untuk menentukan kecerunan garis MN?  
 S: Jika saya lukis graf garis lurus yang melalui titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, 5)$ , iaitu saya katakan  $a$  ialah 5, saya dapati kecerunan ialah  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = 1$ . Saya bandingkan dua garis lurus ini, garis MN adalah kurang cerun berbanding garis lurus yang saya lukis sebab kedudukannya di bawah. Jadi, garis lurus MN mempunyai kecerunan yang kurang dari 1.



Let  $a = 4$

$$\frac{5-0}{0-(-5)} = \frac{4-0}{0-(-5)}$$

$$= \frac{5}{5} = 1$$

$$= \frac{4}{5}$$

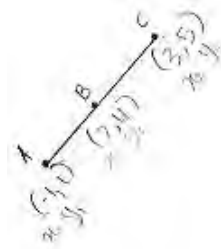
- P: Mengapa kamu kata garis lurus MN mempunyai kecerunan yang kurang dari “1”?  
 S: Dari graf yang diberikan, saya dapati  $a$  terletak di bawah 5. Jadi nilai  $a$  adalah kurang daripada 5 dan tidak mungkin lebih atau sama dengan 5. Katakan nilai  $a$  ialah 4, saya dapati kecerunan ialah  $m = (4 - 0)/(0 - (-5)) = 4/5$ .  
 P: Bagaimana dengan kecerunan garis MN ialah “0”? Apa yang boleh kamu jelaskan?  
 S: Saya tak fikir begitu sebab kelihatan  $a$  terletak antara 0 dengan 5. Garis MN mempunyai kecerunan “0” jika garis MN terletak pada paksi-x, iaitu nilai  $a$  ialah 0.  
 P: Adakah kamu mempunyai penjelasan lain?  
 S: Kecerunan garis MN juga tidak boleh menjadi negatif sebab arah yang berlawanan. Jadi, kecerunan garis MN terletak antara 0 dan 1.

Mengenai soalan menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat, Ugenes memulakan dengan melukiskan graf garis lurus yang melalui tiga

titik tersebut tanpa melukis paksi- $x$  dan paksi- $y$ . Menurut beliau, dengan melukis graf, nampak lebih jelas dua titik yang perlu dipilih bagi menentukan kecerunan garis lurus tersebut. Beliau memilih titik A dan C sebab dua titik ini merupakan dua titik paling hujung. Tingkah laku Uganis ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dipaparkan dalam Protokol 3.4.

**Protokol 3.4: Menyelesaikan Masalah Berayat Melibatkan Titik Koordinat**

- P: Saya mempunyai satu garis lurus yang melalui 3 titik, iaitu A(-1, 1), B(2, 4), dan C(5, 3). Nyatakan apakah kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis tersebut?  
 S: (Melukis graf garis lurus tanpa satah Cartesian).



- P: Mengapa kamu lukis garis lurus?  
 S: Supaya saya nampak jelas 2 titik yang perlu saya pilih bagi menentukan kecerunan.

Bagi menentukan kecerunan, beliau menganggap formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  adalah cara yang paling sesuai dan mendapati kecerunan garis lurus tersebut ialah “1”. Akhirnya, beliau menyatakan mana-mana dua titik boleh digunakan untuk menentukan kecerunan sebab kecerunan garis lurus adalah sama di sepanjang garis lurus tersebut. Di sini, beliau menggunakan aspek geometri, koordinat geometri, formula kecerunan, dan konsep titik segaris bagi menyelesaikan masalah berayat yang diberikan. Tingkah laku beliau ketika menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat dipaparkan dalam Protokol 3.4.

**Protokol 3.4: Menyelesaikan masalah berayat melibatkan titik koordinat**

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan tersebut?

- S: Saya pilih dua titik, yaitu titik A(-1, 1) dan C(3, 5). Seterusnya, saya menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Saya dapati kecerunan garis lurus ialah  $m = (5 - 1)/(3 - (-1)) = 1$ .

$$\frac{5-1}{3-(-1)}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

- P: Mengapa kamu pilih titik A dan C tetapi bukan titik lain?  
 S: Saya pilih titik A dan C sebab dua titik ini adalah titik paling hujung manakala titik B pula terletak di tengah-tengah antara titik A dan C. Walau bagaimanapun, saya rasa boleh pilih mana-mana dua titik. Contohnya, saya boleh pilih titik A dan B. Saya dapati kecerunan ialah  $m = (4 - 1)/(2 - (-1)) = 1$ .

$$\frac{4-1}{2-(-1)}$$

$$= \frac{3}{3}$$

$$= 1$$

- P: Selain menggunakan formula, adakah kamu mempunyai cara lain?  
 S: Mungkin ada, tetapi saya rasa cara ini yang paling sesuai sebab diberikan titik yang terletak pada garis lurus.  
 P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?  
 S: Kecerunan garis lurus adalah sama di sepanjang garis lurus tersebut. Jadi, mana-mana dua titik boleh digunakan untuk menentukan kecerunan.

### Kesimpulan tentang Penyelesaian Masalah

Uganes menggunakan aspek simbolik, trend, arah, koordinat geometri, formula kecerunan, sudut, dan perbandingan dua garis lurus bagi menjelaskan tentang kecerunan garis lurus MN. Menurut beliau, garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif sebab garis tersebut menuju ke atas dari kiri ke kanan. Selain itu, garis MN memintas paksi-x dan paksi-y pada titik (-5, 0) dan (0, a). Seterusnya, beliau melukiskan graf garis lurus yang melalui titik (-5, 0) dan (0, 5) dengan menganggap nilai a ialah 5. Beliau mendapati kecerunan ialah “1” dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Selain itu, beliau menganggarkan garis MN adalah kurang cerun berbanding garis lurus yang dilukis sebab garis MN terletak di

bawah garis yang dilukis. Menurut beliau, garis lurus MN mempunyai kecerunan yang terletak antara 0 dan 1.

Uganes menggunakan aspek geometri, koordinat geometri, formula kecerunan, dan konsep titik segaris bagi menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat. Beliau melukiskan graf garis lurus yang melalui tiga titik tersebut tanpa melukis paksi-x dan paksi-y. Menurut beliau, dengan melukis graf, nampak lebih jelas dua titik yang perlu dipilih bagi menentukan kecerunan garis lurus tersebut. Beliau memilih dua titik paling hujung, iaitu A dan C. Seterusnya, beliau menganggap  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  adalah cara yang paling sesuai bagi menentukan kecerunan. Beliau mendapati kecerunan garis tersebut ialah "1". Akhirnya, beliau menyatakan mana-mana dua titik boleh digunakan untuk menentukan kecerunan sebab kecerunan garis lurus adalah sama di sepanjang garis lurus tersebut.

### **Rumusan**

Pada umumnya, Uganes menjelaskan tentang garis lurus dan bukan garis lurus dari aspek transformasi, geometri, konkrit, sudut, dan alat dengan menganggap garis lurus seperti benang yang tegang, boleh diukur dengan pembaris, dan merupakan satu garis yang boleh dibuat sebagai paksi pantulan yang mempunyai sudut  $180^\circ$ . Sebaliknya, bukan garis lurus adalah seperti gelombang atau bulatan, perlu diukur dengan menggunakan alat yang fleksibel, dan seperti bahagian benang yang tidak tegang. Seterusnya, beliau berpendapat garis yang sangat lurus mempunyai maksud yang sama dengan garis lurus.

Uganes menjelaskan tentang kecerunan dan bukan kecerunan, dengan menggunakan aspek sudut, simbolik, satah Cartesan, persamaan garis lurus, formula kecerunan, struktur jalan, geometri, dan konsep garis selari. Menurut beliau, kecerunan

adalah satu ukuran untuk mengukur cerun bagi satu garis lurus. Selain itu, kecerunan adalah nilai  $m$  yang terdapat dalam persamaan garis lurus  $y = mx + c$ . Nilai  $m$  tersebut adalah samada positif atau negatif dan boleh ditentukan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Sebaliknya, bukan kecerunan bermaksud satu garis lurus yang tidak mempunyai kecerunan, iaitu garis yang tidak mempunyai pintasan- $x$  dan  $y$  seperti garis yang selari dengan paksi- $x$  atau paksi- $y$ . Selain itu, perkara yang dikaitkan dengan kecerunan adalah struktur jalan.

Bagi menjelaskan tentang tidak cerun dan sangat cerun, Uganis menggunakan aspek geografi dan struktur jalan raya, iaitu tidak cerun mempunyai maksud kurang cerun seperti garis yang selari dengan paksi- $x$  atau tanah yang rata. Sebaliknya, sangat cerun bermaksud garis lurus yang mempunyai kecerunan yang sangat besar seperti jalan raya yang mempunyai selekoh yang tajam dan tinggi rendah yang silih berganti.

Bagi menjelaskan tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan kecerunan “-1” Uganis menggunakan aspek koordinat geometri, formula kecerunan, dan persamaan garis lurus. Menurut beliau, garis tersebut melalui dua titik dan kecerunan boleh ditentukan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Bagi melukiskan gambaran garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “-1, beliau memilih dua titik yang tidak terletak pada paksi- $y$  tetapi dapat memberi nilai  $m = 1$  dan  $m = -1$ . Seterusnya, beliau menggunakan persamaan garis lurus  $y = mx + c$  untuk mendapatkan pintasan- $y$ , iaitu  $c$ .

Bagi menjelaskan gambaran mental tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”, Uganis menggunakan aspek geometri, simbolik, koordinat geometri, dan konsep garis selari. Beliau menyatakan beberapa perkara tentang garis tersebut seperti garis yang mendatar, mempunyai kecerunan  $m = 0$ , selari dengan paksi- $x$  dan memintas paksi- $y$ , dan koordinat- $y$  tidak berubah biarpun koordinat- $x$  berubah di

sepanjang garis lurus tersebut. Seterusnya, beliau menjelaskan bahawa semua garis yang mendatar seperti yang dilukiskan adalah selari dan mempunyai kecerunan "0" tetapi boleh mempunyai ukuran yang berbeza.

Bagi menjelaskan tentang kecerunan positif dan negatif, Uganis menggunakan aspek trend, arah, dan satah Cartesian koordinat. Bagi garis yang mempunyai kecerunan positif, garis tersebut menuju ke atas dari kiri ke kanan pada paksi- $x$  dan  $y$ . Sebaliknya, garis yang mempunyai kecerunan negatif adalah garis lurus yang menurun dari kiri ke kanan.

Seterusnya, Uganis menggunakan aspek pergerakan, konkrit, dan trend bagi menjelaskan tentang perkara yang boleh dikaitkan dengan kecerunan positif dan negatif. Beliau mengaitkan kecerunan positif dengan menaiki tangga sebab pergerakan tersebut menuju ke atas tanpa mengambil kira arah. Semakin besar kecerunan semakin sukar pergerakan tersebut. Sebaliknya, turun tangga dikaitkan dengan kecerunan negatif sebab pergerakan tersebut menuju ke bawah. Seterusnya, beliau menjelaskan bahawa tiga pernyataan berikut, iaitu kecerunan garis lurus adalah sifar, simbol "0", dan tiada kecerunan dianggap sebagai mempunyai maksud yang sama.

Bagi menentukan kecerunan bumbung, anak tangga, dan garis lurus bagi rajah yang diberikan, Uganis menggunakan aspek geometri, sudut, dan satah Cartesian. Beliau menghitung bilangan kotak bagi tinggi dan tapak bumbung, membandingkan tinggi dan tapak bumbung, menghitung bilangan anak tangga, melihat dengan mata kasar bagi kestabilan rajah bumbung, anak tangga, dan garis lurus, melakarkan anak tangga dalam bentuk lengkung dan membuat perbandingan bagi kekerapan lengkung, membina segi tiga untuk melihat tinggi dan tapak segi tiga bagi garis lurus, dan dengan menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis lurus dengan paksi- $x$ .

Uganes mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dengan menggunakan aspek simbolik, trend, nisbah, dan formula kecerunan. Menurut beliau, kecerunan bagi garis tersebut adalah positif sebab garis lurus tersebut menaik dan mempunyai satu nilai yang tetap, iaitu “2” dan tidak boleh berubah menjadi “3”. Selain itu, nilai  $x$  dan  $y$  meningkat dengan nisbah 1:2. Beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ .

Uganes menggunakan aspek koordinat geometri, formula kecerunan, dan putaran pada titik dan arah tertentu bagi mendapatkan kecerunan “1” dan kecerunan “0”. Beliau menggerakkan garis lurus tersebut sehingga mendapat kecerunan yang dikehendaki dengan menggunakan formula kecerunan dan dua titik. Bagi mendapatkan kecerunan “1”, beliau menggerakkan ke bawah supaya titik tertinggi menjadi titik (4, 4.5) di samping mengekalkan titik (-0.5, 0). Bagi mendapatkan kecerunan “0” pula, garis lurus tersebut diputar ke bawah pada titik (-0.5, 0) supaya menjadi garis yang mendatar.

Bagi menjelaskan bagaimana mewakili kecerunan “-1” dan “-3”, Uganes menggunakan aspek geometri, koordinat geometri, persamaan garis lurus, dan formula kecerunan. Bagi melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”, beliau mengambil titik (2, 2) dan menentukan satu titik yang lain dengan menggunakan persamaan garis lurus  $y = mx + c$ . Menurut beliau, semua garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” adalah selari. Seterusnya, beliau melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” melalui titik (3, 0) dan memintas paksi- $y$  apabila  $y = 9$ . Beliau menentukan kecerunan garis yang dilukis dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ .

Uganes menyatakan dari aspek konkrit, geometri, trend, arah, simbolik, sudut, dan formula kecerunan bagi menjelaskan tentang tugas kotak “pemproses”. Menurut



beliau, tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan dua kad yang dimasukkan dan menghasilkan satu kad baru yang mengandungi graf garis lurus pada satah Cartesan. Menurut beliau, garis lurus tersebut kelihatan stabil, mempunyai kecerunan positif sebab garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan, dan tidak terlalu cerun. Beliau menentukan kecerunan garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”.

Bagi penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan, beliau menggabungkan beberapa aspek seperti simbolik, trend, arah, geometri, formula kecerunan, koordinat geometri, sudut, dan protractor bagi menjelaskan tentang garis lurus yang diberikan. Beliau menganggap kecerunan bagi garis lurus tersebut adalah positif sebab garis tersebut dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan. Beliau mendapati kecerunan garis lurus yang melalui titik (0, 0) dan (3, 4) ialah  $4/3$  dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Seterusnya, beliau menganggap garis lurus  $k$  mempunyai kecerunan yang lebih besar daripada  $4/3$  sebab garis  $k$  mempunyai sudut yang lebih besar dan terletak lebih tinggi daripada garis yang dilukis.

Uganes menggunakan aspek geometri, koordinat geometri, trend, nisbah, simbolik, dan formula kecerunan bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan. Menurut beliau, bentuk garis adalah garis lurus berdasarkan graf yang beliau lukis secara lakaran pada satah Cartesan. Selain itu, beliau mendapati nilai  $x$  bertambah sebanyak satu unit manakala nilai  $y$  pula bertambah sebanyak dua unit. Beliau menentukan kecerunan garis lurus dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan mendapati kecerunan ialah “2”.

Berhubung dengan soalan komunikasi tentang garis lurus, Uganes menggunakan aspek simbolik, trend, arah, koordinat geometri, geometri, dan

persamaan garis lurus bagi menjelaskan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Beliau menjelaskan bahawa garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif adalah garis lurus yang menurun dari kiri ke kanan pada rajah Cartesian koordinat. Seterusnya, beliau menentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Bagi melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”, beliau menggunakan formula persamaan garis lurus  $y = mx + c$  dengan mengambil satu titik dan nilai  $m = -3$  bagi mendapatkan satu titik yang lain.

Uganes menggunakan aspek simbolik, trend, arah, koordinat geometri, formula kecerunan, sudut, dan perbandingan dua garis lurus bagi menjelaskan tentang kecerunan garis lurus MN. Menurut beliau, garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif sebab garis tersebut menuju ke atas dari kiri ke kanan. Selain itu, garis MN memintas paksi-x dan paksi-y pada titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, a)$ . Seterusnya, beliau melukiskan graf garis lurus yang melalui titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, 5)$  dengan menganggap nilai  $a$  ialah 5. Beliau mendapati kecerunan ialah “1” dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Selain itu, beliau menganggarkan garis MN adalah kurang cerun berbanding garis lurus yang dilukis sebab garis MN terletak di bawah garis yang dilukis. Menurut beliau, garis lurus MN mempunyai kecerunan yang terletak antara 0 dan 1.

Uganes menggunakan aspek geometri, koordinat geometri, formula kecerunan, dan konsep titik segaris bagi menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat. Beliau melakarkan graf garis lurus yang melalui tiga titik tersebut tanpa melukis paksi-x dan paksi-y. Menurut beliau, dengan melukis graf, nampak lebih jelas dua titik yang perlu dipilih bagi menentukan kecerunan garis lurus tersebut. Beliau memilih dua titik paling hujung, iaitu A dan C. Seterusnya, beliau menganggap

$m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  adalah cara yang paling sesuai bagi menentukan kecerunan. Beliau mendapati kecerunan garis tersebut ialah “1”. Walau bagaimanapun, beliau menyatakan mana-mana dua titik boleh digunakan untuk menentukan kecerunan sebab kecerunan garis lurus adalah sama di sepanjang garis lurus tersebut. Secara keseluruhannya, tingkah laku Uganis boleh dirumuskan seperti berikut:

1. Uganis menggabungkan beberapa aspek seperti transformasi, geometri, koordinat geometri, arah, sudut, satah Cartesan, formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , persamaan garis lurus  $y = mx + c$ , simbolik, konkrit, alat, struktur jalan, geografi, koordinat geometri, trend, arah, dan pergerakan bagi menjelaskan gambaran mental tentang garis lurus, bukan garis lurus, kecerunan, bukan kecerunan, kecerunan positif atau negatif, perkara yang boleh dikaitkan dengan kecerunan atau bukan kecerunan, tidak cerun, sangat cerun, dan garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, “-1”, atau “0”.
2. Uganis menggunakan pintasan- $x$ , pintasan- $y$ , konsep garis selari, formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan persamaan garis lurus  $y = mx + c$  bagi melukiskan dan menentukan kecerunan garis lurus.
3. Uganis menggunakan beberapa aspek seperti geometri, sudut, dan satah Cartesan bagi menentukan kecerunan bumbung, anak tangga, dan garis lurus yang diberikan. Selain itu, beliau menghitung bilangan kotak bagi tinggi dan tapak bumbung, membandingkan tinggi dan tapak bumbung, menghitung bilangan anak tangga, melihat dengan mata kasar bagi kestabilan rajah bumbung, anak tangga, dan garis lurus, melakarkan anak tangga dalam bentuk lengkung, membuat perbandingan bagi kekerapan lengkung, membina segi tiga untuk melihat tinggi dan tapak segi tiga bagi garis lurus, dan dengan

menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis lurus dengan paksi-x.

4. Uganis menggabungkan aspek seperti, simbolik, nisbah dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan.
5. Uganis menggabungkan aspek formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan konsep putaran bagi mendapatkan garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” dan “0” daripada garis lurus yang diberikan.
6. Uganis menjelaskan dengan menggabungkan aspek seperti geometri, simbolik, formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan persamaan garis lurus  $y = mx + c$  bagi mewakili kecerunan “-1”.
7. Uganis menyatakan dari aspek konkrit, geometri, trend, arah, simbolik, sudut, dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menjelaskan tentang tugas kotak “pemproses” dan garis lurus yang dihasilkan.
8. Uganis menggabungkan beberapa aspek seperti simbolik, trend, sudut, geometri, protractor, dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menjelaskan tentang penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus yang diberikan.
9. Uganis menggunakan aspek geometri, simbolik, trend, nisbah, dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menjelaskan tentang hubung kait kecerunan garis lurus dengan jadual nilai yang diberikan.
10. Uganis menggabungkan beberapa aspek seperti geometri, simbolik, trend, arah, koordinat geometri, formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,

persamaan garis lurus  $y = mx + c$  bagi bagi menjelaskan kepada rakannya tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”.

11. Uganis menggabungkan aspek seperti simbolik, trend, arah, formula kecerunan, dan perbandingan antara dua garis lurus bagi menyelesaikan masalah yang melibatkan garis lurus MN.
12. Uganis menggabungkan aspek seperti geometri, konsep titik segaris, dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menyelesaikan masalah berayat yang melibatkan titik koordinat.

### **Kajian Merentasi Kes**

Hasil kajian ini diperoleh dari enam peserta melalui perbincangan dalam kajian kes yang dijalankan sebelumnya. Hasil kajian ini dibahagikan secara terperinci kepada lima tema utama: (a) hasil kajian tentang gambaran mental kecerunan garis lurus, (b) hasil kajian tentang perwakilan kecerunan garis lurus, (c) hasil kajian tentang makna dan penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus, (d) hasil kajian tentang hubung kait dan komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus, dan (e) seterusnya ialah hasil kajian tentang penyelesaian masaalah yang membabitkan kecerunan garis lurus.

### **Gambaran Mental**

Gambaran mental kecerunan garis lurus mengandungi gambaran mental garis lurus, gambaran mental kecerunan, gambaran mental kecerunan “1”, “-1” dan “0”, gambaran mental kecerunan positif, negatif, sifar, dan tiada kecerunan, membandingkan kecerunan bumbung, membandingkan kecerunan tangga, dan membandingkan kecerunan garis lurus.

**Garis lurus.** Gambaran mental bagi garis lurus diklasifikasikan sebagai garis khusus, benda konkrit, unsur kalkulus, unsur sudut, unsur arah, dan unsur transformasi seperti yang dipaparkan dalam Jadual 4.1.

Jadual 4.1

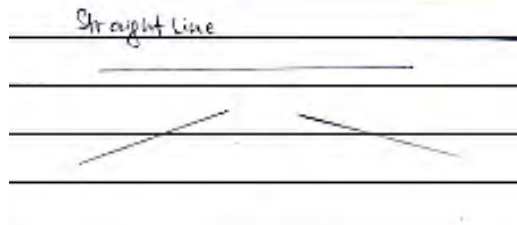
*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Garis Lurus.*

<b>Gambaran</b>	<b>Huraian</b>	<b>Responden</b>
Garis khusus	Garis lurus yang menghubungkan titik tanpa lengkung, memerlukan pembaris untuk dilukis, dan diukur panjangnya.	Matt, Keith, Elly, Eryan Ben
Benda konkrit	Benda berbentuk lurus.	Matt, Elly, Keith, Eryan, Ben, Uganes.
Unsur kalkulus	Garis yang mempunyai kecerunan dan tidak mempunyai titik pusingan.	Elly, Matt, Eryan
Unsur sudut	Garis lurus mempunyai sudut 180 darjah.	Ben, Uganes
Unsur arah	Garis yang menghubungkan titik dalam satu arah.	Ben
Unsur transformasi	Garis yang boleh menjadi paksi pantulan.	Uganes

(a) **Garis khusus.** Lima daripada enam orang pelajar menggunakan gambaran garis khusus untuk menjelaskan tentang gambaran mental bagi garis lurus. Dalam hal ini, dua daripada lima orang pelajar menganggap garis lurus sebagai satu garis yang lurus, dua orang pelajar menganggap garis lurus sebagai garis yang bukan lengkung, seorang pelajar menganggap garis lurus memerlukan pembaris untuk melukisnya, seorang pelajar menganggap garis lurus sebagai garis yang menghubungkan titik tanpa lengkung, dan seorang pelajar menganggap panjang garis lurus boleh diukur dengan tepat dengan menggunakan pembaris. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis khusus.

### Protokol 1.1 (Elly): Gambaran Garis Lurus

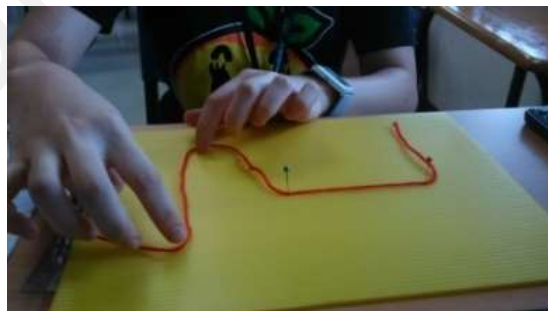
- P: Dalam perkataan kamu sendiri, jelaskan apa yang terlintas di fikiran kamu tentang garis lurus.
- S: Garis lurus adalah satu garis yang tiada lengkung.
- P: Apa yang kamu maksudkan dengan garis yang tiada lengkung?
- S: Garis yang tiada pusingan dan tidak bengkok (melukis garis lurus).



(b) **Benda konkrit.** Semua pelajar menggunakan gambaran benda konkrit untuk menjelaskan tentang gambaran mental bagi garis lurus, iaitu garis lurus dikaitkan dengan sebarang benda yang berbentuk lurus seperti benang tegang dan sisi kertas segi empat tepat. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan benda konkrit sebagai gambaran garis lurus.

### Protokol 1.1 (Evyan): Gambaran Garis Lurus

- P: Saya sediakan benang, jarum peniti, dan kertas tebal di sini. Kamu boleh menggunakannya bagi menjelaskan maksud kamu.
- S: (Mengambil benang dan 2 jarum peniti dan meletakkan pada kertas tebal. Sebahagian benang diletakkan jarum peniti supaya menjadi tegang, manakala sebahagian lain dibentukkan supaya tidak menjadi tegang). Benang yang terletak antara 2 jarum peniti ini mewakili garis lurus sebab bahagian ini ditegangkan, manakala yang saya pegang ini adalah bukan garis lurus sebab tidak tegang dan mempunyai lengkung (seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah).



(c) **Unsur kalkulus.** Tiga orang daripada enam orang pelajar menggunakan gambaran unsur kalkulus bagi menjelaskan tentang gambaran mental bagi garis lurus.

Seorang daripada pelajar menganggap garis lurus sebagai garis yang tidak mempunyai titik pusingan manakala dua orang pelajar menjelaskan garis lurus adalah garis yang mempunyai kecerunan. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan unsur yang membabitkan kalkulus bagi menjelaskan tentang gambaran garis lurus.

#### **Protokol 1.1 (Matt): Gambaran Garis Lurus**

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus?  
S: Apa-apa sahaja yang lurus dan mempunyai kecerunan yang konsisten.  
P: Bolehkah kamu berikan contoh?  
S: Seperti sisi kertas tebal ini mempunyai empat garis lurus (sambil menunjukkan sisi kad).

(d) *Unsur sudut*. Dua daripada enam orang pelajar menggunakan gambaran unsur sudut untuk menjelaskan tentang garis lurus, iaitu garis lurus mempunyai sudut 180 darjah bagi menjelaskan tentang gambaran mental bagi garis lurus. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan unsur yang membabitkan sudut bagi menjelaskan tentang gambaran garis lurus.

#### **Protokol 1.1 (Uganes): Gambaran Garis Lurus**

- P: Adakah kamu mempunyai gambaran lain?  
S: Panjang garis lurus boleh diukur dengan tepat dengan menggunakan pembaris. Selain itu, sudut bagi garis lurus ialah 180 darjah.

(e) *Unsur arah*. Seorang daripada enam orang pelajar menggunakan gambaran unsur arah untuk menjelaskan tentang gambaran mental bagi garis lurus, iaitu garis lurus adalah garis yang menghubungkan titik tanpa lengkung dalam satu arah. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan unsur yang membabitkan unsur arah bagi menjelaskan tentang gambaran garis lurus.

#### **Protokol 1.1 (Ben): Gambaran Garis Lurus**

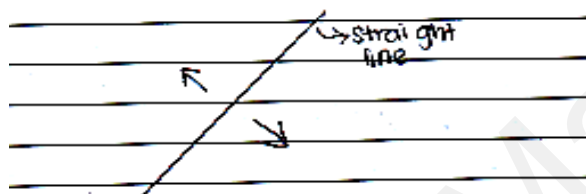
- P: Apakah yang dapat kamu gambarkan tentang garis lurus? Sila jelaskan dengan menggunakan perkataan kamu sendiri.  
S: Garis lurus adalah satu garis yang menghubungkan titik tanpa lengkung dalam satu arah.



(f) *Unsur transformasi*. Seorang pelajar menggunakan unsur transformasi dengan menyatakan garis lurus adalah garis yang boleh dibuat sebagai paksi pantulan. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan unsur transformasi bagi menjelaskan tentang gambaran garis lurus.

#### Protokol 1.1 (Uganes): Gambaran Garis Lurus

- P: Apakah yang dapat kamu gambarkan tentang garis lurus? Sila jelaskan dengan menggunakan perkataan kamu sendiri.  
S: Garis lurus adalah satu garis yang boleh dibuat sebagai paksi pantulan.  
P: Apa yang kamu maksudkan?  
S: Sesuatu yang dipantulkan pada garis lurus mempunyai arah 90 darjah pada garis lurus seperti yang saya lukis di sini.



**Kecerunan.** Secara umumnya, pelajar memberikan tujuh gambaran berbeza tentang kecerunan, iaitu kecondongan garis, kecondongan benda, kuantiti terarah, pekali  $x$  dalam persamaan linear, analisis terarah, formula, dan pergerakan turun naik. Jadual 4.2 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental bagi kecerunan.

(a) *Kecondongan garis*. Empat orang pelajar menggunakan kecondongan garis untuk menjelaskan tentang gambaran mental bagi kecerunan, iaitu kecerunan merupakan garis lurus yang condong. Selain itu, seorang pelajar menganggap kecerunan sebagai garis lurus yang condong pada sudut tertentu, seorang pelajar menganggap kecerunan sebagai garis lurus yang mempunyai sudut yang boleh diukur dengan menggunakan alat tertentu seperti protractor, dan seorang pelajar menganggap kecerunan sebagai garis lurus yang tidak bersudut tegak dengan mana-mana paksi- $x$  atau paksi- $y$ . Dua daripada empat orang pelajar melukiskan gambaran kecondongan garis tersebut.

Jadual 4.2

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan.*

Gambaran	Huraian	Responden
Kecondongan garis	Kecerunan merupakan garis lurus yang condong, sebahagian pelajar melukiskan garis condong tersebut. Garis lurus yang condong pada sudut tertentu atau garis lurus yang tidak bersudut tegak dengan mana-mana paksi- $x$ atau paksi- $y$ .	Matt, Elly, Keith, Ben
Kecondongan benda	Benda yang mempunyai bahagian yang condong.	Matt Keith
Kuantiti terarah	Satu ukuran atau nilai samada positif atau negatif untuk mengukur cerun bagi garis lurus. Condong ke atas merujuk kecerunan positif, manakala condong ke bawah merujuk kecerunan negatif.	Uganes Matt
Pekali $x$	Nilai $m$ yang terdapat dalam persamaan linear $y = mx + c$ .	Uganes
Analisis terarah	Graf garis lurus yang memaparkan turun naik sesuatu perniagaan atau saham.	Ben
Formula	$m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , jarak menegak bahagi jarak mendatar, atau $m = y / x$ .	Uganes Ben
Pergerakan turun naik	Menaiki dan menuruni tangga atau bukit.	Elly, Keith, Ben

(b) *Kecondongan benda*. Dua daripada enam orang pelajar menggunakan kecondongan benda untuk menjelaskan tentang kecerunan, iaitu kecerunan boleh dilihat pada benda yang berbentuk lurus seperti benang tegang, sisi kertas segi empat tepat yang dalam keadaan condong, atau komputer yang mempunyai sisi yang condong. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan kecondongan garis dan kecondongan benda bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan.

**Protokol 1.1 (Matt): Gambaran Kecerunan**

P: Kalau saya kata kecerunan, apa yang terlintas di fikiran kamu?

S: Kecerunan merupakan garis lurus. Garis lurus tersebut mempunyai tinggi yang berbeza pada dua hujung sepertimana kedudukan benang ini. Asalnya benang ini pada ketinggian yang sama. Namun, apabila saya naikkan satu hujung begini, maka kedudukan begini menggambarkan kecerunan (beliau menunjukkan kedudukan benang yang telah dinaikkan seperti dalam gambar

di bawah). Beliau menambah, selain kedudukan benang, bahagian sisi komputer riba (seperti di bawah) yang mempunyai ketinggian yang berbeza juga menggambarkan kecerunan.



(c) **Kuantiti terarah.** Dua orang pelajar memberi gambaran kecerunan dengan menggunakan kuantiti terarah, iaitu seorang pelajar menganggap kecerunan mempunyai ukuran atau nilai tertentu samada positif atau negatif untuk mengukur cerun bagi garis lurus, manakala seorang pelajar menganggap kecerunan adalah sesuatu yang condong ke bawah atau ke atas. Condong ke atas bermaksud mempunyai kecerunan positif, manakala condong ke bawah bermaksud kecerunan negatif. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan gambaran kuantiti terarah bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan.

#### **Protokol 1.1 (Uganes): Gambaran Kecerunan**

- P: Kalau saya kata kecerunan, apakah yang terlintas di fikiran kamu tentang kecerunan tersebut.
- S: Kecerunan ialah satu ukuran untuk mengukur cerun bagi satu garis lurus. Garis tersebut mesti terletak pada paksi- $x$  dan paksi- $y$ , iaitu memintas kedua-dua paksi tersebut. Setiap garis lurus mempunyai nilai kecerunan yang positif atau negatif.

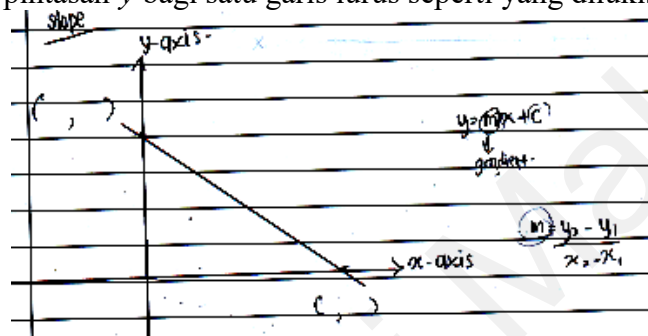
(d) **Pekali  $x$ .** Seorang pelajar menggunakan pekali  $x$  dalam persamaan linear untuk menjelaskan tentang gambaran kecerunan, iaitu dengan menganggap kecerunan adalah nilai  $m$  yang terdapat dalam persamaan linear  $y = mx + c$ .

(e) **Formula.** Dua orang pelajar menggunakan formula sebagai gambaran kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , kecerunan ialah jarak menegak bahagi jarak

mendatar, atau  $m = y/x$ . Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan gambaran yang membabitkan pekali  $x$  dalam persamaan linear dan formula kecerunan bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan.

### Protokol 1.1 (Uganes): Gambaran Kecerunan

- P: Selain itu, apa lagi yang tergambar dalam fikiran kamu tentang kecerunan?  
 S: Secara umumnya, garis lurus mempunyai persamaan  $y = mx + c$  yang mempunyai kecerunan  $m$ . Nilai  $m$  boleh ditentukan dengan menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  jika diketahui bahawa garis lurus tersebut melalui titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$ . Dalam persamaan tersebut  $c$  adalah pintasan- $y$  bagi satu garis lurus seperti yang dilukiskan.



(f) *Analisis terarah.* Seorang pelajar menggunakan analisis terarah untuk menjelaskan tentang kecerunan, iaitu dengan menganggap kecerunan membabitkan graf garis lurus yang terdapat pada papan notis di pejabat Jabatan Bisnes dan graf di ruangan saham dalam sebuah akhbar atau majalah. Graf garis lurus tersebut memaparkan turun naik sesuatu perniagaan atau saham. Protokol 1.1 memaparkan tingkah laku salah seorang pelajar yang menggunakan gambaran analisis terarah bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan.

### Protokol 1.1 (Ben): Gambaran Kecerunan

- P: Selain itu, apa lagi yang tergambar dalam fikiran kamu tentang kecerunan? Atau pun, apa yang boleh kamu kaitkan dengan kecerunan?  
 S: Perkara yang boleh saya kaitkan dengan kecerunan adalah seperti graf garis yang sering terdapat pada papan notis di pejabat Jabatan Bisnes dan graf di ruangan saham dalam sebuah akhbar atau majalah.  
 P: Apa yang boleh kamu jelaskan graf yang kamu katakan.  
 S: Graf garis lurus tersebut memaparkan turun naik atau jatuh bangun sesuatu bisnes dan saham.

(g) *Pergerakan turun naik*. Dua orang pelajar menggunakan pergerakan turun naik dengan menganggap kecerunan boleh dikaitkan dengan menaiki dan menuruni tangga atau bukit. Sebahagian daripada tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan pergerakan turun naik bagi menjelaskan tentang tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai kecerunan dipaparkan dalam Protokol 1.1.

#### **Protokol 1.1 (Elly): Gambaran Mental tentang Kecerunan**

- P: Selain itu, apa lagi yang tergambar dalam fikiran kamu tentang kecerunan? Atau, apa yang boleh kamu kaitkan dengan kecerunan?
- S: Perkara yang boleh saya kaitkan dengan kecerunan adalah seperti menaiki bukit, menaiki tangga, atau apa-apa yang mempunyai altitud yang berbeza antara 2 hujung.

**Kecerunan “1”**. Secara umumnya, pelajar memberikan tujuh gambaran berbeza tentang kecerunan “1”, iaitu garis tidak berlekuk, garis menaik, garis menaik dan terarah, garis bersudut, hipotenus atau pepenjur, formula, dan nilai  $m$  ialah “1”. Jadual 4.9 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental kecerunan “1”.

(a) *Garis tidak berlekuk*. Semua pelajar menggunakan gambaran garis tidak berlekuk, iaitu dua orang pelajar menyatakan kecerunan bagi garis lurus tersebut ialah “1”, seorang pelajar menyatakan garis lurus tersebut adalah konsisten, tidak cerun, sekata, dan tidak berlekuk di sepanjang garis lurus. Selain itu, lima orang pelajar melukiskan garis lurus sebagai gambaran kecerunan “1”. Protokol 1.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis tidak berlekuk bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan “1”.

#### **Protokol 1.2 (Matt): Gambaran Kecerunan “1”**

- P: Jika saya mempunyai garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”, apakah yang tergambar dalam fikiran kamu tentang garis lurus tersebut?
- S: Kecerunan “1” bermaksud kecerunan bagi garis lurus ialah 1. Garis lurus ini tidak begitu cerun tetapi adalah sekata dan tidak berlekuk-lekuk. Kecerunan bagi garis ini adalah konsisten di sepanjang garis.

Jadual 4.3

*Huraian Ringkas Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan “1”.*

Gambaran	Huraian	Responden
Garis tidak berlekuk	Kecerunan garis lurus ialah “1”, konsisten di sepanjang garis, tidak cerun, sekata dan tidak berlekuk. Sebahagian pelajar melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganes
Garis menaik	Garis menaik atau meningkat sebanyak satu unit bagi $x$ dan $y$ pada satah Cartesan sebab bernilai positif.	Elly
Garis menaik dan terarah	Garis menuju ke atas dari kiri ke kanan pada satah Cartesan.	Keith
Garis bersudut	Garis lurus yang mempunyai sudut 45 darjah, melukis dengan menggunakan protractor.	Keith
Hipotenus atau pepenjuru	Melukis dan merujuk hipotenus segitiga bersudut tegak. Melukis dan merujuk pepenjuru bagi segi empat sama.	Elly, Keith
Formula	$m = y / x$ , $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , $m = (\text{pintasan } - y / \text{pintasan } - x)$ , jarak menegak bahagi jarak mendatar	Keith, Ben, Uganes, Evyan
Nilai $m$ ialah “1”	Nilai $m$ dalam persamaan linear $y = mx + c$ ialah “1”.	Matt, Uganes

(b) **Garis menaik.** Seorang pelajar menggunakan garis menaik, iaitu garis lurus dalam keadaan menaik sebab “1” adalah bernilai positif. Dalam hal ini, setiap “1” unit nilai  $y$  meningkat, nilai  $x$  juga meningkat sebanyak “1” unit. Protokol 1.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis menaik bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan “1”.

**Protokol 1.2 (Elly): Gambaran Mental tentang Kecerunan “1”**

P: Mengapa kamu cakap macam tu?

S: Pada satah Cartesan, garis lurus yang mempunyai kecerunan 1 adalah dalam keadaan menaik sebab 1 adalah nilai positif. Bagi setiap 1 unit  $y$ , nilai  $x$  meningkat sebanyak 1 unit.

(c) **Garis menaik dan terarah.** Seorang pelajar menggunakan gambaran garis menaik dan terarah untuk menjelaskan tentang gambaran mental kecerunan “1”, iaitu garis tersebut menuju ke atas dari kiri ke kanan pada satah Cartesan. Protokol 1.2

memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis menaik dan terarah bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan “1”.

**Protokol 1.2 (Keith): Gambaran Kecerunan “1”**

- P: Kalau saya ada satu garis lurus yang berkecerunan “1”, apakah yang terlintas di fikiran kamu tentang garis lurus tersebut?  
S: Garis lurus yang terletak pada satah Cartesan dengan kecerunan ialah 1 dan menuju ke atas dari kiri ke kanan.

(d) *Garis bersudut*. Seorang pelajar menggunakan gambaran garis bersudut untuk menjelaskan tentang gambaran mental bagi kecerunan “1”, iaitu garis yang mempunyai sudut 45 darjah. Protokol 1.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis bersudut bagi menjelaskan gambaran bagi garis berkecerunan “1”.

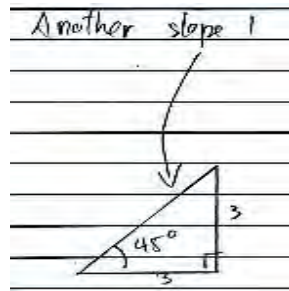
**Protokol 1.2 (Keith): Gambaran Kecerunan “1”**

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “1”?  
S: Satu garis lurus yang mempunyai sudut 45 darjah dengan garis mengufuk.

(e) *Hipotenus atau pepenjuru*. Dua orang pelajar menggunakan gambaran hipotenus atau pepenjuru, iaitu seorang pelajar melukiskan segi tiga sama kaki bersudut tegak sambil merujuk hipotenus sebagai gambaran kecerunan “1”. Sebaliknya, seorang pelajar lain melukiskan segi empat sama sambil merujuk pepenjuru yang menaik dari kiri ke kanan pada satah Cartesan sebagai gambaran kecerunan “1”. Protokol 1.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran hipotenus dan garis bersudut bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan “1”.

**Protokol 1.2 (Keith): Gambaran Kecerunan “1”**

- P: Selain daripada itu, adakah terdapat penjelasan lain?  
S: Saya juga boleh melukis segi tiga bersudut tepat yang mempunyai sudut dalaman  $45^\circ$  serta tinggi dan tapak 3 cm. Hipotenus bagi segitiga ini adalah garis lurus yang mempunyai kecerunan 1.



- P: Apakah pula kaitannya sudut  $45^\circ$  dengan kecerunan “1”?
- S: Bagi segi tiga bersudut tegak, jika tinggi adalah sama dengan tapak, maka kedua-dua sudut yang lain selain daripada sudut tegak adalah  $45^\circ$ . Kecerunan garis lurus yang merupakan hipotenus pula ialah  $3/3$ , iaitu 1.

(f) **Formula.** Empat orang pelajar menggunakan formula untuk menjelaskan tentang kecerunan “1”, iaitu dua orang pelajar menggunakan formula  $m = y/x$ , tiga orang pelajar menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , seorang pelajar menggunakan formula  $m = (\text{pintasan } - y / \text{pintasan } - x)$ , dan dua orang pelajar menggunakan formula jarak menegak bahagi jarak mendatar. Sebahagian daripada tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan formula untuk menjelaskan tentang gambaran kecerunan “1” dipaparkan dalam Protokol 1.2.

**Protokol 1.2 (Ben): Gambaran Mental tentang Kecerunan “1”**

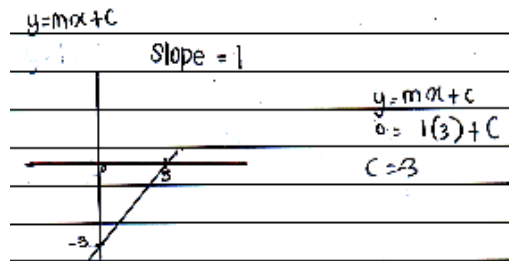
- P: Adakah terdapat cara bagi kamu pastikan bahawa garis lurus tersebut mempunyai kecerunan “1”?
- S: Saya boleh menggunakan semula 2 titik tersebut, iaitu titik (3, 0) dan (0, -3). Dengan menggunakan formula kecerunan,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan 2 titik tersebut, saya dapati  $m = (-3 - 0)/(0 - 3) = 1$ . Jadi, garis lurus tersebut mempunyai kecerunan “1”.

(g) **Nilai  $m$  ialah “1”.** Dua orang pelajar menggunakan nilai  $m$  dalam persamaan linear  $y = mx + c$  bagi menjelaskan tentang kecerunan “1” dengan merujuk nilai  $m$  ialah “1”. Protokol 1.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran formula kecerunan bernilai “1” bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan “1”.



### Protokol 1.2 (Uganes): Gambaran Kecerunan “1”

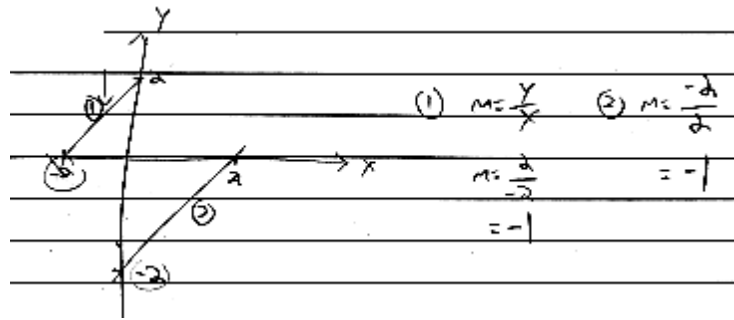
- P: Bagaimana kamu hendak melukis gambaran tersebut?
- S: Saya perlu memilih titik yang lain, iaitu titik yang terletak pada paksi-x. Contohnya, dengan menggunakan formula persamaan garis lurus  $y = mx + c$ , titik (3, 0) dan  $m = 1$ , saya dapati  $0 = 1(3) + c$ . Jadi, nilai  $c$  ialah -3. Dengan maklumat ini, saya mendapat satu lagi titik, iaitu titik (0, -3) yang terletak pada paksi-y. Seterusnya, saya lukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “1” seperti di bawah.



**Kecerunan “-1”.** Umumnya, pelajar memberi enam gambaran berbeza tentang kecerunan “-1”. Pertama, kecerunan “-1” sebagai garis berpintasan-x dan y. Kedua, kecerunan “-1” sebagai garis menurun dan mempunyai arah. Ketiga, Kecerunan “-1” sebagai garis bersudut. Keempat, kecerunan “-1” sebagai hipotenus. Kelima, kecerunan “-1” sebagai formula. Akhirnya, kecerunan “-1” sebagai nilai  $m$  bersamaan “-1”. Jadual 4.4 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental kecerunan “-1”.

### Protokol 1.3 (Ben): Gambaran Kecerunan “-1”

- P: Jika saya ada satu garis lurus yang berkecerunan “-1”, apakah yang terlintas di fikiran kamu tentang garis lurus itu?
- S: Pada satah Cartesian, garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” mempunyai kedua-dua pintasan-x atau pintasan-y yang sama tetapi salah satu bernilai negatif.
- P: Sila lukiskan gambarannya?
- S: (Melukiskan 2 garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” seperti di bawah)



Jadual 4.4  
Huraian Ringkas Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan “-1”.

Gambaran	Huraian	Responden
Garis berpintasan-x dan y	Garis yang mempunyai kedua-dua pintasan-x dan pintasan-y yang sama tetapi salah satu bernilai negatif.	Ben
Garis menurun dan terarah	Garis menurun, menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada satah Cartesan. Garis yang mempunyai koordinat-y semakin berkurangan.	Matt, Elly, Keith, Eryan
Garis bersudut	Garis lurus yang mempunyai sudut 45 darjah, melukis dengan menggunakan protractor.	Keith
Hipotenus	Melukis dan merujuk hipotenus segitiga bersudut tegak.	Keith
Formula	$m = y/x$ , $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$	Elly, Ben, Eryan
Nilai $m$ ialah “-1”	Merujuk nilai $m$ dalam persamaan linear $y = mx + c$ ialah “-1”.	Matt, Ugenes

(a) **Garis berpintasan-x dan y.** Seorang pelajar menggunakan gambaran garis berpintasan-x dan y, iaitu garis yang mempunyai kedua-dua pintasan-x dan pintasan-y yang sama pada satah Cartesan tetapi salah satu bernilai negatif. Pelajar melukiskan dua garis yang mempunyai kecerunan “-1” seperti yang dijelaskan. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan garis berpintasan-x dan y bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan “-1”.

(b) **Garis menurun dan terarah.** Empat orang pelajar menggunakan gambaran garis menurun dan terarah, iaitu garis yang menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada satah Catesan. Seorang pelajar menambah, garis yang mempunyai kecerunan “-1” mempunyai koordinat-y yang semakin berkurangan. Protokol 1.3 memaparkan tingkah

laku seorang pelajar yang menggunakan garis menurun dan terarah bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan “-1”.

### **Protokol 1.3 (Elly): Gambaran Kecerunan “-1”**

P: Mengapa mesti menurun dari kiri ke kanan?

S: Sebab dari kiri ke kanan, nilai  $y$  akan berkurangan dan menghasilkan nilai pengangka negatif manakala nilai  $x$  pula meningkat dan menghasilkan nilai penyebut positif. Maka, kecerunan adalah negatif.

(c) **Garis bersudut.** Seorang pelajar menggunakan garis bersudut dengan menyatakan bahawa garis yang mempunyai kecerunan “-1” mempunyai sudut 45 darjah. Selain itu, beliau melukiskan garis dengan menggunakan protractor untuk mengukur sudut. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan garis bersudut bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan “-1”.

### **Protokol 1.3 (Keith): Gambaran Kecerunan “-1”**

P: Jika saya ada satu garis lurus yang berkecerunan “-1”, apakah yang terlintas di fikiran kamu tentang garis lurus itu?

S: Satu garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif.

P: Apa yang kamu maksudkan?

S: Satu garis lurus yang menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada satah Cartesan yang mempunyai sudut 45 darjah dengan garis mengufuk.

(d) **Hipotenus.** Seorang pelajar menjelaskan tentang kecerunan “-1” dengan menggunakan gambaran hipotenus, iaitu dengan melukiskan segi tiga bersudut tegak sama kaki dan merujuk hipotenus sebagai kecerunan “-1”. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan garis menurun dan terarah serta hipotenus bagi menjelaskan tentang gambaran kecerunan “-1”.

### **Protokol 1.3 (Keith): Gambaran Kecerunan “-1”**

P: Selain itu, adakah kamu mempunyai gambaran lain tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1”?

S: Dalam sebuah segitiga tersebut, hipotenus segitiga tersebut mempunyai kecerunan “-1” jika garis hipotenus tersebut menurun dari kiri ke kanan.

(e) **Formula.** Tiga orang pelajar menggunakan formula kecerunan untuk menjelaskan tentang kecerunan “-1”, iaitu seorang pelajar menggunakan formula

$m = y/x$  manakala dua orang pelajar menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ .

Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran formula kecerunan.

### Protokol 1.3 (Ben): Gambaran Kecerunan “-1”

P: Jika saya ada satu garis lurus yang berkecerunan “-1”, apakah yang tergambar dalam fikiran kamu tentang garis lurus tersebut?

S: Garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” bermaksud  $m$  ialah -1. Seperti sebelum ini, kecerunan “-1” juga berkait dengan nilai  $x$  dan  $y$ , iaitu 2 titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$  yang terletak pada garis lurus tersebut dan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ .

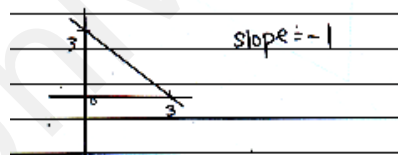
(f) *Nilai  $m$  ialah “-1”*. Dua orang pelajar menggunakan nilai  $m$  dalam persamaan linear  $y = mx + c$  bagi menjelaskan tentang kecerunan “-1” dengan merujuk nilai  $m$  ialah “-1”. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran formula kecerunan bernilai “-1”

### Protokol 1.3 (Uganes): Gambaran Kecerunan “-1”

P: Sila lukiskan gambaran tersebut?

S: Seperti sebelum ini, saya menggunakan persamaan umum bagi garis lurus, iaitu  $y = mx + c$  bagi mendapatkan satu lagi maklumat penting, iaitu pintasan- $y$  yang merupakan nilai  $c$  dalam formula tersebut.

Di samping nilai  $m$  ialah -1, saya menggunakan titik (3, 0). Saya dapati  $0 = -1(3) + c$ . Jadi, nilai  $c$  ialah 3. Dengan maklumat ini, saya boleh melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan -1. (melukis seperti di bawah).



**Kecerunan “0”**. Umumnya, pelajar mempunyai tujuh gambaran berbeza tentang kecerunan “0”, iaitu garis mendatar, nilai  $m$  ialah “0”, garis berpintasan, kuantiti tidak terarah, benda konkrit, tiada kecerunan, formula, dan koordinat titik. Jadual 4.5 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental kecerunan “0”.

Jadual 4.5

Huraian Ringkas Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan “0”.

Gambaran	Huraian	Responden
Garis mendatar	Garis mendatar, tidak naik atau turun, dan selari dengan paksi-x. Semua pelajar melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Uganes
Nilai $m$ ialah “0”	$m = 0$	Matt, Elly, Uganes
Garis berpintasan	Garis yang tidak memintas paksi-x tetapi memintas paksi-y. Garis yang mempunyai pintasan-x atau pintasan-y.	Uganes, Ben
Kuantiti tidak terarah	Garis yang mempunyai nilai kecerunan bukan positif atau negatif.	Keith
Benda konkrit	Benda yang mempunyai permukaan yang rata atau puncak yang sama tinggi	Matt, Keith, Evyan
Tiada kecerunan	Semua permukaan yang mendatar	Matt
Formula	$m = y / x$ dan $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$	Evyan, Ben, Uganes
Koordinat titik	Koordinat-y tidak berubah tetapi koordinat-x berubah.	Elly, Uganes

(a) **Garis mendatar.** Lima orang pelajar menggunakan gambaran garis mendatar manakala dua orang pelajar menganggap garis tersebut adalah selari dengan paksi-x. Semua pelajar melukiskan garis lurus mendatar sebagai gambaran kecerunan “0”

(b) **Nilai  $m$  ialah “0”.** Tiga orang pelajar menggunakan gambaran nilai  $m$  ialah “0”, iaitu  $m = 0$ .

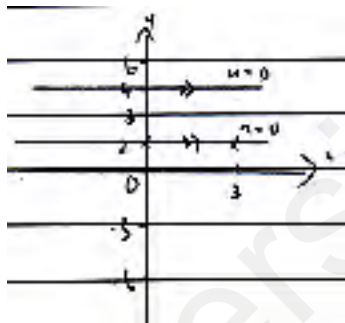
(c) **Benda konkrit.** Tiga orang pelajar menggunakan benda konkrit bagi menjelaskan tentang kecerunan “0”, iaitu benda yang mempunyai permukaan yang rata seperti permukaan meja dan lantai. Seorang pelajar menambah dengan menyatakan puncak yang sama tinggi seperti dua puncak Menara Berkembar Petronas.

(d) *Tiada kecerunan.* Seorang pelajar menggunakan gambaran tiada kecerunan untuk menjelaskan tentang kecerunan “0”, iaitu permukaan mendatar tidak mempunyai kecerunan.

Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis mendatar, nilai  $m$  ialah “0”, benda konkrit, dan tiada kecerunan bagi gambaran kecerunan “0”.

**Protokol 1.3 (Matt): Gambaran Kecerunan “0”**

- P: Jika saya ada satu garis lurus yang berkecerunan “0”, apakah yang terlintas di fikiran kamu tentang garis lurus itu?  
 S: Satu garisan yang mendatar, iaitu nilai  $m = 0$ . Sebagai contoh, permukaan meja ini mempunyai kecerunan 0 oleh sebab ianya adalah mendatar. Semua permukaan yang mendatar tidak mempunyai kecerunan.  
 P: Sila lukiskan gamabaran tersebut?  
 S: Macam ni lah (Melukiskan garis seperti di bawah)



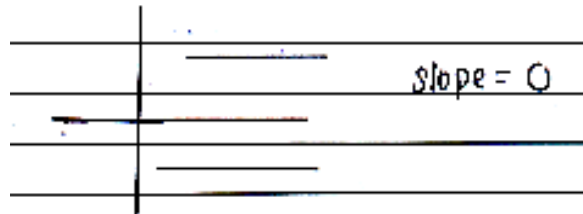
(e) *Garis berpintasan.* Seorang pelajar menganggap garis yang mempunyai kecerunan “0” tidak memintas paksi-x tetapi memintas paksi-y manakala seorang pelajar menganggap garis tersebut hanya mempunyai satu pintasan sahaja, iaitu samada pintasan-x atau pintasan-y.

(f) *Koordinat titik.* Dua orang pelajar menganggap koorninat-y bagi garis yang mempunyai kecerunan “0” tidak berubah tetapi koordinat-x berubah.

Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis mendatar, nilai  $m$  ialah “0”, garis berpintasan dan koordinat titik bagi gambaran kecerunan “0”.

### Protokol 1.3 (Uganes): Gambaran Kecerunan “0”

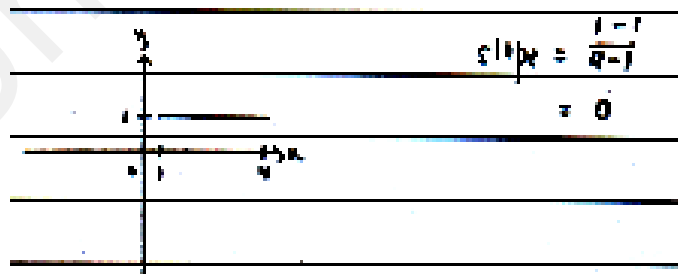
- P: Jika saya ada satu garis lurus berkecerunan “0”, apakah yang terlintas di fikiran kamu tentang garis lurus itu?
- S: Satu garis lurus yang mendatar, iaitu nilai  $m$  ialah 0. Garis tersebut tidak memintas paksi- $x$  sebab selari dengan paksi- $x$ . Walau bagaimanapun, garis lurus yang mempunyai kecerunan “0” memintas paksi- $y$ . Di sepanjang garis lurus tersebut, koordinat- $y$  tidak berubah biarpun koordinat- $x$  berubah.
- P: Sila lukiskan gambaran tersebut?
- S: (Melukiskan 2 garis lurus yang ditunjukkan di bawah)



(g) **Formula.** Tiga orang pelajar menggunakan formula kecerunan untuk menentukan kecerunan, iaitu seorang pelajar menggunakan formula kecerunan  $m = y/x$  bagi mendapat nilai  $m$  ialah “0” manakala dua orang pelajar lagi menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi tujuan yang sama. Protokol 1.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan formula kecerunan bagi gambaran kecerunan “0”.

### Protokol 1.3 (Evyan): Gambaran Kecerunan “0”

- P: Bolehkah kamu lukiskan gambarannya?
- S: Dalam fikiran saya, garis lurus tersebut adalah selari dengan paksi- $x$ . Jadi, saya perlukan satah Cartesian untuk melukis.



Saya juga boleh menggunakan nombor mudah bagi tujuan pengiraan mental yang mudah dan cepat. Sebagai contoh, dengan memilih 2 titik, iaitu (1, 1) dan (4, 1) yang terletak pada garis lurus. Saya mendapati kecerunan, iaitu  $m = (1-1)/(4-1) = 0$ .

**Kecerunan positif.** Umumnya, pelajar mem[unyai lapan gambaran berbeza tentang kecerunan positif, iaitu garis menaik, garis menaik dan terarah, garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , garis bersudut, formula kecerunan, pergerakan ke atas, benda konkrit, dan hubungan positif. Jadual 4.6 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental kecerunan.

Jadual 4.6

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Positif.*

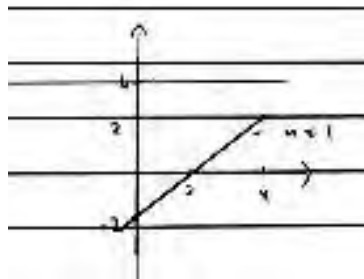
Gambaran	Huraian	Responden
Garis menaik	Garis yang menaik. Melukis garis yang menaik.	Matt
Garis menaik dan terarah	Garis lurus yang menuju ke atas dari arah kiri ke kanan pada satah Cartesan. Garis yang mempunyai nilai koordinat yang meningkat secara beransur-ansur dan konsisten menuju ke kanan pada satah Cartesan.	Keith, Ben Elly, Evyan, Uganes
Garis berpintasan- $x$ dan $y$	Garis yang menghubungkan dua titik pada paksi- $x$ dan $y$ samada kedua-dua bernilai positif atau kedua-dua negatif.	Ben
Garis bersudut	Garis yang mempunyai sudut menghampiri 90 darjah mempunyai kecerunan paling besar. Secara pemerhatian bagi sudut antara garis lurus dengan garis mengufuk.	Matt, Keith, Evyan, Elly
Formula	$m = y / x$	Ben
Pergerakan ke atas	Menaiki tangga, bukit, atau gunung. Semakin besar kecerunan positif semakin sukar pergerakan.	Matt, Evyan Uganes, Keith
Benda konkrit	Sesuatu yang cerun seperti bukit, gunung, atau tangga	Matt, Ben
Hubungan positif	Hubungan positif antara pemboleh ubah $x$ dan $y$ .	Elly

(a) **Garis menaik.** Bagi menjelaskan tentang gambaran mental kecerunan positif, seorang pelajar menggunakan gambaran garis yang menaik. Beliau melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan positif. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis menaik bagi gambaran kecerunan positif.



### Protokol 1.4 (Matt): Gambaran Kecerunan Positif

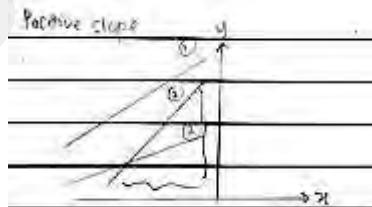
- P: Apakah yang boleh kamu gambarkan mengenai garis lurus yang berkecerunan positif?
- S: Garis lurus dalam keadaan menaik (sambil menunjukkan garis lurus yang mempunyai kecerunan yang telah dilukis sebelum ini seperti di bawah).



(b) *Garis menaik dan terarah.* Lima orang pelajar menggunakan gambaran garis menaik dan terarah, iaitu empat orang pelajar menyatakan kecerunan positif adalah garis yang menaik dan menuju ke atas dari kiri ke kanan pada satah Cartesan. Sebagai tambahan, seorang pelajar menyatakan garis tersebut mempunyai nilai koordinat  $y$  yang meningkat secara beransur-ansur dan konsisten. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis menaik dan terarah bagi gambaran kecerunan positif.

### Protokol 1.4 (Elly): Gambaran Kecerunan Positif

- P: Apakah yang boleh kamu gambarkan mengenai garis lurus yang berkecerunan positif?
- S: Nilai  $y$  meningkat secara beransur-ansur tetapi konsisten menuju ke arah kanan pada satah Cartesan.
- P: Sila lukiskan gambaran tersebut?
- S: (Beliau melukiskan garis lurus yang berlabel 1 seperti di bawah).



(c) *Garis berpintasan- $x$  dan  $y$ .* Seorang pelajar menggunakan gambaran garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , iaitu dengan menyatakan garis yang mempunyai kecerunan positif menghubungkan dua titik pada paksi- $x$  dan  $y$  tanpa mengambil kira kedua-dua bernilai

positif atau negatif. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis berpintasan- $x$  dan  $y$  bagi gambaran kecerunan positif.

#### **Protokol 1.4 (Ben): Gambaran Kecerunan Positif**

- P: Apakah yang boleh kamu gambarkan mengenai garis lurus yang berkecerunan positif?
- S: Satu garis lurus yang menghubungkan 2 titik pada paksi- $x$  dan  $y$  dalam satah Cartesan. Kedua-dua titik tersebut mempunyai pintasan- $x$  dan  $y$  yang sama dan kedua-duanya samada bernilai positif atau negatif

(d) *Formula kecerunan*. Bagi menentukan garis yang mempunyai kecerunan lebih besar, seorang pelajar menggunakan formula kecerunan, iaitu pintasan- $y$  bahagi pintasan- $x$ . Ringkasnya, kecerunan ialah  $m = y/x$ . Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran formula kecerunan bagi gambaran kecerunan positif.

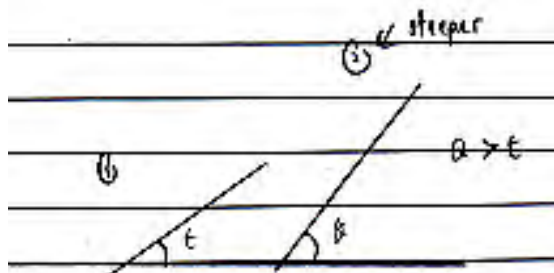
#### **Protokol 1.4 (Ben): Gambaran Kecerunan Positif**

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan garis lurus yang mempunyai kecerunan paling besar.
- S: Saya menentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = y/x$  bagi ketiga-tiga garis lurus tersebut. Bagi garis pertama, kecerunan ialah  $2/4$ , iaitu  $1/2$ . Garis kedua pula mempunyai kecerunan  $4/2$ , iaitu 2. Garis ke-3 mempunyai kecerunan  $-6/-3$ , iaitu 2. Oleh itu, garis kedua dan ketiga mempunyai kecerunan paling besar.

(e) *Garis bersudut*. Empat orang pelajar menggunakan gambaran garis bersudut, iaitu tiga orang pelajar menganggap garis yang mempunyai sudut lebih besar mempunyai kecerunan lebih besar, manakala seorang pelajar menganggap garis lurus yang mempunyai sudut menghampiri 90 darjah mempunyai kecerunan paling besar. Selain itu, seorang pelajar mengukur sudut dengan menggunakan protractor manakala dua orang pelajar menganggar sudut secara mata kasar. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis bersudut bagi gambaran kecerunan positif.

### Protokol 1.4 (Matt): Gambaran Kecerunan Positif

S: (Melukis dua garis lurus seperti di bawah).



P: Antara rajah yang kamu lukis sebagai garis lurus yang mempunyai kecerunan positif, yang manakah mempunyai kecerunan paling besar?

S: Garis ke-2

P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan garis lurus yang mempunyai kecerunan paling besar.

S: Bagi dua garis lurus ini, garis kedua adalah lebih cerun, iaitu mempunyai kecerunan lebih besar berbanding garis yang pertama. Dengan mata kasar, boleh dilihat sudut  $Q$  bagi garis kedua adalah lebih besar berbanding dengan sudut  $t$  bagi garis pertama. Saya juga boleh mengukur sudut dengan menggunakan protractor untuk mendapat ukuran sudut dengan lebih jelas.

(f) *Pergerakan ke atas*. Lima orang pelajar menggunakan gambaran pergerakan ke atas bagi kecerunan positif, seperti menaiki tangga, bukit, atau gunung. Seorang pelajar pula menambah dengan menyatakan semakin besar kecerunan positif semakin sukar pula pergerakan.

(g) *Benda konkrit*. Seorang pelajar menggunakan gambaran benda konkrit, iaitu sesuatu yang cerun seperti bukit, gunung, atau tangga. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran pergerakan ke atas dan benda konkrit bagi gambaran kecerunan positif.

### Protokol 1.4 (Matt): Gambaran Kecerunan Positif

P: Selain daripada itu, adakah terdapat penjelasan lain?

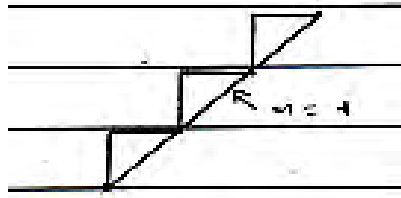
S: Sesuatu yang cerun.

P: Apa maksud kamu?

S: Seperti bukit, semasa memanjat bukit merupakan contoh bagi kecerunan positif. Begitu juga dengan tangga, semasa menaiki tangga adalah satu lagi contoh bagi kecerunan positif.

P: Sila lukiskan gambaran tersebut.

S: (Beliau melukiskan anak tangga seperti berikut)



(h) **Hubungan positif.** Seorang pelajar menggunakan gambaran hubungan positif antara pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  untuk menggambarkan kecerunan positif. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran hubungan positif bagi gambaran kecerunan positif.

#### Protokol 1.4 (Elly): Gambaran Kecerunan Positif

- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain tentang kecerunan positif.
- S: Kecerunan positif membabitkan hubungan positif antara pemboleh ubah  $x$  dan  $y$ . Kalau saya katakan  $x$  mewakili kos bagi menghasilkan sesuatu produk manakala  $y$  mewakili keuntungan, maka hubungan ini adalah positif sebab keuntungan bertambah apabila kos bertambah.

**Kecerunan negatif.** Umumnya, pelajar memberikan tujuh gambaran berbeza tentang kecerunan, iaitu garis menurun, benda konkrit, pergerakan ke bawah, garis menurun dan terarah, garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , garis bersudut, dan formula kecerunan. Jadual 4.7 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental kecerunan negatif.

(a) **Garis menurun.** Bagi menjelaskan tentang gambaran mental kecerunan negatif, dua orang pelajar menggunakan gambaran garis menurun, iaitu seorang pelajar menganggap garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif dalam keadaan menurun, manakala seorang pelajar lain menganggap garis tersebut mempunyai nilai  $x$  meningkat tetapi nilai  $y$  menyusut.

(b) **Benda konkrit.** Seorang pelajar menggunakan benda konkrit bagi gambaran kecerunan negatif, iaitu sesuatu yang menurun seperti bukit atau tangga.

Jadual 4.7

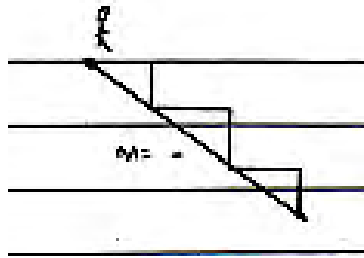
*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Negatif.*

Gambaran	Huraian	Responden
Garis menurun	Garis yang menurun. Nilai $x$ meningkat manakala nilai $y$ pula berkurangan	Matt, Elly
Benda konkrit	Sesuatu yang menurun seperti bukit atau tangga	Ben
Pergerakan ke bawah	Menuruni tangga, bukit, atau gunung. Ketinggian semakin berkurangan. Pelajar melukis garis.	Matt, Elly, Uganes, Keith, Evyan
Garis menurun dan terarah	Garis yang menurun dari arah kiri ke kanan pada satah Cartesian.	Elly, Keith, Evyan, Uganes
Garis berpintasan- $x$ dan $y$	Garis yang mempunyai satu pintasan positif dan satu pintasan negatif.	Ben
Garis bersudut	Lebih besar sudut lebih besar kecerunan. Melihat dengan mata kasar atau menggunakan protractor bagi mengukur sudut	Matt, Keith, Evyan, Elly
Formula	$m = y / x$	Ben

(c) *Pergerakan ke bawah.* Lima orang pelajar menggunakan pergerakan ke bawah sebagai gambaran kecerunan negatif, seperti menuruni tangga, bukit, atau gunung. Dalam hal ini, ketinggian semakin berkurangan. Sebagai tambahan, beberapa pelajar melukiskan garis yang mempunyai kecerunan negatif. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis menurun, benda konkrit, dan pergerakan ke bawah bagi gambaran kecerunan negatif.

**Protokol 1.4 (Matt): Gambaran Mental Kecerunan Negatif**

- S: Garis lurus dalam keadaan menurun.
- P: Selain daripada itu, adakah terdapat penjelasan yang lain?
- S: Ketinggian semakin berkurangan.
- P: Jelaskan apa yang kamu maksudkan.
- S: Seperti tangga, semasa menuruni tangga ketinggian dari aras bawah adalah semakin berkurangan. Keadaan seperti ini mewakili kecerunan yang negatif.
- P: Sila lukiskan gambaran tersebut.
- S: (Beliau melukiskan anak tangga seperti dibawah)



(d) *Garis menurun dan terarah.* Empat orang pelajar menggunakan gambaran garis menurun dan terarah bagi gambaran kecerunan negatif, iaitu garis lurus dalam keadaan menurun dari kiri ke kanan pada satah Cartesan. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis menurun dan terarah bagi gambaran kecerunan negatif.

#### Protokol 1.4 (Elly): Gambaran Kecerunan Negatif

P: Katakan saya mempunyai garis lurus yang berkecerunan negatif, apakah terlintas di fikiran kamu?

S: Pada satah Cartesan, garis lurus dalam keadaan menurun dari kiri ke kanan.

P: Bagaimana dengan garis lurus yang menurun dari kanan ke kiri?

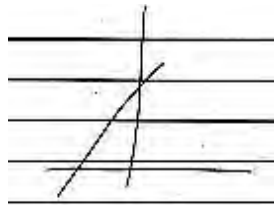
S: Pergerakan titik pada garis lurus adalah dari kiri ke kanan sebab nilai  $x$  semakin meningkat dari kiri ke kanan bukan dari kanan ke kiri.

Dalam Protokol 1.4, pelajar menggunakan gambaran garis menurun dan terarah bagi gambaran kecerunan negatif, iaitu garis lurus dalam keadaan menurun dari kiri ke kanan pada satah Cartesan. Menurut beliau, pergerakan titik pada garis lurus adalah dari kiri ke kanan sebab nilai  $x$  semakin meningkat dari kiri ke kanan bukan dari kanan ke kiri.

(e) *Garis berpintasan- $x$  dan  $y$ .* Bagi gambaran garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , seorang pelajar menganggap kecerunan negatif merupakan garis yang mempunyai satu pintasan positif, manakala satu pintasan negatif. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis berpintasan- $x$  dan  $y$  bagi gambaran kecerunan negatif.

### Protokol 1.4 (Ben): Gambaran Kecerunan Negatif

- P: Katakan saya mempunyai garis lurus yang berkecerunan negatif, apakah terlintas di fikiran kamu?
- S: Satu garis lurus yang menghubungkan 2 titik yang terletak pada paksi- $x$  dan  $y$  dalam satah Cartesan. Walau bagaimanapun, satu titik mempunyai koordinat yang bernilai positif manakala satu titik lagi mempunyai koordinat yang bernilai negatif.
- P: Sila lukiskan gambaran tersebut?
- S: (Beliau melukiskan garis lurus di bawah). Garis lurus ini mempunyai pintasan- $x$  yang negatif manakala pintasan- $y$  adalah positif.



(f) *Garis bersudut.* Bagi gambaran garis bersudut, dua orang pelajar menganggap semakin besar sudut antara garis lurus dengan garis mengufuk, semakin besar kecerunan garis tersebut. Dua orang pelajar menggunakan protractor untuk mengukur sudut, manakala dua orang pelajar melihat dengan mata kasar atau menggunakan protractor bagi mengukur sudut. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis bersudut bagi gambaran kecerunan negatif.

### Protokol 1.4 (Keith): Gambaran Kecerunan Negatif

- S: (Melukis 2 garis lurus seperti yang ditunjukkan di bawah).



- P: Antara rajah yang kamu lukis sebagai garis lurus yang mempunyai kecerunan negatif, yang manakah mempunyai kecerunan paling besar?
- S: Garis ke-2.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan rajah tersebut mempunyai kecerunan paling besar.
- S: Dengan mata kasar, sudut bagi garis lurus kedua, iaitu  $\alpha$  adalah lebih besar berbanding dengan sudut bagi garis lurus pertama, iaitu  $\beta$ . Saya juga boleh menggunakan protractor bagi mengukur sudut bagi dua garis lurus.

(g) **Formula.** Seorang pelajar menganggar kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = y / x$ . Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan formula kecerunan bagi gambaran kecerunan negatif.

#### Protokol 1.4 (Ben): Gambaran Kecerunan Negatif

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan rajah tersebut mempunyai kecerunan paling besar.
- S: Seperti sebelum ini, saya menentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = y / x$  bagi dua garis lurus tersebut. Bagi garis lurus pertama, kecerunan ialah  $2/-4$ , iaitu  $-1/2$ . Garis lurus kedua pula mempunyai kecerunan  $-4/4$ , iaitu  $-1$ . Oleh itu, garis kedua mempunyai kecerunan paling besar.

**Kecerunan sifar.** Secara umumnya, pelajar memberikan empat gambaran berbeza tentang kecerunan sifar, iaitu garis selari paksi- $x$ , benda konkrit, garis berkecerunan “0”, dan garis mendatar. Jadual 4.8 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental kecerunan sifar.

Jadual 4.8

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Sifar.*

Gambaran	Huraian	Responden
Garis selari paksi- $x$	Garis lurus yang selari dengan paksi- $x$ . Sebahagian pelajar melukiskan gambaran kecerunan sifar.	Evyan
Benda konkrit	Permukaan meja.	Evyan
Garis berkecerunan “0”	Garis lurus yang mempunyai kecerunan “0”	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganis
Garis mendatar	Garis yang mendatar atau mengufuk.	Keith

(a) **Garis selari paksi- $x$ .** Bagi gambaran kecerunan sifar, seorang pelajar menggunakan gambaran garis selari paksi- $x$  di samping melukiskan dua garis tersebut.

(b) **Benda konkrit.** Seorang daripada enam pelajar menggunakan gambaran benda konkrit, iaitu sesuatu yang mempunyai permukaan yang rata seperti permukaan meja untuk menjelaskan tentang gambaran kecerunan sifar.

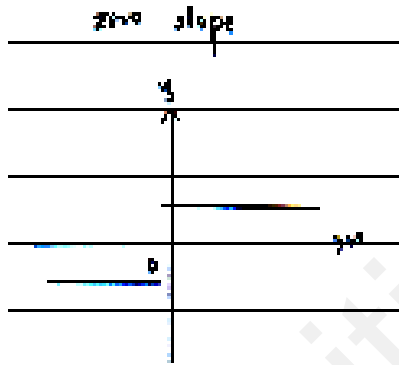


(c) *Garis berkecerunan "0"*. Semua pelajar menganggap kecerunan sifar dan kecerunan "0" mempunyai maksud yang sama.

Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis selari paksi- $x$ , benda konkrit, dan garis berkecerunan "0" bagi gambaran kecerunan sifar.

#### Protokol 1.4 (Evyan): Gambaran Kecerunan Sifar

- P: Katakan saya mempunyai garis lurus berkecerunan sifar, apakah yang terlintas di fikiran kamu?  
S: Garis lurus tersebut adalah selari dengan paksi- $x$ . Misalnya, permukaan meja ini yang mendatar.



- P: Bagaimana pula dengan garis lurus yang mempunyai kecerunan "0"?  
S: Kecerunan sifar dan kecerunan "0" adalah perkara yang sama, iaitu mempunyai maksud yang sama.

(d) *Garis mendatar*. Seorang pelajar menggunakan gambaran garis lurus yang mendatar untuk menjelaskan tentang gambaran kecerunan sifar. Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis mendatar bagi gambaran kecerunan sifar.

#### Protokol 1.4 (Keith): Gambaran Kecerunan Sifar

- P: Katakan saya mempunyai garis lurus berkecerunan sifar, apakah terlintas di fikiran kamu?  
S: Garis lurus yang mendatar, iaitu mengufuk.  
Pada saya, garis lurus yang mempunyai kecerunan sifar mempunyai maksud yang sama dengan kecerunan "0" seperti di awal temu duga.

**Tiada kecerunan.** Umumnya, pelajar mempunyai lima gambaran berbeza tentang tiada kecerunan, iaitu garis menegak, garis bersudut, tidak tertakrif, garis selari

paksi-y, dan benda konkrit. Jadual 4.9 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental tiada kecerunan.

Jadual 4.9

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Tiada Kecerunan.*

Gambaran	Huraian	Responden
Garis menegak	Garis lurus yang menegak.	Keith
Garis bersudut	Garis yang mempunyai sudut 90 darjah dengan garis mengufuk.	Keith
Tidak tertakrif	Kecerunan adalah tidak tertakrif sebab jarak mendatarnya ialah 0. Kecerunan = $(y_2 - y_1)/0 = \infty$ . Garis lurus terlalu cerun sehingga tidak dapat ditentukan kecerunannya.	Keith Evyan
Garis selari paksi-y	Garis lurus yang selari dengan paksi-y.	Evyan
Benda konkrit	Tiang bendera, dinding	Keith, Evyan

(a) **Garis menegak.** Bagi gambaran tiada kecerunan, seorang pelajar menggunakan gambaran garis lurus yang menegak.

(b) **Garis bersudut.** Seorang pelajar menggunakan gambaran garis bersudut, iaitu garis yang mempunyai sudut 90 darjah dengan garis mengufuk untuk menjelaskan tentang gambaran tiada kecerunan.

(c) **Benda konkrit.** Dua orang pelajar menggunakan gambaran benda konkrit, seperti tiang bendera dan dinding sebagai gambaran bagi tiada kecerunan.

Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis menegak, garis bersudut, dan benda konkrit bagi gambaran tiada kecerunan.

#### **Protokol 1.4 (Keith): Gambaran Tiada Kecerunan**

P: Kalau saya kata garis lurus yang tiada kecerunan, apakah terlintas di fikiran kamu?

S: Garis lurus yang menegak, iaitu yang mempunyai sudut 90 darjah dengan garis mengufuk. Sebagai contoh dinding. Saya rasa boleh juga dikatakan sebagai kecerunan yang tidak tertakrif.

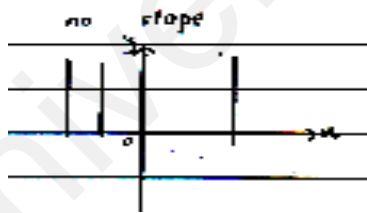
(d) **Garis selari paksi-y.** Seterusnya, bagi gambaran tiada kecerunan, seorang pelajar menggunakan gambaran garis yang selari dengan paksi-y.

(e) **Tidak tertakrif.** Seorang pelajar menggunakan gambaran tidak tertakrif, iaitu garis lurus yang terlalu cerun sehingga tidak dapat ditentukan kecerunannya. Selain itu, seorang pelajar menggunakan gambaran tidak tertakrif, iaitu jarak mendatar bagi garis lurus tersebut ialah "0". Oleh itu, dengan menggunakan formula, kecerunan  $= (y_2 - y_1)/0 = \infty$ . Protokol 1.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis selari paksi-y dan tidak tertakrif bagi gambaran tiada kecerunan.

#### Protokol 1.4 (Evyvan): Gambaran Tiada Kecerunan

P: Kalau saya sebut garis lurus yang tiada kecerunan, apakah tergambar dalam fikiran kamu?

S: Garis lurus yang selari dengan paksi-y. Garis lurus tersebut terlalu cerun sehingga tidak dapat ditentukan kecerunannya. Kecerunan garis lurus tersebut dikatakan tidak tertakrif sebab jarak mendatarnya ialah 0. Jadi, kecerunan ialah  $(y_2 - y_1)/0$ , iaitu  $\infty$ . Contohnya, tiang bendera.



**Membandingkan kecerunan bumbung.** Umumnya, pelajar mempunyai empat gambaran berbeza tentang kecerunan bumbung, iaitu formula kecerunan, sudut, pepenjuru kotak, dan ketidakbolehubah tapak. Jadual 4.10 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental kecerunan bumbung.

(a) **Formula kecerunan.** Bagi membandingkan kecerunan bumbung, empat orang pelajar menggunakan gambaran formula kecerunan untuk menentukan rajah yang mana mempunyai kecerunan lebih besar, iaitu seorang pelajar menggunakan

formula  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ , seorang pelajar menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan dua orang pelajar menggunakan formula  $m = y/x$ . Protokol 1.5 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan formula kecerunan bagi membandingkan kecerunan bumbung.

Jadual 4.10

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Bumbung.*

Gambaran	Huraian	Responden
Formula kecerunan	$m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ , $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , $m = y/x$	Matt, Elly, Keith, Ben
Sudut	Menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis condong dengan garis mendatar bagi kedua-dua rajah bumbung. Melalui pemerhatian.	Matt, Elly, Keith
Pepenjuru kotak	Membandingkan garis pada bumbung dengan pepenjuru kotak.	Keith
Ketidakbolehubah tapak	Melalui pemerhatian.	Uganes

### Protokol 1.5 (Elly): Gambaran Kecerunan Bumbung

P: (Meletakkan lima rajah bumbung di hadapan murid).  
Antara bumbung di bawah, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?

S: Bumbung yang pertama .

P: Mengapa kamu kata macam tu?

S: Saya mengira bilangan kotak. Bumbung bagi rajah pertama mempunyai tinggi, iaitu nilai  $y = 2$  dan lebar, iaitu  $x = 1$ . Bumbung bagi rajah kedua hanya mempunyai tinggi, iaitu nilai  $y = 1$ , dan lebar, iaitu  $x = 2$ .



$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} y &= 2 \\ x &= 1 \\ y/x, m &= 2 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} y &= 1 \\ x &= 2 \\ y/x, m &= 1/2 \end{aligned}$$

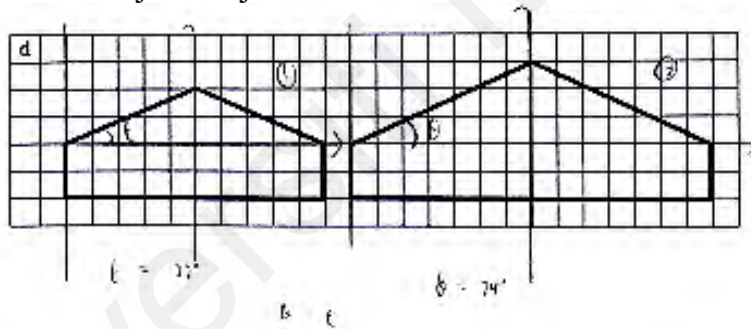
P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.

S: Saya menganggap kecerunan sebagai  $y/x$ . Jadi, bumbung pertama mempunyai kecerunan lebih besar sebab  $m = 2/1 = 2$  manakala bumbung kedua mempunyai kecerunan  $1/2$ .

(b) **Sudut.** Tiga orang pelajar menggunakan gambaran sudut untuk membandingkan kecerunan bumbung, iaitu melalui pemerhatian atau dengan menggunakan protractor untuk mengukur sudut. Lebih besar sudut, lebih besar kecerunan bumbung. Protokol 1.5 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran sudut bagi membandingkan kecerunan bumbung.

**Protokol 1.5 (Matt): Gambaran Kecerunan Bumbung**

- P: Bagi Rajah bumbung (d), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Rajah kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar.
- P: Mengapa kamu kata macam tu?
- S: Sudut bagi rajah kedua lebih besar.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- S: (Melukiskan garis menegak dan mendatar). Saya menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis condong dengan garis mendatar bagi kedua-dua rajah. Saya membandingkan sudut bagi kedua-dua rajah. Bagi rajah kedua, sudut  $\theta$  ialah 24 darjah manakala bagi rajah pertama sudut  $t$  ialah 22 darjah sahaja.

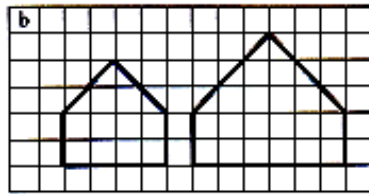


(c) **Pepenjuru kotak.** Seorang pelajar menggunakan gambaran pepenjuru kotak untuk membandingkan kecerunan bumbung, iaitu dengan membandingkan garis pada bumbung dengan pepenjuru kotak. Protokol 1.5 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran pepenjuru kotak bagi membandingkan kecerunan bumbung.

**Protokol 1.5 (Keith): Gambaran Kecerunan Bumbung**

- P: Bagi rajah bumbung (b), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Kedua-dua rajah mempunyai kecerunan yang sama.
- P: Mengapa kamu kata macam tu?

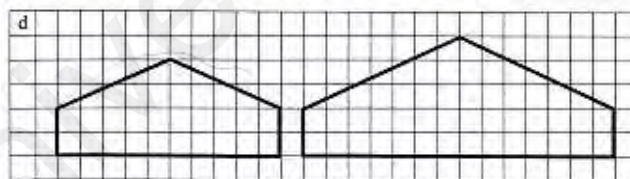
S: Bumbung bagi kedua-dua rajah merupakan pepenjuru bagi kotak segi empat sama. Oleh itu, kedua-dua rajah mempunyai kecerunan yang sama.



(d) *Ketidakbolehubah tapak*. Seorang pelajar menggunakan gambaran ketidakbolehubah tapak untuk menentukan kecerunan bumbung. Melalui pemerhatian, beliau menganggap bumbung yang mempunyai tapak yang lebih lebar adalah lebih stabil, iaitu kecerunan yang lebih kecil. Sebahagian daripada tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran kestabilan tapak bagi membandingkan kecerunan bumbung dipaparkan dalam Protokol 1.5.

#### Protokol 1.5 (Uganes): Gambaran Kecerunan Bumbung

- P: Bagi Rajah bumbung (d), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Bumbung pertama mempunyai kecerunan lebih besar.
- P: Mengapa kamu kata macam tu?
- S: Walaupun bumbung kedua adalah lebih tinggi, namun ia kelihatan lebih stabil sebab mempunyai tapak yang lebih lebar berbanding bumbung pertama. Jadi, bumbung pertama mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding bumbung kedua.



**Membandingkan kecerunan anak tangga.** Umumnya, pelajar mempunyai lima gambaran berbeza tentang kecerunan tangga, iaitu garis lurus, kecondongan tangga, formula kecerunan, sudut, dan ketidakbolehubah tangga. Jadual 4.11 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental kecerunan tangga.

Jadual 4.11

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Tangga.*

Gambaran	Huraian	Responden
Garis lurus	Menganggap rajah anak tangga seperti rajah garis lurus. Melukis garis lurus pada anak tangga.	Matt, Elly
Kecondongan tangga	Melihat kecondongan tangga melalui pemerhatian. Tangga yang kurang condong, iaitu sangat tegak mempunyai kecerunan lebih besar.	Elisya, Keith
Formula kecerunan	$m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk}),$ $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1), m = y/x$	Matt, Elly, Keith, Ben
Sudut	Menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis condong dengan garis mendatar bagi anak tangga.	Matt, Evyan
Ketidakbolehubah tangga	Melalui pemerhatian dan melakarkan anak tangga dalam bentuk lengkung. Anak tangga adalah kurang stabil jika terdapat lebih banyak bentuk lengkung.	Uganes

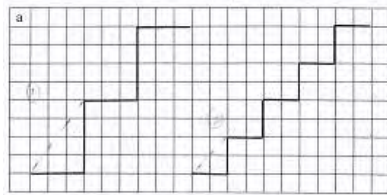
(a) **Garis lurus.** Bagi gambaran kecerunan tangga, dua orang pelajar menggunakan gambaran garis lurus, iaitu dengan menganggap rajah anak tangga seperti rajah garis lurus bagi membandingkan rajah yang mempunyai kecerunan paling besar. Kedua-dua pelajar melukiskan garis lurus pada anak tangga.

(b) **Formula kecerunan.** Empat orang pelajar menggunakan formula kecerunan untuk membandingkan kecerunan anak tangga, iaitu  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk}), m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1),$  dan  $m = y/x.$

(c) **Kecondongan tangga.** Dua orang pelajar menggunakan gambaran kecondongan tangga melalui pemerhatian, iaitu anak tangga yang mempunyai kecerunan paling besar adalah yang sangat tegak atau kurang condong. Protokol 1.6 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran garis lurus, kecondongan tangga, dan formula kecerunan  $m = y/x$  bagi gambaran kecerunan tangga.

### Protokol 1.6 (Elly): Gambaran Kecerunan Tangga

- P: (Meletakkan lima rajah anak tangga di hadapan murid).  
Antara anak tangga di bawah, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Rajah yang pertama kelihatan mempunyai kecerunan yang lebih besar.
- P: Mengapa kamu berkata demikian?
- S: Rajah pertama adalah kurang condong berbanding rajah kedua. Oleh itu, kecerunan adalah lebih besar.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- S: (Melukis garis putus-putus pada satu anak tangga). Saya menentukan kecerunan anak tangga bagi rajah pertama, iaitu  $m = 4/3$  manakala bagi rajah kedua,  $m = 2/2 = 1$ . Oleh itu, rajah pertama mempunyai kecerunan yang lebih besar.

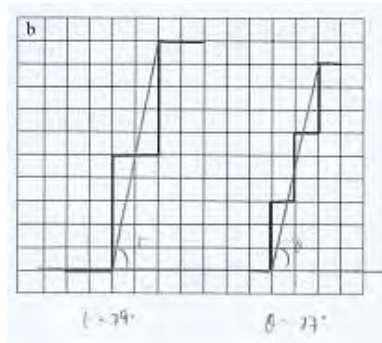


(d) *Sudut*. Tiga orang pelajar menggunakan gambaran sudut bagi kecerunan anak tangga, iaitu dengan menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis condong dengan garis mendatar bagi anak tangga. Anak tangga yang mempunyai sudut yang lebih besar mempunyai kecerunan yang lebih besar. Protokol 1.6 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran sudut bagi membandingkan kecerunan tangga.

### Protokol 1.6 (Matt): Gambaran Kecerunan Tangga

- P: Bagi Rajah tangga (b), yang manakah mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Rajah pertama.
- P: Mengapa kamu berkata demikian?
- S: Sebab sudut bagi tangga dalam rajah pertama adalah lebih besar berbanding dengan sudut bagi tangga kedua.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- S: Kali ini saya mengukur sudut antara garis mendatar bagi tangga paling bawah dengan garis yang saya lukis tadi bagi kedua-dua rajah. Tangga dalam rajah pertama mempunyai sudut 79 darjah manakala rajah kedua mempunyai sudut 77 darjah.

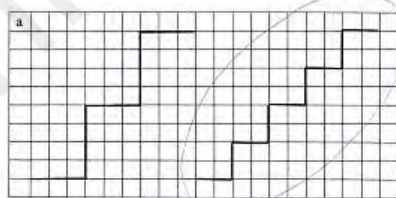




(e) **Ketidakbolehubah tangga.** Akhirnya, seorang pelajar menggunakan gambaran ketidakbolehubah tangga, iaitu melalui pemerhatian disamping melakarkan anak tangga dalam bentuk lengkung. Anak tangga adalah kurang stabil, iaitu kecerunan lebih besar jika terdapat lebih banyak bentuk lengkung. Protokol 1.6 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran kestabilan anak tangga bagi membandingkan kecerunan tangga.

#### Protokol 1.6 (Uganes): Gambaran Kecerunan Tangga

- P: (Meletakkan lima rajah anak tangga di hadapan murid).  
 Antara anak tangga di bawah, yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Rajah kedua kelihatan mempunyai kecerunan yang lebih besar.
- P: Mengapa kamu berkata demikian?
- S: Rajah pertama mempunyai kurang bilangan anak tangga berbanding rajah kedua. Oleh itu, kecerunan rajah kedua adalah lebih besar.
- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- S:



Rajah pertama hanya mempunyai 2 anak tangga tetapi rajah kedua mempunyai 4 anak tangga. Apabila saya lakarkan anak tangga sebagai satu garis lengkung, saya dapati rajah pertama mempunyai garis lengkung yang kurang tetapi lebar. Sebaliknya, rajah kedua mempunyai lebih garis lengkung yang rapat. Oleh itu, pada pendapat saya, rajah kedua mempunyai kecerunan yang lebih besar berbanding rajah pertama.

**Membandingkan kecerunan garis lurus.** Umumnya, pelajar memberikan lima gambaran berbeza bagi membandingkan kecerunan garis lurus, iaitu sudut,

kecondongan garis, pepenjuru kotak, ketidakbolehubah garis lurus, dan formula kecerunan. Jadual 4.12 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang gambaran mental membandingkan kecerunan garis lurus.

Jadual 4.12

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Gambaran Mental Kecerunan Garis Lurus.*

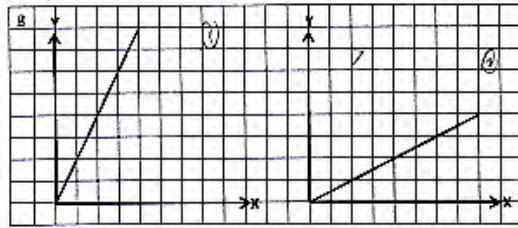
Gambaran	Huraian	Responden
Sudut	Menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis lurus dan garis mengufuk. Melalui pemerhatian.	Matt, Keith, Evyan, Ugenes
Kecondongan garis	Garis yang kurang condong, iaitu lebih menegak mempunyai kecerunan lebih besar.	Matt, Elly, Keith
Pepenjuru kotak	Membandingkan kedudukan garis lurus yang diberi dengan pepenjuru kotak.	Evyan
Ketidakbolehubah garis lurus	Melihat ketidakbolehubah garis lurus yang bergantung pada ukuran panjang garis lurus. Melihat kedudukan garis lurus dengan paksi-x dan y.	Ugenes
Formula kecerunan	$m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk}),$ $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1), m = y/x$	Matt, Elly, Keith, Ben

(a) **Sudut.** Bagi membandingkan kecerunan garis lurus, empat orang pelajar menggunakan gambaran sudut, iaitu melalui pemerhatian atau menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis lurus dengan garis mengufuk. Dalam hal ini, semakin besar sudut, semakin besar kecerunan garis lurus tersebut.

(b) **Kecondongan garis.** Tiga orang pelajar menggunakan gambaran kecondongan garis bagi membandingkan kecerunan garis lurus, iaitu dengan menganggap garis yang kurang condong atau lebih menegak mempunyai kecerunan yang lebih besar. Protokol 1.7 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran sudut dan kecondongan garis bagi membandingkan kecerunan garis lurus.

#### **Protokol 1.7 (Keith): Gambaran Kecerunan Garis Lurus**

- P: Bagi garis lurus dalam Rajah (g), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Kecerunan bagi garis lurus dalam rajah pertama adalah lebih besar berbanding dengan kecerunan dalam rajah kedua.
- P: Mengapa kamu cakap macam tu?
- S: Saya melihat pada garis lurus dalam kedua-dua rajah.

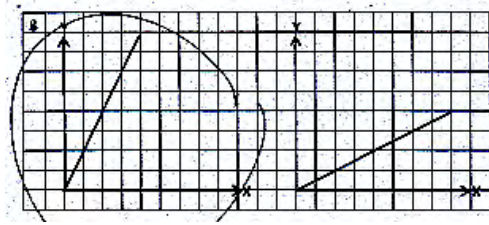


- P: Apa yang boleh kamu katakan?
- S: Sangat jelas kelihatan garis lurus dalam rajah pertama mempunyai sudut yang lebih besar berbanding dengan garis lurus dalam rajah kedua.
- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain.
- S: Garis lurus pertama adalah lebih menegak berbanding dengan garis lurus kedua.

**(c) Pepenjuru kotak.** Seorang pelajar menggunakan gambaran pepenjuru kotak yang terdapat dalam rajah garis lurus bagi gambaran kecerunan garis lurus, iaitu dengan membandingkan kedudukan garis lurus yang diberi dengan pepenjuru kotak tersebut. Kecerunan garis lurus yang terletak ke atas pepenjuru adalah lebih besar berbanding dengan garis lurus yang terletak ke bawah pepenjuru kotak. Protokol 1.7 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran pepenjuru bagi membandingkan kecerunan garis lurus.

#### **Protokol 1.7 (Evyan): Gambaran Kecerunan Garis Lurus**

- P: Bagi garis lurus dalam rajah (g), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?
- S: Kecerunan bagi garis lurus dalam rajah pertama adalah lebih besar berbanding dengan kecerunan dalam rajah kedua.
- P: Mengapa kamu cakap macam tu?
- S: Saya melihat pada garis lurus dalam kedua-dua rajah. Tanpa mengukur sudut, jelas kelihatan garis lurus pertama terletak lebih tinggi daripada pepenjuru kotak, garis lurus kedua terletak lebih rendah daripada pepenjuru kotak.



(d) **Ketidakbolehubah garis.** Seorang pelajar menggunakan gambaran ketidakbolehubah garis lurus bagi gambaran kecerunan garis lurus, iaitu dengan melihat ketidakbolehubah garis lurus yang bergantung pada ukuran panjang garis lurus. Garis lurus yang lebih pendek mempunyai kecerunan yang lebih kecil, iaitu tidak berubah. Selain itu, gambaran ketidakbolehubah garis lurus dilihat pada kedudukan garis lurus dengan paksi- $x$  dan  $y$ . Garis lurus yang terletak di tengah-tengah paksi- $x$  dan  $y$  adalah lebih sukar untuk berubah kedudukannya berbanding dengan garis lurus yang terletak lebih tinggi, iaitu mempunyai kecerunan yang lebih besar. Protokol 1.7 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran ketidakbolehubah garis untuk membandingkan kecerunan garis lurus.

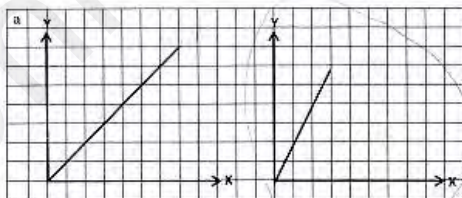
**Protokol 1.7 (Uganes): Gambaran Kecerunan Garis Lurus**

P: Bagi garis lurus dalam rajah (a), yang manakah mempunyai kecerunan lebih besar?

S: Garis lurus dalam rajah kedua mempunyai kecerunan lebih besar.

P: Mengapa kamu cakap macam tu?

S:



Rajah pertama mempunyai garis lurus yang lebih stabil sebab garis lurus tersebut terletak di tengah-tengah paksi- $x$  dan  $y$  manakala rajah kedua pula tidak terletak di tengah malah terletak lebih ke atas berbanding garis lurus dalam rajah pertama.

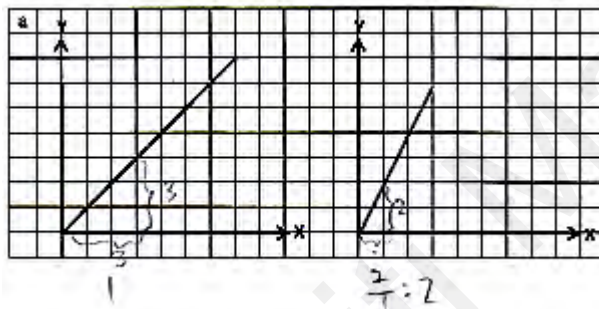
(e) **Formula kecerunan.** Empat orang pelajar menggunakan gambaran formula

kecerunan, iaitu  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,

atau  $m = y/x$  bagi gambaran kecerunan garis lurus. Protokol 1.7 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan gambaran formula kecerunan untuk membandingkan kecerunan garis lurus.

### Protokol 1.7 (Keith): Gambaran Kecerunan Garis Lurus

- P: Bagi garis lurus dalam rajah (a), yang manakah yang mempunyai kecerunan lebih besar?  
 S: Garis lurus dalam rajah kedua mempunyai kecerunan lebih besar.  
 P: Mengapa kamu cakap macam tu?  
 S: Bagi rajah pertama, jarak mencancang ialah 3 dan jarak mengufuk ialah 3. Jadi, kecerunan garis lurus ialah  $3/3$ , iaitu 1. Bagi rajah kedua, jarak mencancang ialah 2 manakala jarak mengufuk ialah 1. Jadi, kecerunan garis lurus ialah  $2/1$ , iaitu 2. Oleh itu, rajah kedua mempunyai kecerunan garis lurus yang lebih besar berbanding rajah pertama.



### Perwakilan Kecerunan

Perwakilan kecerunan garis lurus dianalisis dengan berpandukan dua soalan utama, iaitu tafsiran kecerunan garis lurus yang diberikan dan mewakilkan kecerunan “-1” dan “-3”.

**Tafsir kecerunan garis lurus.** Secara umumnya, pelajar memberikan empat tafsiran berbeza bagi garis lurus yang diberikan, iaitu kecerunan positif, pintasan- $y$ , formula, dan kedinamikan kecerunan. Huraian ringkas pemahaman pelajar tentang tafsiran kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Jadual 4.13.

(a) **Kecerunan positif.** Bagi tafsiran kecerunan positif, semua pelajar menyatakan garis lurus yang diberikan mempunyai kecerunan positif, iaitu menaik dari kiri ke kanan manakala seorang pelajar pula menganggap garis lurus yang diberikan sebagai hipotenus yang mempunyai tinggi 9 unit dan tapak pula 4.5 unit.

Sebagai tambahan, seorang pelajar menyatakan nilai  $x$  meningkat sebanyak 1 unit tetapi nilai  $y$  meningkat sebanyak 2 unit.

Jadual 4.13

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Tafsiran Kecerunan Garis Lurus.*

Tafsiran	Huraian	Responden
Kecerunan positif	Garis lurus tersebut dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan. Nilai $x$ meningkat sebanyak 1 unit tetapi nilai $y$ meningkat sebanyak 2 unit. Kecerunan adalah "2"	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganes
Pintasan- $y$	Garis lurus memintas paksi- $y$ pada $y = 1$ dan titik terakhir ialah (4, 9).	Ben
Formula	Menggunakan formula kecerunan $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , $m = y/x$ , jarak mencancang bahagi jarak mengufuk.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganes
Kedinamikan kecerunan	Kecerunan "2" tidak boleh berubah menjadi "3" jika garis tidak berubah. Kecerunan "2" boleh berubah menjadi "1" atau "0" dengan cara menggerakkan garis secara putaran mengikut arah jam pada pusat tertentu, menggerakkan garis supaya berada pada pepenjuru kotak, memilih dua titik yang mempunyai koordinat $x$ sama dengan koordinat $y$ , menggunakan persamaan linear $y = mx + c$ untuk melukis garis yang dikehendaki, atau menggerakkan garis supaya mendatar atau selari dengan paksi- $x$ .	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganes

Sebagai tambahan, seorang pelajar menyatakan kecerunan garis lurus yang diberikan adalah "2". Protokol 1.8 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan kecerunan positif bagi tafsiran kecerunan garis lurus.

#### **Protokol 1.8 (Uganes): Tafsiran Kecerunan Garis Lurus**

- P: Dengan merujuk graf garis lurus yang diberikan, apakah yang kamu faham tentang kecerunan garis lurus tersebut?
- S: Garis lurus ini mempunyai kecerunan positif sebab garis lurus ini menaik.
- P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?
- S: Beberapa titik terletak di atas garis tersebut seperti titik (0, 1), (1, 3), (2, 5), (3, 7), dan (4,7).
- P: Apa yang boleh kamu katakan tentang titik yang kamu senaraikan?
- S: Nilai  $x$  meningkat sebanyak 1 unit tetapi nilai  $y$  meningkat sebanyak 2 unit.

(b) *Pintasan-y*. Seorang pelajar menggunakan tafsiran pintasan-y dengan menyatakan garis lurus yang diberikan memintas paksi-y pada  $y = 1$  dan titik terakhir bagi garis tersebut ialah  $(4, 9)$ . Sebahagian daripada tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan tafsiran pintasan-y bagi tafsiran kecerunan garis lurus dipaparkan dalam Protokol 1.8.

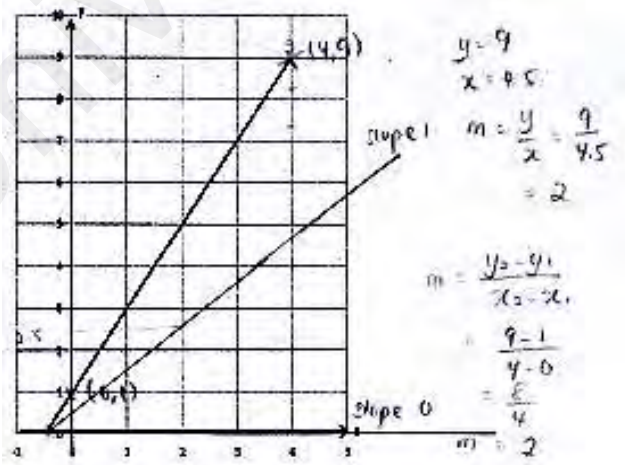
**Protokol 1.8 (Ben): Tafsiran Kecerunan Garis Lurus**

- P: Dengan merujuk graf garis lurus yang diberikan, apakah yang kamu faham tentang kecerunan garis lurus tersebut?
- S: Garis lurus ini memintas paksi-y pada  $y = 1$  dan titik terakhir ialah  $(4, 9)$ .

(c) *Formula*. Semua pelajar menggunakan formula kecerunan untuk membuat tafsiran bagi garis lurus yang diberikan, iaitu  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ ,  $m = y / x$ , dan jarak mencancang bahagi jarak mengufuk. Protokol 1.8 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan formula kecerunan bagi tafsiran kecerunan garis lurus.

**Protokol 1.8 (Elly): Tafsiran Kecerunan Garis Lurus**

- P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan garis lurus itu?
- S: Saya masih menggunakan konsep kecerunan yang sama, iaitu  $m = y / x$ . Garis ini adalah hipotenus bagi segitiga bersudut tepat yang mana tinggi ialah 9 unit dan tapak pula 4.5 unit. Oleh itu,  $m = 9 / 4.5 = 2$ .



(d) *Kedinamikan kecerunan*. Semua pelajar menggunakan gambaran kedinamikan kecerunan bagi tafsiran kecerunan garis lurus dengan menyatakan

kecerunan “2” tidak boleh berubah menjadi “3” jika garis tidak berubah. Sebaliknya, apabila garis digerakkan, kecerunan “2” boleh berubah menjadi “1” atau “0”. Empat orang pelajar menggerakkan garis secara putaran mengikut arah jam pada pusat tertentu, seorang pelajar menggerakkan garis supaya berada pada pepenjuru kotak, seorang pelajar memilih dua titik yang mempunyai koordinat  $x$  sama dengan koordinat  $y$ , seorang pelajar menggunakan persamaan linear  $y = mx + c$  untuk melukis garis yang dikehendaki, lima orang pelajar menggerakkan garis supaya mendatar atau selari dengan paksi- $x$  supaya kecerunan garis berubah menjadi “0”. Protokol 1.8 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan kedinamikan kecerunan bagi tafsiran kecerunan garis lurus.

#### **Protokol 1.8 (Keith): Tafsiran Kecerunan Garis Lurus**

- P: Pada pendapat kamu bolehkah jika saya katakan bahawa garis lurus itu mempunyai kecerunan 3?
- S: Tidak mungkin, sebab garis lurus tersebut telah terbukti mempunyai kecerunan 2 melalui pengiraan dengan menggunakan 2 kaedah yang berbeza seperti di atas.
- P: Jika saya hendak garis lurus itu supaya mempunyai kecerunan 1, apa yang perlu saya lakukan terhadap garis lurus tersebut? Sila jelaskan bagi setiap langkah yang kamu ambil.
- S: Saya boleh turunkan garis lurus tersebut ke bawah supaya betul-betul berada pada pepenjuru kotak yang mana titik  $(0, 1)$  tidak berubah. Dengan kata lain, saya putarkan mengikut arah jam pada pusat putaran  $(0, 1)$  sehingga garis lurus tersebut berada pada pepenjuru kotak.

**Perwakilan kecerunan “-1” dan “-3”.** Secara umumnya, pelajar memberikan lima perwakilan berbeza bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dan “-3”, iaitu pintasan- $x$  dan  $y$ , hipotenus, persamaan linear, sudut, dan formula kecerunan. Jadual 4.14 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang perwakilan kecerunan “-1” dan “-3”.

(a) **Pintasan- $x$  dan  $y$ .** Bagi mewakili kecerunan “-1” dan “-3”, tiga orang pelajar menggunakan kaedah melukis garis lurus yang memintas paksi- $x$  dan paksi- $y$  bagi mewakili kecerunan “-1” dan kecerunan “-3”. Protokol 1.9 memaparkan tingkah



laku seorang pelajar yang menggunakan pintasan- $x$  dan  $y$  bagi mewakili kecerunan “-1”.

Jadual 4.14

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar tentang Perwakilan Kecerunan “-1” dan “-3”.*

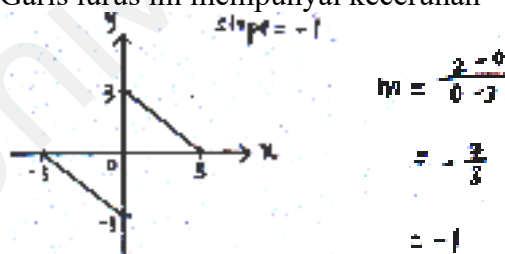
Perwakilan	Huraian	Responden
Pintasan- $x$ dan $y$	Melukis garis lurus yang memintas paksi- $x$ dan paksi- $y$ bagi mewakili kecerunan “-1” dan kecerunan “-3”.	Matt, Evyan, Ben
Hipotenus	Melukis segi tiga bersudut tegak dan merujuk hipotenus sebagai garis yang mempunyai kecerunan -1.	Elly, Keith
Persamaan linear	Melukis garis lurus dengan menggunakan persamaan linear, iaitu $y = mx + c$ , $m = -1$ atau -3, dan satu titik bagi menentukan nilai $c$ .	Matt, Uganes
Sudut	Melukis garis lurus yang mempunyai sudut 45 darjah dengan menggunakan protractor menuju ke atas dari kanan ke kiri.	Keith
Formula kecerunan	Kecerunan ialah $y / x$ , jarak mencancang bahagi jarak mengufuk, $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , iaitu $m =$ pintasan- $y$ / pintasan- $x$ .	Elly, Evyan, Keith, Ben, Uganes

### Protokol 1.9 (Evyan): Perwakilan Kecerunan “-1” dan “-3”

P: Sila lukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” di dalam kotak yang disediakan.

S: (Melukis garis lurus pada satah Cartesian yang memintas paksi- $x$  pada  $x = 3$  dan paksi- $y$  pada  $y = 3$ ).

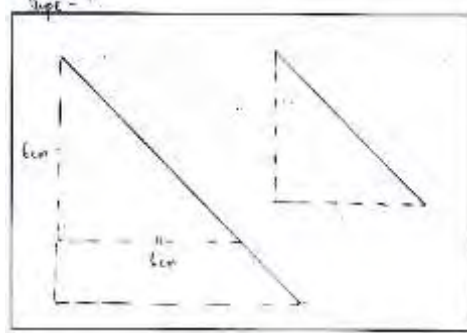
Garis lurus ini mempunyai kecerunan “-1”.



(b) *Hipotenus*. Seorang pelajar menggunakan perwakilan hipotenus, iaitu dengan melukiskan segi tiga bersudut tegak dan merujuk hipotenus sebagai garis yang mempunyai kecerunan “-1”. Protokol 1.9 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan pintasan- $x$  dan  $y$  bagi mewakili kecerunan “-1”.

**Protokol 1.9 (Elly): Perwakilan Kecerunan “-1” dan “-3”**

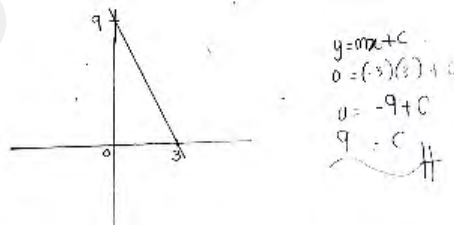
- P: Sila lukis garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” di dalam kotak yang disediakan.
- S: (Melukis segi tiga bersudut tegak yang mempunyai tinggi dan tapak 6 cm). Garis lurus ini mempunyai kecerunan “-1” (menunjukkan hipotenus bagi segi tiga bersudut tegak).



(c) **Persamaan linear.** Bagi perwakilan kecerunan “-1” dan “-3” dengan menggunakan persamaan linear, dua orang pelajar melukiskan garis lurus dengan menggunakan persamaan linear, iaitu  $y = mx + c$ , mengambil nilai  $m = -1$  atau  $-3$  dan memilih satu titik bagi menentukan nilai  $c$ . Protokol 1.9 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan persamaan linear bagi mewakili kecerunan “-3”.

**Protokol 1.9 (Uganes): Perwakilan Kecerunan “-1” dan “-3”**

- P: Bagaimana pula bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan -3? Jelaskan apa yang perlu kamu lakukan.
- S: (Melukis garis lurus yang melalui (3, 0) dan memintas paksi-y apabila  $y = 9$ )  
Garis lurus di bawah mempunyai kecerunan -3.

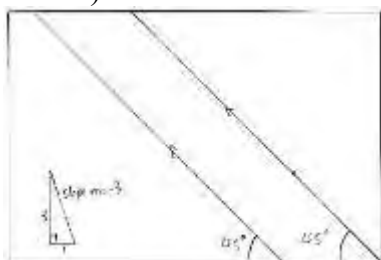


(d) **Sudut.** Bagi perwakilan sudut, seorang pelajar melukiskan garis lurus yang mempunyai sudut 45 darjah dengan menggunakan protractor menuju ke atas dari

kanan ke kiri sebagai perwakilan kecerunan “-1”. Protokol 1.9 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan sudut bagi mewakili kecerunan “-1”.

### Protokol 1.9 (Keith): Perwakilan Kecerunan “-1” dan “-3”

- P: Sila lukis garis lurus yang mempunyai kecerunan -1 di dalam kotak yang disediakan.
- S: (Menggunakan protractor, mengukur sudut 45 darjah, menanda sudut 45 darjah, dan melukis garis lurus yang mempunyai sudut 45 darjah dengan sisi bawah kotak).  
Garis lurus ini mempunyai kecerunan -1 (menunjukkan garis lurus yang dilukis).



(e) **Formula kecerunan.** Semua pelajar menggunakan formula kecerunan untuk menentukan kecerunan, iaitu  $m = y / x$ ,  $m =$  jarak mencancang bahagi jarak mengufuk,  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , atau  $m =$  pintasan- $y$  / pintasan- $x$ . Protokol 1.9 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan formula kecerunan bagi menentukan kecerunan “-1”.

### Protokol 1.9 (Elly): Perwakilan Kecerunan “-1” dan “-3”

- P: Jelaskan mengapa kamu kata garis lurus yang kamu lukis ini mempunyai kecerunan -1.
- S: Saya menggunakan kaedah yang sama seperti sebelum ini, iaitu  $m = y/x = 8/8 = 1$ . Oleh kerana garis ini menuju ke bawah maka kecerunan ialah -1.

### Makna Tugas Kotak “Pemproses”

Makna yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu menentukan tugas kotak “Pemproses”. Secara umumnya, pelajar memberikan tiga perkara berbeza untuk menentukan tugas kotak “Pemproses”, penggabungan benda, penentuan kecerunan, dan penghasilan produk. Huraian ringkas

pemahaman pelajar untuk menentukan tugas kotak “Pemproses” dipaparkan dalam Jadual 4.15.

Jadual 4.15

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar untuk Menentukan tugas kotak “Pemproses”.*

<b>Tugas</b>	<b>Huraian</b>	<b>Responden</b>
Penggabungan benda	Menggabungkan garis lurus dan satah koordinat cartesian. Menggabungkan dua kad menjadi 1 kad.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganés
Penentuan kecerunan	Formula kecerunan: $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ , $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , $m = y/x$	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganés
Penghasilan produk	Garis lurus yang dihasilkan mempunyai kecerunan positif, iaitu menaik dari kiri ke kanan. Garis lurus yang dihasilkan adalah agak cerun dan mempunyai sudut 65 darjah. Garis lurus yang dihasilkan adalah berlainan tetapi mempunyai kecerunan yang sama, iaitu 2. Garis lurus yang terhasil mempunyai pintasan- $x$ dan pintasan- $y$ yang berbeza.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganés

(a) **Penggabungan benda.** Bagi tugas penggabungan benda, semua enam pelajar menyatakan tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan garis lurus dan satah koordinat cartesian. Selain itu, tiga orang pelajar menyatakan tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan dua kad menjadi satu kad. Protokol 2.1 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan penggabungan benda bagi tugas kotak “pemproses”.

**Protokol 2.1 (Elly): Tugas Kotak “Pemproses”**

- P: Apakah “proses” yang berlaku dalam kotak ini?
- S: Menggabungkan 2 kad menjadi 1 kad lain.
- P: Selain itu, apa lagi yang berlaku?
- S: Gabungan 2 kad yang dimasukkan ke dalam kotak menghasilkan graf garis lurus pada satah koordinat cartesian.

(b) **Penentuan kecerunan.** Semua pelajar menggunakan formula kecerunan bagi menentukan kecerunan garis lurus yang dihasilkan oleh kotak pemproses, iaitu

$m = (\text{jarak mencancang}) / (\text{jarak mengufuk}), m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1), \text{ dan } m = y/x.$

Protokol 2.1 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan formula kecerunan bagi menentukan kecerunan garis lurus.

### Protokol 2.1 (Evyan): Tugas Kotak “Pemproses”

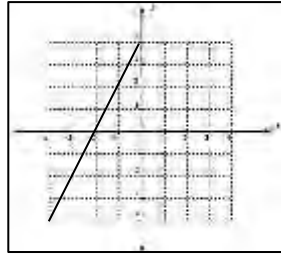
- P: Selain itu, apa lagi yang boleh kamu jelaskan?  
S: Garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif.  
P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan positif.  
S: Saya pilih 2 titik yang jelas kelihatan koordinat- $x$  dan koordinat- $y$ , iaitu (1, 2) dan (2, 4). Saya mengira kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  dan saya dapati kecerunan ialah  $m = (4 - 2)/(2 - 1) = 2.$

$$\begin{aligned} m &= \frac{4 - 2}{2 - 1} \\ &= 2 \end{aligned}$$

(c) *Penghasilan produk.* Semua pelajar menyatakan garis lurus yang dihasilkan mempunyai kecerunan positif, iaitu garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan. Selain itu, tiga orang pelajar menyatakan garis lurus yang dihasilkan adalah agak cerun, manakala seorang pelajar menyatakan garis lurus tersebut mempunyai sudut 65 darjah. Semua pelajar menyatakan garis lurus yang dihasilkan adalah berlainan tetapi mempunyai kecerunan yang sama, iaitu “2”. Akhirnya, tiga orang pelajar menganggap garis lurus yang terhasil mempunyai pintasan- $x$  dan pintasan- $y$  yang berbeza. Protokol 2.1 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan penghasilan produk bagi menentukan kecerunan garis lurus.

### Protokol 2.1 (Uganes): Tugas Kotak “Pemproses”

- P: Saya akan masukkan semula kedua-dua kad ini ke dalam kotak ini. Kad-kad ini di “proses” di dalam kotak pemproses. Sekeping kad yang mengandungi graf garis lurus seperti di bawah dikeluarkan.



Apakah “proses” yang berlaku dalam kotak ini?

S: Menggabungkan 2 kad dan menghasilkan 1 kad yang lain.

P: Selain itu, apa lagi yang boleh kamu katakan tentang garis lurus itu.

S: Kali ini, garis lurus yang dihasilkan tidak terletak di tengah-tengah paksi- $x$  dan paksi- $y$  dan tidak memintas pada titik asalan, tetapi memintas paksi- $x$  apabila  $x = -2$  dan paksi- $y$  apabila  $y = 4$ .

### Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

Penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan soalan utama, iaitu penaaakulan tentang kecerunan garis lurus. Secara umumnya, pelajar memberikan lapan penaaakulan berbeza tentang kecerunan garis lurus yang diberikan, iaitu mencirikan kecerunan positif, melukis garis lurus, menganggar cerun, menganggar kedudukan garis, menganggar koordinat, menganggar sudut, menganggar kecerunan, dan menentukan kecerunan. Jadual 4.16 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang penaaakulan kecerunan garis lurus.

Jadual 4.16

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar Tentang Penaaakulan Kecerunan Garis Lurus .*

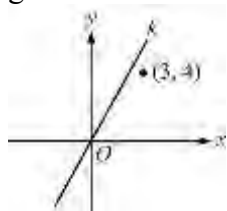
Penaakulan	Huraian	Responden
Mencirikan kecerunan positif	Garis lurus adalah dalam keadaan menaik atau menuju ke atas dari kiri ke kanan. Kedua-dua nilai $x$ dan $y$ adalah samada positif atau negatif sebab garis $k$ terletak dalam sukuan pertama dan ketiga.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganés
Melukis garis	Melukis garis lurus yang melalui $(0, 0)$ dan $(3, 4)$ . Melukis garis yang melalui titik $(3, 4)$ dan berserenjang dengan paksi- $x$ . Melukis garis yang melalui titik persilangan garis pertama dengan garis $k$ dan selari dengan paksi- $x$ .	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganés
Menganggar cerun	Garis lurus $k$ adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang melalui $(0, 0)$ dan $(3, 4)$ .	Matt, Elly

Penaakulan	Huraian	Responden
Menganggar kedudukan garis	Garis lurus $k$ terletak lebih tinggi dari kedudukan garis lurus yang melalui $(0, 0)$ dan $(3, 4)$ .	Keith, Ben, Uganes
Menganggar koordinat	Koordinat $y$ bagi titik pada garis $k$ adalah lebih besar daripada 4. Titik yang terletak lebih tinggi daripada titik $(3, 4)$ mempunyai koordinat $y$ lebih besar daripada 4.	Elly, Uganes, Keith
Menganggar sudut	Sudut antara garis lurus $k$ dan paksi- $x$ adalah lebih besar berbanding garis lurus yang melalui titik $(3, 4)$ .	Evyan, Uganes
Menganggar kecerunan	Kecerunan garis $k$ adalah lebih besar daripada $4/3$ . Kecerunan bagi garis lurus $k$ ialah $y/3$ dan $y$ adalah lebih besar daripada 4.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganes
Menentukan kecerunan	$m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk}),$ $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1), m = y/x$	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganes

(a) **Mencirikan kecerunan positif.** Bagi menjelaskan tentang penaakulan kecerunan garis lurus, semua pelajar mencirikan kecerunan positif, iaitu samada dengan menyatakan garis lurus adalah dalam keadaan menaik atau menuju ke atas dari kiri ke kanan atau kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  adalah samada positif atau negatif sebab garis  $k$  terletak dalam sukuan pertama dan ketiga. Protokol 2.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang mencirikan kecerunan positif bagi penaakulan kecerunan garis lurus.

#### Protokol 2.2 (Ben): Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

- P: (Tunjukkan kepada murid rajah di bawah).  
Saya mempunyai satu garis lurus,  $k$ , yang melalui asalan seperti yang ditunjukkan dalam rajah koordinat cartesian ini. Apakah kecerunan bagi garis lurus tersebut?



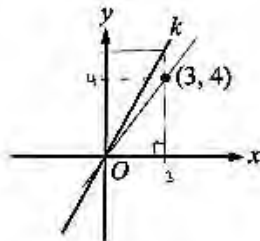
- S: Kecerunan positif.  
P: Mengapa kamu berkata begitu?  
S: Sebab titik yang diberi mempunyai nilai koordinat  $x$  dan  $y$  positif.

(b) **Melukis garis.** Semua pelajar membuat penaakulan dengan melukis garis, iaitu dengan melukis garis lurus yang melalui  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ , melukis garis yang melalui titik  $(3, 4)$  dan berserenjang dengan paksi- $x$ , atau melukis garis yang melalui titik persilangan garis pertama dengan garis  $k$  dan selari dengan paksi- $x$ . Protokol 2.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang melukis garis dan menganggar cerun bagi penaakulan kecerunan garis lurus.

### Protokol 2.2 (Elly): Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

P: Selain itu, apa lagi yang kamu tahu?

S: (Beliau melukis garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Kemudian, beliau melukis 2 garis lurus lagi. Garis pertama melalui titik  $(3, 4)$  dan berserenjang dengan paksi- $x$ . Garis kedua melalui titik persilangan garis pertama dengan garis  $k$  yang selari dengan paksi- $x$  seperti dalam rajah di bawah).



Garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis.

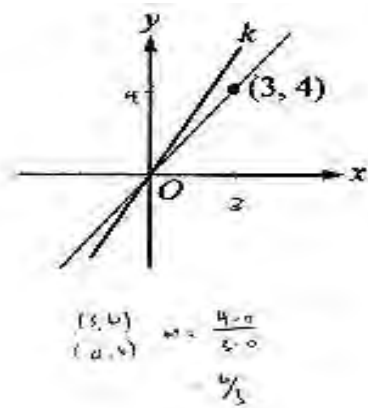
(c) **Menganggar cerun.** Sementara itu, dua orang pelajar membuat penaakulan dengan menganggar cerun bagi kecerunan garis lurus. Protokol 2.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menganggar cerun, menganggar kecerunan, dan menentukan kecerunan bagi penaakulan kecerunan garis lurus.

### Protokol 2.2 (Matt): Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

P: Selain itu, apa lagi yang kamu tahu?

S: Beliau melukis garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis. Oleh itu, kecerunannya yang lebih besar sedikit daripada  $4/3$ .





(d) **Menganggar kecerunan.** Enam orang pelajar membuat penaakulan dengan menganggar kecerunan, iaitu kecerunan garis  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$  atau kecerunan bagi garis lurus  $k$  ialah  $y/3$ . Dalam hal ini,  $y$  adalah lebih besar daripada 4.

(e) **Menentukan kecerunan.** Semua pelajar menentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = y/x$ , dan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Protokol 2.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menentukan kecerunan dan menganggar kecerunan bagi penaakulan kecerunan garis lurus.

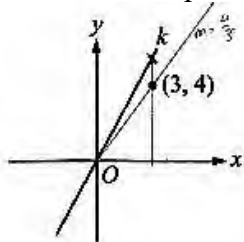
#### Protokol 2.2 (Matt): Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

- P: Bagaimana kamu tentukan kecerunan garis lurus tersebut mempunyai kecerunan yang lebih besar daripada  $4/3$ ?
- S: Saya lukiskan garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Kemudian, saya tentukan kecerunan bagi garis lurus tersebut dengan menggunakan formula kecerunan, iaitu  $4/3$ . Jadi, kecerunan garis  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$ . Saya anggarkan satu nilai yang hampir dengan  $4/3$ , seperti  $5/3$  atau 2.

(f) **Menganggar koordinat.** Bagi penaakulan dengan menganggar koordinat, tiga orang pelajar memberi penjelasan seperti koordinat  $y$  bagi titik pada garis  $k$  adalah lebih besar daripada 4, titik yang terletak lebih tinggi daripada titik  $(3, 4)$  mempunyai koordinat  $y$  lebih besar daripada 4, dan kecerunan bagi garis lurus  $k$  ialah  $y/3$  dan  $y$  adalah lebih besar daripada 4. Protokol 2.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang melukis garis dan menganggar koordinat bagi penaakulan kecerunan garis lurus.

### Protokol 2.2 (Keith): Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

- P: Bolehkah kamu tentukan kecerunan bagi garis lurus tersebut?  
S: Saya tidak dapat tentukan kecerunan sebenar sebab saya hanya tahu satu titik pada garis  $k$ , iaitu  $(0, 0)$ , tetapi saya boleh katakan kecerunannya adalah lebih besar daripada  $4/3$ .



- P: Mengapa kamu berkata demikian?  
S: Saya lukiskan garis melalui titik  $(3, 4)$  yang selari dengan paksi- $y$ . Saya dapati titik yang terletak pada garis  $k$  adalah lebih tinggi daripada titik  $(3, 4)$ . Dalam hal ini, koordinat  $x$  adalah sama, iaitu 3. Walau bagaimanapun, koordinat  $y$  bagi titik pada garis  $k$  adalah lebih besar daripada 4. Oleh itu, kecerunan garis  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$ .

(g) **Menganggar sudut.** Dua orang pelajar membuat penaakulan dengan menganggar sudut antara garis lurus  $k$  dengan paksi- $x$  dan mendapati sudutnya adalah lebih besar berbanding sudut antara garis lurus yang melalui titik  $(3, 4)$  dengan paksi- $x$ . Protokol 2.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menganggar sudut bagi penaakulan kecerunan garis lurus.

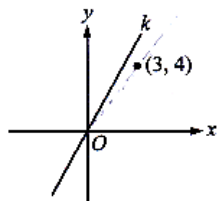
### Protokol 2.2 (Uganes): Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

- P: Antara garis lurus  $k$  dan garis lurus yang kamu lukis, yang manakah mempunyai kecerunan yang lebih besar?  
S: Garis lurus  $k$ .  
P: Mengapa kamu berkata demikian?  
S: Saya menggunakan protractor untuk mengukur sudut antara garis dengan paksi- $x$ . Saya dapati garis lurus  $k$  mempunyai sudut  $62$  darjah manakala garis yang saya lukis mempunyai sudut  $53$  darjah. Jadi, garis lurus  $k$  lebih cerun, iaitu mempunyai sudut yang lebih besar.

(h) **Menganggar kedudukan.** Tiga orang pelajar membuat penaakulan dengan menganggar kedudukan garis, iaitu garis lurus  $k$  terletak lebih tinggi dari kedudukan garis lurus yang melalui  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Protokol 2.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menganggar kedudukan garis bagi penaakulan kecerunan garis lurus.

## Protokol 2.2 (Keith): Penaakulan Kecerunan Garis Lurus

S: (Melukis garis lurus yang melalui titik  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ ).



Garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis yang dilukis.

P: Mengapa kamu berkata begitu?

S: Kedudukan garis lurus  $k$  adalah lebih tinggi dari kedudukan garis lurus yang dilukis.

P: Bagaimana pula kamu tentukan kedudukan garis lurus  $k$  adalah lebih tinggi dari kedudukan garis lurus yang dilukis.

S: Saya hanya melihat dengan pandangan mata, jelas kelihatan kedudukan garis lurus  $k$  adalah lebih tinggi dari kedudukan garis lurus yang dilukis. Huruf  $k$  pun terletak di atas titik  $(3, 4)$ .

### Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai

Hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berpandukan soalan utama, iaitu hubung kait kecerunan dengan jadual nilai. Secara umumnya, pelajar memberikan tujuh hubung kait berbeza tentang kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan, iaitu bentuk garis lurus, bentuk garis lurus berarah, kecerunan positif, julat  $x$  dan  $y$ , hubungan positif, rumus kecerunan, dan hipotenus. Jadual 4.17 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar tentang hubung kait kecerunan jadual nilai.

Jadual 4.17

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar Tentang Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual Nilai.*

Hubung Kait	Huraian	Responden
Bentuk garis lurus	Mudah untuk melukis graf dengan cara plot pasangan nilai $(x, y)$ yang diberikan dan mendapati graf dalam bentuk garis lurus.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganes
Bentuk garis lurus berarah	Garis berbentuk garis lurus yang menuju ke atas dari kiri ke kanan.	Elly, Keith, Ben
Kecerunan positif	Garis lurus mempunyai kecerunan positif, iaitu positif 2 sebab garis menuju ke atas dari kiri ke kanan.	Keith, Ben
Julat $x$ dan $y$	$0 \leq x \leq 3$ dan $-3 \leq y \leq 3$	Keith

Sambungan...

Hubung Kait	Huraian	Responden
Hubungan positif	Nilai $x$ dan $y$ berubah secara langsung. Nilai $x$ dan $y$ berubah secara malar, iaitu $x$ meningkat sebanyak 1 unit dan $y$ meningkat sebanyak 2 unit.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganis
Rumus kecerunan	$m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk}),$ $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1), m = y/x$	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben
Hipotenus	Garis lurus adalah hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat dengan tinggi 6 unit dan tapak ialah 3unit.	Elly

(a) **Bentuk garis lurus.** Bagi hubung kait kecerunan dengan jadual nilai, semua pelajar melukis graf dengan cara plot pasangan nilai  $(x, y)$  yang diberikan dan mendapati graf dalam bentuk garis lurus. Protokol 3.1 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan bentuk garis lurus bagi hubung kait kecerunan dengan jadual.

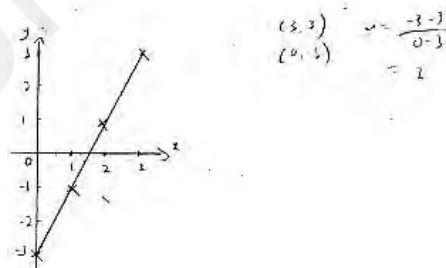
### Protokol 3.1 (Matt): Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual

P: (Tunjukkan kepada murid jadual nilai seperti di bawah).  
Ini adalah data tentang satu garis lurus.

$x$	0	1	2	3
$y$	-3	-1	1	3

Tentukan bentuk garis tersebut.

S: (Melukis paksi- $x$  dan paksi- $y$ . Membuat skala yang sesuai pada paksi- $x$  dan paksi- $y$ . Menandakan titik  $(0, -3)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(2, 1)$ , dan  $(3, 3)$  seperti dalam rajah di bawah). Saya perlu melukis satah cartesan dengan menggunakan skala 1 cm mewakili 1 unit pada paksi- $x$  dan paksi- $y$ .



Daripada graf ini saya dapati data yang diberikan adalah dalam bentuk garis lurus.

(b) **Bentuk garis lurus berarah.** Tiga orang pelajar menggunakan hubung kait bentuk garis lurus berarah, iaitu graf didapati sebagai garis lurus yang menuju ke atas dari kiri ke kanan.

(c) **Hubungan positif.** Seterusnya, semua pelajar menggunakan hubung kait hubungan positif, seperti nilai  $x$  dan  $y$  berubah secara langsung dan nilai  $x$  dan  $y$  berubah secara malar, iaitu  $x$  meningkat sebanyak satu unit manakala  $y$  meningkat sebanyak dua unit. Protokol 3.1 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan bentuk garis lurus berarah dan hubungan positif bagi hubung kait kecerunan dengan jadual.

**Protokol 3.1 (Elly): Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual**

P: (Tunjukkan kepada murid jadual nilai seperti di bawah).  
Ini adalah data tentang satu garis lurus.

$x$	0	1	2	3
$y$	-3	-1	1	3

Tentukan bentuk garis tersebut.

S: Garis berbentuk garis lurus yang menuju ke atas dari kiri ke kanan.

P: Mengapa kamu kata macam tu?

S: Saya nampak kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  yang diberi dalam jadual meningkat secara konsisten.

P: Bagaimana  $x$  dan  $y$  berubah?

S: Kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  bertambah dengan konsisten. Nilai  $x$  bertambah sebanyak 1 unit dengan pergerakan ke kanan manakala nilai  $y$  bertambah sebanyak 2 unit dengan pergerakan ke atas.

(d) **Kecerunan positif.** Dua orang pelajar menggunakan hubungan positif dengan menyatakan garis lurus mempunyai kecerunan positif, iaitu positif “2” sebab garis menuju ke atas dari kiri ke kanan bagi hubung kait kecerunan dengan jadual.

(e) **Formula kecerunan.** Lima orang pelajar menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,  $m = y/x$  bagi menentukan kecerunan. Protokol 3.1 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan kecerunan positif dan formula kecerunan bagi hubung kait kecerunan dengan jadual.

### **Protokol 3.1 (Ben): Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual**

- P: Apakah kecerunan garis lurus tersebut?  
S: Garis lurus ini mempunyai kecerunan positif, iaitu positif 2 sebab garis menuju ke atas dari kiri ke kanan.  
P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukan kecerunan garis lurus yang kamu lukis di atas ialah positif 2.  
S: Saya menggunakan kaedah melukis garis lurus berdasarkan jadual nilai yang diberi. Saya lukiskan jarak mencancang bermula dari titik paling atas, iaitu 6 unit. Kemudian, saya lukiskan jarak mengufuk bermula dari titik paling bawah, iaitu 3 unit. Oleh itu, kecerunan =  $6/3 = 2$ .

(f) *Hubung kait julat  $x$  dan  $y$ .* Bagi hubung kait julat  $x$  dan  $y$ , seorang pelajar menyatakan garis lurus terletak dalam julat  $0 \leq x \leq 3$  dan  $-3 \leq y \leq 3$ . Protokol 3.1 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan hubung kait julat  $x$  dan  $y$  bagi hubung kait kecerunan dengan jadual.

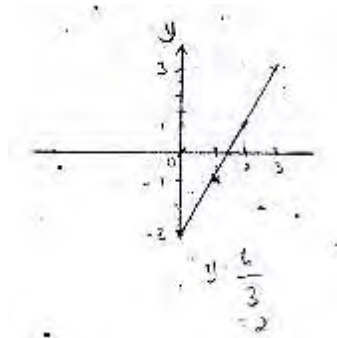
### **Protokol 3.1 (Keith): Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual**

- P: Selain itu, apa lagi yang kamu hendak katakan?  
S: Garis lurus tersebut tidak bermula dari titik asalan  $(0, 0)$ . Sebaliknya, ia bermula dengan nilai  $y = -3$  dan berakhir dengan nilai  $y = 3$ .  
P: Selain itu, apa lagi yang kamu hendak katakan?  
S: Nilai  $x$  yang diberi sentiasa positif dan terletak di sebelah kanan,  $0 \leq x \leq 3$

(g) *Hipotenus.* Seorang pelajar menggunakan hipotenus sebagai hubung kait kecerunan dengan jadual, iaitu garis lurus adalah hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat dengan tinggi 6 unit dan tapak ialah 3 unit. Protokol 3.1 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan hubung kait hipotenus bagi hubung kait kecerunan dengan jadual.

### **Protokol 3.1 (Elly): Hubung Kait Kecerunan dengan Jadual**

- P: Adakah kamu mempunyai cara lain untuk mendapatkan kecerunan?  
S: (Melukis graf pada rajah Cartesian)



Saya menggunakan kaedah melukis garis lurus dengan menggunakan jadual nilai yang diberi. Garis lurus adalah hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat dengan tinggi 6 unit dan tapak ialah 3unit. Oleh itu kecerunan,  $m = y/x = 6/3 = 2$ .

### Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus

Komunikasi yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berpandukan soalan utama, iaitu komunikasi tentang kecerunan garis lurus. Secara umumnya, pelajar memberikan tujuh cara komunikasi berbeza tentang kecerunan garis lurus, iaitu mendefinisikan kecerunan, mendefinisikan kecerunan positif, mendefinisikan kecerunan negatif, mendefinisikan kecerunan “-3”, mengira kecerunan, menggunakan persamaan linear, dan melukis graf. Jadual 4.18 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.

Jadual 4.18

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar bagi Komunikasi Tentang Kecerunan Garis Lurus.*

Komunikasi	Huraian	Responden
Mendefinisikan kecerunan umum	Kecerunan boleh dilukis sebagai graf garis lurus yang menunjukkan perubahan pada nilai $x$ berbanding perubahan pada nilai $y$ . Satu ukuran tentang cerunnya sesuatu garis lurus. Simbol $m$ digunakan bagi mewakili kecerunan.	Matt,Evyan, Ben
Mendefinisikan kecerunan positif	Garis lurus yang mempunyai kedua-dua nilai $x$ dan $y$ meningkat.	Ben

Komunikasi	Huraian	Responden
Mendefinisikan kecerunan negatif	Garis lurus yang mempunyai hubungan linear $x$ dan $y$ , iaitu apabila nilai $x$ bertambah nilai $y$ berkurangan atau sebaliknya. Garis lurus yang menuju ke bawah. Graf garis lurus menuju ke bawah dari kiri ke kanan. Hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat yang menuju ke bawah dari kiri ke kanan. Semakin besar nilai negatif kecerunan, maka semakin cerun garis lurus.	Matt, Elly, Keith, Ben, Uganés
Mendefinisikan kecerunan “-3”	Garis yang menuju ke bawah yang mempunyai nilai $x$ bertambah sebanyak 1 unit, nilai $y$ berkurangan sebanyak 3 unit	Elly, Keith, Ben
Melukis graf	Melukiskan garis lurus berkecerunan “-3”.	Matt, Elly, Keith, Ben, Uganés
Mengira kecerunan	$m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk}),$ $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1), m = y/x,$ $m = -(\text{pintasan-}y)/(\text{pintasan-}x)$	Matt, Elly, Keith, Evyán, Ben, Uganés
Menggunakan persamaan linear	Menggunakan $y = mx + c$ untuk melukis garis lurus.	Matt, Uganés

(a) **Mendefinisikan kecerunan umum.** Bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus, tiga orang pelajar menggunakan definisi kecerunan umum, iaitu kecerunan boleh dilukis sebagai graf garis lurus yang menunjukkan perubahan pada nilai  $x$  berbanding perubahan pada nilai  $y$ , kecerunan adalah satu ukuran tentang cerunnya sesuatu garis lurus, atau simbol  $m$  digunakan bagi mewakili kecerunan.

(b) **Mendefinisikan kecerunan “-3”.** Tiga orang pelajar menggunakan definisi kecerunan “-3”, iaitu garis yang menuju ke bawah yang mempunyai nilai  $x$  bertambah sebanyak satu unit manakala nilai  $y$  berkurangan sebanyak tiga unit.

(c) **Mengira kecerunan.** Seterusnya, semua pelajar mengira kecerunan dengan menggunakan formula, iaitu  $m = (\text{jarak mencancang}) / (\text{jarak mengufuk}),$   
 $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1), m = y/x$  bagi menentukan kecerunan. Protokol 3.2



memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan definisi kecerunan umum, definisi kecerunan “-3”, dan mengira kecerunan bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.

### **Protokol 3.2 (Evyan): Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus**

P: Bagaimanakah kamu boleh menceritakan kepada rakan kamu tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan -3? Kamu boleh menggunakan rajah cartesian koordinat dan garis lurus yang disediakan.

S: Kecerunan garis lurus boleh dijelaskan sebagai satu ukuran tentang cerunnya sesuatu garis lurus.

Garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” adalah satu garis yang terletak pada satah Cartesian yang dalam keadaan menurun jika dilihat dari kiri ke kanan.

Kecerunan “-3” boleh ditentukan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Sebagai contoh, dengan mengambil titik (0, 0) dan (-1, 3), saya dapati kecerunan garis lurus ini ialah  $m = (3 - 0)/(-1 - 0) = -3$ .

(d) *Mendefinisikan kecerunan positif.* Bagi definisi kecerunan positif, seorang pelajar menyatakan kecerunan positif sebagai garis lurus yang mempunyai kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  meningkat.

(e) *Mendefinisikan kecerunan negatif.* Sebaliknya, lima orang pelajar memberikan definisi kecerunan negatif. Antaranya termasuklah, garis lurus yang mempunyai hubungan linear  $x$  dan  $y$ , iaitu apabila nilai  $x$  bertambah nilai  $y$  berkurangan atau sebaliknya, garis lurus yang menuju ke bawah, graf garis lurus menuju ke bawah dari kiri ke kanan, hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat yang menuju ke bawah dari kiri ke kanan, dan semakin besar nilai negatif kecerunan, maka semakin cerun garis lurus.

Protokol 3.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan definisi kecerunan positif, definisi kecerunan negatif, dan definisi kecerunan “-3” bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.

### Protokol 3.2 (Ben): Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus

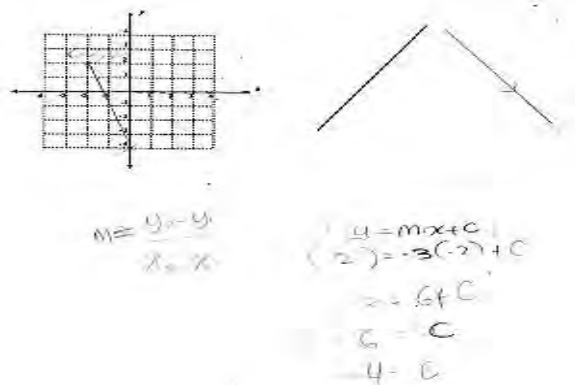
- P: Bagaimanakah kamu boleh menceritakan kepada rakan kamu tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan  $-3$ ? Kamu boleh menggunakan rajah cartesian koordinat dan garis lurus yang disediakan.
- S: Bagi garis lurus yang mempunyai kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  meningkat, kecerunannya adalah positif. Sebaliknya, bagi garis lurus yang mempunyai nilai  $x$  bertambah apabila nilai  $y$  berkurangan atau nilai  $x$  berkurangan apabila  $y$  bertambah, kecerunannya adalah negatif. Oleh itu, bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan " $-3$ ", garis ini menuju ke bawah seperti yang saya lukis di sini. Kecerunan " $-3$ " bermaksud, apabila nilai  $x$  bertambah sebanyak 1 unit, nilai  $y$  berkurangan sebanyak 3 unit.

(f) *Menggunakan persamaan linear.* Dua orang pelajar menggunakan persamaan linear  $y = mx + c$  bagi tujuan melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan " $-3$ ".

(g) *Melukis graf.* Lima orang pelajar membuat komunikasi dengan melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan " $-3$ ". Protokol 3.2 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan persamaan linear dan melukis graf garis lurus berkecerunan " $-3$ " bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.

### Protokol 3.2 (Uganes): Komunikasi tentang Kecerunan Garis Lurus

- P: Bagaimanakah kamu boleh menceritakan kepada rakan kamu tentang garis lurus yang mempunyai kecerunan  $-3$ ? Kamu boleh menggunakan rajah cartesian koordinat dan garis lurus yang disediakan.
- S: Bagi melukis garis lurus yang mempunyai kecerunan  $-3$ , saya menggunakan formula persamaan garis lurus  $y = mx + c$ . Seterusnya, saya mengambil mana-mana titik, katakan  $(-2, -2)$  dan menggantikan nilai  $m = -3$  ke dalam persamaan garis lurus tersebut untuk mendapatkan 1 titik lain. Saya dapati  $-2 = (-3)(-2) + c$ . Jadi,  $c = -4$ , iaitu titik  $(0, -4)$ . Dengan 2 titik ini, saya boleh melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan " $-3$ " seperti yang saya lukiskan pada satah Cartesian ini.



## Penyelesaian Masalah

Penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus dianalisis berdasarkan dua soalan utama, iaitu menyelesaikan masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesian dan menyelesaikan masalah berayat melibatkan titik koordinat.

**Melibatkan rajah koordinat Cartesian.** Secara umumnya, pelajar memberikan enam kaedah penyelesaian masalah berbeza yang melibatkan rajah koordinat Cartesian, iaitu mentafsirkan kecerunan positif, membandingkan garis, menganggar nilai  $a$ , menggunakan formula, membandingkan sudut, dan menganggar kecerunan. Jadual 4.19 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar bagi menyelesaikan masalah yang melibatkan koordinat Cartesian.

Jadual 4.19

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar bagi Menyelesaikan Masalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesian.*

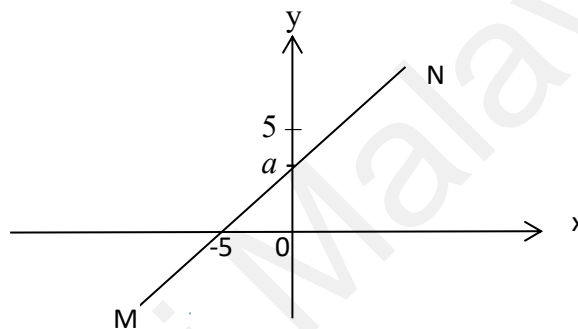
Kaedah Penyelesaian	Huraian	Responden
Mentafsirkan kecerunan positif	Garis MN menurun dari kanan ke kiri pada satah Cartesian. Garis MN menaik dari kiri ke kanan pada satah Cartesian. Garis MN mempunyai nilai $x$ dan nilai $y$ meningkat.	Matt, Evyan, Ben, Uganés
Membandingkan garis	Membandingkan garis MN dengan garis yang melalui titik $(-5, 0)$ dan $(0, 5)$ .	Matt, Evyan, Uganés
Menganggar nilai $a$	Menganggarkan nilai $a$ adalah dalam linkungan 3. Menganggar nilai $a$ adalah positif dan kurang daripada 5 sebab $a$ terletak di bawah 5.	Matt, Elly, Ben, Keith, Evyan
Menggunakan rumus	$m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk}),$ $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1), m = y/x,$ $m = -(\text{pintasan-}y)/(\text{pintasan-}x)$	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganés
Membandingkan sudut	Garis MN kurang cerun berbanding garis lurus yang dilukis sebab sudut antara garis MN dengan paksi- $x$ adalah lebih kecil berbanding sudut antara garis lurus yang dilukis.	Evyan

(a) **Mentafsirkan kecerunan positif.** Bagi penyelesaian masalah melibatkan rajah koordinat Cartesian, empat orang pelajar menggunakan kaedah penyelesaian

dengan mentafsirkan kecerunan positif, iaitu garis MN menurun dari kanan ke kiri atau menaik dari kiri ke kanan pada satah Cartesan dan garis MN mempunyai nilai  $x$  dan nilai  $y$  meningkat. Protokol 3.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan kaedah mentafsirkan kecerunan positif bagi penyelesaian masalah melibatkan rajah koordinat Cartesan.

**Protokol 3.3 Uganis): Penyelesaian Masaalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesan**

P: Katakan kamu mempunyai rajah koordinat cartesan seperti di bawah. Nyatakan apakah kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis MN?



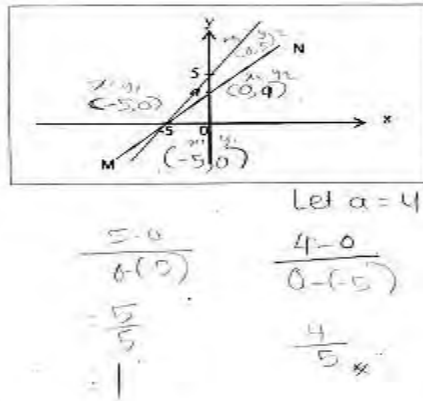
S: Garis MN mempunyai kecerunan positif sebab menuju ke atas dari kiri ke kanan. Selain itu, garis MN memintas paksi-x dan paksi-y pada titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, a)$ . Tetapi nilai  $a$  pula tidak diketahui.

(b) **Menggunakan rumus kecerunan.** Seterusnya, semua pelajar menggunakan formula kecerunan, iaitu,  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,  $m = y/x$ , dan  $m = -(\text{pintasan-}y)/(\text{pintasan-}x)$  bagi menentukan kecerunan.

(c) **Membandingkan garis.** Tiga orang pelajar menggunakan kaedah dengan membandingkan garis MN dengan garis yang melalui titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, 5)$  bagi menyelesaikan masalah melibatkan rajah koordinat Cartesan. Protokol 3.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan formula dan kaedah membandingkan garis bagi penyelesaian masalah melibatkan rajah koordinat Cartesan.

**Protokol 3.3 (Uganes): Penyelesaian Masaalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesian**

- P: Apakah yang akan kamu lakukan untuk menentukan kecerunan garis MN?
- S: Jika saya lukis graf garis lurus yang melalui titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, 5)$ , iaitu saya katakan  $a$  ialah 5, saya dapati kecerunan ialah  $m = (5 - 0) / (0 - (-5)) = 1$ . Saya bandingkan dua garis lurus ini, garis MN adalah kurang cerun berbanding garis lurus yang saya lukis. Jadi, garis lurus MN mempunyai kecerunan yang kurang dari 1.



(d) *Menganggar nilai a.* Lima orang pelajar menggunakan kaedah penyelesaian dengan menganggar nilai  $a$  adalah positif yang kurang daripada 5 atau terletak dalam lingkungan 3. Protokol 3.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan kaedah penyelesaian dengan mentafsirkan kecerunan positif dan menganggar nilai  $a$  bagi penyelesaian masalah melibatkan rajah koordinat Cartesian.

**Protokol 3.3 (Ben): Penyelesaian Masaalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesian**

- P: Katakan kamu mempunyai rajah koordinat cartesian seperti di bawah. Nyatakan apakah kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis MN.
- S: Garis MN mempunyai kecerunan positif.
- P: Mengapa kamu berkata begitu?
- S: Kecerunan garis lurus MN adalah positif sebab apabila nilai  $x$  bertambah, nilai  $y$  juga bertambah.
- P: Sila jelaskan apa yang kamu maksudkan.
- S: Garis MN memintas paksi- $y$  pada  $a$ . Nilai  $a$  pula terletak antara 0 dan 5, iaitu nilai  $a$  ialah positif.
- Saya mengambil titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, a)$  yang terletak pada garis MN. Dengan 2 titik ini, nilai  $x$  berubah dari  $-5$  kepada  $0$ , iaitu bertambah sebanyak 5 manakala nilai  $y$  berubah dari  $0$  kepada  $a$ , iaitu bertambah sebanyak  $a$ . Oleh itu, kecerunan garis MN adalah positif sebab kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  meningkat.

(e) *Membandingkan sudut.* Seorang pelajar menggunakan kaedah penyelesaian dengan membandingkan sudut, iaitu garis MN kurang cerun berbanding garis lurus yang dilukis sebab sudut antara garis MN dengan paksi-x adalah lebih kecil berbanding sudut antara garis lurus yang dilukis. Protokol 3.3 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan kaedah penyelesaian dengan membandingkan sudut bagi penyelesaian masalah melibatkan rajah koordinat Cartesan.

**Protokol 3.3 (Evyan): Penyelesaian Masaalah Melibatkan Rajah Koordinat Cartesan**

- P: Apakah yang boleh kamu katakan tentang kecerunan garis lurus MN?  
 S: Kecerunannya adalah kurang daripada 1.  
 P: Mengapa kamu berkata begitu?  
 S: Garis MN kurang cerun berbanding garis lurus yang saya lukis sebab sudut antara garis MN dengan paksi-x adalah lebih kecil berbanding sudut antara garis lurus yang dilukis yang mempunyai kecerunan 1.  
 Jadi, kecerunan garis MN adalah kurang daripada 1.

**Melibatkan titik koordinat.** Secara umumnya, pelajar memberikan empat kaedah penyelesaian masalah berbeza yang melibatkan titik koordinat, iaitu melalui pemerhatian, melukis garis, memilih dua titik, dan menggunakan rumus untuk menentukan kecerunan. Jadual 4.20 memaparkan huraian ringkas pemahaman pelajar bagi menyelesaikan masalah yang melibatkan titik koordinat.

Jadual 4.20

*Huraian Ringkas Pemahaman Pelajar bagi Menyelesaikan Masalah Melibatkan Titik Koordinat.*

<b>Kaedah Penyelesaian</b>	<b>Huraian</b>	<b>Responden</b>
Melalui pemerhatian	Garis tidak cerun dengan melihat koordinat titik-titik yang diberikan tidak begitu besar nilainya. Melihat garis yang dilukis untuk memilih dua titik untuk menentukan kecerunan.	Matt, Uganes
Melukis garis	Melukis garis lurus yang melalui A, B, dan C.	Matt, Ben, Uganes
Memilih 2 titik	Pilih mana-mana dua titik antara tiga titik yang diberikan. Pilih dua titik yang mempunyai jarak paling besar. Pilih dua titik yang melibatkan titik A sebab nilai koordinat-x bagi titik A adalah satu nilai yang negatif.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganes

Kaedah Penyelesaian	Huraian	Responden
Menggunakan rumus	$m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ Kecerunan garis lurus adalah sama pada mana-mana bahagian garis sebab titik A, B, dan C adalah segaris.	Matt, Elly, Keith, Evyan, Ben, Uganes

(a) **Melalui pemerhatian.** Bagi kaedah penyelesaian masalah melibatkan titik koordinat, dua orang pelajar menggunakan kaedah melalui pemerhatian, iaitu dengan melihat koordinat titik-titik yang diberikan tidak begitu besar nilainya maka garis dianggap tidak cerun. Protokol 3.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan kaedah melalui pemerhatian bagi penyelesaian masalah melibatkan titik koordinat.

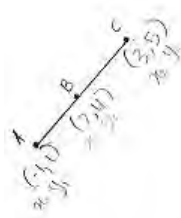
**Protokol 3.4 (Matt): Penyelesaian Masalah Melibatkan Titik Koordinat**

- P: Saya mempunyai satu garis lurus yang melalui 3 titik, iaitu A(-1, 1), B(2, 4), dan C(5, 3). Nyatakan apakah kecerunan garis lurus yang sesuai bagi garis tersebut?
- S: Garis lurus ini tidak begitu cerun.
- P: Mengapa kamu cakap begitu?
- S: Saya melihat dari koordinat titik-titik yang diberikan tidak begitu besar, maka saya menjangkakan kecerunannya tidak begitu besar.

(b) **Melukis garis.** Dua orang pelajar menggunakan kaedah melukis garis yang melalui tiga titik yang diberikan dan memilih mana-mana dua titik antara tiga titik untuk menentukan kecerunan. Protokol 3.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan kaedah melukis garis dan memilih dua titik bagi penyelesaian masalah melibatkan titik koordinat.

**Protokol 3.4 (Uganes): Penyelesaian Masalah Melibatkan Titik Koordinat**

- S: (Melukis graf garis lurus tanpa satah Cartesan).



P: Mengapa kamu lukis garis lurus?

S: Supaya saya nampak jelas 2 titik yang perlu saya pilih bagi menentukan kecerunan.

(c) **Memilih dua titik.** Semua pelajar menggunakan kaedah memilih dua titik bagi menyelesaikan masalah melibatkan koordinat, iaitu dengan memilih mana-mana dua titik antara tiga titik yang diberikan, memilih dua titik yang mempunyai jarak paling besar, atau memilih dua titik yang melibatkan titik A sebab nilai koordinat- $x$  bagi titik A adalah satu nilai yang negatif.

(d) **Menggunakan rumus kecerunan.** Semua pelajar menggunakan rumus kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  untuk menentukan kecerunan. Protokol 3.4 memaparkan tingkah laku seorang pelajar yang menggunakan rumus kecerunan bagi penyelesaian masalah melibatkan titik koordinat.

#### **Protokol 3.4 (Elly): Penyelesaian Masalah Melibatkan Titik Koordinat**

P: Mengapa kamu pilih titik A dan B tetapi bukan titik lain?

S: Saya tidak fikir mengapa saya pilih titik A dan B. Mungkin titik A dan B adalah 2 titik pertama yang diberi. Tambahan pula, saya rasa boleh pilih mana-mana dua titik pun boleh dipilih dengan syarat dua titik tersebut terletak pada garis lurus yang sama. Contohnya, saya boleh pilih titik B dan C. Saya dapati kecerunan  $m = (4 - 5)/(2 - 3) = 1$ .

#### **Rumusan**

Dalam bahagian ini, rumusan dan perbincangan merentasi enam responden kajian untuk mengenal pasti pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus yang dibuat berdasarkan analisis kajian yang diperolehi, iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, hubung kait, komunikasi, dan penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus.



## Gambaran Mental

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa hasil kajian. Berikut adalah tiga hasil kajian utama bagi gambaran mental tentang garis lurus:

1. *Garis lurus*. Enam gambaran mental bagi garis lurus telah dikenal pasti, iaitu garis khusus, benda konkrit, unsur kalkulus, unsur sudut, unsur arah, dan unsur transformasi. Bagi garis khusus, lima orang pelajar menganggap garis lurus sebagai satu garis yang lurus yang menghubungkan titik tanpa lengkung dan panjang garis lurus boleh diukur dengan menggunakan pembaris. Bagi benda khusus, semua pelajar menganggap garis lurus sebagai benda yang lurus. Bagi unsur kalkulus, tiga orang pelajar menganggap garis lurus ialah garis yang mempunyai kecerunan dan tidak mempunyai titik pusingan. Bagi unsur sudut, dua orang pelajar menyatakan garis lurus mempunyai sudut 180 darjah. Bagi unsur arah, seorang pelajar menyatakan garis lurus menghubungkan titik dalam satu arah. Bagi unsur transformasi, seorang pelajar menyatakan garis lurus boleh menjadi paksi pantulan.
2. *Kecerunan*. Kecerunan garis lurus merangkumi kecerunan umum, kecerunan "1", kecerunan "-1", kecerunan "0", kecerunan positif, kecerunan negatif, kecerunan sifar, dan tiada kecerunan.
  - (a) *Kecerunan umum*. Tujuh gambaran mental bagi kecerunan umum telah dikenal pasti, iaitu kecondongan garis, kecondongan benda, kuantiti terarah, pekali  $x$  dalam persamaan linear, analisis terarah, formula, dan pergerakan turun naik. Bagi kecondongan garis, empat orang pelajar menyatakan kecerunan merupakan garis lurus yang condong, garis lurus yang condong pada sudut tertentu atau garis lurus yang tidak bersudut tegak dengan mana-mana paksi- $x$  atau paksi- $y$ , dan sebahagian pelajar melukiskan garis condong

tersebut. Bagi kecondongan benda, dua orang pelajar menyatakan kecerunan adalah benda yang mempunyai bahagian yang condong, iaitu condong ke atas merujuk kecerunan positif, manakala condong ke bawah merujuk kecerunan negatif. Bagi kuantiti terarah, dua orang pelajar menyatakan kecerunan sebagai satu ukuran atau nilai samada positif atau negatif untuk mengukur cerun bagi garis lurus. Bagi pekali  $x$ , seorang pelajar menyatakan kecerunan adalah nilai  $m$  yang terdapat dalam persamaan linear  $y = mx + c$ . Bagi analisis terarah, seorang pelajar menganggap kecerunan sebagai graf garis lurus yang memaparkan turun naik sesuatu perniagaan atau saham. Bagi formula, dua orang pelajar memberi gambaran kecerunan dengan menggunakan formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , jarak menegak bahagi jarak mendatar, atau  $m = y/x$ . Bagi pergerakan turun naik, tiga orang pelajar menganggap kecerunan seperti menaiki dan menuruni tangga atau bukit.

(b) *Kecerunan "1"*. Tujuh gambaran mental tentang kecerunan "1" telah dikenal pasti, iaitu garis tidak berlekuk, garis menaik, garis menaik dan terarah, garis bersudut, hipotenus atau pepenjuru, formula, dan nilai  $m$  ialah "1". Semua pelajar menggunakan gambaran garis tidak berlekuk, iaitu kecerunan ialah "1", konsisten di sepanjang garis, tidak cerun, sekata, dan tidak berlekuk. Sebahagian pelajar melukiskan gambaran tersebut. Bagi garis menaik, seorang pelajar menganggap kecerunan "1" sebagai garis menaik atau meningkat sebanyak satu unit bagi  $x$  dan  $y$  pada satah Cartesan sebab bernilai positif. Bagi garis menaik dan terarah, seorang pelajar menyatakan kecerunan "1" adalah garis menuju ke atas dari kiri ke kanan pada satah Cartesan. Bagi gambaran garis bersudut, seorang pelajar menganggap kecerunan "1" sebagai garis lurus yang mempunyai sudut 45 darjah. Bagi gambaran hipotenus atau pepenjuru,

seorang pelajar melukis segitiga bersudut tegak dan merujuk hipotenus sebagai kecerunan “1”, manakala seorang pelajar lain melukis segi empat sama dan merujuk pepenjuru sebagai kecerunan “1”. Bagi gambaran formula, empat orang pelajar menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = y/x$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,  $m = (\text{pintasan } - y / \text{pintasan } - x)$ , dan jarak menegak bahagi jarak mendatar bagi menjelaskan tentang kecerunan “1”. Dua orang pelajar menganggap nilai  $m$  dalam persamaan linear  $y = mx + c$  ialah “1” bagi menjelaskan tentang kecerunan “1”.

(c) *Kecerunan “-1”*. Enam gambaran mental bagi kecerunan “-1” telah dikenal pasti, iaitu garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , garis menurun dan terarah, garis bersudut, hipotenus, formula, dan nilai  $m$  ialah “-1”. Bagi gambaran garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , seorang pelajar menganggap kecerunan “-1” sebagai garis yang mempunyai kedua-dua pintasan- $x$  dan pintasan- $y$  yang sama pada satah Cartesian tetapi salah satu bernilai negatif. Empat orang pelajar menggunakan gambaran garis menurun dan terarah, iaitu garis yang menuju ke bawah dari kiri ke kanan pada satah Cartesian. Bagi garis bersudut, seorang pelajar menyatakan bahawa garis tersebut mempunyai sudut 45 darjah di samping melukis garis dengan menggunakan protractor untuk mengukur sudut. Bagi gambaran hipotenus, seorang pelajar melukiskan segi tiga bersudut tegak sama kaki dan merujuk hipotenus sebagai kecerunan “-1”. Tiga orang pelajar menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = y/x$  atau  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  bagi menjelaskan tentang kecerunan “-1”. Dua orang pelajar menggunakan nilai  $m$  dalam persamaan linear  $y = mx + c$ , iaitu “-1” bagi menjelaskan tentang kecerunan “-1”.

(d) *Kecerunan "0"*. Tujuh gambaran mental bagi kecerunan "0" telah dikenal pasti, iaitu garis mendatar, nilai  $m$  ialah "0", garis berpintasan, kuantiti tidak terarah, benda konkrit, tiada kecerunan, formula, dan koordinat titik. Lima orang pelajar menggunakan gambaran garis mendatar, iaitu garis yang tidak naik atau turun atau garis yang selari dengan paksi- $x$ . Tiga orang pelajar menggunakan gambaran nilai  $m$  ialah 0 bagi kecerunan "0". Bagi gambaran benda konkrit, tiga orang pelajar menyatakan benda yang mempunyai permukaan yang rata atau puncak yang sama tinggi. Bagi gambaran tiada kecerunan, seorang pelajar menganggap semua permukaan yang rata adalah tiada kecerunan. Bagi gambaran garis berpintasan, seorang pelajar menganggap garis yang mempunyai kecerunan "0" tidak memintas paksi- $x$  tetapi memintas paksi- $y$  manakala seorang pelajar menganggap garis tersebut hanya mempunyai satu pintasan sahaja, iaitu samada pintasan- $x$  atau pintasan- $y$ . Bagi gambaran koordinat titik, dua orang pelajar menganggap koordinat- $y$  bagi garis yang mempunyai kecerunan "0" tidak berubah tetapi koordinat- $x$  berubah.

(e) *Kecerunan positif*. Lapan gambaran mental kecerunan positif telah dikenal pasti, iaitu garis menaik, garis menaik dan terarah, garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , garis bersudut, formula kecerunan, pergerakan ke atas, benda konkrit, dan hubungan positif. Seorang pelajar menggunakan gambaran garis yang menaik sambil melukiskan garis lurus yang mempunyai kecerunan positif. Bagi gambaran garis menaik dan terarah, empat orang pelajar menyatakan kecerunan positif adalah garis yang menaik dan menuju ke atas dari kiri ke kanan pada satah Cartesan, manakala seorang pelajar menyatakan garis tersebut mempunyai nilai koordinat  $y$  yang meningkat secara beransur-ansur

dan konsisten. Bagi gambaran garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , seorang pelajar menyatakan garis yang mempunyai kecerunan positif menghubungkan dua titik pada paksi- $x$  dan  $y$  tanpa mengambil kira kedua-dua bernilai positif atau negatif. Seorang pelajar menggunakan formula kecerunan ialah  $m = y/x$  untuk menentukan positif. Empat orang pelajar menggunakan gambaran garis bersudut, iaitu kecerunan lebih besar mempunyai sudut lebih besar atau sudut menghampiri 90 darjah. Lima orang pelajar menggunakan gambaran pergerakan ke atas bagi kecerunan positif, seperti menaiki tangga, bukit, atau gunung. Seorang pelajar menggunakan gambaran benda konkrit, iaitu sesuatu yang cerun seperti bukit, gunung, atau tangga. Seorang pelajar menggunakan gambaran hubungan positif antara pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  untuk menggambarkan kecerunan positif.

(f) *Kecerunan negatif*. Tujuh gambaran mental bagi kecerunan negatif telah dikenal pasti, iaitu garis menurun, benda konkrit, pergerakan ke bawah, garis menurun dan terarah, garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , garis bersudut, dan formula kecerunan. Bagi gambaran garis menurun, seorang pelajar menganggap garis lurus dalam keadaan menurun, manakala seorang pelajar lain menganggap garis lurus mempunyai nilai  $x$  meningkat tetapi nilai  $y$  menyusut. Bagi gambaran benda konkrit, seorang pelajar menganggap sesuatu yang menurun seperti bukit atau tangga. Lima orang pelajar menggunakan pergerakan ke bawah sebagai gambaran kecerunan negatif, seperti menuruni tangga, bukit, atau gunung. Beberapa pelajar melukiskan garis yang mempunyai kecerunan negatif. Empat orang pelajar menggunakan gambaran garis menurun dan terarah, iaitu garis lurus dalam keadaan menurun dari kiri ke kanan pada satah Cartesan. Bagi gambaran garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , seorang pelajar

menganggap kecerunan negatif merupakan garis yang mempunyai satu pintasan positif, manakala satu pintasan negatif. Bagi gambaran garis bersudut, dua orang pelajar menganggap semakin besar sudut antara garis lurus dengan garis mengufuk, semakin besar kecerunan garis tersebut. Seorang pelajar menganggap kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan  $m = y/x$ .

(g) *Kecerunan sifar*. Empat gambaran mental bagi kecerunan sifar telah dikenal pasti, iaitu garis selari paksi-x, benda konkrit, garis berkecerunan “0”, dan garis mendatar. Bagi gambaran kecerunan sifar, seorang pelajar menggunakan gambaran garis selari paksi-x, manakala gambaran benda konkrit adalah sesuatu yang mempunyai permukaan yang rata. Seorang pelajar menganggap kecerunan sifar adalah garis lurus yang mendatar. Seorang pelajar melukiskan garis tersebut sebagai gambaran kecerunan sifar. Semua pelajar menganggap kecerunan sifar dan kecerunan “0” mempunyai maksud yang sama.

(h) *Tiada kecerunan*. Lima gambaran mental bagi tiada kecerunan telah dikenal pasti, iaitu garis menegak, garis bersudut, tidak tertakrif, garis selari paksi-y, dan benda konkrit. Bagi gambaran garis menegak, seorang pelajar menganggap tiada kecerunan sebagai garis lurus yang menegak. Seorang pelajar menggunakan gambaran garis bersudut, iaitu garis yang mempunyai sudut 90 darjah dengan garis mengufuk. Dua orang pelajar menggunakan gambaran benda konkrit, seperti tiang bendera dan dinding. Seorang pelajar menggunakan gambaran garis yang selari dengan paksi-y. Seorang pelajar menggunakan gambaran tidak tertakrif, iaitu garis lurus yang terlalu cerun sehingga tidak dapat ditentukan kecerunannya. Seorang pelajar menentukan

kecerunan, iaitu jarak mencancang bahagi jarak mendatar bersamaan dengan tidak tertakrif.

3. *Perbandingan kecerunan*. Perbandingan kecerunan merangkumi perbandingan kecerunan bumbung, perbandingan kecerunan tangga, dan perbandingan kecerunan garis lurus.

(a) *Perbandingan kecerunan bumbung*. Empat gambaran bagi membandingkan kecerunan bumbung telah dikenal pasti, iaitu formula kecerunan, sudut, pepenjuru kotak, dan ketidakbolehubah tapak. Bagi membandingkan kecerunan bumbung, empat orang pelajar menggunakan gambaran formula kecerunan untuk menentukan rajah yang mana mempunyai kecerunan lebih besar, iaitu  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan  $m = y/x$ . Tiga orang pelajar menggunakan gambaran sudut melalui pemerhatian untuk membandingkan kecerunan bumbung, iaitu lebih besar sudut lebih besar kecerunan bumbung. Seorang pelajar menggunakan gambaran pepenjuru kotak, iaitu dengan membandingkan garis pada bumbung dengan pepenjuru kotak. Seorang pelajar menggunakan gambaran ketidakbolehubah tapak melalui pemerhatian, iaitu bumbung yang mempunyai tapak yang lebih lebar adalah lebih stabil atau mempunyai kecerunan yang lebih kecil.

(b) *Perbandingan kecerunan tangga*. Lima gambaran bagi membandingkan kecerunan tangga telah dikenal pasti, iaitu kecondongan tangga, formula kecerunan, sudut, dan ketidakbolehubah tangga. Dua orang pelajar menggunakan gambaran garis lurus dengan menganggap rajah anak tangga seperti rajah garis lurus bagi membandingkan rajah yang mempunyai kecerunan paling besar. Empat orang pelajar menentukan kecerunan anak

tangga dengan menggunakan salah satu daripada formula kecerunan, iaitu  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , atau  $m = y/x$ . Dua orang pelajar menggunakan gambaran kecondongan tangga, iaitu anak tangga yang mempunyai kecerunan paling besar adalah yang sangat tegak atau kurang condong. Tiga orang pelajar menggunakan gambaran sudut, iaitu sudut antara garis condong dengan garis mendatar bagi anak tangga. Seorang pelajar menggunakan gambaran ketidakbolehubah tangga, iaitu melalui pemerhatian atau melakarkan anak tangga dalam bentuk lengkung. Anak tangga adalah kurang stabil atau mempunyai kecerunan lebih besar jika terdapat lebih banyak bentuk lengkung.

(c) *Perbandingan kecerunan garis lurus.* Lima gambaran bagi membandingkan kecerunan garis lurus telah dikenal pasti, iaitu sudut, kecondongan garis, pepenjuru kotak, ketidakbolehubah garis lurus, dan formula kecerunan. Bagi gambaran sudut, empat orang pelajar menggunakan protractor untuk mengukur sudut atau menganggar sudut melalui pemerhatian. Dua orang pelajar menggunakan gambaran kecondongan garis, iaitu dengan menganggap garis yang kurang condong atau lebih menegak mempunyai kecerunan yang lebih besar. Seorang pelajar menggunakan gambaran pepenjuru kotak, iaitu dengan membandingkan kedudukan garis lurus yang diberi dengan pepenjuru kotak tersebut. Seorang pelajar menggunakan gambaran ketidakbolehubah garis lurus, iaitu ketidakbolehubah garis lurus bergantung pada ukuran panjang garis lurus atau kedudukan garis lurus dengan paksi- $x$  dan  $y$ . Empat orang pelajar menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , atau  $m = y/x$  bagi menentukan kecerunan garis lurus.



Ringkasnya, tiga hasil kajian utama bagi *gambaran mental tentang kecerunan garis lurus* telah dikenal pasti. Bagi *garis lurus*, enam gambaran mental telah kenal pasti, iaitu garis khusus, benda konkrit, unsur kalkulus, unsur sudut, unsur arah, dan unsur transformasi. *Kecerunan garis lurus* pula merangkumi kecerunan umum, kecerunan “1”, kecerunan “-1”, kecerunan “0”, kecerunan positif, kecerunan negatif, kecerunan sifar, dan tiada kecerunan. *Perbandingan kecerunan* merangkumi perbandingan kecerunan bumbung, perbandingan kecerunan tangga, dan perbandingan kecerunan garis lurus.

### **Perwakilan Kecerunan**

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa hasil kajian. Berikut adalah dua hasil kajian utama bagi perwakilan kecerunan garis lurus:

1. *Tafsiran kecerunan garis*. Empat tafsiran berbeza bagi garis lurus yang diberikan telah dikenal pasti, iaitu kecerunan positif, pintasan- $y$ , formula, dan kedinamikan kecerunan. Bagi tafsiran kecerunan positif, lima orang pelajar menyatakan garis lurus yang diberikan mempunyai kecerunan positif, iaitu menaik dari kiri ke kanan manakala seorang pelajar pula menganggap garis lurus yang diberikan sebagai hipotenus yang mempunyai tinggi 9 unit dan tapak pula 4.5 unit. Seorang pelajar menyatakan nilai  $x$  meningkat sebanyak 1 unit tetapi nilai  $y$  meningkat sebanyak 2 unit. Seorang pelajar menyatakan kecerunan garis lurus yang diberikan adalah “2”. Bagi tafsiran pintasan- $y$ , seorang pelajar menyatakan garis lurus yang diberikan memintas paksi- $y$  pada  $y = 1$  dan titik terakhir bagi garis tersebut ialah (4, 9). Bagi tafsiran dengan menggunakan formula kecerunan, semua pelajar menggunakan formula seperti  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,  $m = y/x$ , dan jarak mencancang bahagi jarak mengufuk. Bagi kedinamikan kecerunan, semua pelajar menggunakan

kedinamikan kecerunan bagi tafsiran kecerunan garis lurus dengan menyatakan kecerunan “2” tidak boleh berubah menjadi “3” jika garis tidak berubah. Sebaliknya, kecerunan “2” boleh berubah menjadi “1” atau “0”, iaitu empat orang pelajar menggerakkan garis secara putaran mengikut arah jam pada pusat tertentu, seorang pelajar menggerakkan garis supaya berada pada pepenjurukan, seorang pelajar memilih dua titik yang mempunyai koordinat  $x$  sama dengan koordinat  $y$ , seorang pelajar menggunakan persamaan linear  $y = mx + c$  untuk melukis garis yang dikehendaki, lima orang pelajar menggerakkan garis supaya mendatar atau selari dengan paksi- $x$  supaya kecerunan garis berubah menjadi “0”.

2. *Perwakilan kecerunan “-1” dan “-3”*. Enam perwakilan bagi garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dan “-3” telah dikenal pasti, iaitu pintasan- $x$  dan  $y$ , titik koordinat, hipotenus, persamaan linear, sudut, dan formula kecerunan. Bagi perwakilan pintasan- $x$  dan  $y$ , tiga orang pelajar menggunakan kaedah melukis garis lurus yang memintas paksi- $x$  dan paksi- $y$  bagi mewakili kecerunan “-1” dan kecerunan “-3”. Bagi perwakilan hipotenus, seorang pelajar melukiskan segi tiga bersudut tegak dan merujuk hipotenus sebagai garis yang mempunyai kecerunan “-1”. Bagi perwakilan persamaan linear, dua orang pelajar melukiskan garis lurus dengan menggunakan persamaan linear, iaitu  $y = mx + c$ , mengambil nilai  $m = -1$  atau  $-3$  dan memilih satu titik bagi menentukan nilai  $c$ . Bagi perwakilan sudut, seorang pelajar melukiskan garis lurus yang mempunyai sudut 45 darjah dengan menggunakan protractor menuju ke atas dari kanan ke kiri sebagai perwakilan kecerunan “-1”. Bagi penggunaan formula kecerunan, lima orang pelajar menentukan kecerunan

dengan menggunakan formula seperti  $m = y / x$ ,  $m = \text{jarak mencancang} / \text{jarak mengufuk}$ ,  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , atau  $m = \text{pintasan-}y / \text{pintasan-}x$ .

Ringkasnya, empat hasil kajian utama bagi *tafsiran* tentang perwakilan garis lurus yang diberikan telah dikenal pasti, iaitu kecerunan positif, pintasan- $y$ , formula, dan kedinamikan kecerunan. Enam hasil kajian utama bagi *perwakilan* garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dan “-3” telah dikenal pasti, iaitu pintasan- $x$  dan  $y$ , titik koordinat, hipotenus, persamaan linear, sudut, dan formula kecerunan.

### **Makna Kecerunan**

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa hasil kajian. Berikut adalah tiga hasil kajian utama bagi makna kecerunan garis lurus dalam menentukan tugas kotak “pemproses”:

1. *Penggabungan benda*. Semua pelajar menyatakan tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan garis lurus dan satah koordinat cartesian. Selain itu, tiga orang pelajar menyatakan tugas kotak “pemproses” ialah menggabungkan dua kad menjadi satu kad.
2. *Penentuan kecerunan*. Semua pelajar menggunakan formula kecerunan bagi menentukan kecerunan yang dihasilkan oleh kotak pemproses, iaitu  $m = (\text{jarak mencancang}) / (\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , dan  $m = y / x$ .
3. *Penghasilan produk*. Semua pelajar menyatakan garis lurus yang dihasilkan mempunyai kecerunan positif, iaitu menaik dari kiri ke kanan. Selain itu, tiga orang pelajar menyatakan garis lurus yang dihasilkan adalah agak cerun, manakala seorang pelajar menyatakan garis lurus tersebut mempunyai sudut 65 darjah. Semua pelajar menyatakan garis lurus yang dihasilkan adalah berlainan tetapi mempunyai kecerunan yang sama, iaitu “2”. Akhirnya, tiga

orang pelajar menganggap garis lurus yang terhasil mempunyai pintasan- $x$  dan pintasan- $y$  yang berbeza.

Ringkasnya, tiga hasil kajian utama bagi *makna kecerunan garis lurus* dalam menentukan tugas kotak “pemproses” telah dikenal pasti, iaitu penggabungan benda, penentuan kecerunan, dan penghasilan produk.

### **Penaakulan**

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa hasil kajian. Berikut adalah lapan hasil kajian utama bagi penaakulan tentang kecerunan garis lurus:

1. *Mencirikan kecerunan positif*. Semua pelajar membuat penaakulan dengan mencirikan kecerunan positif, iaitu samada dengan menyatakan garis lurus adalah dalam keadaan menaik atau menuju ke atas dari kiri ke kanan atau kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  adalah samada positif atau negatif sebab garis  $k$  terletak dalam sukuan pertama dan ketiga.
2. *Melukis garis lurus*. Semua pelajar membuat penaakulan dengan melukis garis, iaitu dengan melukis garis lurus yang melalui  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ , melukis garis yang melalui titik  $(3, 4)$  dan berserenjang dengan paksi- $x$ , atau melukis garis yang melalui titik persilangan garis pertama dengan garis  $k$  dan selari dengan paksi- $x$ .
3. *Menganggar cerun*. Dua orang pelajar membuat penaakulan dengan menganggar cerun bagi kecerunan garis lurus, iaitu garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding garis lurus yang melalui  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ .
4. *Menganggar kedudukan garis*. Tiga orang pelajar membuat penaakulan dengan menganggar kedudukan garis, iaitu garis lurus  $k$  terletak lebih tinggi dari kedudukan garis lurus yang melalui  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ .

5. *Menganggar koordinat.* Tiga orang pelajar membuat penaakulan dengan menganggar koordinat, iaitu dengan menyatakan koordinat  $y$  bagi titik pada garis  $k$  adalah lebih besar daripada 4, dan titik yang terletak lebih tinggi daripada titik  $(3, 4)$  mempunyai koordinat  $y$  lebih besar daripada 4.
6. *Menganggar sudut.* Dua orang pelajar membuat penaakulan dengan menganggar sudut antara garis lurus  $k$  dengan paksi- $x$  dan mendapati sudutnya adalah lebih besar berbanding sudut antara garis lurus yang melalui titik  $(3, 4)$  dengan paksi- $x$ .
7. *Menganggar kecerunan.* Semua pelajar membuat penaakulan dengan menganggar kecerunan, iaitu kecerunan garis  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$  atau kecerunan bagi garis lurus  $k$  ialah  $y/3$ . Dalam hal ini,  $y$  adalah lebih besar daripada 4.
8. *Menentukan kecerunan.* Semua pelajar menentukan kecerunan dengan menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = y/x$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ .

Ringkasnya, lapan *penaakulan* berbeza tentang kecerunan garis lurus yang diberikan telah dikenal pasti, iaitu mencirikan kecerunan positif, melukis garis lurus, menganggar cerun, menganggar kedudukan garis, menganggar koordinat, menganggar sudut, menganggar kecerunan, dan menentukan kecerunan.

### **Hubung Kait**

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa hasil kajian. Berikut adalah tujuh hasil kajian utama bagi hubung kait kecerunan garis lurus dengan jadual nilai:

1. *Bentuk garis lurus.* Semua pelajar melukiskan graf dengan menggunakan pasangan nilai  $(x, y)$  yang diberikan dan mendapati graf dalam bentuk garis lurus.

2. *Bentuk garis lurus berarah.* Tiga orang pelajar menggunakan hubung kait bentuk garis lurus berarah dan mendapati graf adalah garis lurus yang menuju ke atas dari kiri ke kanan.
3. *Kecerunan positif.* Semua pelajar menggunakan hubung kait hubungan positif, seperti nilai  $x$  dan  $y$  berubah secara langsung dan nilai  $x$  dan  $y$  berubah secara malar, iaitu  $x$  meningkat sebanyak satu unit manakala  $y$  meningkat sebanyak dua unit.
4. *Julat  $x$  dan  $y$ .* Bagi hubung kait julat  $x$  dan  $y$ , seorang pelajar menyatakan garis lurus terletak dalam julat  $0 \leq x \leq 3$  dan  $-3 \leq y \leq 3$ .
5. *Hubungan positif.* Seterusnya, dua orang pelajar menggunakan hubungan positif dengan menyatakan garis lurus mempunyai kecerunan positif, iaitu positif 2 sebab garis menuju ke atas dari kiri ke kanan bagi hubung kait kecerunan dengan jadual.
6. *Formula kecerunan.* Lima orang pelajar menggunakan formula kecerunan,  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,  $m = y/x$  bagi menentukan kecerunan.
7. *Hipotenus.* Seorang pelajar menggunakan hipotenus sebagai hubung kait kecerunan dengan jadual, iaitu garis lurus adalah hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat dengan tinggi 6 unit dan tapak ialah 3 unit.

Ringkasnya, tujuh hubung kait berbeza tentang kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan telah dikenal pasti, iaitu bentuk garis lurus, bentuk garis lurus berarah, kecerunan positif, julat  $x$  dan  $y$ , hubungan positif, formula kecerunan, dan hipotenus.

## Komunikasi

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa hasil kajian. Berikut adalah tujuh hasil kajian utama bagi komunikasi berbeza tentang kecerunan garis lurus:

1. *Mendefinisikan kecerunan.* Tiga orang pelajar menggunakan definisi kecerunan umum bagi komunikasi tentang kecerunan “-3”, iaitu kecerunan boleh dilukis sebagai graf garis lurus yang menunjukkan perubahan pada nilai  $x$  berbanding perubahan pada nilai  $y$ , kecerunan adalah satu ukuran tentang cerunnya sesuatu garis lurus, atau simbol  $m$  digunakan bagi mewakili kecerunan.
2. *Mendefinisikan kecerunan positif.* Seorang pelajar menggunakan definisi kecerunan positif bagi komunikasi tentang kecerunan “-3”, iaitu sebagai garis lurus yang mempunyai kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  meningkat.
3. *Mendefinisikan kecerunan negatif.* Lima orang pelajar menggunakan definisi kecerunan negatif bagi komunikasi tentang kecerunan “-3”, iaitu garis lurus yang mempunyai hubungan linear  $x$  dan  $y$ , iaitu apabila nilai  $x$  bertambah nilai  $y$  berkurangan atau sebaliknya, garis lurus yang menuju ke bawah, graf garis lurus menuju ke bawah dari kiri ke kanan, hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat yang menuju ke bawah dari kiri ke kanan, dan semakin besar nilai negatif kecerunan, maka semakin cerun garis lurus.
4. *Mendefinisikan kecerunan “-3”.* Tiga orang pelajar menggunakan definisi kecerunan “-3” bagi komunikasi tentang kecerunan “-3”, iaitu garis yang menuju ke bawah yang mempunyai nilai  $x$  bertambah sebanyak satu unit manakala nilai  $y$  berkurangan sebanyak tiga unit.
5. *Mengira kecerunan.* Lima orang pelajar mengira kecerunan dengan menggunakan formula bagi komunikasi tentang kecerunan “-3”, iaitu  $m =$

(jarak mencancang)/(jarak mengufuk),  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,  $m = y/x$  bagi menentukan kecerunan.

6. *Menggunakan persamaan linear.* Dua orang pelajar menggunakan persamaan linear bagi komunikasi tentang kecerunan “-3”, iaitu untuk melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”.
7. *Melukis graf.* Lima orang pelajar membuat komunikasi tentang kecerunan “-3” dengan melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”.

Ringkasnya, tujuh cara *komunikasi* berbeza tentang kecerunan garis lurus telah dikenal pasti, iaitu mendefinisikan kecerunan, mendefinisikan kecerunan positif, mendefinisikan kecerunan negatif, mendefinisikan kecerunan “-3”, mengira kecerunan, menggunakan persamaan linear, dan melukis graf.

### **Penyelesaian Masalah**

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa hasil kajian. Berikut adalah dua hasil kajian utama bagi penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus:

1. *Penyelesaian masalah melibatkan rajah koordinat Cartesian.* Enam kaedah penyelesaian masalah melibatkan rajah koordinat Cartesian telah dikenal pasti, iaitu mentafsirkan kecerunan positif, membandingkan garis, menganggar nilai  $a$ , menggunakan formula, membandingkan sudut, dan menganggar kecerunan.
  - (a) *Mentafsirkan kecerunan positif.* Empat orang pelajar menggunakan kaedah penyelesaian dengan mentafsirkan kecerunan positif, iaitu garis MN menurun dari kanan ke kiri atau menaik dari kiri ke kanan pada satah Cartesian dan garis MN mempunyai nilai  $x$  dan nilai  $y$  meningkat.



(b) *Membandingkan garis*. Tiga orang pelajar menggunakan kaedah dengan membandingkan garis MN dengan garis yang melalui titik (-5, 0) dan (0, 5) bagi menyelesaikan masalah melibatkan rajah koordinat Cartesan.

(c) *Menganggar nilai a*. Empat orang pelajar menggunakan kaedah penyelesaian dengan menganggar nilai  $a$ , iaitu nilai  $a$  adalah positif yang kurang daripada 5 atau terletak dalam lingkungan 3.

(d) *Menggunakan formula*. Semua pelajar menggunakan formula kecerunan, iaitu,  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,  $m = y/x$ , dan  $m = -(\text{pintasan-}y)/(\text{pintasan-}x)$  bagi menentukan kecerunan.

(e) *Membandingkan sudut*. Seorang pelajar menggunakan kaedah penyelesaian dengan membandingkan sudut, iaitu garis MN kurang cerun berbanding garis lurus yang dilukis sebab sudut antara garis MN dengan paksi- $x$  adalah lebih kecil berbanding sudut antara garis lurus yang dilukis.

(f) *Menganggar kecerunan*. Semua pelajar menggunakan kaedah penyelesaian dengan menganggar kecerunan seperti garis MN mempunyai kecerunan  $a/5$ , menganggar kecerunan garis MN terletak antara  $2/5$  hingga  $4/5$  melalui pemerhatian, dan menganggar kecerunan garis MN terletak antara 0 hingga 1 sebab nilai  $a$  adalah antara 0.

2. *Penyelesaian masalah melibatkan titik koordinat*. Empat kaedah penyelesaian masalah berbeza yang melibatkan titik koordinat termasuklah melalui pemerhatian, melukis garis, memilih dua titik, dan menggunakan formula untuk menentukan kecerunan.

(a) *Melalui pemerhatian*. Dua orang pelajar menggunakan kaedah melalui pemerhatian sebagai kaedah penyelesaian masalah yang melibatkan titik

koordinat, iaitu dengan melihat koordinat titik-titik yang diberikan tidak begitu besar nilainya maka garis dianggap tidak cerun.

(b) *Melukis garis*. Dua orang pelajar menggunakan kaedah melukis garis yang melalui tiga titik yang diberikan dan memilih mana-mana dua titik antara tiga titik untuk menentukan kecerunan.

(c) *Memilih dua titik*. Semua pelajar menggunakan kaedah memilih dua titik bagi menyelesaikan masalah melibatkan koordinat, iaitu dengan memilih mana-mana dua titik antara tiga titik yang diberikan, memilih dua titik yang mempunyai jarak paling besar, atau memilih dua titik yang melibatkan titik A sebab nilai koordinat- $x$  bagi titik A adalah satu nilai yang negatif.

(d) *Menggunakan formula*. Semua pelajar menggunakan formula kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$  untuk menentukan kecerunan garis lurus yang melalui titik A, B, dan C.

Ringkasnya, enam kaedah *penyelesaian masalah berbeza yang melibatkan rajah koordinat Cartesian* telah dikenal pasti, iaitu mentafsirkan kecerunan positif, membandingkan garis, menganggar nilai  $a$ , menggunakan formula, membandingkan sudut, dan menganggar kecerunan. Empat kaedah *penyelesaian masalah berbeza yang melibatkan titik koordinat* pula telah dikenal pasti, iaitu melalui pemerhatian, melukis garis, memilih dua titik, dan menggunakan formula untuk menentukan kecerunan.

Perbincangan terperinci merentasi enam responden kajian berdasarkan dapatan kajian akan dijelaskan dengan lebih mendalam dalam Bab Lima. Selain itu, perbincangan berfokus kepada implikasi kajian dari aspek teori serta pengajaran dan pembelajaran. Seterusnya, satu cadangan penyelidikan lanjut akan dihuraikan secara mendalam.

## **BAB LIMA**

### **PERBINCANGAN, KESIMPULAN, DAN IMPLIKASI**

#### **Pengenalan**

Kajian ini bertujuan untuk mengenal pasti pemahaman pelajar Semester Satu program Asasi Sains di Institut Pengajian Tinggi Swasta tentang kecerunan garis lurus. Bab ini terdiri daripada lapan bahagian utama. Bahagian pertama merangkumi ringkasan kajian yang memberikan gambaran keseluruhan secara ringkas tentang masalah kajian, tujuan kajian, soalan kajian, dan reka bentuk kajian. Bahagian kedua mengandungi ringkasan hasil kajian yang membentangkan maklumat ringkas dan padat tentang hasil kajian. Bahagian ketiga mengandungi perbincangan yang mentafsirkan hasil kajian dengan menerangkan maksud yang lebih luas tentang perkara tersebut dalam proses menjawab soalan kajian. Bahagian keempat mengandungi kesimpulan kajian yang menyimpulkan hasil dan dapatan kajian.

Seterusnya, bahagian kelima mengandungi implikasi kepada teori yang membincangkan implikasi hasil kajian kepada teori yang mendasari kajian. Bahagian keenam mengandungi implikasi kepada amalan pendidikan yang membincangkan implikasi hasil kajian kepada amalan pendidikan matematik. Bahagian ketujuh mengandungi implikasi kajian lanjut yang membincangkan implikasi hasil kajian kepada kajian lanjut. Bahagian kelapan merupakan penutup yang mengemukakan mesej penting kepada pembaca dan meninggalkan tanggapan positif kepada mereka.

#### **Ringkasan Kajian**

Kajian ini berlandaskan konstruktivisme radikal dan menggunakan kajian kes sebagai reka bentuk kajian. Berdasarkan teori ini, tujuh soalan khusus kajian telah

dibentuk secara terperinci dan bertumpu kepada tujuh tema utama, iaitu gambaran mental tentang kecerunan garis lurus, perwakilan bagi kecerunan garis lurus, makna kecerunan garis lurus, penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus, hubungan kait yang membabitkan kecerunan garis lurus, komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus, dan seterusnya ialah penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus.

Gambaran mental tentang kecerunan garis lurus merangkumi soalan yang bertumpu kepada gambaran mental tentang garis lurus, gambaran mental tentang kecerunan garis lurus, dan perbandingan kecerunan. Dalam perbandingan kecerunan, soalan bertumpu kepada tiga bahagian, iaitu perbandingan kecerunan bumbung, perbandingan kecerunan tangga, dan perbandingan kecerunan garis lurus. Perwakilan bagi kecerunan garis lurus pula merangkumi tafsiran tentang kecerunan garis lurus yang diberikan dan perwakilan garis lurus yang mempunyai kecerunan “-1” dan “-3”. Makna kecerunan garis lurus membabitkan tafsiran pelajar dalam menentukan tugas kotak “pemproses”. Penaakulan tentang kecerunan garis lurus merangkumi soalan untuk mengenal pasti cara pelajar menjelaskan jawapan kepada masalah yang diberikan dalam bentuk rajah koordinat Cartesien yang mempunyai satu garis lurus,  $k$ , dan melalui asalan. Di sini, pelajar diminta memberikan alasan bagi kecerunan garis lurus yang diberikan dan bagaimana mereka menentukan kecerunan tersebut.

Seterusnya, hubungan kait membabitkan cara pelajar membuat perkaitan antara perwakilan dalam bentuk jadual yang mengandungi data diskret dan perwakilan dalam bentuk graf garis lurus yang mengandungi data selanjar. Komunikasi pula membabitkan beberapa aspek tentang cara pelajar menyampaikan pengetahuan tentang kecerunan garis lurus yang dimilikinya kepada orang lain, iaitu aspek pembacaan, lisan (perbincangan), dan penulisan. Akhirnya, penyelesaian masalah

yang membabitkan kecerunan garis lurus bertumpu kepada penyelesaian masalah melibatkan rajah koordinat Cartesian dan penyelesaian masalah melibatkan titik koordinat.

Dalam kajian ini, enam orang pelajar dipilih dengan menggunakan kaedah persampelan bertujuan sebagai responden kajian yang terdiri dari pelajar Semester Satu program Asasi Sains di sebuah institut pengajian tinggi di Nilai, Negeri Sembilan. Seterusnya, teknik pengumpulan data yang digunakan ialah temu duga klinikal, manakala instrumen dalam kajian ini ialah protokol temu duga bertulis. Akhirnya, penganalisan data merentasi responden dijalankan dengan menggunakan teknik analisis protokol bertulis berasaskan kaedah temu duga klinikal untuk mengenal pasti konsep kecerunan garis lurus yang dimiliki pelajar.

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa hasil kajian. Berikut adalah beberapa hasil kajian utama yang telah dikenal pasti:

1. Gambaran mental tentang garis lurus yang diberikan oleh responden ialah garis khusus, benda konkrit, unsur kalkulus, unsur sudut, unsur arah, dan unsur transformasi.
2. Gambaran mental tentang kecerunan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah kecondongan garis, kecondongan benda, kuantiti terarah, pekali  $x$  dalam persamaan linear, analisis terarah, formula kecerunan, pergerakan turun naik, garis tidak berlekuk, garis menaik, garis menaik dan terarah, garis bersudut, hipotenus atau pepenjuru, nilai  $m$  ialah "1", garis berpintasan- $x$  dan  $y$ , garis menurun, garis menurun dan terarah, nilai  $m$  ialah "-1", garis mendatar, nilai  $m$  ialah "0", kuantiti tidak terarah, benda konkrit, tiada kecerunan, koordinat titik, garis menaik dan terarah, hubungan positif,

garis selari paksi- $x$ , garis berkecerunan “0”, garis menegak, tidak tertakrif, dan garis selari paksi- $y$ .

3. Gambaran perbandingan kecerunan antara beberapa bumbung, tangga, dan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah formula kecerunan, sudut, pepenjuru kotak, ketidakbolehubah tapak, kecondongan tangga, ketidakbolehubah tangga, kecondongan garis, dan ketidakbolehubah garis lurus.
4. Perwakilan tentang kecerunan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah kecerunan positif, pintasan- $x$  dan  $y$ , formula kecerunan, kedinamikan kecerunan, titik koordinat, hipotenus, persamaan linear, dan sudut.
5. Makna bagi kecerunan garis lurus dalam menentukan tugas kotak “pemproses” yang diberikan responden ialah penggabungan benda, penentuan kecerunan, dan penghasilan produk.
6. Penaakulan tentang kecerunan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah mencirikan kecerunan positif, melukis garis lurus, menganggar cerun, menganggar kedudukan garis, menganggar koordinat, menganggar sudut, menganggar kecerunan, dan menentukan kecerunan.
7. Hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang diberikan oleh responden ialah bentuk garis lurus, bentuk garis lurus berarah, kecerunan positif, julat  $x$  dan  $y$ , hubungan positif, formula kecerunan, dan hipotenus.
8. Komunikasi tentang kecerunan garis lurus yang diberikan oleh responden ialah mendefinisikan kecerunan, mendefinisikan kecerunan positif, mendefinisikan kecerunan negatif, mendefinisikan kecerunan “-3”, mengira kecerunan, menggunakan persamaan linear, dan melukis graf.

9. Kaedah penyelesaian masalah yang diberikan oleh responden ialah mentafsirkan kecerunan positif, membandingkan garis, menganggar nilai  $a$ , menggunakan formula, membandingkan sudut, menganggar kecerunan, melalui pemerhatian, melukis garis, dan memilih dua titik.

### Perbincangan

Perbincangan bagi hasil kajian dijalankan dalam konteks menjawab soalan kajian. Seterusnya, ringkasan bagi hasil kajian ditafsirkan secara mendalam.

**Soalan 1:** Apakah gambaran mental tentang kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains?

Pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus membabitkan gambaran mental bagi kecerunan garis lurus boleh dirumuskan kepada sepuluh konteks berbeza: (a) entiti berciri khusus, (b) idea algebra, (c) idea kuantiti, (d) idea sudut, (e) idea konkrit, (f) unsur hipotenus dan pepenjuru, (g) idea pergerakan motor, (h) unsur analisis terarah, (i) unsur ketidakbolehubah, dan (j) idea hubungan. Gambaran mental yang dominan tentang kecerunan garis lurus membabitkan gambaran entiti berciri khusus dan gambaran idea algebra. Berikut adalah penjelasan tentang sepuluh konteks gambaran mental bagi garis lurus.

- a. *Entiti berciri khusus.* Semua pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus sebagai garis lurus yang mempunyai ciri-ciri seperti berikut: (a) garis condong, (b) garis yang condong pada sudut tertentu, (c) garis yang tidak bersudut tegak dengan mana-mana paksi- $x$  atau paksi- $y$ , (d) garis yang tidak berlekuk, (e) garis yang mendatar, dan (f) garis yang menuju ke atas atau ke bawah dengan arah tertentu. Sebahagian pelajar melukiskan garis tersebut.

Dalam hal ini, pelajar menggunakan tindakan dalaman untuk menggambarkan semula ciri umum kecerunan garis lurus.

- b. *Idea algebra.* Semua pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea algebra yang membabitkan idea berikut: (a) formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , (b) kecerunan ialah jarak menegak bahagi jarak mendatar, (c)  $m = -(\text{pintasan } - y)/(\text{pintasan } - y)$ , (d)  $m = y/x$ , dan (e) persamaan linear  $y = mx + c$ . Dalam hal ini, pelajar menggunakan pengetahuan lepas bagi merumuskan strategi tertentu untuk menentukan kecerunan garis lurus.
- c. *Idea kuantiti.* Sebahagian pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea kuantiti yang membabitkan idea berikut: (a) kecerunan adalah satu ukuran atau nilai samada positif atau negatif untuk mengukur cerun bagi garis lurus, (b) kecerunan adalah tidak tertakrif bagi gambaran tiada kecerunan, dan (c) kecerunan adalah “0” bagi gambaran kecerunan sifar. Hal ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan abstrak bagi menjelaskan makna kecerunan garis lurus.
- d. *Idea sudut.* Sebahagian pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea sudut yang membabitkan idea berikut: (a) garis yang mempunyai sudut dengan paksi- $x$ , (b) garis yang mempunyai sudut 45 darjah, (c) garis yang mempunyai lebih besar sudut mempunyai lebih besar kecerunan, dan (d) mengukur sudut dengan menggunakan protractor. Sebahagian pelajar melukiskan garis bersudut yang di maksudkan dengan menggunakan protractor. Hal ini menunjukkan pelajar membuat hubung kait sudut dengan kecerunan garis lurus.



- e. *Idea konkrit*. Semua pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea konkrit seperti permukaan meja, tiang bendera, dinding, bukit, tangga, dan keadaan kedudukan benang. Dalam hal ini, pelajar boleh visualisasi objek konkrit yang rata, tegak, atau condong melalui beberapa pengalaman lepas dan merumuskan ciri tertentu objek tersebut.
- f. *Unsur hipotenus dan pepenjuru*. Sebahagian pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea yang membabitkan hipotenus atau pepenjuru seperti berikut: (a) kecerunan garis merujuk hipotenus segi tiga bersudut tegak dan (b) garis berkecerunan “1” dan “-1” merujuk pepenjuru bagi segi empat sama. Sebahagian pelajar melukiskan hipotenus dan pepenjuru segi empat sama. Hal ini menunjukkan pelajar aktif mewakili pengalaman figuratif yang dibina melalui pengabstrakan empiris bagi mewakili gambaran kecerunan garis lurus.
- g. *Idea pergerakan motor*. Sebahagian pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea pergerakan motor, iaitu pergerakan ke atas atau ke bawah seperti menaiki atau menuruni tangga atau bukit. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif mewakili pengalaman motor deria bagi kecerunan garis lurus.
- h. *Unsur analisis terarah*. Seorang pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan unsur analisis terarah, iaitu paparan turun naik sesuatu perniagaan atau saham pada graf garis lurus. Dalam hal ini, pelajar mempunyai keupayaan berfikir untuk mengaitkan perkara yang dilafazkan dengan kecerunan lurus.
- i. *Unsur ketidakbolehubah*. Seorang pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea ketidakbolehubah yang membabitkan idea

berikut: (a) bumbung yang mempunyai tapak yang lebih lebar adalah lebih stabil dan mempunyai kecerunan yang lebih kecil, (b) tangga yang mempunyai bilangan anak tangga yang lebih adalah kurang stabil dan mempunyai kecerunan lebih besar, dan (c) kedudukan garis lurus yang terletak lebih tinggi dalam satah Cartesan mempunyai kecerunan lebih besar. Hal ini menunjukkan pelajar boleh visualisasi objek konkrit yang condong untuk merumuskan ciri tertentu daripada realiti yang dialami tentang kecerunan garis lurus.

- j. *Idea hubungan.* Seorang pelajar menggunakan gambaran hubungan positif antara pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  untuk menggambarkan kecerunan positif, seperti kos ( $x$ ) dan keuntungan ( $y$ ) bagi menghasilkan sesuatu produk mempunyai hubungan positif. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar mempunyai keupayaan berfikir untuk mengaitkan kecerunan garis lurus dengan realiti dunia sebenar.

Pada umumnya, hasil kajian ini mendapati bahawa semua pelajar menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea konkrit seperti permukaan meja, tiang bendera, dinding, bukit, tangga, dan keadaan kedudukan benang. Dalam konteks ini, konsepsi pelajar tentang kecerunan garis lurus banyak bertumpu kepada bahan fizikal harian yang terdapat di dalam persekitaran mereka semasa sesi temuduga dijalankan atau berdasarkan pengalaman mereka semasa sesi pembelajaran di sekolah menengah seperti yang digunakan oleh pelajar dalam kajian ini. Hasil kajian ini selari dengan hasil kajian Gregg (2002) yang mendapati pelajar dan guru dapat membina pemahaman tentang kecerunan dengan menggunakan bahan konkrit, iaitu melalui aktiviti penyusunan kiub. Oleh itu, hasil kajian ini mempunyai persamaan dengan hasil kajian Gregg (2002) yang menggunakan objek konkrit

supaya pelajar dan guru dapat memanipulasikan objek tersebut dalam membina pemahaman konsep tentang kecerunan.

Seterusnya, hasil kajian ini mendapati bahawa konsepsi pelajar tentang kecerunan garis lurus membabitkan idea sudut seperti garis yang mempunyai sudut dengan paksi- $x$ , garis yang mempunyai sudut 45 darjah, garis yang mempunyai lebih besar sudut mempunyai lebih besar kecerunan, dan mengukur sudut dengan menggunakan protractor. Hal ini selari dengan objektif pencapaian bagi topik kecerunan garis lurus. Nampaknya, hasil kajian ini mempunyai persamaan dengan takrif kecerunan yang diberikan oleh Wheeler dan Wheeler (2009), iaitu sudut ditakrifkan sebagai sudut yang terletak antara garis lurus dengan paksi- $x$ . Seterusnya, kecerunan bagi garis lurus pula dikaitkan dengan sudut  $\theta$ .

Sebagai tambahan, Wheeler dan Wheeler (2009) mentakrifkan kecerunan sebagai  $\tan \theta$  dengan menggunakan sebutan bertentangan dan bersebelahan bagi sudut dalam sebuah segi tiga bersudut tegak. Di sini terdapat perbezaan antara kajian ini dengan takrif yang diberikan oleh Wheeler dan Wheeler yang mana hasil kajian ini mendapati pelajar hanya mengaitkan kecerunan dengan sudut dan pelajar tidak mengaitkan kecerunan dengan  $\tan \theta$ . Keadaan ini berlaku disebabkan oleh pengalaman pelajar tentang kecerunan garis lurus semasa sesi pengajaran dan pembelajaran yang tidak banyak melibatkan  $\tan \theta$ . Tumpuan tentang kecerunan sebagai  $\tan \theta$  juga kurang diberi penekanan di dalam buku teks mahupun mana-mana buku rujukan Matematik atau Matematik Tambahan yang terdapat dalam pasaran di Malaysia.

Dalam aspek algebra, kajian ini mendapati konsepsi pelajar tentang kecerunan garis lurus bertumpu kepada rumus kecerunan dan persamaan linear  $y = mx + c$ . Pelajar menggunakan persamaan linear untuk menjelaskan tentang

kecerunan dengan merujuk pekali bagi sebutan  $x$  dalam persamaan linear sebagai kecerunan. Di samping itu, pelajar menggambarkan kecerunan dengan menggabungkan perwakilan grafik dan simbolik bagi hubungan ini, iaitu pelajar melukiskan garis lurus tersebut dengan menganggap nilai  $c$  sebagai pintasan- $y$  bagi garis lurus yang dilukiskan. Walau bagaimanapun, terdapat juga sedikit kesilapan dalam penggunaan rumus. Kesilapan ini adalah disebabkan oleh pelajar tidak dapat merujuk rumus sebagai mana kebiasaannya mereka disediakan rumus dalam setiap peperiksaan matematik.

Kajian Gregg (2002) pula mendapati kebanyakan pelajar universiti memahami konsep kecerunan sebagai kecuraman bagi satu garis lurus dan menyedari bahawa kecerunan ialah pekali bagi sebutan  $x$  dalam persamaan linear. Namun begitu, mereka mempunyai kurang pengetahuan atau pengalaman untuk menjelaskan konsep kecerunan atau membuat hubungan linear. Nampaknya, hasil kajian ini agak secocok dengan hasil kajian Gregg yang turut mendapati konsepsi pelajar tentang kecerunan dari aspek rumus dan persamaan linear.

Hasil kajian ini juga didapati selaras dengan kajian (Birgin, 2012) yang mendapati konsep kecerunan merupakan salah satu konsep penting yang terdapat dalam fungsi linear. Dalam hal ini, kecerunan fungsi linear mewakili kadar perubahan dalam satu pemboleh ubah yang terhasil daripada perubahan dalam pemboleh ubah yang lain. Oleh sebab fungsi linear diwakili oleh satu garis lurus secara geometri, maka kadar perubahan atau kecerunan garis lurus adalah pemalar.

Walaupun, kajian ini mendapati seorang pelajar memberi gambaran yang berbeza, iaitu beliau menggambarkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan unsur analisis terarah. Di sini, konsepsi pelajar tentang kecerunan garis lurus ialah sesuatu perniagaan atau saham mengalami peningkatan jika garis

pada graf adalah menaik (kecerunan positif) manakala perniagaan mengalami penurunan jika garis pada graf menurun (kecerunan negatif). Nampaknya, beliau mempunyai pemahaman yang berbeza tentang kecerunan, iaitu kaitan antara kecerunan graf bagi sesuatu perniagaan atau saham dengan turun naik sesuatu perniagaan atau saham. Sebaliknya, kajian ini mendapati seorang pelajar lain memberi gambaran kecerunan garis lurus yang positif sebagai hubungan positif antara pemboleh ubah  $x$  dan  $y$ , Sebagai contoh, hubungan positif antara kos ( $x$ ) dan keuntungan ( $y$ ) bagi menghasilkan sesuatu produk bermaksud semakin tinggi kos semakin tinggi keuntungan. Dalam hal ini, pelajar mempunyai pemahaman tentang kecerunan garis lurus dan menyedari kaitan kecerunan dengan realiti dunia sebenar.

**Soalan 2:** Apakah perwakilan bagi kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains dan bagaimanakah mereka mentafsirkan kecerunan garis lurus?

**Mentafsir:** Pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus yang membabitkan pentafsiran bagi kecerunan garis lurus boleh dirumuskan kepada empat konteks berbeza: (a) kecerunan positif, (b) pintasan- $y$ , (c) rumus algebra, dan (d) unsur kedinamikan. Pentafsiran yang dominan tentang kecerunan garis lurus membabitkan idea kecerunan positif, rumus algebra, dan unsur kedinamikan kecerunan. Berikut adalah penjelasan tentang empat konteks pentafsiran kecerunan garis lurus.

- a. *Kecerunan positif.* Semua pelajar mentafsirkan garis lurus mempunyai kecerunan positif yang mempunyai ciri-ciri seperti berikut: (a) garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan, (b) nilai  $x$  meningkat sebanyak 1 unit tetapi nilai  $y$  meningkat sebanyak 2 unit, dan (c) kecerunan bagi garis lurus adalah “2”. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan abstrak bagi menjelaskan makna kecerunan garis lurus.

- b. *Pintasan-y*. Seorang pelajar mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan dengan menggunakan idea yang membabitkan pintasan- $y$ , iaitu garis memintas pada  $y = 1$  dan titik terakhir bagi garis tersebut ialah  $(4, 9)$ . Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan lepas bagi membuat hubung kait garis dengan kecerunan garis lurus.
- c. *Rumus algebra*. Semua pelajar mentafsirkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan rumus algebra yang membabitkan perkara berikut: (a)  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ , (b) kecerunan = (jarak menegak) / (jarak mendatar), dan (c)  $m = y / x$ . Dalam hal ini, pelajar menggunakan pengetahuan lepas bagi merumuskan strategi tertentu untuk mentafsirkan kecerunan garis lurus.
- d. *Unsur kedinamikan*. Semua pelajar mentafsirkan kecerunan garis lurus dengan menggunakan unsur kedinamikan kecerunan yang membabitkan idea seperti berikut: (a) kecerunan “2” tidak boleh berubah menjadi “3” jika garis tidak berubah dan (b) kecerunan “2” boleh berubah menjadi “1” atau “0” jika garis digerakkan dengan beberapa cara seperti menggerakkan garis secara putaran, menggerakkan garis supaya berada pada pepenjuru kotak, memilih dua titik yang mempunyai koordinat  $x$  sama dengan koordinat  $y$ , menggunakan persamaan linear  $y = mx + c$  untuk melukis garis yang dikehendaki, atau menggerakkan garis supaya selari dengan paksi- $x$ . Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif menggunakan pengetahuan abstrak lepas untuk mewakili gambaran kecerunan yang dikehendaki.

Dalam menjawab soalan ini, tafsiran pelajar bagi perwakilan tentang kecerunan garis lurus bertumpu kepada tiga konteks utama, iaitu kecerunan positif, rumus algebra, dan unsur kedinamikan. Bagi konteks kecerunan positif, semua pelajar menganggap garis lurus yang diberikan mempunyai kecerunan positif yang

mempunyai beberapa ciri-ciri tertentu. Antaranya, garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan, nilai  $x$  meningkat sebanyak 1 unit tetapi nilai  $y$  meningkat sebanyak 2 unit, dan kecerunan bagi garis lurus adalah “2”. Hal ini menunjukkan konsep asas yang dimiliki oleh pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus adalah jelas dan baik. Keadaan ini berlaku disebabkan penekanan yang diberikan oleh guru dalam aktiviti yang dijalankan semasa sesi pengajaran dan pembelajaran banyak bertumpu kepada konsep asas kecerunan garis lurus. Walau bagaimanapun, penekanan konsep kecerunan yang diberikan hanya bertumpu kepada pembahagian tiga konteks utama, iaitu kecerunan positif, rumus algebra, dan unsur kedinamikan. Hanya terdapat seorang pelajar yang memberi penjelasan tambahan dengan mentafsirkan kecerunan garis lurus yang diberikan menggunakan idea yang membabitkan pintasan- $y$ . Ini menunjukkan bahawa pelajar kurang diberi penekanan oleh guru atau persekitaran pembelajaran termasuklah buku teks atau buku rujukan dari konteks pintasan. Hal ini bersesuaian dengan huraian yang diberikan oleh National Council of Teachers of Mathematics (2000), iaitu perwakilan termasuklah menjelaskan idea-idea matematik, serta memilih dan menterjemahkan model-model ini untuk menyelesaikan masalah dan mentafsirkan matematik. Model-model ini boleh digunakan untuk "menunjukkan" matematik, melalui penggunaan bahan manipulatif, rajah, paparan grafik, dan ungkapan simbolik.

**Perwakilan:** Pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus yang membabitkan perwakilan kecerunan garis lurus boleh dirumuskan kepada empat konteks berbeza: (a) pintasan- $x$  atau  $y$  (b) algebra, (c) hipotenus, dan (d) sudut. Perwakilan yang dominan tentang kecerunan garis lurus membabitkan algebra. Berikut adalah penjelasan tentang empat konteks perwakilan bagi kecerunan garis lurus.

- a. *Pintasan-x atau y*. Seorang pelajar mewakili kecerunan garis lurus yang diberikan dengan menggunakan idea yang membabitkan pintasan- $y$  pada nilai  $y = 1$  dan sebahagian pelajar melukiskan garis lurus untuk mewakili kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea yang membabitkan pintasan- $x$  dan  $y$ . Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan tindakan dalaman untuk menggambarkan semula ciri umum garis lurus.
- b. *Algebra*. Semua pelajar mewakili kecerunan garis lurus dengan menggunakan idea algebra yang membabitkan perkara berikut: (a) formula  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , (b) kecerunan = (jarak menegak) / (jarak mendatar), (c)  $m = -(\text{pintasan } - y)/(\text{pintasan } - y)$ , dan (d)  $m = y/x$ , dan (e) persamaan linear  $y = mx + c$ . Dalam hal ini, pelajar menggunakan pengetahuan lepas bagi merumuskan strategi tertentu untuk mentafsirkan dan mewakili kecerunan garis lurus.
- c. *Hipotenus*. Seorang pelajar mewakili kecerunan garis lurus menggunakan idea hipotenus, iaitu dengan melukiskan segi tiga bersudut tegak dan merujuk hipotenus sebagai garis yang mempunyai kecerunan “-1”. Hal ini menunjukkan pelajar aktif mewakili pengalaman figuratif yang dibina melalui pengabstrakan empiris bagi mewakili gambaran kecerunan garis lurus.
- d. *Sudut*. Seorang pelajar mewakili kecerunan garis lurus menggunakan idea sudut, iaitu dengan melukiskan garis lurus yang mempunyai sudut 45 darjah dengan menggunakan protractor menuju ke atas dari kanan ke kiri sebagai perwakilan kecerunan “-1”. Dalam hal ini, pelajar aktif menggunakan pengetahuan lepas untuk membuat hubung kait sudut dengan kecerunan.



Ringkasnya, konsep asas yang dimiliki pelajar tentang perwakilan kecerunan garis lurus adalah jelas dan baik. Walau bagaimanapun, pemahaman tentang perwakilan kecerunan garis lurus banyak bertumpu kepada rumus algebra. Ini memandangkan bahawa pengalaman pelajar sebelum ini banyak bertumpu kepada aspek rumus algebra sehingga apabila diberi soalan tentang perwakilan kecerunan tertentu pelajar akan menjawab dari aspek rumus algebra. Hal ini adalah bersesuaian dengan pendekatan pembelajaran behaviorisme yang banyak diamalkan di Malaysia. Dalam pendekatan ini, tumpuan adalah kepada aktiviti latih tubi, permainan, dan penyelesaian masalah yang mudah untuk menguasai kemahiran tertentu bagi membantu pelajar menjalankan kemahiran dengan cepat dan tepat, dan mampu mengingat kembali kemahiran tertentu dengan serta merta. Hasil kajian ini juga didapati selari dengan hasil kajian Fauziah (2011) yang mendapati bahawa buku teks matematik di Malaysia menggabungkan beberapa idea dari pendekatan behaviorisme, pemprosesan maklumat, dan konstruktivisme. Namun begitu, penekanan utama bagi pendekatan pembelajaran yang dipaparkan dalam buku teks matematik diberikan kepada pendekatan behaviorisme.

**Soalan 3:** Apakah makna kecerunan garis lurus dalam kalangan pelajar Asasi Sains?

*Makna* yang diberikan oleh pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus bagi menentukan tugas kotak “Pemproses” boleh dirumuskan kepada tiga konteks seperti berikut: (a) penggabungan benda, (b) penentuan kecerunan, dan (c) penghasilan produk. Berikut adalah penjelasan tentang tiga konteks makna bagi kecerunan garis lurus.

- a. *Penggabungan benda.* Semua pelajar memberi makna kecerunan garis lurus dengan menggunakan penggabungan benda yang membabitkan dua idea berikut: (a) menggabungkan garis lurus dan satah koordinat cartesan dan (b)

menggabungkan dua kad menjadi satu kad. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif membuat pemerhatian melalui pengalaman figuratif untuk memberi makna kepada apa yang diperhatikan.

- b. *Penentuan kecerunan.* Semua pelajar memberi makna kecerunan garis lurus dengan menggunakan penentuan kecerunan yang membabitkan idea berikut:  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ , (b)  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan  $m = y/x$ . Dalam hal ini, pelajar menggunakan pengetahuan lepas bagi merumuskan strategi tertentu untuk menentukan kecerunan.
- c. *Penghasilan produk.* Semua pelajar memberi makna kecerunan garis lurus dengan menggunakan penghasilan produk yang membabitkan idea berikut: (a) garis lurus yang dihasilkan mempunyai kecerunan positif, (b) garis lurus yang dihasilkan adalah agak cerun dan mempunyai sudut 65 darjah, (c) garis lurus yang dihasilkan adalah berlainan tetapi mempunyai kecerunan yang sama, dan (d) garis lurus yang terhasil mempunyai pintasan- $x$  dan pintasan- $y$  yang berbeza. Hal ini menunjukkan pelajar mempunyai keupayaan membuat hubung kait produk yang dihasilkan dengan kecerunan garis lurus.

Secara umumnya, hasil kajian ini mendapati bahawa semua pelajar memiliki pemahaman yang jelas dan baik dari aspek makna tentang kecerunan garis lurus. Konsepsi pelajar dalam memberi makna tentang kecerunan garis lurus dengan menggunakan ketiga-tiga konteks tersebut menunjukkan pelajar mempunyai tiga tahap keupayaan, iaitu pertama, membuat pemerhatian melalui pengalaman figuratif iaitu menggabungkan graf garis lurus dengan kertas graf yang mengandungi satah Cartesan yang mengandungi pemboleh ubah  $x$  dan  $y$ . Kedua, pelajar mempunyai keupayaan untuk menggunakan pengalaman lepas bagi mengatur strategi untuk melukis kecerunan garis lurus. Ketiga, pelajar mempunyai keupayaan untuk

menentukan kecerunan garis lurus dan mentafsirkan penghasilan produk, iaitu semua garis lurus yang terhasil mempunyai kecerunan 2.

Nampaknya, penemuan ini sedikit sebanyak menyokong hasil kajian Broaddus (2011) bahawa terdapat tiga tahap pemahaman utama konsep asas terpilih yang berkaitan dengan kecerunan. Pertama, pelajar menunjukkan keupayaan untuk mengenal pasti kuantiti yang berkaitan dengan pembolehubah, iaitu  $x$  dan  $y$ . Kedua, pelajar menunjukkan keupayaan untuk mengenal pasti arah dua pembolehubah tersebut dalam menentukan kecerunan. Ketiga, pelajar menunjukkan keupayaan untuk mentafsirkan penghasilan produk dalam konteks masalah yang diberikan, iaitu garis lurus yang dihasilkan.

Kajian ini mendapati pelajar tidak menghadapi kesukaran untuk menentukan kecerunan garis lurus pada satah Cartesan. Hasil kajian ini menunjukkan pelajar Asasi Sains telah mencapai objektif pembelajaran kecerunan di sekolah menengah, iaitu murid mempunyai keupayaan melukis graf, mentafsirkan graf, dan menentukan kecerunan garis lurus (Kementerian Pelajaran Malaysia, 2012). Walau bagaimanapun, hasil kajian ini mempunyai sedikit percanggahan dengan dua hasil kajian lepas, iaitu kajian yang dijalankan oleh Seymour dan Lehrer (2006) dan kajian Walter dan Gerson (2007). Kedua-dua hasil kajian tersebut mendapati pelajar sukar untuk menentukan kecerunan bagi garis lurus yang melalui dua titik.

Seterusnya, hasil kajian ini menunjukkan bahawa pelajar tidak mempunyai sebarang isu konsepsi bagi makna kecerunan garis lurus memandangkan semua pelajar adalah pelajar Asasi Sains dan mempunyai latar belakang pencapaian matematik yang baik sebelum ini. Ini dapat dilihat dari hasil kajian yang mana pelajar tidak mengambil masa yang lama untuk membuat penjelasan yang baik kepada semua soalan yang dikemukakan. Pelajar juga mempunyai konsepsi yang

jelas tentang graf yang mewakili kecerunan. Dalam menentukan kecerunan pula, semua pelajar dapat menentukan kecerunan dengan cepat dan baik. Secara amnya, hasil kajian ini bercanggah dengan hasil kajian Crawford dan Scott (2000) yang mendapati pelajar menghadapi kesukaran dalam pembelajaran kecerunan dalam membuat perkaitan antara formula algebra bagi kecerunan dan graf kecerunan. Dalam kajian Crawford dan Scott ini, pelajar sering menggunakan formula algebra ( $y = mx + c$ ) untuk menentukan kecerunan garis lurus.

**Soalan 4:** Bagaimanakah pelajar Asasi Sains membuat penaakulan yang membabitkan kecerunan garis lurus?

*Penaakulan* yang diberikan oleh pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus boleh dirumuskan kepada lapan konteks berbeza: (a) mencirikan kecerunan positif, (b) melukis garis lurus, (c) menganggar cerun, (d) menganggar kedudukan garis, (e) menganggar koordinat, (f) menganggar sudut, (g) menganggar kecerunan, dan (h) menentukan kecerunan. Penaakulan yang dominan tentang kecerunan garis lurus membabitkan konteks mencirikan kecerunan positif, melukis garis lurus, dan menentukan kecerunan. Berikut adalah penjelasan tentang lapan konteks penaakulan bagi garis lurus.

- a. *Mencirikan kecerunan positif.* Semua pelajar menjelaskan tentang penaakulan kecerunan garis lurus dengan mencirikan kecerunan positif yang membabitkan dua perkara berikut: (a) garis lurus adalah dalam keadaan menaik atau menuju ke atas dari kiri ke kanan dan (b) kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  adalah samada positif atau negatif sebab garis  $k$  terletak dalam sukuan pertama dan ketiga. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif menggunakan tindakan dalaman untuk menggambarkan semula ciri umum kecerunan garis lurus.

- b. *Melukis garis lurus.* Semua pelajar menjelaskan tentang penaakulan kecerunan garis lurus dengan melukis garis lurus yang membabitkan perkara berikut: (a) melukis garis lurus yang melalui  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ , (b) melukis garis yang melalui titik  $(3, 4)$  dan berserenjang dengan paksi- $x$ , dan (c) melukis garis lurus yang melalui titik persilangan garis pertama dengan garis  $k$  dan selari dengan paksi- $x$ . Hal ini menunjukkan pelajar aktif mewakili pengalaman figuratif yang dibina melalui pengabstrakan empiris bagi menaakul kecerunan garis  $k$ .
- c. *Menganggar cerun.* Sebahagian pelajar menjelaskan tentang penaakulan kecerunan garis lurus dengan menganggar cerun, iaitu garis lurus  $k$  adalah lebih cerun berbanding dengan garis lurus yang melalui  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Dalam hal ini, pelajar mempunyai keupayaan berfikir untuk membuat perbandingan kecerunan antara dua garis lurus.
- d. *Menganggar kedudukan garis.* Sebahagian pelajar menjelaskan tentang penaakulan kecerunan garis lurus dengan menganggar kedudukan garis, iaitu garis lurus  $k$  terletak lebih tinggi dari kedudukan garis lurus yang melalui  $(0, 0)$  dan  $(3, 4)$ . Tingkah laku ini menunjukkan pelajar mempunyai keupayaan berfikir untuk membuat perbandingan kecerunan antara dua garis lurus.
- e. *Menganggar koordinat.* Sebahagian pelajar menjelaskan tentang penaakulan kecerunan garis lurus dengan menganggar kedudukan koordinat titik seperti berikut: (a) koordinat  $y$  bagi titik pada garis  $k$  adalah lebih besar daripada 4 dan (b) titik yang terletak lebih tinggi daripada titik  $(3, 4)$  mempunyai koordinat  $y$  lebih besar daripada 4. Hal ini menunjukkan pelajar mempunyai keupayaan berfikir untuk membuat perbandingan kecerunan antara dua garis lurus.

- f. *Menganggar sudut.* Sebahagian pelajar menjelaskan tentang penaakulan kecerunan garis lurus dengan menganggar sudut, iaitu sudut antara garis lurus  $k$  dan paksi- $x$  adalah lebih besar berbanding garis lurus yang melalui titik  $(3, 4)$ . Hal ini menunjukkan pelajar aktif menggunakan pengetahuan geometri lepas dan membuat hubung kait sudut dengan kecerunan untuk menjelaskan penaakulan kecerunan garis lurus.
- g. *Menganggar kecerunan.* Sebahagian pelajar menjelaskan tentang penaakulan kecerunan garis lurus dengan menganggar kecerunan garis seperti berikut: (a) kecerunan garis  $k$  adalah lebih besar daripada  $4/3$  dan (b) kecerunan bagi garis lurus  $k$  ialah  $y/3$  dan  $y$  adalah lebih besar daripada 4. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif menggunakan pengetahuan abstrak lepas untuk menjelaskan penaakulan kecerunan garis lurus.
- h. *Menentukan kecerunan.* Semua pelajar menjelaskan tentang penaakulan kecerunan garis lurus dengan menentukan kecerunan garis lurus yang membabitkan rumus berikut: (a)  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ , (b)  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan (c)  $m = y/x$ . Dalam hal ini, pelajar menggunakan pengetahuan lepas bagi merumuskan strategi tertentu untuk menjelaskan penaakulan kecerunan garis lurus.

Dalam menjawab soalan ini, pemahaman pelajar dari aspek penaakulan tentang kecerunan garis lurus adalah jelas dan baik. Di sini, hasil kajian menunjukkan penaakulan pelajar tentang kecerunan garis lurus bertumpu kepada tiga konteks utama, iaitu mencirikan kecerunan positif, melukis garis lurus, dan menentukan kecerunan. Nampaknya, penemuan ini sejajar dengan objektif pembelajaran kecerunan di sekolah menengah yang sering kali diberi penekanan samada oleh guru mahupun buku teks dan buku rujukan, iaitu memahami ciri ciri

kecerunan garis lurus, melukis graf garis lurus, dan menentukan kecerunan garis lurus (Kementerian Pelajaran Malaysia, 2012). Sebahagian pelajar turut memberi penjelasan tambahan kepada tiga penjelasan di atas. Antaranya, menganggar cerun, menganggar koordinat, menganggar sudut, dan menganggar kecerunan. Ini menunjukkan bahawa pelajar Asasi Sains tidak mempunyai sebarang masalah bagi membuat penaakulan kecerunan sebab pelajar mempunyai pelbagai cara tambahan selain daripada tiga konteks dominan di atas. Walau bagaimanapun, hasil kajian ini mempunyai sedikit perbezaan dengan takrif yang diberikan oleh Stump (2001a, 2001b), iaitu kecerunan ditakrifkan sebagai satu ukuran kecuraman hanya dalam situasi fizikal. Sebaliknya, hasil kajian ini mendapati konsepsi pelajar tentang kecerunan sebagai ukuran kecuraman adalah dalam situasi graf Cartesan.

**Soalan 5:** Apakah pemahaman pelajar Asasi Sains tentang hubung kait yang membabitkan kecerunan garis lurus?

**Hubung kait:** Pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus yang membabitkan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai boleh dirumuskan kepada tujuh konteks berbeza: (a) bentuk garis lurus, (b) bentuk garis lurus berarah, (c) kecerunan positif, (d) julat  $x$  dan  $y$ , (e) hubungan positif, (f) rumus kecerunan, dan (g) hipotenus. Hubung kait yang dominan tentang kecerunan garis lurus membabitkan bentuk garis lurus dan hubungan positif. Berikut adalah penjelasan tentang tujuh konteks hubung kait bagi garis lurus.

- a. *Bentuk garis lurus.* Semua pelajar menggunakan bentuk garis lurus bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai, iaitu melukis graf dengan cara plot pasangan nilai  $(x, y)$  yang diberikan dan mendapati graf tersebut dalam bentuk garis lurus. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif menggunakan pengalaman figuratif yang dibina melalui pengabstrakan

empiris bagi membuat hubung kait bentuk garis lurus dengan kecerunan garis lurus dan jadual nilai.

- b. *Bentuk garis lurus berarah.* Sebahagian pelajar menggunakan bentuk garis lurus berarah bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai, iaitu graf didapati sebagai garis lurus yang menuju ke atas dari kiri ke kanan. Hal ini menunjukkan pelajar mempunyai keupayaan berfikir untuk membuat hubung kait bentuk garis lurus berarah dengan kecerunan garis lurus dan jadual nilai.
- c. *Kecerunan positif.* Sebahagian pelajar menggunakan kecerunan positif bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai, iaitu garis lurus dikatakan mempunyai kecerunan positif “2” sebab garis menuju ke atas dari kiri ke kanan. Dalam hal ini, pelajar mempunyai keupayaan berfikir untuk membuat hubung kait kecerunan positif dengan jadual nilai.
- d. *Julat  $x$  dan  $y$ .* Seorang pelajar menjelaskan hubung kait dengan jadual nilai menggunakan julat  $x$  dan  $y$ , iaitu dengan menyatakan garis lurus tersebut terletak dalam julat  $0 \leq x \leq 3$  dan  $-3 \leq y \leq 3$ . Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan abstrak bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai.
- e. *Hubungan positif.* Semua pelajar menggunakan hubungan positif bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang membabitkan perkara berikut: (a) nilai  $x$  dan  $y$  berubah secara langsung dan (b) nilai  $x$  dan  $y$  berubah secara malar, iaitu  $x$  meningkat sebanyak satu unit manakala  $y$  meningkat sebanyak dua unit. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif menggunakan pengetahuan lepas untuk membuat hubung kait kecerunan garis lurus dengan jadual nilai.



- f. *Rumus kecerunan*. Sebahagian pelajar menggunakan rumus kecerunan bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai yang membabitkan perkara berikut: (a)  $m = y/x$ , (b)  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ , dan (c)  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ . Hal ini menunjukkan pelajar aktif menggunakan pengetahuan lepas bagi merumuskan strategi tertentu untuk membuat hubung kait kecerunan dan jadual nilai.
- g. *Hipotenus*. Seorang pelajar menggunakan hipotenus bagi menjelaskan hubung kait kecerunan dengan jadual nilai, iaitu garis lurus merupakan hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat dengan tinggi 6 unit dan tapak ialah 3unit. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif menggunakan pengalaman figuratif yang dibina melalui pengabstrakan empiris bagi membuat hubung kait kecerunan garis lurus dan jadual nilai.

Secara amnya, hasil kajian ini mendapati konsepsi pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus dari aspek hubung kait antara kecerunan dengan jadual nilai adalah jelas dan baik di mana pelajar dapat menjelaskan konsep asas bagi kecerunan garis lurus. Ini bermakna bahawa pelajar tidak mempunyai masalah konsepsi dari aspek hubung kait antara kecerunan dengan jadual nilai. Walau bagaimanapun, konsepsi belajar banyak bertumpu kepada penggunaan konteks bentuk garis lurus dan hubungan yang positif. Hal ini berlaku disebabkan pengalaman dan persekitaran pelajar yang banyak didedahkan oleh guru kepada pelajar melalui kemahiran melukis garis lurus. Tambahan pula, guru sering menekankan tentang ciri khusus kecerunan positif seperti garis lurus yang menaik dari kiri ke kanan dalam satah Cartesian. Selain itu, pelajar yang terlibat dalam kajian ini merupakan pelajar Asasi Sains yang mempunyai latar belakang pencapaian matematik yang baik.

Nampaknya, hasil kajian ini adalah konsisten dengan takrif yang diberikan tentang hubung kait, iaitu cara pelajar membuat perkaitan antara perwakilan yang berbeza bagi kecerunan (Nik Azis, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Walau bagaimanapun, hasil kajian ini juga mendapati terdapat perbezaan dengan hasil kajian Walter dan Gerson (2007) yang mendapati bahawa kecerunan dilihat sebagai perbezaan malar dan bukan sebagai perkadaran. Dalam kajian Walter dan Gerson (2007), responden membina jadual nilai bagi persamaan linear. Walaupun responden kajian menyedari bahawa nilai lima telah ditambah kepada setiap nilai  $y$  yang berikutnya, namun timbul pemahaman yang berbeza tentang persamaan linear tersebut. Mereka mendapati bahawa nilai tiga didarab dengan nilai  $x$  dan mendapati nilai  $x$  bukan sebagai nilai malar dalam persamaan tersebut.

Seterusnya, terdapat sebahagian pelajar yang mempunyai konsepsi tambahan selain dari bentuk garis lurus dan hubungan positif, iaitu pelajar membuat hubung kait kecerunan garis lurus dari konteks bentuk garis berarah, kecerunan positif, atau rumus kecerunan sebagai penambahan kepada bentuk garis lurus dan hubungan positif. Nampaknya, pelajar dapat melihat matematik sebagai sesuatu yang lengkap dan bersepadu.

**Soalan 6:** Bagaimanakah pelajar Asasi Sains membuat komunikasi berkaitan dengan kecerunan garis lurus?

**Komunikasi:** Pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus yang membabitkan komunikasi kecerunan garis lurus boleh dirumuskan kepada tujuh konteks berbeza: (a) mendefinisikan kecerunan, (b) mendefinisikan kecerunan positif, (c) mendefinisikan kecerunan negatif, (d) mendefinisikan kecerunan “-3”, (e) mengira kecerunan, (f) menggunakan persamaan linear, dan (g) melukis graf.

Komunikasi yang dominan tentang kecerunan garis lurus membabitkan konteks mengira kecerunan. Berikut adalah penjelasan tentang tujuh konteks komunikasi bagi garis lurus.

- a. *Mendefinisikan kecerunan.* Sebahagian pelajar menggunakan definisi kecerunan bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus yang membabitkan perkara berikut: (a) kecerunan boleh dilukis sebagai graf garis lurus yang menunjukkan perubahan pada nilai  $x$  berbanding perubahan pada nilai  $y$ , (b) kecerunan adalah satu ukuran tentang cerunnya sesuatu garis lurus, dan (c) simbol  $m$  digunakan bagi mewakili kecerunan. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan tindakan dalaman untuk mendefinisikan kecerunan bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.
- b. *Mendefinisikan kecerunan positif.* Seorang pelajar menggunakan definisi kecerunan positif bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus, iaitu kecerunan positif merupakan garis lurus yang mempunyai kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  meningkat. Dalam hal ini, pelajar menggunakan tindakan dalaman untuk mendefinisikan kecerunan positif bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.
- c. *Mendefinisikan kecerunan negatif.* Sebahagian pelajar menggunakan definisi kecerunan negatif bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus yang membabitkan perkara berikut: (a) garis lurus mempunyai hubungan linear  $x$  dan  $y$ , iaitu apabila nilai  $x$  bertambah nilai  $y$  berkurangan, (b) graf garis lurus menuju ke bawah dari kiri ke kanan, (c) hipotenus bagi segi tiga bersudut tepat yang menuju ke bawah dari kiri ke kanan, dan (d) semakin besar nilai negatif kecerunan, maka semakin cerun garis lurus. Hal ini menunjukkan

pelajar aktif menggunakan pengetahuan lepas untuk mendefinisikan kecerunan negatif bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.

- d. *Mendefinisikan kecerunan “-3”*. Sebahagian pelajar menggunakan definisi kecerunan “-3” bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus, iaitu garis yang menuju ke bawah yang mempunyai nilai  $x$  bertambah sebanyak satu unit manakala nilai  $y$  berkurangan sebanyak tiga unit. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan tindakan dalaman untuk mendefinisikan kecerunan “-3” bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.
- e. *Mengira kecerunan*. Semua pelajar menggunakan konteks mengira kecerunan bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus yang membabitkan rumus kecerunan berikut: (a)  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ , (b)  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ , dan (c)  $m = y/x$ . Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan lepas untuk mengira kecerunan bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.
- f. *Menggunakan persamaan linear*. Sebahagian pelajar menggunakan persamaan linear bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus yang membabitkan persamaan linear  $y = mx + c$  bagi tujuan melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3”. Hal ini menunjukkan pelajar menggunakan tindakan dalaman untuk menggunakan persamaan linear bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus.
- g. *Melukis graf*. Sebahagian pelajar menggunakan konteks melukis graf garis lurus yang mempunyai kecerunan “-3” bagi komunikasi tentang kecerunan garis lurus. Dalam hal ini, pelajar aktif mewakili pengalaman figuratif yang dibina melalui pengabstrakan empiris bagi komunikasi kecerunan garis lurus.

Secara keseluruhannya, kajian ini mendapati pelajar Asasi Sains mempunyai kemahiran komunikasi yang baik. Pelajar telah berkongsi idea bagi menjelaskan pemahaman mereka tentang kecerunan garis lurus melalui kaedah komunikasi. Kebanyakan pelajar telah menjelaskan pemahaman mereka secara lisan dan bertulis tentang kecerunan “-3” dengan menggunakan rumus kecerunan. Sebagai tambahan, kebanyakan pelajar turut mewakili pemahaman mereka dengan melukiskan graf bagi kecerunan “-3”. Dari satu segi, hasil kajian ini didapati menyokong sedikit sebanyak objektif yang ingin dicapai dalam kurikulum Matematik, iaitu salah satu daripada objektif tersebut ialah pelajar boleh berkomunikasi secara lisan yang dilaksanakan sebagai hubungan dua hala di antara guru dengan murid, murid dengan murid dan murid dengan bahan (Kementerian Pendidikan Malaysia, 2012).

Hasil kajian ini juga mendapati konsepsi pelajar tentang kecerunan garis lurus adalah selaras dengan takrif yang diberikan oleh Nik Azis (1999) dan National Council of Teachers of Mathematics (2000), iaitu komunikasi merujuk cara pelajar menyampaikan pengetahuan tentang kecerunan garis yang dimilikinya kepada kepada orang lain. Dalam hal ini, pelajar telah menyampaikan pengetahuan mereka tentang kecerunan “-3” yang membabitkan tiga aspek, iaitu pembacaan, lisan (perbincangan), dan penulisan. Hasil kajian ini mempunyai sedikit persamaan dengan huraian yang diberikan oleh Noraini (2001), iaitu dalam kemahiran berkomunikasi, tiga aspek tersebut adalah saling berkait rapat antara satu sama lain dan tidak dapat dipisahkan untuk mencapai hasrat matlamat pendidikan matematik negara.

Walau bagaimanapun, hanya seorang pelajar yang memberi definisi kecerunan positif semasa menjelaskan tentang kecerunan “-3” sebagai tambahan kepada penjelasan bagi kecerunan negatif. Hal ini jelas menunjukkan hanya segelintir pelajar sahaja yang merasakan bahawa kecerunan positif perlu dijelaskan

terlebih dahulu sebelum menjelaskan tentang kecerunan negatif. Sebaliknya, kebanyakan pelajar merasakan tidak perlu membabitkan kecerunan positif bagi menjelaskan kecerunan “-3”. Dalam menjawab soalan ini, sebahagian pelajar memberi definisi kecerunan sebelum menjelaskan tentang kecerunan “-3”. Hal ini berlaku mungkin disebabkan pelajar menganggap temu duga yang dijalankan ini seperti menjalani peperiksaan lisan yang perlu dijawab dengan cepat dan tepat di hadapan pemeriksa. Kemungkinan besar mereka tidak membaca dengan teliti senario yang diberikan, iaitu mereka perlu menjelaskan tentang kecerunan “-3” kepada rakan mereka yang tidak dapat hadir semasa sesi pengajaran kecerunan “-3”. Dapatan kajian ini juga didapati menyokong penjelasan yang dibuat oleh Noraini (2001), iaitu dengan cara komunikasi yang berkesan, pelajar boleh menerangkan konsep, idea matematik, dan kemahiran matematik serta kaedah penyelesaiannya kepada rakan mereka.

**Soalan 7:** Bagaimanakah pelajar Asasi Sains menyelesaikan masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus?

**Penggunaan rajah koordinat Cartesan.** Pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus membabitkan penyelesaian masalah yang melibatkan rajah koordinat Cartesan boleh dirumuskan kepada enam konteks berbeza: (a) mentafsirkan kecerunan positif, (b) membandingkan garis, (c) menganggar nilai  $a$ , (d) menggunakan rumus, (e) membandingkan sudut, dan (f) menganggar kecerunan. Penyelesaian masalah yang dominan tentang kecerunan garis lurus membabitkan penggunaan rumus kecerunan. Berikut adalah penjelasan tentang tujuh konteks hubung kait bagi garis lurus.

- a. *Mentafsirkan kecerunan positif.* Sebahagian pelajar menggunakan kaedah mentafsirkan kecerunan positif sebagai kaedah penyelesaian masalah, iaitu

garis lurus MN menurun dari kanan ke kiri atau menaik dari kiri ke kanan pada satah Cartesan dan garis MN mempunyai nilai  $x$  dan nilai  $y$  meningkat. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan abstrak bagi menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus.

- b. *Membandingkan garis.* Sebahagian pelajar menggunakan kaedah membandingkan garis sebagai kaedah penyelesaian masalah, iaitu membandingkan garis MN dengan garis yang melalui titik  $(-5, 0)$  dan  $(0, 5)$  bagi menyelesaikan masalah melibatkan rajah koordinat Cartesan. Dalam hal ini, pelajar menggunakan pengalaman figuratif yang dibina melalui pengabstrakan empiris bagi menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus.
- c. *Menganggar nilai  $a$ .* Sebahagian pelajar menggunakan kaedah menganggar nilai  $a$  sebagai kaedah penyelesaian masalah, iaitu menganggar nilai  $a$  adalah positif yang kurang daripada 5 atau terletak dalam lingkungan 3. Hal ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan abstrak bagi menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus.
- d. *Menggunakan rumus.* Semua pelajar menggunakan rumus kecerunan sebagai kaedah penyelesaian masalah, iaitu,  $m = (\text{jarak mencancang})/(\text{jarak mengufuk})$ ,  $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ ,  $m = y/x$ , dan  $m = -(\text{pintasan-}y)/(\text{pintasan-}x)$ . Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan lepas bagi merumuskan strategi tertentu menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus.
- e. *Membandingkan sudut.* Seorang pelajar menggunakan kaedah penyelesaian dengan membandingkan sudut, iaitu garis MN kurang cerun berbanding garis lurus yang dilukis sebab sudut antara garis MN dengan paksi- $x$  adalah lebih kecil berbanding sudut antara garis lurus yang dilukis. Hal ini menunjukkan

pelajar membuat hubung kait sudut dengan kecerunan bagi menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus.

- f. *Menganggar kecerunan.* Semua pelajar menggunakan kaedah penyelesaian dengan menganggar kecerunan yang membabitkan idea berikut: (a) garis MN mempunyai kecerunan  $a/5$ , (b) garis MN terletak antara  $2/5$  hingga  $4/5$  melalui pemerhatian, dan (c) garis MN terletak antara 0 hingga 1 sebab nilai  $a$  adalah antara 0. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan abstrak bagi menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus.

**Penggunaan titik koordinat.** Kaedah penyelesaian masalah yang diberikan oleh pelajar Asasi Sains yang melibatkan titik koordinat boleh dirumuskan kepada empat konteks berbeza: (a) melalui pemerhatian, (b) melukis garis, (c) memilih dua titik, dan (d) menggunakan rumus untuk menentukan kecerunan. Penyelesaian masalah yang dominan tentang kecerunan garis lurus membabitkan penggunaan rumus kecerunan. Berikut adalah penjelasan tentang empat konteks penyelesaian masalah melibatkan titik koordinat bagi garis lurus.

- a. *Melalui pemerhatian.* Sebahagian pelajar menyelesaikan masalah yang melibatkan titik koordinat dengan menggunakan kaedah pemerhatian, iaitu dengan melihat koordinat titik-titik yang diberikan tidak begitu besar nilainya maka garis dianggap tidak cerun. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif membuat pemerhatian melalui pengalaman lepas untuk menyelesaikan masalah.
- b. *Melukis garis.* Sebahagian pelajar menyelesaikan masalah yang melibatkan titik koordinat dengan menggunakan kaedah melukis garis yang melalui tiga titik yang diberikan dan memilih mana-mana dua titik antara tiga titik untuk menentukan kecerunan. Dalam hal ini, pelajar mempunyai keupayaan berfikir



untuk mewakilkan gambaran garis lurus bagi menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus.

- c. *Memilih dua titik.* Semua pelajar menyelesaikan masalah yang melibatkan titik koordinat dengan menggunakan kaedah memilih dua titik yang membabitkan idea berikut: (a) memilih mana-mana dua titik antara tiga titik yang diberikan, (b) memilih dua titik yang mempunyai jarak paling besar, dan (c) memilih dua titik yang melibatkan titik A sebab nilai koordinat- $x$  bagi titik A adalah satu nilai yang negatif. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar aktif menggunakan pengetahuan lepas untuk menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus.
- d. *Menggunakan rumus.* Semua pelajar menyelesaikan masalah yang melibatkan titik koordinat dengan menggunakan rumus kecerunan, iaitu  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ . Hal ini menunjukkan pelajar menggunakan pengetahuan lepas bagi merumuskan strategi tertentu untuk menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus.

Hasil kajian ini mendapati bahawa konsepsi pelajar tentang kaedah penyelesaian masalah kecerunan garis lurus adalah jelas dan baik. Pelajar dapat menyelesaikan masalah kecerunan yang diberi di samping menunjukkan kaedah yang digunakan dengan jelas. Namun begitu, kaedah penyelesaian masalah bertumpu kepada penggunaan rumus kecerunan untuk menentukan nilai  $m$ , iaitu  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$  jika diketahui bahawa garis lurus tersebut melalui titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$ . Hal ini menunjukkan bahawa pengalaman pelajar dalam pembelajaran kecerunan garis lurus di sekolah menengah banyak bertumpu kepada rumus kecerunan dan kurang penekanan kepada aspek yang lain.

Nampaknya, hasil kajian ini adalah selaras dengan takrif yang diberikan oleh Wheeler dan Wheeler (2009), iaitu kecerunan adalah perubahan mencancang bahagi (perubahan mengufuk). Dalam hal ini, perubahan mencancang merujuk  $(y_2 - y_1)$ , manakala perubahan mengufuk merujuk  $(x_2 - x_1)$ . Hasil kajian ini juga didapati secocok dengan kajian Stump (2001a, 2001b) yang menghuraikan istilah kecerunan garis lurus dari konteks algebra, iaitu kecerunan ditakrifkan sebagai perbezaan bagi nilai dependen dibahagi dengan perbezaan bagi nilai bukan dependen. Nilai dependen merujuk nilai  $y$ , manakala nilai bukan dependen merujuk nilai  $x$ . Seterusnya, hasil kajian ini konsisten dengan kajian (Stump, 1999) yang mentakrifkan kecerunan sebagai rumus algebra, iaitu sebagai ukuran kadar perubahan dalam sistem koordinat cartesian bagi dua titik.

Walau bagaimanapun, terdapat beberapa kekeliruan dalam menggunakan rumus algebra untuk menentukan kecerunan. Terutamanya,  $m = -(pintasan - y) / (pintasan - x)$ ,  $m = y/x$ , kecerunan = (jarak menegak) / (jarak mendatar). Kebiasaannya, semua formula kecerunan disediakan oleh Lembaga Peperiksaan. Pelajar boleh merujuk kepada formula yang diperlukan di sepanjang tempoh peperiksaan dijalankan. Justeru, kekeliruan dalam menggunakan rumus algebra semasa temu duga ini direkodkan berlaku adalah disebabkan semua formula kecerunan tidak disediakan. Selain itu, pelajar juga telah enam bulan meninggalkan alam persekolahan sebelum memulakan pengajian di peringkat Asasi Sains. Hasil kajian ini turut menyokong kajian Stump (2001b) yang mendapati penggunaan formula yang kurang tepat menunjukkan terdapat kekurangan pemahaman tentang kecerunan di kalangan pelajar.

## Kesimpulan

Kajian ini mempunyai beberapa kesimpulan yang membabitkan tujuh konteks yang digunakan untuk meneliti pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus, iaitu konteks penyelesaian masalah, gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, hubung kait, dan komunikasi. Penerangan tentang kesimpulan adalah seperti berikut:

1. Dalam konteks penyelesaian masalah melibatkan situasi rajah koordinat Cartesian, kajian ini mendapati tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut:
  - (a) *situasi yang diasimilasikan*: Pelajar mengasimilasikan situasi yang diberikan sebagai situasi penentuan kecerunan garis lurus membabitkan maklumat grafik.
  - (b) *aktiviti yang dijalankan*: Sebahagian atau semua enam langkah asas telah digunakan, iaitu mentafsirkan kecerunan positif, membandingkan garis, menganggar nilai  $a$ , menggunakan rumus, membandingkan sudut, dan menganggar kecerunan. Seorang pelajar menggunakan kesemua langkah, seorang pelajar menggunakan lima daripada enam langkah, seorang pelajar menggunakan empat daripada enam langkah, dan tiga orang pelajar menggunakan tiga daripada enam langkah. Langkah yang hanya digunakan oleh seorang pelajar ialah perbandingan sudut.
  - (c) *hasil yang diharapkan*: Memperoleh angka tertentu bagi menandakan kecerunan yang terlibat.

Dalam konteks penyelesaian masalah yang melibatkan situasi titik koordinat pula, kajian ini mendapati tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut:

- (a) *situasi yang diasimilasikan*: Pelajar mengasimilasikan situasi yang diberikan sebagai situasi penentuan kecerunan garis lurus membabitkan maklumat titik koordinat.
- (b) *aktiviti yang dijalankan*: Empat langkah asas telah digunakan, iaitu melalui pemerhatian, melukis garis, memilih dua titik, dan menggunakan rumus. Dua orang pelajar menggunakan kesemua langkah, seorang pelajar menggunakan tiga daripada empat langkah, dan tiga orang pelajar hanya menggunakan dua daripada empat langkah. Langkah yang hanya digunakan oleh dua orang pelajar ialah melalui pemerhatian, manakala langkah yang digunakan oleh semua pelajar ialah memilih dua titik dan menggunakan rumus kecerunan.
- (c) *hasil yang diharapkan oleh responden*: Memperoleh angka tertentu bagi menandakan kecerunan yang terlibat.

2. Gambaran mental pelajar tentang kecerunan boleh dikategorikan kepada sepuluh aspek, iaitu entiti berciri khusus, idea algebra, idea kuantiti, idea sudut, idea konkrit, unsur hipotenus dan pepenjuru, idea pergerakan motor, unsur analisis terarah, unsur ketidakbolehubah, dan idea hubungan. Aspek yang paling dominan ialah entiti berciri khusus dan idea algebra. Tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut:

- (a) *entiti berciri khusus*: Aspek ini melibatkan garis tertentu seperti garis condong, garis yang condong pada sudut tertentu, garis yang tidak bersudut tegak dengan mana-mana paksi-x atau paksi-y, garis yang tidak

berlekuk, garis yang mendatar, dan garis yang menuju ke atas atau ke bawah dengan arah tertentu.

- (b) *idea algebra*: Aspek ini melibatkan rumus kecerunan bagi garis lurus yang melibatkan titik koordinat, pintasan  $x$  dan  $y$ , dan persamaan linear.
- (c) *idea kuantiti*: Aspek ini melibatkan kuantiti tertentu seperti “0”, kuantiti tidak terhingga, dan satu kuantiti yang positif atau negatif.
- (d) *idea sudut*: Aspek ini melibatkan sudut antara garis dengan paksi- $x$ .
- (e) *idea konkrit*: Aspek ini melibatkan penggunaan objek konkrit seperti permukaan meja, tiang bendera, dinding, bukit, tangga, dan keadaan kedudukan benang.
- (f) *unsur hipotenus dan pepenjuru*: Aspek ini melibatkan hipotenus segi tiga dan pepenjuru segi empat sama.
- (g) *idea pergerakan motor*: Aspek ini melibatkan pergerakan menaiki atau menuruni tangga atau bukit.
- (h) *unsur analisis terarah*: Aspek ini melibatkan paparan turun naik sesuatu perniagaan atau saham pada graf garis lurus.
- (i) *unsur ketidakbolehubah*: Aspek ini melibatkan garis lurus dan objek konkrit yang condong seperti bumbung dan anak tangga.
- (j) *idea hubungan*: Aspek ini melibatkan hubungan dalam realiti dunia sebenar seperti hubungan kos dan keuntungan.

3. Kajian ini mendapati bahawa pentafsiran kecerunan garis lurus boleh dikategorikan kepada empat aspek, iaitu kecerunan positif, pintasan- $y$ , rumus algebra, dan unsur kedinamikan. Tiga daripada empat aspek tersebut merupakan aspek yang paling dominan yang digunakan untuk mentafsir

kecerunan garis lurus, iaitu kecerunan positif, rumus algebra, dan unsur kedinamikan. Tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut:

- (a) *kecerunan positif*: Aspek ini melibatkan ciri tertentu seperti garis lurus dalam keadaan menaik dari kiri ke kanan atau nilai  $x$  meningkat sebanyak “1” unit manakala nilai  $y$  meningkat sebanyak “2” unit.
- (b) *pintasan-y*: Aspek ini melibatkan garis memintas pada  $y = 1$ .
- (c) *rumus algebra*: Aspek ini melibatkan rumus kecerunan bagi garis lurus yang melibatkan titik koordinat, pintasan  $x$  dan  $y$ , dan persamaan linear.
- (d) *unsur kedinamikan*: Aspek ini melibatkan idea seperti garis yang mempunyai kecerunan “2” tidak boleh berubah menjadi “3”, “1”, atau “0” jika garis tidak digerakkan.

Kajian ini mendapati bahawa perwakilan kecerunan garis lurus boleh dikategorikan kepada empat aspek, iaitu pintasan- $x$  atau  $y$ , algebra, hipotenus, dan sudut. Aspek yang paling dominan ialah algebra. Tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut:

- (a) *pintasan- $x$  atau  $y$* : Aspek ini melibatkan pintasan- $y$  pada nilai  $y = 1$ .
- (b) *algebra*: Aspek ini melibatkan rumus kecerunan bagi garis lurus yang melibatkan titik koordinat, pintasan  $x$  dan  $y$ , dan persamaan linear.
- (c) *hipotenus*: Aspek ini melibatkan hipotenus segi tiga bersudut tegak.
- (d) *sudut*: Aspek ini melibatkan sudut 45 darjah yang dilukis dengan menggunakan protractor.

4. Kajian ini mendapati bahawa makna bagi kecerunan garis lurus boleh dikategorikan kepada tiga aspek, iaitu penggabungan benda, penentuan kecerunan, dan penghasilan produk. Semua pelajar menggunakan ketiga-tiga aspek tersebut dan tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut:

- (a) *penggabungan benda*: Aspek ini melibatkan penggabungan garis lurus dengan satah dan penggabungan dua kad.
  - (b) *penentuan kecerunan*: Aspek ini melibatkan rumus kecerunan yang membabitkan titik koordinat dan pintasan  $x$  dan  $y$ .
  - (c) *penghasilan produk*: Aspek ini melibatkan garis tertentu yang terhasil seperti garis yang mempunyai kecerunan positif, garis yang mempunyai sudut  $65$  darjah, dan mempunyai kecerunan yang sama walaupun pintasan- $x$  dan pintasan- $y$  berbeza.
5. Kajian ini mendapati bahawa penaakulan pelajar tentang kecerunan garis lurus boleh dikategorikan kepada lapan aspek, iaitu mencirikan kecerunan positif, melukis garis lurus, menganggar cerun, menganggar kedudukan garis, menganggar koordinat, menganggar sudut, menganggar kecerunan, dan menentukan kecerunan. Aspek yang paling dominan ialah mencirikan kecerunan positif, melukis garis lurus, dan menentukan kecerunan. Tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut:
- (a) *mencirikan kecerunan positif*: Aspek ini melibatkan ciri-ciri kecerunan tertentu seperti garis lurus adalah dalam keadaan menaik atau menuju ke atas dari kiri ke kanan dan kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  adalah samada positif atau negatif.
  - (b) *melukis garis lurus*: Aspek ini melibatkan garis lurus tertentu yang dilukis melalui dua titik.
  - (c) *menganggar cerun*: Aspek ini melibatkan penganggaran cerun dengan membandingkan kecerunan garis dengan garis yang melalui dua titik.
  - (d) *menganggar kedudukan garis*: Aspek ini melibatkan penganggaran kedudukan garis dengan garis yang melalui dua titik.

- (e) *menganggar koordinat*: Aspek ini melibatkan penganggaran koordinat  $y$  pada garis dengan koordinat  $y$  pada garis yang melalui dua titik.
  - (f) *menganggar sudut*: Aspek ini melibatkan penganggaran bagi garis dengan sudut bagi garis yang melalui dua titik.
  - (g) *menganggar kecerunan*: Aspek ini melibatkan penganggaran kecerunan berbentuk angka atau pecahan algebra.
  - (h) *menentukan kecerunan*: Aspek ini melibatkan rumus kecerunan yang melibatkan titik koordinat dan pintasan- $x$  dan  $y$ .
6. Kajian ini mendapati bahawa hubung kait pelajar tentang kecerunan garis lurus boleh dikategorikan kepada tujuh aspek, iaitu bentuk garis lurus, bentuk garis lurus berarah, kecerunan positif, julat  $x$  dan  $y$ , hubungan positif, rumus kecerunan, dan hipotenus. Aspek yang paling dominan ialah bentuk garis lurus dan hubungan positif. Tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut:
- (a) *bentuk garis lurus*: Aspek ini melibatkan pelajar melukis graf bagi menentukan bentuk garis.
  - (b) *bentuk garis lurus berarah*: Aspek ini melibatkan graf yang dilukis menuju ke atas.
  - (c) *kecerunan positif*: Aspek ini melibatkan kecerunan garis lurus ialah positif "2".
  - (d) *julat  $x$  dan  $y$* : Aspek ini melibatkan julat tertentu bagi nilai  $x$  dan  $y$ .
  - (e) *hubungan positif*: Aspek ini melibatkan nilai  $x$  dan  $y$  yang meningkat, iaitu berubah secara langsung.
  - (f) *rumus kecerunan*: Aspek ini melibatkan rumus kecerunan yang membabitkan titik koordinat dan pintasan  $x$  dan  $y$ .



(g) *hipotenus*: Aspek ini melibatkan hipotenus segi tiga bersudut tepat.

7. Kajian ini mendapati bahawa komunikasi pelajar tentang kecerunan garis lurus boleh dikategorikan kepada tujuh aspek, iaitu mendefinisikan kecerunan, mendefinisikan kecerunan positif, mendefinisikan kecerunan negatif, mendefinisikan kecerunan “-3”, mengira kecerunan, menggunakan persamaan linear, dan melukis graf. Aspek yang paling dominan ialah mengira kecerunan. Tingkah laku pelajar boleh dirumuskan seperti berikut:

(a) *mendefinisikan kecerunan*: Aspek ini melibatkan graf garis lurus bagi mewakili kecerunan, kecerunan sebagai ukuran cerun, dan simbol yang digunakan bagi kecerunan.

(b) *mendefinisikan kecerunan positif*: Aspek ini melibatkan kedua-dua nilai  $x$  dan  $y$  yang meningkat.

(c) *mendefinisikan kecerunan negatif*: Aspek ini melibatkan hubungan linear negatif, garis lurus berarah, hipotenus, dan bandingan cerun dua garis lurus.

(d) *mendefinisikan kecerunan “-3”*: Aspek ini melibatkan garis berarah dan perubahan nilai  $x$  terhadap nilai  $y$ .

(e) *mengira kecerunan*: Aspek ini melibatkan rumus kecerunan yang melibatkan titik koordinat dan pintasan- $x$  dan  $y$ .

(e) *menggunakan persamaan linear*: Aspek ini melibatkan persamaan linear  $y = mx + c$  bagi tujuan melukis graf garis lurus.

(f) *melukis graf*: Aspek ini melibatkan melukis graf garis lurus.

## **Implikasi kepada Amalan Pendidikan**

Hasil kajian ini mempunyai implikasi kepada amalan pendidikan matematik terutama dalam aspek pengajaran, pembelajaran, dan perkembangan kurikulum. Huraian bagi implikasi ini terbahagi kepada tiga bahagian, iaitu implikasi kepada pelajar, implikasi kepada guru atau pensyarah, dan implikasi kepada penggubal kurikulum.

### **Implikasi kepada Pelajar**

Dalam kajian ini, pelajar Asasi Sains menggunakan beberapa langkah daripada enam langkah bagi menyelesaikan masalah melibatkan situasi rajah koordinat Cartesan. Penyelesaian masalah membabitkan tiga bahagian dalam satu urutan peristiwa. Pertama, *situasi yang diasimilasikan*, iaitu situasi yang diberikan sebagai situasi penentuan kecerunan garis lurus membabitkan maklumat grafik. Kedua, *aktiviti yang dijalankan*, iaitu enam langkah asas telah dikenal pasti termasuklah mentafsirkan kecerunan positif, membandingkan garis, menganggar nilai  $a$ , menggunakan rumus, membandingkan sudut, dan menganggar kecerunan. Ketiga, *hasil yang diharapkan*, iaitu memperoleh angka tertentu bagi menandakan kecerunan yang terlibat. Antara lain, hasil kajian ini menunjukkan bahawa pelajar mempunyai pengetahuan asas yang berbeza tentang cara menyelesaikan masalah kecerunan garis lurus membabitkan maklumat grafik.

### **Implikasi kepada Guru atau Pensyarah**

Hasil kajian ini boleh membantu guru dan pensyarah merancang dan menyediakan pelbagai tugas dan latihan yang berorientasikan kemahiran berfikir, prosedur, dan konseptual bagi pelajar meneroka, membuat inkuiri, mengamati secara aktif, dan memperkukuh pemahaman mereka tentang kecerunan

garis lurus. Selain itu, hasil kajian ini boleh membantu guru dan pensyarah memantapkan hasil yang diharapkan supaya pelajar bukan sahaja mengharapkan satu nombor malah lebih daripada itu seperti positif, negatif, sifar, dan tidak terhingga. Justeru, hasil kajian ini boleh membantu untuk memantapkan hasil yang diharapkan pelajar supaya hasil itu menjadi abstrak sebab matematik adalah abstrak.

Seterusnya, kajian ini mendapati gambaran mental pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus boleh dikategorikan kepada sepuluh aspek, iaitu entiti berciri khusus, idea algebra, idea kuantiti, idea sudut, idea konkrit, unsur hipotenus dan pepenjuru, idea pergerakan motor, unsur analisis terarah, unsur ketidakbolehubah, dan idea hubungan. Hasil kajian ini menunjukkan pelajar mempunyai gambaran mental yang berbeza tentang kecerunan garis lurus. Sehubungan itu, hasil kajian ini boleh membantu guru dan pensyarah matematik untuk memantapkan gambaran mental pelajar tentang kecerunan. Guru boleh memanfaatkan hasil kajian ini dengan memberi perhatian yang lebih kepada aspek konseptual dan prosedur dalam penyediaan rancangan pelajaran dan pelaksanaan aktiviti pengajaran membantu murid menyelesaikan masalah dalam pelbagai konteks yang berbeza membabitkan kecerunan.

### **Implikasi kepada Penggubal Kurikulum**

Hasil kajian ini boleh menjadi panduan kepada pengajaran dan pembelajaran kecerunan garis lurus dan pembangunan kurikulum di peringkat kementerian dengan terlebih dahulu menilai bahan yang perlu digunakan dalam konteks pendidikan. Penggubal kurikulum matematik sekolah menengah boleh menggunakan hasil kajian ini dengan memberi cadangan supaya guru boleh menyediakan dan melaksanakan rancangan penilaian formatif dalam bilik darjah membabitkan pemerhatian, lisan,

dan bertulis bagi memantapkan pertimbangan murid secara sedar mengikuti pembelajaran kecerunan.

Secara keseluruhannya, hasil kajian ini dapat menyumbang sekurang-kurangnya dalam tiga aspek pendidikan. Pertama, membantu mendapatkan pemahaman yang mendalam tentang konsep kecerunan garis lurus yang dimiliki oleh pelajar Asasi Sains atau pelajar lepas menengah. Khususnya, dalam tujuh aspek yang dikaji, iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, hubung kait, komunikasi, dan penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus. Kedua, berdasarkan pemahaman yang dimiliki pelajar, satu program peningkatan pemahaman dan pengayaan tentang konsep kecerunan garis lurus boleh dibentuk untuk membantu mereka yang terlibat khususnya dalam tujuh aspek yang dikaji. Ketiga, program pemulihan juga boleh dibina tentang salah konsep kecerunan garis lurus yang mungkin timbul berdasarkan tujuh aspek yang dikaji.

Dalam aspek penilaian, hasil kajian menunjukkan bahawa untuk menilai pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus, tujuh aspek pemahaman yang dibincangkan wajar diberi tumpuan. Penilaian yang sedemikian membantu pelajar membina pemahaman secara lebih bermakna sebab profil yang dibina bukan bersifat linear, tetapi lebih bersifat lengkung linear. Dalam pengertian yang lain, ia melibatkan pelbagai dimensi. Misalnya, kajian ini mendapati bahawa gambaran mental yang dimiliki oleh pelajar sahaja melibatkan beberapa jenis yang berbeza. Kajian ini juga menggambarkan kekayaan konsep pemahaman yang dimiliki pelajar tentang kecerunan garis lurus. Adalah sukar untuk mengukur pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus dengan menggunakan kaedah kuantitatif yang biasa. Sebagai tambahan kepada kaedah kuantitatif, kaedah kualitatif juga dapat membantu

membina profil pemahaman pelajar Asasi Sains dan lepasan menengah dengan lebih mendalam dan bermakna yang membabitkan kecerunan garis lurus.

### **Sumbangan Kajian**

Kajian ini telah membuktikan bahawa teori konstruktivisme radikal yang mendasari kajian ini telah berjaya mengenal pasti pemahaman pelajar Semester Satu Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Dalam kajian ini, konstruktivisme radikal telah berjaya digunakan dalam proses memperincikan soalan kajian, membentuk rangka konseptual, mengumpul, menganalisis, dan membuat pentafsiran data kajian. Sebagai tambahan, kajian ini turut membuktikan bahawa teori konstruktivisme berjaya mendorong pengkaji menjawab soalan kajian untuk mengenal pasti konsepsi pelajar Semester Satu Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Selain itu, kajian ini juga membuktikan bahawa dengan menggunakan teori ini, data berjaya dikumpulkan melalui teknik temu duga klinikal dan disusun mengikut tema yang tertentu. Seterusnya, teori ini berjaya membantu pengkaji dalam proses pengumpulan data dan analisis dengan mendalam berdasarkan tema tertentu dan seterusnya ditafsirkan secara terperinci merentas subjek kajian. Kajian ini telah membuktikan bahawa konstruktivisme radikal adalah relevan bagi menangani kesahan dalaman.

Pengetahuan pelajar dalam memberikan gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, hubung kait, komunikasi, dan penyelesaian masalah yang membabitkan kecerunan garis lurus ditafsirkan berdasarkan kepada pengalaman mereka semata-mata. Walaupun sesetengah jawapan yang diberikan oleh responden menerusi temu duga kurang menepati kehendak soalan, namun pengetahuan itu adalah benar dalam konteks pemahaman mereka sendiri. Berdasarkan kajian ini, terdapat ruang bagi pementapan rangka konseptual yang digunakan, iaitu konstruk matematik boleh diperluaskan lagi dengan menambah subkonstruk seperti kecerunan

sebagai kadar perubahan dan kecerunan sebagai  $dy/dx$ . Dalam kajian ini, pemahaman yang dimiliki oleh pelajar tentang kecerunan garis lurus berbeza di antara satu sama lain dalam mana terdapat pelajar yang membina pengetahuan mereka secara primitif atau sofistikated. Misalnya, apabila pelajar diminta untuk membandingkan kecerunan anak tangga tanpa diberi skala, empat orang pelajar menggunakan rumus kecerunan untuk menentukan kecerunan, manakala dua orang pelajar pula hanya menggunakan protractor untuk mengukur sudut. Dalam hal ini, pelajar menganggap semakin besar sudut antara tangga dengan garis mengufuk, semakin besar kecerunan. Terdapat dua orang pelajar menggunakan gambaran garis lurus, iaitu dengan menganggap rajah anak tangga seperti rajah garis lurus di samping melukiskan garis lurus bagi membandingkan rajah yang mempunyai kecerunan paling besar. Dua orang pelajar menggunakan gambaran kecondongan tangga melalui pemerhatian, iaitu anak tangga yang mempunyai kecerunan paling besar adalah yang sangat tegak atau kurang condong. Keadaan ini menggambarkan bahawa pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus mungkin mengalami perkembangan yang tertentu daripada tahap primitif kepada tahap yang lebih sofistikated selaras dengan pandangan konstruktivisme radikal tentang peringkat perkembangan kognitif pelajar (Piaget, 1929) dan penelitian boleh diberi kepada aspek perkembangan kognitif dengan merujuk hasil kajian ini sebagai landasan bagi sesuatu kajian.

### **Cadangan Kajian Lanjutan**

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa pemahaman tentang kecerunan garis lurus yang dimiliki oleh pelajar Semester Satu Asasi Sains. Kajian lanjut boleh melibatkan pelajar Asasi Sains yang lain, iaitu Semester Dua dan Semester Tiga

sebab ada kemungkinan mereka mempunyai pemahaman yang berbeza tentang kecerunan garis lurus. Tambahan, pemahaman pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus mungkin boleh dijelaskan secara menyeluruh. Seterusnya, kajian ini dijalankan di Institut Pengajian Tinggi Swasta yang mempunyai 60% pelajar tempatan yang majoriti bukan berbangsa Melayu dan selebihnya adalah pelajar antarabangsa. Jika kajian lanjut dapat dilaksanakan dalam seting yang lain seperti Institut Pengajian Tinggi Awam, mungkin pengkaji boleh memperoleh pemahaman yang berbeza tentang kecerunan garis lurus. Saiz sampel bagi kajian lanjut juga boleh diubah kepada bilangan pelajar yang ramai supaya kajian kes dan tinjauan dapat dilaksanakan untuk memperoleh maklumat yang cukup kaya dan luas tentang topik yang dikaji.

Dalam kajian ini, kaedah temu duga klinikal mampu mengenal pasti pemahaman yang dimiliki dan digunakan oleh pelajar Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Namun begitu, persoalan asas tentang bagaimana pelajar membina pemahaman tersebut masih belum dijawab. Oleh itu, kajian lanjut boleh menggunakan kaedah eksperimen mengajar sebagai kaedah untuk meneliti bagaimana pemahaman dibina dalam konteks pengajaran topik matematik yang dikaji. Dalam situasi kajian lanjut, kaedah eksperimen mengajar dapat membantu pengkaji untuk membina model tentang topik matematik untuk pelajar. Dalam pada itu, pengkaji berpeluang untuk menjawab beberapa persoalan kajian seperti bagaimanakah cara pelajar mengubah pengetahuan tertentu tentang kecerunan yang dimilikinya kepada pengetahuan lain yang lebih berdaya maju?

Seterusnya, kajian lanjut boleh mengenal pasti peringkat perkembangan kognitif yang mungkin dalam pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus. Hasil kajian ini menunjukkan bahawa kebanyakan pelajar mempunyai konsepsi

kecerunan yang tiada perkaitan dengan kalkulus. Secara umumnya, hasil kajian ini menunjukkan konsepsi pelajar tentang kecerunan garis lurus lebih bertumpu kepada aspek rumus yang melibatkan geometri. Justeru, kajian lanjut yang dicadangkan mungkin dapat memberi tumpuan terhadap beberapa soalan kajian baharu seperti yang berikut: Apakah pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus tanpa melibatkan aspek geometri? Apakah pemahaman pelajar tentang kecerunan garis lurus yang melibatkan kalkulus?.

### **Penutup**

Kajian ini dijalankan untuk mengenal pasti pemahaman pelajar Semester Satu Asasi Sains tentang kecerunan garis lurus. Semasa kajian ini dijalankan, pengkaji menemui pelbagai gangguan pengalaman yang baharu dan mencabar bagi menjawab tujuan kajian. Kajian ini ditafsirkan dengan berasaskan pengalaman oleh pengkaji menggunakan tindakan dan operasi yang sedia ada serta modifikasi pengalamannya di sepanjang masa kajian ini dijalankan. Pengkaji menganggap bahawa kajian ini memberi pengalaman pembelajaran yang mana perubahan kognitif dan pengetahuan dirinya diorganisasikan selalu bagi meneruskan kajian ini sehingga berjaya diselesaikan.

Secara spesifik, konstruktivisme radikal mendasari kajian ini dan mempengaruhi segala perjalanan kajian khususnya, dapatan, hasil kajian, dan kesimpulan. Pengkaji berpendapat bahawa konstruktivisme radikal membantu pengkaji untuk mengetahui tentang pemahaman yang dimiliki oleh pelajar berbeza-beza dan setiap pelajar dalam kajian ini mempunyai perkembangan kognitif dari tahap primitif ke tahap yang lebih sofistikated berdasarkan pengalaman yang dilalui masing-masing dalam keadaan yang aktif dan bermakna. Bagi pengkaji, konstruktivisme radikal bukan hanya sebagai satu teori sahaja tetapi ia memainkan



peranan yang penting dalam memandu pengkaji menjalankan kajian berdasarkan rangka konseptual yang dibentuk dalam konteks teori tersebut, menghadapi murid semasa temu duga klinikal, menganalisis, dan mentafsir data yang dikumpul bagi menjawab soalan kajian. Seterusnya, konstruktivisme radikal membantu melihat pola atau corak perkembangan pemikiran pelajar untuk menjawab soalan dan bagaimana pelajar mengembangkan idea kecerunan.

Universiti Malaya

## Rujukan

- Aida Suraya, M. Y. (1996). *Skim nombor perpuluhan bagi murid tahun lima sekolah rendah* (Tesis doktor falsafah tidak diterbitkan), Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Ahmad Fauzi, M. A. (2008). *Pengajaran Dan Pembelajaran Matematik Kalkulus Menggunakan Model Pengajaran Terus Dan Model Pembelajaran Masteri: Pakej Temacc* (Tesis Doktor Falsafah tidak diterbitkan). Universiti Kebangsaan Malaysia.
- Ahuja, O. P. (1994). Quality Mathematics Education in Papua New Guinea and its role in National Development. Dalam Ahuja, O. P. et al (Eds.), *Quality Mathematics Education in Developing Countries*, 73-103. UBSPD Publishers' Distributors Ltd.
- Amit, M. & Vinner, S. (1990). Some misconceptions in calculus: Anecdotes or the tip of an iceberg? Dalam G. Booker, P. Cobb, & T. N. de Mendicuti (Eds.), *Proceedings of the 14th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 3-10. Mexico: CINVESTAV.
- Amoah, V. (2004). Using Multiple Representations to Assess students' Understanding of the Derivative Concept. Dalam O. McNamara (Ed.), *Proceedings of the 24<sup>th</sup> British Society for Research into Learning Mathematics*, 1, (h. 1-6). London: King' College London.
- Andersen, E. D. & Nelson, J. (1994). An introduction to the concept of slope. *The Mathematics Teacher*, 87(1), 27-30.
- Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2002). *Calculus (7th ed)*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). The Development of Students' Graphical Understanding of the Derivative. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 339-432.
- Aspinwall, L., Shaw, K. L., & Presmeg, N. C. (1997). Uncontrollable mental imagery: Graphical connections between a function and its derivative. *Educational Studies in Mathematics*, 33(3), 301-317.
- Bahagian Pembangunan Kurikulum. (2015). *Dokumen standard kurikulum dan pentaksiran*. Putrajaya: Bahagian Pembangunan Kurikulum, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Baker, B., Cooley, L., & Trigueros, M. (2000). A Calculus Graphing Schema. *JRME*, 31 (5), 557-578.
- Barr, G. (1980). Graphs, gradients and intercepts. *Mathematics in School*, 9(1), 5-6.

- Barwell, R., Leung, C., Street, B. (2005). Applied linguistics and mathematics education: more than words and. *Language and Education*, 19(2), 141-146.
- Bezuidenhout, J. (1998). First-year University Students' Understanding of Rate of Change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(3), 389-399.
- Bingolbali, E. (2004). The calculus of engineering and mathematics undergraduates. Paper presented for *Research and Development in the Teaching and Learning of Calculus Topic Study Group(TG12), ICME-10*, Copenhagen, Denmark.
- Birgin, O. (2012). Investigation of Eighth-Grade Students' Understanding of the Slope of the Linear Function. *Network of Scientific Journals from Latin America, the Caribbean, Spain and Portugal*, 26(42), 139-162.
- Broadus, A. E. (2011). *An investigation into foundational concepts related to slope: an application of the attribute hierarchy method* (Unpublished Doctoral thesis). Kansas: University of Kansas.
- Brown, M., Hart, K., Kerslake, D., Kuchemann, D., Johnson, D., Ruddock, G., et al. (1981). *Secondary school children's understanding of mathematics: A report of the mathematics components of the Concepts in Secondary Science and Mathematics Programme*. London: Social Science Research Council.
- Cheng, D. S. (2010). *Connecting proportionality and slope: Middle school students' reasoning about steepness* (Unpublished Doctoral thesis). Boston: Boston University.
- Cobb, P. & Steffe, L. P. (1983). "The Constructivist Researcher as Teacher and Model Builder." *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83-94.
- Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. In R. Davis, C. Maher, & N. Noddings (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*. *Journal for Research in Mathematics Education*, Monograph 4, 107-122.
- Cornu, B. (1991). Limits. Dalam D. O. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, (h. 153–166). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Crawford, A. R. & Scott, W. E. (2000). Making sense of slope. *The Mathematics Teacher*, 93(2), 114-118.
- Creswell, J. W. (2005). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*. Upper Saddle River, NJ: Pearson.
- Creswell, J. W. (2012). *Education research: Planing, conduction and evaluating quantitative and qualitative research (4th ed.)*. Lincoln, London: Pearson Education, Inc.

- Davis, R. B., & Vinner, S. (1986). The notion of limit: Some seemingly unavoidable misconception stages. *Journal of Mathematical Behavior*, 5, 281-303.
- Davis, J. D. (2007). Real-world contexts, multiple representations, student-invented terminology and y-intercept. *Mathematical Thinking & Learning*, 9(4), 387-418.
- Demir, M. F. (2009). *Effects of virtual manipulatives with open-ended versus structured questions on students' knowledge of slope*. (Unpublished Doctoral thesis). Michigan, US: Michigan State University.
- Deniz, Ö. & Kabaal, T. (2017). 8th Grade Students' Construction Processes of the Concept of Slope. *Education and Science* 2017, 42(192), 139-172.
- Depaola, C. & McLaren, C. H. (2006). The Relationship Between Attitudes and Performance in Business Calculus. *INFORMS Transactions on Education*, 6(2), 8-22.
- Duncan, B. and Chick, H. (2013). How do adults perceive, analyse and measure slope? In V. Steinle, L. Ball & C. Bordini (Eds.), *Mathematics education: Yesterday, today, and tomorrow*. (Proceedings of the 36th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia). Melbourne, VIC: MERGA, Inc.
- Elia, I. & Spyrou, P. (2006). How students conceive function: A triachic conceptual-semiotic model of the understanding of a complex concept. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(2), 256-272.
- Farenga, S. J. & Ness, D. (2005). Science and algebraic thinking part 1: Rates and change. *Science Scope*, 28(7), 58-61.
- Fauziah, A. K. (2011). *Analisis kandungan buku teks matematik Tahun Empat di Malaysia dan Singapura* (Laporan penyelidikan sarjana pendidikan tidak diterbitkan). Universiti Malaya, Kuala Lumpur:
- Fazura, M. (2018). *Penaakulan perkadaran dalam kalangan murid Tahun Lima tentang nisbah dan kadaran* (Tesis doktor falsafah tidak diterbitkan), Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Ferrara, F., Pratt, D., & Robutti, O. (2006) .In A. Gutiérrez, P. Boero (eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, 237–273.
- Ferrini-Mundy, J., & Graham, K. (1991). An overview of the Calculus Curriculum Reform Effort: Issues for Learning, Teaching, and Curriculum Development. *The American Mathematical Monthly*, 98(7), 627-635.
- Ferrini-Mundy, J., & Graham, K. (1994). Research in Calculus Learning: Understanding of Limits, Derivatives, and Integrals. Dalam J. J. Kaput & E.

- Dubinsky (Eds.), *Research Issues in Undergraduate Mathematics Learning, MAA Notes #33*. Washington D.C.: Mathematical Association of America.
- Ferrini-Mundy, J., & Graham, K. (1993). Teaching and Learning Calculus. In P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas for the Classroom – High School Mathematics*, 155-176. New York: Macmillan.
- Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2007). *How to Design and Evaluate Research in Education* (6th). Singapore: McGraw Hill.
- Gan, S. M. (2009). *Nilai dalam ujian dan peperiksaan matematik sekolah menengah* (Laporan penyelidikan sarjana pendidikan matematik dengan teknologi komunikasi dan maklumat). Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Gagne, R. M., & Driscoll, M. P. (1988). *Essentials of Learning for Instruction, 2nd Edition*. Florida State University: Pearson
- Gersten, R., & Jordan, N. C. (2005). Early Screening and Intervention in mathematics difficulties: The need for action. *Journal of Learning Disabilities* 38(4), 291-292.
- Gregg, D. U. (2002). Building students' sense of linear relationships by stacking cubes. *The Mathematics Teacher*, 95(5), 330-333.
- Haciomeriglu, E. S. (2007). *Calculus students' understanding of derivative graphs: Problems of representations in calculus* (Unpublished Doctoral dissertation). Florida State University, Tallahassee, FL.
- Hackenberg, A. J. (2010). Mathematical Caring Relations in Action. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(3), 236-273.
- Hähkiöniemi, M. (2006). The role of representations in learning the derivative. *Report 104*. University of Jyväskylä. Department of Mathematics and Statistics. Finland.
- Haliza, H. (2017). *Visual reasoning in solving mathematical problems on functions and their derivatives among Malaysian Pre-University Students*. (Tesis doktor falsafah tidak diterbitkan), Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Heid, M. K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 3-25.
- Henri, F. (1991). Computer conferencing and content analysis. In A. Kaye (Ed.), *Collaborative learning through computer conferencing: The Najaden papers* (p. 117-136). London: Springer-Verlang.
- Herbert, S. & Pierce, R. (2009). Revealing Conceptions of Rate of Change. Dalam R. Hunter, B. Bicknell, & T. Burgess (Eds.), *Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 1). Palmerston North, NZ: MERGA.

- Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. Dalam D. Grouws (Ed.), *Handbook on research on mathematics teaching and learning*, 85-97. New York: MacMillan Publishing.
- Hoffman, T. W. (2015). *Concept image of slope: Understanding middle school mathematics teachers' perspective through task-based interviews* (Unpublished doctoral dissertation). The University of North Carolina at Charlotte.
- Hoi, S. M., Sharifah Norul Akmal, S. Z., & Nik Azis, N. P. (2017). Pemahaman Guru Matematik Sekolah Rendah Tentang Pembahagian Nombor Bulat. *Jurnal Kurikulum & Pengajaran Asia Pasifik*, 5(4),
- Huang, C. H. (2011). Investigating the attitudes toward calculus of engineering students in Taiwan. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 9(2), 80-85.
- Jackiw, N. (2001). *The Geometer's Sketchpad v. 4 (computer software)*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Jensen, T. A. (2009). *A study of the relationship between introductory calculus students' understanding of function and their understanding of limit*. (Disertasi doktor falsafah tidak diterbitkan). Montana State University.
- Johnsen, C. & Wilkerson, T. L. (2003). My journey toward a new slant on slope. *The Mathematics Teacher*, 96(7), 504-508.
- Joram, E., & Oleson, V. (2007). How fast do trees grow: Using tables and graphs to explore slope. *Mathematics Teacher*, 13(5), 260-265.
- Juter, K. (2006). Limits of functions as they developed through time and as students learn them today. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(4), 407-431.
- Juter, K. (2007). Students' concept development of limits. *European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5)*, Working Group 14, 2320-2329.
- Kaput, J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. Dalam S. Wagner & C Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra*, 167-194. Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kashefi, H., Zaleha, I., & Yudariah, M. Y. (2012). Overcoming Students Obstacles in Multivariable Calculus through Blended Learning: A Mathematical Thinking Approach. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 56, 579 – 586
- Kashefi, H., Zaleha, I. & Yudariah, M. Y. (2010). Obstacles in the Learning of Two-variable Functions through Mathematical Thinking Approach. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 8, 173-180.

- Kashefi, H., Zaleha, I. & Yudariah, M. Y. (2011). Students' Difficulties in Multivariable Calculus through Mathematical Thinking Approach. *Journal of Edupres 1*, 77-86.
- Kementerian Pelajaran Malaysia. (2012). *Spesifikasi kurikulum bersepadu sekolah menengah: Matematik Tingkatan Empat*. Kuala Lumpur: Bahagian Perkembangan Kurikulum.
- Kementerian Pelajaran Malaysia. (2012). *Spesifikasi kurikulum bersepadu sekolah menengah: Matematik Tambahan Tingkatan Empat*. Kuala Lumpur: Bahagian Perkembangan Kurikulum.
- Kendal, M. & Stacey, K. (2003). Tracing learning of three representations with the differentiation competency framework. *Mathematics Education Research Journal*, 15(1), 22-41.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F. K. Lester (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Charlotte, NC: New Age Publishing.
- Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the Cartesian connection: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 500-507.
- Kremžárová, L. (2011). Students' difficulties in understanding the calculus tasks. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics*, 11, 41-46
- Leahey, T. H. (1997). *A history of psychology: Main currents in psychological thought*. Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice-Hall.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational*, 60(1), 1-64.
- Likwambe, B. & Christiansen, I. M. (2009): A Case Study of the Development of South African In-Service Teachers' Concept Images of the Derivative, *Pythagoras*, 68, 22-31.
- Lobato, J., Ellis, A.B., & Muñoz, R. (2003). How "focusing phenomena" in the instructional environment afford students' generalizations. *Mathematical Thinking and Learning*, 5, 1-36.
- Lobato, J. & Siebert, D. (2002). Quantitative reasoning in a reconceived view of transfer. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21, 87-116.
- Manivannan, S. (2017). *Pemahaman murid tahun lima tentang luas segi empat*. (Tesis doktor falsafah tidak diterbitkan), Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Maxwell, J. (1992). Understanding and Validity in Qualitative Research. *Harvard Educational Review: September 1992*, 62(3), 279-301.

- McCallum, W. (2000). The Goals of the Calculus Course. In S. L. Ganter (Ed.), *Calculus Renewal : Issues for Undergraduate Mathematics Education in The Nest Decade*. New York : Kluwer Academic.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative Case Study Research Qualitative research: a guide to design and implementation (2nd ed.)*, 39-54. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Miller, D. (2007). Helping Students Understand Technical Calculus via an Online Learning Supplement and Group Learning. *Proceedings of the Mathematics Education into the 21st Century Project. 9th Annual International Conference in Math Education - Mathematics Education in a Global Community*, 9, 431-436.
- Mohd Zin, M., Rohani, A. T., Ahmad Fauzi, M. A., & Mohd Ariff, A. T. (2010). Enhancing Calculus Learning Engineering Students Through Problem-Based Learning. *WSEAS Transactions on Advances in Engineering Education*, 7(8), 255-264.
- Nagle, C., & Moore-Russo, D. (2014). Slope Across the Curriculum: Principles and Standards for School Mathematics and Common Core State Standards. *The Mathematics Educator*, 23(2), 40–59.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *A Teacher's Guide to Reasoning and Sense Making*. Reston, VA: Author.
- Nik Azis, N. P. (1987). *Children's fractional schemes* (Disertasi doktor falsafah tidak diterbitkan). University of Georgia, Athens.
- Nik Azis, N. P. (1996). *Penghayatan matematik KBSR dan KBSM: Perkembangan profesional*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Nik Azis, N. P. (1999). *Pendekatan konstruktivisme radikal dalam pendidikan Matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
- Nik Azis, N. P. (2003). *Pendidikan matematik di Malaysia dalam abad ke-21: Harapan dan cabaran*. Kuala Lumpur: AND Multi Works.
- Nik Azis, N. P. (2008). *Isu-isu kritikal dalam matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
- Nik Azis, N. P. (2009a). *Nilai dan etika dalam pendidikan matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
- Nik Azis, N. P. (2009b). *Amalan terbaik pengembangan nilai dalam pendidikan Matematik dan sains: Apa dan bagaimana?* Kertas kerja dibentangkan di



Seminar Kebangsaan tentang Nilai dalam Pendidikan Matematik dan Sains, Universiti Malaya.

- Nik Azis, N. P. (2012). *Pengamalan budaya ketepatan dalam gagasan Malaysia*. Jabatan Perdana Menteri Putrajaya: Akademi Kenegaraan BTN.
- Nik Azis, N. P. (2014). *Penghasilan disertasi berkualiti dalam pendidikan matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
- Nik Suryani, N. A. R. (2002). *Skim peratus bagi pelajar Tingkatan Satu* (Tesis doctor falsafah tidak diterbitkan). Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Noor Akmar, A., Mohd Faizal Nizam, L. A. (2017). Komunikasi matematik : penyelesaian masalah dalam pengajaran dan pembelajaran matematik *Jurnal pendidikan sains & matematik Malaysia*, 7(1), 16-31.
- Noraini, I. (2001). *Pedagogi dalam pendidikan matematik kuala lumpur* : Utusan Publication Sdn. bhd.
- Nur Afizah, M. N. (2008). *Values in Form One Mathematics Textbooks in Malaysia and Singapore* (Kertas projek sarjana pendidikan tidak diterbitkan). Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Orton, A. (1983). Students' understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics*, 14(3), 235–250.
- Orton, A. (1984). Understanding rate of change. *Mathematics in School*, 13(5), 23-26.
- Ostebee, A. & Zorn, P. (1997). *Calculus from graphical, numerical, and symbolical points of view*. Orlando, Florida: Harcourt Brace College Publishers.
- Piaget, J. (1967). *Biologie et connaissance (Biology and knowledge)*. Paris: Gallimard.
- Pilgrim, M. E. (2010). *A concepts for calculus intervention: measuring student attitudes toward mathematics and achievement in calculus*. Unpublished doctoral dissertation, Colorado State University, Colorado.
- Pirie, S. E. B. & Kieren, T. E. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*, 26(2–3), 165–190.
- Pons, J., Valls, J., & Llinares, S. (2011). In B. Ubuz (Ed.). *Proceedings of the 35<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 2011*, 3, 393-400. Ankara, Turki.
- Printz, J. (2006). The buggy lab: Comparing displacement and time to derive constant velocity. *School Science and Mathematics*, 106(5), 261-266.

- Rasslan, S., Vinner, S. (1995): The graphical, the algebraic, and their relation: The notion of slope, *Proceedings of the 19th PME Conference 2*, 264-271.
- Reiken, J. J. (2008). *Coming to understand slope and the Cartesian connection: An investigation of student thinking*. Unpublished doctoral dissertation, University of California, Santa Barbara.
- Roorda, G., Vos, P., & Goedhart, M. J. (2007). The derivative in applications. How to describe students' understanding. *WorkingGroup 13: CERME 5*, 2160-2169
- Roorda, G., Vos, P., & Goedhart, M.J. (2009). The derivative in applications. Development of one student's understanding. *WorkingGroup 12: CERME 6*, 2296-2305
- Roshara'madan, M. H. (2015). *Pemahaman Murid Tahun Lima Tentang Akhlak*. (Tesis doktor falsafah tidak diterbitkan). Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Roselah, O. (2015) *Konsepsi matematik dalam kalangan pelajar Diploma Sains Aktuari* (Tesis doktor falsafah yang tidak diterbitkan). University of Malaya, Kuala Lumpur.
- Rugayyah, A. (2007). *Penyelesaian masalah kebarangkalian oleh murid Tingkatan Empat* (Laporan penyelidikan sarjana pendidikan tidak diterbitkan). Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Sabina, N., Fransiskus, N. (2018). Mathematics Connection Ability and Students Mathematics Learning Achievement at Elementary School. *SHS Web of Conferences*, 42(9), 1-5.
- Sabri, A., Tengku Zawawi, T. K., & Aziz, O. (2006). *Isu-isu dalam Pendidikan Matematik. Siri Pengajian dan Pendidikan Utusan*. Kuala Lumpur: Utusan Publications.
- Safura, A. S., Norziah, O. (2015). Teknik pembelajaran kalkulus dalam kalangan pelajar institusi pengajian tinggi. *Proceeding of the 2nd International Conference on Management and Muamalah 2015 (2ndICoMM) 16th – 17th November 2015*, 403-412
- Saraiva, M. J. & Teixeira, A. M. (2009). Secondary school students' understanding of function via exploratory and investigative tasks. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica), Supplement*, 4(19), 83-95.
- Schoenfeld, A. H., Smith, J. P., & Arcavi, A. (1993). Learning: The microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology*, 55-175. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. Dalam D. Grouws (Ed.),

*Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334-370, New York: MacMillan.

- Schwarzenberger, R. L. E., Tall, D. O. (1978). Conflicts in the learning of real numbers and limits, *Mathematics Teaching*, 82, 44-49.
- Seimears, C. M. (2007). *An exploratory case study: The impact of constructivist-based teaching on English language learners understanding of science in a middle school classroom*. Unpublished doctoral thesis, Kansas State University, Kansas.
- Seymour, J. R., & Lehrer, R. (2006). Tracing the evolution of pedagogical content knowledge as the development of interanimated discourses. *Journal of the Learning Sciences*, 15(4), 549-582.
- Sfard, A., and Kieran, C. (2001). Cognition as communication: rethinking learning by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, and Activity*, 8(1), 42-76.
- Sharifah Hasima, S. D., Jamal, Y., Hamidah, Y. (2017). Kesahan dan kebolehpercayaan instrumen kajian penyeliaan berkesan. *JuKu: Jurnal Kurikulum & Pengajaran Asia Pasifik* 5(3), 50-61
- Sharifah Norul Akmar, S., Z. (1997). Skim Penolakan Integer Pelajar Tingkatan 2 (Form Two students Subtraction of integers schemes), *Journal of Education*, 18, 75-96.
- Sherin, M. G. (2002). When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction*, 20(2), 119 - 150.
- Shaulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sierpin'ska, A. (1987). Humanities students and epistemological obstacles related to limits. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 371-87.
- Simon, M. A. & Blume, G. W. (1994). Mathematical modeling as a component of understanding ratio-as-measure: A study of prospective elementary teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, 13(2), 183-197.
- Sierpin'ska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. London: The Falmer Press.
- Steffe, L. P. (1988). Children's construction of number sequences and multiplying schemes. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*, 119-140. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Steffe, L. P. & Cobb, P. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. New York: Springer-Verlag.

- Steffe, L. P. (2007). *Radical Constructivism and "School mathematics"*. Dalam M. Larochelle (Ed.). *Key works in Radical Constructivism* (hlm. 279-289). The Netherlands: Sense Publishers.
- Steffe, L. P. (2010). Perspectives on children's fraction knowledge. Dalam L. P. Steffe & J. Olive (eds). *Children's Fractional Knowledge* (h.13-25). New York: Springer.
- Stewart, J. (2003). *Single variable calculus early transcendental* (5th ed.). Belmont, CA: Brooks/Cole - Thompson Learning.
- Stringer, E. W. (2011). *African American students' graphic understanding of the derivative: Critical case studies*. (Unpublished Doctoral thesis). Florida State University, Tallahassee, FL.
- Stump, S. L. (1996). *Secondary mathematics teachers' knowledge of the concept of slope* (Unpublished doctoral dissertation). Illinois State University, Normal, IL.
- Stump, S. L. (1999). Secondary Mathematics Teachers' Knowledge of Slope. *Mathematics Education Research Journal*, 11(2), 124-144
- Stump, S. L. (2000). Doing mathematics with bicycle gear ratios. *The Mathematics Teacher*, 93(9), 762.
- Stump, S. L. (2001a). Developing preservice teachers' pedagogical content knowledge of slope. *Journal of Mathematical Behavior*, 20(2), 207-227.
- Stump, S. L. (2001b). High school precalculus students' understanding of slope as measure. *School Science and Mathematics*, 101(2), 81-89.
- Suat, K. L. T, Ahuja, O. P., & Lee, P. Y. (2000). Tertiary and junior college students' attitude towards mathematics. *The Mathematics Educator*, 4(1), 15-33.
- Suzieleez Syrene, A. R., & Tajularipin, S. (2006). Gambaran Mental Dan Perwakilan Pelajar Lulusan Sijil Pelajaran Malaysia Tentang Konsep Fungsi. *Jurnal Teknologi*, 44(E), 45-60
- Swinyard, C., & Lockwood, E. (2007). Research on students' reasoning about the formal definition of limit: An evolving conceptual analysis. In *The Electronic Proceedings for the Tenth Special Interest Group of the MAA on Research on Undergraduate Mathematics Education*, San Diego, CA: San Diego State University.
- Swokowski, E. W., Olinick, M., Pence, D. (1994). *Calculus (6th ed)*. United States of America: PWS Publishing Company.
- Tabaghi, S. G., Mamolo, A., & Sinclair, N. (2009). The effect of DGS on students' conception of slope. In proceedings of the 31st annual meeting of the North American chapter of the international group for the psychology of

- mathematics education (Vol. 5, pp. 226-234). Atlanta, GA: Georgia State University.
- Tall, D. O. (1992). Students' Difficulties in Calculus. Published in *Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus, ICME-7 1992, Québec, Canada*, 13–28.
- Tall, D. (1996). Calculus and functions. Dalam A. Bishop et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education*, Part 1, 289-324. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. O., Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in Mathematics with particular references to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(7), 151–169.
- Tarmizi, R., A. (2010). Visualizing Students' Difficulties in Learning Calculus. *Procedia Social and Behavioral Science* 8, 377- 383.
- Thompson, P. W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to the concepts of rate. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*, 179-234. Albany, NY: SUNY Press.
- Tyne, J. G. (2016). Calculus Students' Reasoning About Slope and Derivative as Rates of Change. *Electronic Theses and Dissertations*. 2510.  
<http://digitalcommons.library.umaine.edu/etd/2510>
- Ubuz, B. (2007). Interpreting a Graph and Constructing its Derivative Graph: Stability and Change in Students' Conceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38 (5), 609-637.
- Ubuz, B. (2001). First year engineering students' understanding of tangency, numerical calculation of gradients and the approximate value of a function at a point through computers. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 20 (1), 111-135.
- Varberg, D., Purcell, E. J., Rgdon, S. E. (2007). *Calculus (9th ed)*. United States of America: Pearson International, Inc.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. Dalam R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, 127-173. New York: Academic Press.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. Dalam J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operation in the middle grades*, 141-161. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.
- Viirman, A. (2011). Discourses of Functions – University Mathematics Teaching through a Cmmognitive Lens. Dalam M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda

(Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 2103-2112. Rzeszow, Poland: ERME.

- Viirman, O., Attorps, I., & Tossavainen, T. (2010). Different views – some Swedish mathematics students' concept images of the function concept. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 15(4), 5-24.
- von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. Washington, DC: Falmer.
- Von Glasersfeld. (2007). *Key works in Radical Constructivism*. The Netherlands: SensePublishers.
- Walter, J. G. & Gerson, H. (2007). Teachers' personal agency: Making sense of slope through additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, 65(2), 203-233.
- Wheeler, R. E. & Wheeler, E. R. (2009). *Modern Mathematics(13th Edition)*. California: Kendall Hunt Publishing Company.
- White, P. , Mitchelmore, M. (1996). Conceptual knowledge in introductory calculus. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(1), 79 – 95.
- Wilhelm, J. A., & Confrey, J. (2003). Projecting rate of change in the context of motion onto the context of money. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 34(6), 887-904.
- Yudariah, M. Y. & Roselainy, A. R. (2001). Mathematics education at Universiti Teknologi Malaysia (UTM): learning from experience. *Jurnal Teknologi E*, (34E), 9-24
- Yin, Robert K. 2013. *Case Study Research. Design and Methods, 5<sup>th</sup> ed*, CA: Sage Publications, thousand Oaks.
- Zaslavsky, I., Memon, A., Petropoulos, M., & Baru, C., 2003. Online Querying of Heterogeneous Distributed Spatial Data on a Grid, *Proceeding of the 3<sup>rd</sup> International Symposium on Digital Earth*, 813-823.
- Zalavsky, O., Sela, H., & Leron, U. (2002). Being sloppy about slope: The effect of changing the scale. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 119-140.
- Zandieh, M. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative. In Dubinsky, E., Schoenfeld A., & Kaput, J. (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education* 4(8), 103 - 126.
- Zandieh, M. J. & Knapp, J. (2006). Exploring the role of metonymy in mathematical understanding and reasoning: The concept of derivative as an example. *Journal of Mathematical Behavior*, 25(1), 1–17.

Zhang, B. (2003). Using Student Centered Teaching Strategies in Calculus. *The China Paper* , 2, 100-103

Zhou, Y. (2002). Improving the Qualities of Teaching Calculus - By Modern Education Theories and Modern Technology, *The China Paper* , 1, 23-27.

Universiti Malaya