PEMAHAMAN PELAJAR LEPASAN MENENGAH TENTANG PENGAMIRAN TENTU

NURHAYANI BINTI ROMEO

FAKULTI PENDIDIKAN
UNIVERSITI MALAYA
KUALA LUMPUR

2020

PEMAHAMAN PELAJAR LEPASAN MENENGAH TENTANG PENGAMIRAN TENTU

NURHAYANI BINTI ROMEO

TESIS DISERAHKAN SEBAGAI MEMENUHI KEPERLUAN BAGI IJAZAH DOKTOR FALSAFAH

FAKULTI PENDIDIKAN
UNIVERSITI MALAYA
KUALA LUMPUR

2020

UNIVERSITI MALAYA

PERAKUAN KEASLIAN PENULISAN

Nama: NURHAYANI BINTI ROMEO

No. Pendaftaran/Matrik: PHA 120019

Nama Ijazah: DOKTOR FALSAFAH

Tajuk Kertas Projek/Laporan Penyelidikan/Disertasi/Tesis ("Hasil Kerja ini"):

PEMAHAMAN PELAJAR LEPASAN MENENGAH TENTANG PENGAMIRAN TENTU

Bidang Penyelidikan: PENDIDIKAN MATEMATIK

Saya dengan sesungguhnya dan sebenarnya mengaku bahawa:

(1) Saya adalah satu-satunya pengarang/penulis Hasil Kerja ini;
(2) Hasil Kerja ini adalah asli;
(3) Apa-apa penggunaan mana-mana hasil kerja yang mengandungi hakcipta telah dilakukan secara urusan yang wajar dan bagi maksud yang dibenarkan dan apa-apa petikan, ekstrak, rujukan atau pengeluaran semula daripada atau kepada mana-mana hasil kerja yang mengandungi hakcipta telah dinyatakan dengan sejelasnya dan secukupnya dan satu pengiktirafan tajuk hasil kerja tersebut dan pengarang/penulisnya telah dilakukan di dalam Hasil Kerja ini;
(4) Saya tidak mempunyai apa-apa pengetahuan sebenar atau patut semunasabahnya tahu bahawa penghasilan Hasil Kerja ini melanggar suatu hakcipta hasil kerja yang lain;
(5) Saya dengan ini menyerahkan kesemua dan tiap-tiap hak yang terkandung di dalam hakcipta Hasil Kerja ini kepada Universiti Malaya ("UM") yang seterusnya mula dari sekarang adalah tuan punya kepada hakcipta di dalam Hasil Kerja ini dan apa-apa pengeluaran semula atau penggunaan dalam apa jua bentuk atau dengan apa juga cara sekalipun adalah dilarang tanpa terlebih dahulu mendapat kebenaran bertulis dari UM;
(6) Saya sedar sepenuhnya sekiranya dalam masa penghasilan Hasil Kerja ini saya telah melanggar suatu hakcipta hasil kerja yang lain sama ada dengan niat atau sebaliknya, saya boleh dikenakan tindakan undang-undang atau apa-apa tindakan lain sebagaimana yang diputuskan oleh UM.

Tandatangan Calon　　　　　　　　　　Tarikh:

Diperbuat dan sesungguhnya diakui di hadapan,

Tandatangan Saksi　　　　　　　　　　Tarikh:

Nama:

Jawatan:

ABSTRAK

Kajian ini menggunakan teori konstruktivisme radikal sebagai landasan teori dan bertujuan mengenal pasti pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu. Reka bentuk kajian ini adalah kajian kes. Kaedah pemilihan peserta kajian adalah mengikut cara persampelan bertujuan dengan memilih enam peserta kajian yang terdiri dalam kalangan pelajar diploma semester kedua di institusi pengajian tinggi teknikal, terutamanya mereka yang mengikuti bidang kejuruteraan teknikal. Tiga rancangan temu duga dibahagikan kepada beberapa komponen yang dikemukakan kepada pelajar, berhubung dengan gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, cara berkomunikasi, dan penyelesaian masalah tentang pengamiran tentu. Hasil kajian menunjukkan bahawa pelajar memberi gambaran mental tentang pengamiran tentu dan boleh dikelaskan kepada empat kategori iaitu gambaran berdasarkan definisi, gambaran berdasarkan aplikasi, gambaran berdasarkan tatatanda, dan gambaran berdasarkan numerik. Selain itu, pelajar mewakilkan pengamiran tentu kepada tiga kategori, iaitu perwakilan secara grafik, perwakilan secara berangka, dan perwakilan secara skematik. Di samping itu, pelajar menggunakan tiga kategori dalam mentafsir makna bagi pengamiran tentu, iaitu makna berdasarkan grafik, hukum algoritma, dan bentuk geometri. Seterusnya, pelajar menggunakan dua kategori dalam membuat penaakulan tentang pengamiran tentu, iaitu imej, dan operasional. Kajian ini juga mendapati cara pelajar berkomunikasi tentang pengamiran tentu boleh dibahagikan kepada tiga kategori, iaitu komunikasi berdasarkan bahasa matematik, kemahiran, dan visual. Akhir sekali, cara pelajar menyelesaikan masalah pengamiran tentu boleh dikategorikan kepada tiga, iaitu penyelesaian masalah secara grafik, rumus, dan transformasi. Dapatan hasil kajian ini turut memberi implikasi kepada teori konstruktivisme radikal tentang pemahaman yang dimiliki oleh pelajar lepasan menengah dalam memberi refleksi akan pengalaman sedia ada mereka. Implikasi kajian ini turut merangkumi aspek pengajaran dan pembelajaran tentang pengamiran tentu, penilaian dasar dan polisi pendidikan matematik, aplikasi teori yang digunakan kajian ini dalam bilik darjah, pengembangan dan kesedaran pengetahuan asas pelajar yang mendalam tentang pengamiran tentu, dan pemantapan arah pendidikan dan pelan pembangunan dalam pendidikan kalkulus.

Kata kunci: pemahaman, pengamiran tentu, konstruktivisme radikal, temu duga klinikal.

POST SECONDARY STUDENTS' UNDERSTANDING OF DEFINITE INTEGRAL

ABSTRACT

This study based on radical constructivism theory as a theoretical basis and aims to identify the understanding among post-secondary students of definite integral. The design of this study is a case study. The method of selecting the study sampling is selected through specific purposive sampling method involving six second semester diploma students in technical institutions of higher learning, especially those who are involved in technical engineering. Three interviews are divided into several components submitted to the students, involving mental images, representations, meaning, reasoning, communication, and problem solving of definite integral. The results showed that the students gave a mental image of the definite integral and can be classified into four categories, namely definition, aplication, notation, and numerical. Additionally, students do representations of definite integral into three categories, namely graphical, numerical, and schematic. Next, students use three categories in interpreting the meaning of definite integral, namely the graphical, algorithm law, and geometrical shape, while these students used two categories in making the reasoning of definite integral, namely image, and operational. This study also found that the way students communicate about definite integral can certainly be divided into three categories, namely mathematical language, skill, and graphical. Finally, the way students solve the definite integral problems can be categorized into three, namely graphical, formula, and transformations. The finding of this study also implies radical constructivism theory of the understanding that the post-secondary students have in reflecting on their existing experience. The implications of this study include the pedagogical aspects of the definite integral, mathematical evaluation of policy and mathematical education, the theoretical application used in this study in the classroom, the development and awareness of the underlying students' basic knowledge of definite integral, and the enhancement of the direction of education and development plans in the educational calculus.

Key words: understanding, definite integral, radical constructivism, clinical interviews.

PENGHARGAAN

Ucapan syukur Alhamdulillah atas nikmat-nikmat yang diberikan Allah kepada saya tanpa henti. Tanpa keredhaan-Nya tidak mungkin mampu saya menyiapkan kajian ini.

Penghargaan yang tidah terhingga dan jutaan terima kasih ini saya tujukan kepada kedua-dua penyelia saya, iaitu Profesor Dr. Nik Azis Nik Pa dan Profesor Madya Datin Dr. Sharifah Norul Akmar atas bimbingan, nasihat, teguran, dan tunjuk ajar yang diberikan mereka tidak mengira masa dan kesabaran dalam membantu saya menghasilkan tesis ini.

Penghargaan ini juga saya tujukan kepada kedua ibu bapa dan kedua anak saya iaitu Amni Batrisya binti Hamim Zakimi, dan Muhammad Amsyar Uwaisy bin Hamim Zakimi, atas sokongan, pengorbanan dan kasih sayang mereka dari segenap rohani dan kewangan kerana memahami keperluan dan kepenatan saya sepanjang tempoh menyiapkan tesis ini.

Selain itu, saya juga ingin merakam setinggi-tinggi terima kasih kepada pihak Majlis Amanah Rakyat (MARA) kerana memberikan biasiswa dalam *Career Development Scheme* (CDS) melalui German-Malaysian Institute (GMI) kepada saya untuk melanjutkan pengajian ke peringkat Doktor Falsafah. Tidak ketinggalan, terima kasih juga saya ucapkan kepada rakan seperjuangan dan semua pensyarah di UM dan GMI yang sudi berkongsi ilmu, maklumat dan bantuan yang saya perlukan.

Sebelum menutup bicara, saya ingin menyampaikan sekalung terima kasih kepada sesiapa sahaja yang terlibat dalam pembikinan tesis ini secara langsung ataupun tidak. Kesudian anda amat saya hargai dan dan diganjari dengan kurniaan daripada Allah yang tidak ternilai harganya.

SENARAI KANDUNGAN

BAB 1: PENGENALAN

BAB 2: TINJAUAN LITERATUR

BAB 3: METODOLOGI KAJIAN

BAB 4: HASIL KAJIAN

BAB 5: PERBINCANGAN, KESIMPULAN DAN IMPLIKASI

SENARAI RAJAH

SENARAI JADUAL

SENARAI SINGKATAN SIMBOL

MARA	:	Majlis Amanah Rakyat
CDS	:	*Career Development Scheme*
GMI	:	German-Malaysian Institute
UM	:	Universiti Malaya
IPT	:	Institusi Pengajian Tinggi
KPT	:	Kementerian Pengajian Tinggi
APOS	:	*Actions, Process, and Objects*
ILMEV	:	*Mathematica Enhanced Vector Calculus*
CAD	:	*Computer-Aided Design*

SENARAI LAMPIRAN

BAB 1: PENGENALAN

Latar Belakang Kajian

Kalkulus merupakan salah satu subjek utama dalam pembelajaran matematik di kalangan pelajar lepasan menengah yang mengikuti bidang kejuruteraan, atau lebih dikenali sebagai diploma teknologi kejuruteraan di kebanyakan institusi pengajian tinggi (Serhan, 2015). Lawrence (2011) menyatakan kalkulus sebagai salah satu cabang yang penting dalam matematik. Kalkulus bukan hanya diajar di Jabatan Matematik tetapi juga di jabatan lain yang berkaitan dengan matematik seperti Jabatan Kejuruteraan (I U Machromah et al, 2019). Secara khususnya, kalkulus adalah salah satu kursus asas dalam matematik dan telah diperkenalkan ke dalam kurikulum sekolah menengah di Malaysia sebagai salah satu pilihan bagi pelajar menengah (Tuan Salwani dan Effandi, 2015). Pengetahuan kalkulus penting kerana pengetahuan itu akan digunakan dalam peringkat yang lebih tinggi. Selain itu, penurunan bilangan pelajar dalam jurusan kalkulus dan keperluan bagi kursus peralihan kalkulus seolah-olah membayangkan bahawa kita tidak menyediakan pelajar dengan petunjuk yang betul tentang apa itu matematik (Mahavier & Mahavier, 2008). Kajian Tuan Salwani dan Effandi (2015) pula menunjukkan 75% pelajar meletakkan kalkulus sebagai topik yang sukar.

Dalam pembelajaran kalkulus di Malaysia, pelajar diajar dengan pelbagai teknik penyelesaian seperti teknik pembezaan dan teknik pengamiran dalam pembelajaran kalkulus (Ahmad Fauzi, Wong & Rohani, 2009). Menurut Zerr (2010), kalkulus kaya dengan masalah yang menarik, dan banyak teks kalkulus mempunyai bahan tambahan yang ditujukan untuk meningkatkan kebolehan menyelesaikan masalah pelajar, bagi meningkatkan pemahaman konsep mereka. Ini dipersetujui oleh

Bibi et al (2019) bahawa berdasarkan kajian lepas, kalkulus pada peringkat lepasan menengah dijangka merangkumi aplikasi masalah bukan rutin dalam kehidupan yang nyata jarang berlaku. Oleh itu, ia menjadi satu keutamaan bagi pelajar yang mengambil bidang kejuruteraan dan sains untuk cemerlang dalam kalkulus, termasuk kalkulus pengamiran (Tuan Salwani & Effandi, 2015). Menurut Ferrer (2016), penggunaan formula pengamiran yang sesuai merupakan kunci untuk melaksanakan masalah pengamiran dengan jayanya.

Bidang kajian ini ialah pembelajaran kalkulus lepasan menengah. Kebiasaannya, kalkulus di peringkat menengah atau kursus pra-universiti menggabungkan tiga bahagian utama seperti berikut iaitu pembezaan termasuk fungsi polinomial, monotonik dan gubahan, trigonometri, eksponen, logaritma bersamaan dengan konsep titik pegun, dan pembezaan peringkat kedua; pengamiran yang merangkumi sifat-sifat asas kamiran dan teorem bagi kamiran fungsi polinomial, trigonometri, eksponen, rasional, kaedah kamiran oleh bahagian demi bahagian dan penggantian, kamiran tak tentu dan tentu, dan persamaan pembezaan dari keadaan masalah atau dari perwakilan secara grafik, penyelesaian masalah untuk persamaan pembezaan dan penyelesaian umum (Bibi et al, 2019). Menurut Nik Azis (2008) pula, kalkulus lepasan menengah membabitkan tiga topik utama, iaitu penggunaan idea had, pembezaan dan pengamiran untuk menjelaskan perubahan. Kalkulus harus bermula dengan keinginan seseorang untuk mengukur tentang sesuatu perkara yang mengalami perubahan atau konsep bagi fungsi, kadar yang mana mereka berubah atau pembezaan, cara yang mana mereka terkumpul atau pengamiran, dan hubungan antara dua teorem iaitu teorem asas kalkulus dan penyelesaian persamaan pembezaan (Tall, 2009). Bagi I U Machromah et al (2019), pelajar mengkaji tentang formula dan teknik untuk menentukan kamiran dari fungsi dan aplikasi kamiran seperti luas kawasan berlorek yang dibatasi oleh graf lengkung, isipadu, dan luas permukaan dalam kalkulus kamiran. Muzangwa dan Chifamba (2012) pula menyatakan kalkulus merupakan satu cabang metematik yang berurusan dengan kuantiti yang sangat kecil yang mana perubahan yang berlaku pada satu fungsi kecil dalam beberapa keadaan iaitu kadar perubahan terhadap masa, kecerunan pada garis lengkung, luas kawasan di bawah garis lengkung dan perjumlahan isipadu kisaran yang dijanakan pada satah-*xy*.

Secara khusus, kalkulus pembezaan memperkenalkan satu alat umum, iaitu pembezaan untuk memahami dan mengkuantitikan perubahan sebagai satu perkara yang dapat diukur, manakala kalkulus pengamiran pula membabitkan luas kawasan di bawah graf lengkung dan isi padu kisaran yang dijanakan pada satah-*xy* (Nik Azis, 2008). Nik Azis (2008) juga menyatakan perkara yang menjadi fokus kalkulus ialah kecerunan bagi graf lengkung, garis tangen kepada garis lengkung yang umum, halaju dan pecutan serta-merta, jarak yang dilalui dengan halaju berbeza, luas kawasan antara graf lengkung dengan garis lurus, jumlah satu siri tak terhingga, purata nilai bagi fungsi pada selang tertentu, panjang suatu graf lengkung, pusat bagi sesuatu kawasan, isi padu kisaran pada satah-*xy*, isi padu kon yang dijanakan, isi padu pepejal yang mempunyai sempadan berbentuk lengkung, luas permukaan bagi pepejal yang berbentuk lebih umum atau kompleks, tangen satah pada permukaan yang berbentuk lebih umum, kerja yang dilakukan dengan daya yang berubah-ubah, jisim objek yang mempunyai ketumpatan yang berubah-ubah, dan pusat graviti bagi pepejal yang berbentuk lebih umum.

Dari kajian literatur, terdapat banyak kajian yang telah dijalankan tentang pembelajaran kalkulus lepasan menengah dalam tempoh dua dekad kebelakangan ini (Hasenbank, 2005; Grundmeier, Hansen, & Sousa, 2006; Sealey, 2006; Metaxas, 2007; Ahmad Fauzi, Wong & Rohani, 2009; Jensen, 2009; Seyed, Seyed & Elahe, 2009; Smart, 2010; Breen & O'Shea, 2011; Cardetti dan McKenna, 2012; Chih-Hsein, 2012; Ely, 2012; Fergusan, 2012; Muzangwa & Chifamba, 2012; Orhun, 2012; Tuan Salwani dan Effandi, 2015; Mu, 2017; Abadi & Fiangga, 2018; Ayebo dan Mrutu, 2019; Bibi et al, 2019). Pada umumnya, kajian tersebut boleh dibahagi kepada beberapa kategori berdasarkan isu kritikal yang diteliti. Antara isu tersebut adalah kesukaran pelajar dalam pembelajaran kalkulus lepasan menengah, dan faktor afektif dalam pembelajaran kalkulus. Asas kalkulus yang lemah dan persepsi negatif terhadap kalkulus tidak dapat diabaikan, kerana matematik adalah salah satu mata pelajaran teras dalam teknologi kejuruteraan (Tuan Salwani dan Effandi, 2015).

Namun begitu, Abadi & Fiangga (2018) menyatakan ketidakfahaman pelajar mengenai konsep pembelajaran kalkulus menyebabkan pelajar sukar untuk mereka menyelesaikan masalah pengamiran dalam kalkulus. Kemampuan pelajar hanya boleh dilihat sebagai kaedah prosedural sahaja dengan mengikuti langkah yang diguna pakai oleh pensyarah dalam menjawab soalan tanpa mengetahui dan menyekat pelajar dalam memahami konsep dan idea kalkulus itu sendiri (Breen & O'Shea, 2011, Abadi & Fiangga, 2018). Malah, pelajar lebih gemar menghafal jalan penyelesaian apabila soalan berkenaan membabitkan fungsi yang lebih kurang sama coraknya dengan satu sama lain. Abadi dan Fiangga (2018) juga tidak dapat menafikan bahawa hakikat pensyarah yang mengajar kalkulus cenderung untuk memberi tumpuan hanya kepada keupayaan prosedur. Ini adalah selaras dengan Jensen (2009) dan Sealey (2006) yang menyatakan bahawa pemahaman pelajar tentang konsep asas dalam kalkulus kurang walaupun ramai yang berjaya melakukannya melalui penulisan secara prosedur. Ayebo dan Mrutu (2019) juga menjelaskan pelajar yang mempunyai keyakinan yang kuat untuk tidak dapat menyelesaikan masalah matematik dalam masa yang ditetapkan, mereka akan mengandaikan bahawa semua masalah matematik perlu diselesaikan dalam masa yang singkat. Ini mengakibatkan apabila pelajar sedemikian menghadapi masalah yang lebih mencabar, mereka akan beralih kepada masalah lain.

Tuan Salwani & Effandi (2015) menyatakan bahawa terdapat banyak sebab mengapa pelajar menghadapi kesukaran dalam kalkulus. Isu kesukaran dalam pembelajaran kalkulus lepasan menengah melibatkan pelbagai aspek seperti salah konsep, salah faham, kesilapan dalam pembelajaran, prestasi rendah, dan kurang menguasai kemahiran mencari had, dan melakukan pembezaan serta pengamiran (Orhun, 2012; Muzangwa & Chifamba, 2012; Ahmad Fauzi, Wong & Rohani, 2009; Breen & O'Shea, 2011; Seyed, Seyed & Elahe, 2009). Banyak kajian telah dijalankan membabitkan isu kesukaran pembelajaran dalam kalkulus lepasan menengah. Misalnya, Orhun (2012) mengkaji mengenai kesukaran pelajar dalam membuat sambungan antara graf fungsi bagi pembezaan yang diperolehi dan graf fungsi asal, manakala Muzangwa dan Chifamba (2012) telah menjalankan kajian mengenai analisis kesilapan dan salah faham dalam pembelajaran kalkulus dalam kalangan pelajar ijazah sarjana muda. Ramai pelajar tidak bersedia dan meninggalkan kursus kalkulus mereka dengan pemahaman yang tidak sejajar dengan apa yang diperlukan dalam susulan kursus kalkulus (Fergusan, 2012).

Dalam memudahkan aplikasi dan melicinkan prosedur, Fergusan (2012) juga menyatakan bahawa pensyarah kalkulus mahu pelajar mereka mengetahui bagaimana untuk menggunakannya dan mengapa mereka perlu menggunakan kalkulus dalam memahami konsep kalkulus, dan pada masa yang sama mereka menggunakan konsep tersebut. Jadi, menurut Ferrer (2016), teknik pengiraan dan penggunaan formula, terutama dalam kalkulus kamiran, merupakan antara sebab utama pelajar menghadapi kesuakaran dalam pembelajaran kalkulus. Oleh itu, guru perlu diberi latihan yang efektif dalam menyediakan soalan bukan rutin supaya mereka dapat memberi bimbingan kepada pelajar semasa peralihan dari algebra ke mod grafik atau sebaliknya untuk mengelakkan kesilapan, dan meningkatkan pengajaran dan pembelajaran (Bibi et al, 2019). Selain itu Bibi et al (2019) juga menyatakan latihan bukan rutin ini dapat meningkatkan daya pemikiran pelajar dengan lebih tinggi semasa evolusi pemahaman berlaku yang meliputi analisis, penerokaan dan penerapan konsep matematik, khususnya kalkulus. Ini kerana pemahaman pelajar lepasan menengah mengenai kalkulus adalah penting untuk mereka bersedia melalui persekitaran pembelajaran dalam ijazah sarjana muda di bidang kejuruteraan nanti (Mu, 2017). Oleh itu, cara yang terbaik diperlukan untuk menjadikan pembelajaran pelajar menjadi lebih bermakna dalam kalkulus. Tanpa perancangan dan pendekatan yang betul dalam memperkenalkan pembelajaran kalkulus akan menjadi terlalu berisiko untuk pemahaman masa depan pelajar mengenai subjek yang berkaitan dengan kalkulus (Tuan Salwani & Effandi, 2015).

Kajian Ahmad Fauzi, Wong dan Rohani (2009) pula mengenai analisis kesukaran pembelajaran dalam matematik kalkulus. Bagi Metaxas (2007), beliau mengkaji mengenai kesukaran pelajar tahun pertama dalam memahami pengamiran tak tentu. Dalam kajian Smart (2010) mengenai pemahaman pelajar kalkulus menggunakan kerangka teori Tall daripada Tiga Dunia dalam Matematik untuk menentukan kandungan dan sifat simbolik pemahaman itu, beliau mempersoalkan bagaimana pengalaman seseorang pelajar tertentu dalam kursus kalkulus menyumbang kepada pembangunan pemahaman simbolik dan yang terkandung dalam matematik yang telah diajar. Kebanyakan pelajar menunjukkan pemahaman simbolik, tetapi dengan pemahaman yang sangat terhad yang terkandung di dalam tugas tertentu. Pelajar juga mempamerkan fenomena yang mana mereka sering mencari kepastian sama ada mereka telah menjawab tugas dan soalan dengan betul atau tidak. Ini menunjukkan bahawa mereka menekankan jawapan yang betul sahaja, tanpa mengambil kira sebab dan mengapa mereka mendapat jawapan tersebut yang membolehkan mereka untuk memahami prosedur yang telah mereka gunakan.

Didapati pelajar hanya membuat soalan tutorial yang diberikan tanpa mencari soalan lain sedangkan perpustakaan yang lengkap dengan pelbagai buku berkaitan kalkulus telah disediakan (Sealey, 2006) di setiap institusi pendidikan, khususnya institusi pengajian tinggi swasta. Soalan kalkulus telah berulang kali muncul sebagai rutin harian dan menjadi kebiasaan kepada pelajar lepasan menengah di Malaysia. Oleh itu, pelajar merasakan mereka tidak perlu memahami konsep kalkulus kerana soalan rutin ini membuatkan mereka secara automatik tahu bagaimana untuk menyelesaikannya tanpa mengetahui maksud di sebalik soalan tersebut.

Kajian oleh Breen dan O'Shea (2011) mendapati bahawa soalan kalkulus bukan rutin telah mencabar pelajar dan mereka melaporkan bahawa soalan ini memerlukan pemikiran dan pemahaman yang lebih daripada tugas biasa mereka. Jenis soalan bukan rutin seperti ini telah membuatkan pelajar berfikir secara matematik untuk memahami konsep semasa proses pembelajaran dalam kalkulus. Tambah Breen dan O'Shea (2011) lagi, soalan bukan rutin juga telah membantu pelajar berfikir dengan cara yang baru dan mungkin telah mengubah persepsi pelajar terhadap matematik yang mana mereka menganggap soalan bukan rutin ini sebagai satu cara untuk mendapatkan pengetahuan atau pemahaman sebagai ujian atau amalan.

Dalam pembelajaran kalkulus yang melibatkan penggunaan teknologi pula, kajian Tuan Salwani dan Effandi (2015) menggunakan kaedah tinjauan untuk mengenal pasti topik pelajar yang paling bermasalah dalam matematik dan untuk menyiasat kesediaan mereka untuk belajar topik menggunakan CAS. Dalam kajian I

U Machromah et al (2019) pula mengkaji keberkesanan penggunaan Geogebra di kalangan pelajar dalam mempelajari kalkulus kamiran. Difahamkan Geogebra merupakan antara perisian matematik yang dikembangkan dalam mewakilkan objek matematik. Oleh itu, kajian mengenai pemahaman pelajar dalam pengamiran tentu perlu dijalankan bagi mengenal pasti kesukaran pelajar lepasan menengah, khususnya di Malaysia dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu.

Terdapat beberapa faktor afektif yang mempengaruhi penguasaan dan prestasi kalkulus dalam kalangan pelajar semasa proses pembelajaran kalkulus. Faktor seperti ingatan jalan kerja, kebimbangan matematik dan gaya pembelajaran yang menentukan ciri-ciri individu dalam pembelajaran (Seyed, Seyed & Elahe, 2009), khususnya pada kalkulus. Dalam kalkulus, pelajar diajar dengan pelbagai hukum, petua, dan teknik penyelesaian seperti teknik pembezaan dan teknik pengamiran, yang perlu mereka fahami semasa melakukan penyelesaian (Ahmad Fauzi, Wong & Rohani, 2009). Oleh itu, pelajar beranggapan kalkulus merupakan mata pelajaran agak sukar untuk dikuasai. Kebanyakan jenis soalan kalkulus adalah berbentuk penyelesaian masalah. Maka, pelajar perlu mentransformasikan ayat-ayat dalam penyelesaian masalah kalkulus kepada bentuk persamaan matematik. Manakala, dalam kajian Veloo (2010) mengenai hubungan di antara orientasi pembelajaran matematik dengan pencapaian matematik dalam kalangan pelajar menyatakan bahawa sikap pembelajaran, kebimbangan, tabiat pembelajaran, tingkah laku penyelesaian masalah dan persekitaran pembelajaran matematik berperanan sebagai kebolehan afektif dalam mempelajari matematik. Manakala, kajian dari Ely (2012) pula menunjukkan bahawa pelajar yang mempelajari kalkulus sering membayangkan dimensi tentang kehilangan objek yang sepenuhnya apabila had diambil. Ini menyebabkan pemahaman mereka terhalang dalam teorem asas kalkulus, dan penting untuk diambil perhatian tentang kehilangan dimensi seperti kejatuhan metafora yang boleh dianggap sebagai beberapa usaha yang berjaya dan tidak boleh dilihat sebagai alasan yang gagal pada sebahagian pelajar. Oleh itu, faktor afektif seperti ini menyebabkan pelajar kurang memahami konsep kalkulus dan seterusnya meninggalkan kalkulus dengan anggapan kalkulus hanya melibatkan prosedur pengiraan semata-mata (Grundmeier, Hansen, & Sousa, 2006; Chih-Hsein, 2012). Mahavier dan Mahavier (2008) percaya bahawa lebih baik menggunakan bahasa dalam kursus kalkulus kerana ia akan memudahkan peralihan kepada matematik yang lebih tinggi, memandangkan pelajar telah pun diperkenalkan dengan menulis dan berbicara dalam bentuk matematik.

Cardetti dan McKenna (2012) yang mengkaji pemikiran pelajar dalam kalkulus mendapati bahawa kebanyakan pelajar berasa cemas pada tahap yang paling tinggi pada hari pertama mereka dalam subjek kalkulus walaupun kebanyakan mereka dari golongan mahasiswa. Namun begitu, mereka masih mencari sebarang tanda jaminan dari tenaga pengajar mereka akan hal tersebut. Kajian oleh Hasenbank (2005) terhadap pelajar multivariat kalkulus menyatakan bahawa dasar pengajar memainkan peranan dalam membantu pelajar mereka untuk memberi motivasi bagi memenuhi standard mereka sendiri untuk berjaya dalam kalkulus. Ini menunjukkan bahawa pelajar memerlukan sokongan moral dan motivasi dari kalangan ahli akademik bagi membantu mereka memahami konsep kalkulus yang dianggap subjek yang sukar (Karaali, 2011). Di samping itu, membantu pelajar mencapai keputusan yang cemerlang dalam kalkulus. Oleh itu, Toh (2009) percaya bahawa pensyarah matematik perlu mempunyai pengetahuan dalam konsep kalkulus yang boleh membawa pelajar kepada topik pembelajaran dan menangani salah faham tentang topik tersebut. Pensyarah matematik di IPT swasta perlu meneliti semula tujuan pendidikan matematik bagi membolehkan pelajar membentuk pemahaman yang betul terhadap setiap konsep yang dipelajarinya (Sevimli & Delice, 2011). Jesteru mampu memperbaiki dan mempertingkatkan mutu pendidikan negara bagi menghasilkan generasi Malaysia yang bukan sahaja kreatif dan inovatif dalam pemikiran mereka, malah berketerampilan dan berintelek tinggi (Azizi & Elanggovan, 2010; Hasliza & Faridah, 2014).

Pernyataan Masalah

Kajian ini memberi tumpuan kepada isu kesukaran pelajar dalam pembelajaran kalkulus di peringkat lepasan menengah. Pemilihan isu ini dibuat kerana ia memberi kesan yang serius dalam kepentingan kurikulum matematik di institusi pengajian tinggi di Malaysia amnya, khususnya institusi pengajian tinggi swasta yang menawarkan kursus kalkulus dalam bidang kejuruteraan.

Kemerosotan pencapaian dan keupayaan dalam kalkulus oleh pelajar lepasan menengah di institut pengajian tinggi swasta semakin membimbangkan dan tidak memberangsangkan (Grundmeier, Hansen & Sousa, 2006). Walaupun jalan penyelesaian, formula, dan operasi telah berjaya digunakan oleh pelajar yang menunjukkan prestasi yang baik dalam kalkulus di sekolah, namun dalam kajian Nor Hasnida dan Effandi (2011) mengenai prosedur dan pemahaman konsep dalam matematik, mereka mendapati bahawa pelajar cenderung untuk menggunakan prosedur dan bukannya pengetahuan tentang bagaimana prosedur ini dicapai yang mana mereka telah memberi tumpuan kepada pengiraan prosedur sahaja. Tetapi hakikatnya pelajar masih mempunyai masalah untuk membangunkan pemahaman konsep dalam memindahkan pengetahuan matematik iaitu asas kepada kalkulus dengan menggunakan konsep pengamiran dalam cara yang sangat mekanikal kerana kekurangan koordinasi bagi konsep luas kawasan dan kamiran yang telah menjadi suatu masalah biasa (Rubio & Gomez-Chacon, 2011; Hunter, 2011; Tuan Salwani & Effandi, 2012; Sevimli & Delice, 2011, 2012). Oleh itu, beberapa persoalan telah timbul, iaitu sebab pelajar masih tidak memahami konsep pengamiran secara mendalam dan bermakna, masalah yang dihadapi oleh pelajar untuk belajar konsep pengamiran tentu, dan prestasi lemah pelajar dalam tugas kalkulus menunjukkan segala kekurangan kemahiran penaakulan dalam pemahaman pelajar. Mallet (2011) percaya bahawa halangan kognitif adalah sumber utama bagi pelajar untuk mempelajari konsep pengamiran. Masalah pemahaman pelajar dalam pembelajaran pengamiran tentu akan menjadi salah satu isu utama dalam kalkulus. Bagi Abadi dan Fiangga (2018), terdapat tiga jenis kesukaran pelajar dalam pembelajaran kalkulus yang dapat dinyatakan iaitu tafsiran salah makna dalam notasi, kesulitan dalam menterjemahkan dunia nyata dengan menggunakan perwakilan yang sesuai ke dalam formula kalkulus yang menghalang pembentukan imej bagi suatu fungsi, dan kekurangan dalam kebolehan memanipulasi algebra yang menjadikan penerapan kaedah prosedur kepada pemahaman konseptual. Selain itu, masa yang diperuntukkan untuk pelajaran matematik semakin berkurang. Senario ini berlaku disebabkan oleh peningkatan bilangan subjek teknikal (Tuan Salwani & Effandi, 2015).

Beberapa subtopik seperti pendaraban, kadar perubahan, siri dan jujukan, had, dan fungsi dimasukkan ke dalam pengamiran tentu. Kebanyakan aplikasi dunia sebenar melibatkan fungsi yang tidak mempunyai kaedah pembezaan yang boleh diungkapkan dari segi asas fungsi seperti $f(x) = e^{-x\hat{}2}$ (Sealey, 2008). Ia memerlukan pemikiran kritikal untuk memahami konsep pengamiran tentu. Oleh itu, Hunter (2011) menyatakan bahawa penting untuk menentukan kemahiran pemikiran pelajar yang mana fungsi dalam pengamiran tentu boleh diperbaiki. Pelajar perlu mengetahui konsep pengamiran tentu kerana ia merupakan satu prasyarat untuk pembelajaran konsep lain, seperti menyelesaikan tenaga kerja, mencari nilai purata dan konsep halaju dari segi masa.

Ada beberapa persoalan yang belum dijawab dalam tinjauan literatur mengenai pemahaman pelajar dalam pembelajaran pengamiran tentu. Kesukaran pelajar yang utama timbul daripada kekurangan pemahaman pengamiran sebagai jumlah had atau jumlah Riemann, yang mana definisi ini adalah sukar untuk difahami (Grundmeier, Hansen, & Sousa, 2006; Herceg & Herceg, 2009). Pelajar yang lebih baik prestasi akademiknya boleh memahami konsep had jika mereka memberi tumpuan yang lebih kepada konsep asas dalam menentukan luas kawasan di bawah lengkung sebagai had anggaran, dan bukannya kepada rutin pengamiran yang bertujuan untuk mendapatkan jawapan kepada aplikasi yang mudah bagi membolehkan mereka berjaya memahami idea pembezaan dan pengamiran setelah didedahkan kepada konsep had dan kesinambungan dalam kursus kalkulus di peringkat kolej (Grundmeier, Hansen & Sousa, 2006).

Sevimli dan Delice (2012) menyatakan bahawa penyelesaian masalah bagi tingkah laku adalah yang paling terjejas, akibat daripada proses pembelajaran bagi pelajar yang terlalu bergantung kepada pensyarah mereka untuk mencari penyelesaian dan hanya menerima satu jawapan yang diberi oleh pengajar. Ini membuatkan pelajar mengharapkan jawapan yang tepat dan merasakan kepuasan jika mereka boleh menjawab dengan betul tanpa menyedari bahawa mereka sebenarnya memahami konsep kamiran berdasarkan kepada prosedur pengiraan (Grundmeier, Hansen & Sousa, 2006). Sevimli dan Delice (2012) mendapati beberapa halangan kognitif telah diketahui yang mana menyebabkan masalah pelajar ketika pembelajaran untuk kali pertama mengenai fungsi tunggal pengamiran. Pensyarah perlu mengenal pasti halangan kognitif tersebut kerana ia boleh menyebabkan kesukaran pelajar di peringkat yang kritikal dalam pendidikan matematik yang lebih tinggi yang mana mereka bergerak daripada prosedur biasa, iaitu idea peringkat sekolah tinggi, dan idea maju dalam pendidikan tinggi kurikulum matematik (Mallet, 2011; Sevimli & Delice, 2011).

Rasslan dan Tall (2002) menyatakan bahawa pelajar mempunyai masalah tentang pengamiran yang berada di luar pengalaman mereka. Pemahaman pelajar terutamanya dalam prosedur tidak mudah sama sekali bagi mereka untuk menangani pengamiran sebagai objek yang mana mereka biasanya menetapkan ciri-ciri pengamiran sebagai alat atau teknik untuk menyelesaikan persamaan pembezaan dengan cekap, walaupun dengan gred yang berbeza kesukarannya (Metaxas, 2007). Malah, bagi pelajar dan pensyarah, mereka memberi tumpuan kepada prosedur atau langkah bagaimana untuk menyelesaikan soalan pengamiran yang tertentu dan bukannya mencuba untuk memahami konsep itu sendiri. Sekiranya ini berlarutan, pelajar akan mengalami sikap fobia, sambi lewa, cepat bosan, tidak seronok, cepat berputus asa, dan akhirnya gagal dalam peperiksaan matematik, khususnya kalkulus (Rohani, Riyan dan Effandi, 2014). Haciomeroglu, Aspinwall, dan Presmeg (2009) menyatakan bahawa pelajar menggunakan strategi pemikiran yang berbeza seolah-olah memberi kesan kepada kejayaan mereka dalam menyelesaikan tugas. Walau bagaimanapun, pelajar tidak akan berjaya apabila mereka tidak menyelaraskan pemikiran visual mereka dengan strategi yang lain.

Rubio dan Gomez-Chacon (2011) telah menimbulkan beberapa soalan tentang pemahaman konsep pengamiran iaitu cara untuk mencirikan proses visualisasi bagi melihat pelajar dalam konteks penting tertentu, cara untuk menggunakan pelbagai jenis perwakilan untuk menggalakkan mereka melakukan penyelarasan yang fleksibel antara mereka, dan cara untuk menguruskan kesukaran yang lebih tinggi daripada kaedah visual. Pelajar menggunakan konsep pengamiran dalam cara yang sangat mekanikal disebabkan oleh kekurangan penyelarasan konsep luas kawasan dan pengamiran (Rubio & Gomez- Chacon, 2011). Mereka tidak mempunyai sebarang idea mengapa mereka perlu belajar konsep pengamiran dan mengapa ia perlu menyelesaikan masalah dalam apa jua cara tertentu. Oleh itu, kesukaran dalam pembelajaran konsep pengamiran, khususnya pengamiran tentu, sememangnya telah dipilih oleh pengkaji kerana ia menawarkan peluang kepada kajian ini dalam membincangkan isu penting yang berkaitan dengan perwakilan dan hujah yang berguna dalam bidang kejuruteraan apabila pelajar telah menamatkan sijil diploma mereka di kemudian hari.

Terdapat jurang dalam kajian relevan yang memberi tumpuan kepada pemahaman pengamiran tentu dalam kalangan pelajar lepasan menengah di Malaysia. Banyak kajian relevan memberi tumpuan kepada mengenal pasti pelajar ijazah pertama dalam membina pengetahuan untuk memahami pengamiran. Akan tetapi sangat kurang kajian di Malaysia yang bertumpu kepada kesukaran pelajar lepasan menengah dalam mempelajari pengamiran yang mana terdapat beberapa soalan yang masih belum dijawab dengan memuaskan dan terperinci. Oleh itu, kajian ini bertujuan untuk mengenal pasti pemahaman pelajar lepasan menengah dalam pengamiran tentu bagi membantu memperjelaskan kedalaman dan keluasan pemahaman pelajar sebagai struktur yang penting dari segi psikologi. Pelajar yang membina dan mewakili objek matematik dari perspektif yang berbeza boleh membantu mereka mensintesiskan pemikiran analisis dan visual mereka (Haciomeroglu, Aspinwall & Presmeg, 2009), sebagai satu proses yang akan meningkatkan idea konseptual pelajar dalam pemahaman pengamiran tentu. Oleh itu, teori konstruktivisme radikal dianggap sesuai oleh pengkaji untuk mengkaji pemahaman pelajar lepasan menengah dalam pengamiran tentu.

Kerangka Teori

Kajian ini menggunakan konstruktivisme radikal sebagai landasan teori. Matlamat utama pembelajaran matematik bagi pendukung konstruktivisme ialah pembinaan kekuatan matematik oleh semua pelajar seperti kebolehan membuat penerokaan dan taakulan, menyelesaikan masalah, menghubung kaitkan idea matematik, membuat komunikasi matematik, dan mengembangkan keyakinan diri tentang matematik (Nik Azis, 2008). Konstruktivisme radikal adalah satu jenis teori untuk mengetahui tentang bagaimana seseorang berfikir, dan menganggap ia sebagai hidup, dan model dalam mengetahui dan pembelajaran (Steffe, 2007). Von Glasersfeld (1996) menyatakan bahawa konstruktivisme radikal merupakan satu teori mengetahui, yang mana ia digunakan untuk menganalisis dan memikirkan bagaimana subjek yang datang kepada mereka dalam dunia pembinaan dan dunia pengalaman. Ia menyatakan tentang sifat asas pengetahuan dan pembelajaran manusia, yang meneroka operasi melalui konsep mengetahui dan pembelajaran pelajar. Nik Azis (2008) pula menyatakan konstruktivisme radikal adalah teori tentang proses mengetahui yang berusaha untuk menunjukkan bahawa pengetahuan yang dimiliki oleh individu boleh dan hanya boleh dijanakan daripada pengalaman.

Terdapat dua prinsip asas konstruktivisme radikal iaitu (a) pengetahuan tidak pasif yang diterima sama ada melalui pancaindera atau komunikasi, tetapi ia adalah aktif membina dengan subjek ini, dan (b) fungsi kognisi adalah penyesuaian dan menjadi organisasi subjek ini dunia pengalaman (Von Glasersfeld, 1996). Dengan ini, pelajar membina sendiri pengetahuan mereka dengan menguji idea dan pendekatan berdasarkan pengetahuan dan pengalaman sedia ada, mengaplikasikannya kepada situasi baru dan mengintegrasikan pengetahuan baru yang diperoleh dengan pembinaan intelektual yang sedia wujud untuk mendapatkan pengetahuan semasa pembelajaran kalkulus.

Penggunaan teori konstruktivisme radikal dalam kajian ini adalah relevan dari segi teknik pengumpulan data. Ia membantu pengkaji mendapatkan data-data yang bermakna bagi menjawab soalan kajian, jika dibandingkan dengan teori lain. Pengkaji memerhatikan pelajar semasa mereka menyeleseaikan masalah yang melibatkan pengamiran tentu. Kemudian pengkaji akan melakukan temu duga klinikal dengan pelajar untuk mendapatkan data yang relevan dengan mengumpulkan, menganalisis dan mentafsirkannya mengenai apa yang berada dalam pemikiran mereka dalam memberi jawapan mengenai pengamiran tentu. Pengkaji akan memilih enam orang pelajar sebagai peserta kajian. Enam pelajar ini telah mempelajari topik pengamiran tentu semasa berada pada semester dua sebagai subjek teras mereka dalam bidang kejuruteraan teknikal bagi memastikan kelancaran pelaksanaan kajian ini.

Terdapat beberapa andaian yang mendasari kajian pemahaman tentang pengamiran tentu dalam kalangan pelajar lepasan menengah berlandaskan konstruktivisme radikal yang mana lima daripadanya ialah:

1. Realiti bagi pelajar lepasan menengah dianggap sebagai sebahagian pembinaan mental mereka.
2. Pengetahuan pengamiran tentu perlu dibina oleh setiap pelajar berdasarkan pengalaman sendiri.
3. Pemahaman terdiri daripada aktiviti mental yang dibentuk oleh pelajar berdasarkan refleksi dan pengabstrakan.

4. Pelajar akan menjawab soalan temu duga dengan jujur pada pengkaji semasa kajian ini dijalankan.
5. Pelajar telah mempelajari konsep pengamiran tentu dalam semester kedua semasa kajian ini dijalankan.

Andaian yang dibuat dalam kajian ini bertujuan membantu mempersempitkan skop kajian yang dipilih bagi memudahkan dan melicinkan pengendalian kajian oleh pengkaji. Di samping itu juga, isu logistik dapat dikurangkan yang mana kajian ini dapat dilaksanakan dalam masa yang ditetapkan dan seterusnya dapat mengurangkan kos dan perbelanjaan. Pada masa yang sama, isu kesahan dan kebolehpercayaan yang berbangkit dapat dikurangkan kerana pengkaji yakin bahawa hasil kajiannya adalah bernilai, berkualiti dan wajar diberi perhatian. Ia diharapkan dapat membantu pembaca menilai dari segi kredibiliti, kebolehyakinan, kebolehpindahan, kebolehharapan dan kebolehpastian pengkaji dalam meneliti hasil kajian ini yang merupakan produk bagi fokus inkuiri dan bukan produk bagi bias pengkaji (Nik Azis, 2009). Pengkaji berharap teori konstruktivisme radikal ini akan dapat digunakan sebagai asas untuk menjelaskan tujuan dan soalan kajian ini.

Tujuan, Objektif dan Soalan Kajian

Tujuan kajian ini adalah untuk meneroka pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu. Kajian ini merangkumi enam objektif kajian berikut, iaitu:

1. Mengenal pasti gambaran mental yang dimiliki oleh pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu.
2. Meneliti cara pelajar lepasan menengah mewakilkan pengamiran tentu.
3. Meneroka makna pengamiran tentu bagi pelajar lepasan menengah.

4. Menghuraikan cara pelajar lepasan menengah membuat penaakulan dalam situasi yang membabitkan pengamiran tentu.
5. Mengenal pasti cara pelajar lepasan menengah berkomunikasi dalam situasi yang membabitkan pengamiran tentu.
6. Meninjau cara pelajar lepasan menengah menyelesaikan masalah yang melibatkan pengamiran tentu.

Enam soalan kajian telah dikemukakan bagi menentukan objektif kajian yang hendak dicapai iaitu:

1. Apakah gambaran mental yang dimiliki oleh pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu?
2. Bagaimanakah cara pelajar lepasan menengah mewakilkan pengamiran tentu?
3. Apakah makna pengamiran tentu bagi pelajar lepasan menengah?
4. Bagaimanakah cara pelajar lepasan menengah membuat penaakulan dalam situasi yang membabitkan pengamiran tentu?
5. Bagaimanakah cara pelajar lepasan menengah berkomunikasi dalam situasi yang membabitkan pengamiran tentu?
6. Bagaimanakah cara pelajar lepasan menengah menyelesaikan masalah yang melibatkan pengamiran tentu?

Pengkaji menggunakan kajian kes sebagai reka bentuk kajian dan temu duga klinikal kepada pelajar lepasan menengah untuk mendapatkan dan mengumpul data yang relevan bagi membantu menjawab soalan kajian. Segala pandangan, pengalaman, dan kelakuan yang ditunjukkan pelajar ketika temu duga dijalankan membantu pengkaji untuk meneroka dan menyelidik pemahaman mereka tentang pengamiran tentu. Data yang diperolehi melalui temu duga dan pemerhatian pengkaji, tingkah laku pelajar, jawapan lisan pelajar dan jawapan bertulis dari pelajar dianalisis mengikut enam subkonstruk pemahaman secara menyeluruh berdasarkan teori konstruktivisme radikal yang dipilih pengkaji dalam kajian ini.

Definisi Istilah

Terdapat beberapa istilah penting yang melibatkan konsep psikologi dan matematik digunakan dalam kajian ini. Enam daripadanya ialah subkonstruk pemahaman. Selain itu, istilah matematik yang digunakan dalam kajian ini ialah luas, dan pengamiran tentu. Berikut adalah definisi ringkas mengenai istilah ini.

Pemahaman. Mengikut pendukung konstruktivisme radikal, pemahaman merujuk dengan keupayaan individu untuk membina skim tindakan dan operasi atau pengetahuan yang berdaya maju (Nik Azis, 2008). Bagi Steffe (2009) pula, pemikiran pelajar mengenai gambaran mental, perwakilan, memberi makna, membuat perbandingan, dan menyelesaikan masalah adalah konsepsi mereka yang boleh dikenal pasti. Oleh itu, pemahaman tentang pengamiran tentu yang dimiliki oleh pelajar dalam kajian ini dikenal pasti dari beberapa situasi yang berbeza yang terdiri daripada tujuh subskonstruk pemahaman mengikut teori konstruktivisme radikal iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, hubung kait, penaakulan, komunikasi, dan penyelesaian masalah.

Gambaran mental. Istilah *gambaran mental* merujuk imej tentang sesuatu yang terbentuk secara spontan apabila pelajar menggunakan perkataan yang khusus pada waktu tertentu untuk mentafsirkan perkataan atau simbol yang diberikan (Nik Azis, 1999; Suzieleez & Sulaiman, 2006). Gambaran mental yang dikaji dalam kajian ini dibangunkan pelajar berdasarkan pengalaman yang sedia ada pada pelajar dengan gabungan daripada konsep, imej, simbol, perkataan, gambar, sifat dan proses yang berkaitan (Nik Azis, 1999; Rosken dan Rolka, 2007; Serhan, 2015).

Perwakilan. Istilah *perwakilan* merujuk hasil aktiviti produktif yang dilakukan individu tertentu yang mana perlu ditafsirkan oleh seorang pentafsir (Nik Azis, 1999). Perwakilan juga merupakan pengetahuan seseorang dalam pelbagai konteks (Von Glasersfeld, 1995), antaranya perwakilan grafik, perwakilan berangka, dan perwakilan skematik, yang diteroka dalam kajian ini.

Komunikasi. Istilah *komunikasi* merujuk interaksi seseorang individu dengan persekitarannya sama ada persekitaran fizikal, sosial atau budaya membabitkan pengabstrakan empiris yang mana pengetahuan diperoleh secara langsung daripada objek luaran (Nik Azis, 1999). Von Glasersfeld (1991) pula menyatakan komunikasi sebagai imej bahasa dengan cara memindahkan pemikiran, makna, pengetahuan, atau maklumat dari satu pembicara kepada yang lain. Dalam kajian ini, ciri komunikasi dalam pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu yang dikaji berdasarkan minat tertentu kerana ia jelas membawa fakta bahawa pengguna bahasa mesti membina makna perkataan, frasa, ayat, dan teks secara individu (Von Glasersfeld, 1996).

Makna. Istilah *makna* merujuk pengecaman dan pengiktirafan tentang tempat yang wajar dalam sistem yang menyeluruh bagi perkara yang menjadi objek pengetahuan (Nik Azis, 2009). Bagi Von Glasersfeld (1996), disebabkan tiada cara untuk memindahkan makna, iaitu, struktur konsep dan konseptual dari satu pemikiran kepada pemikiran yang lain, guru adalah mereka yang mempunyai matlamat untuk mengubah sesuatu dalam pemikiran pelajar, dan semestinya terdapat tanggapan tentang apa yang berlaku dalam pemikiran lain, yang mana merupakan fokus kajian ini.

Penaakulan. Istilah *penaakulan* merujuk satu proses menggunakan akal fikiran untuk membuat inferens berdasarkan beberapa maklumat tertentu (Nik Azis, 2009). Dalam kajian ini, penaakulan merujuk kepada pemikiran logik pelajar dalam membina hujah mereka untuk menyiasat dan menilai tekaan atau telahan dengan menggunakan bahan konkrit seperti kalkulator, perwakilan matematik, dan sebagainya (KPM, 2013) bagi menyelesaikan masalah matematik, khususnya pengamiran tentu. .

Penyelesaian Masalah. Istilah *penyelesaian masalah* merujuk proses mengecam situasi yang bermasalah, menjalankan tindakan dan operasi tertentu terhadap situasi tersebut, dan membuat refleksi terhadap aktiviti yang dijalankan serta hasil diperolehi merupakan usaha yang memerlukan kekuatan emosi, motivasi, dan komitmen tinggi (Nik Azis, 1999). Penyelesaian masalah juga merupakan cara menangani gangguan dengan mengadaptasi atau membina skim tindakan dan operasi yang baru berdasarkan kebolehan individu dalam membina pengetahuan yang berdaya maju (Von Glasersfeld, 1995).

Luas. Alexander dan Koeberlein (2015) menyatakan luas sebagai beberapa bilangan unit segi empat sama yang disusun teratur secara bersebelahan dalam permukaan rata dan tertutup. Definisi luas dalam kajian ini merujuk satu unit tertentu yang boleh diulang sehingga ia benar-benar merangkumi permukaan satah yang rata, berdasarkan syarat dengan tidak meninggalkan jurang atau pertindihan antara ruang, yang boleh dibahagikan kepada unit-unit yang sama dalam satah (Cavanagh, 2008).

Pengamiran Tentu. Akkoc (2007) menyatakan bahawa konsep pengamiran tentu membabitkan proses had yang penting dalam menetapkan dan membina jumlah segi empat tepat di bawah graf lengkung. Secara umumnya, terdapat dua pendekatan utama untuk memperkenalkan pengamiran tentu iaitu bermula dengan menyelesaikan masalah luas kawasan di bawah graf lengkung dan cara mendapatkan penghampiran luas kawasan tersebut berdasarkan pembinaan beberapa bentuk segi empat tepat atau trapezium pada rantau yang dibatasi oleh graf lengkung dan satah-*xy* (Machin, 2003; Rosken dan Rolka, 2007). Kajian ini berdasarkan pembelajaran pengamiran tentu dalam suasana umum di bilik kuliah yang merujuk kepada kawasan yang berorientasikan rantau atau luas di bawah suatu graf lengkung, dan mencari penjumlahan kawasan trapezium.

Limitasi dan Delimitasi

Terdapat beberapa limitasi dalam kajian ini, yang mana tiga daripadanya berkaitan dengan reka bentuk kajian, kaedah persampelan dan kaedah penganalisan data. Pengkaji menggunakan kajian kes sebagai reka bentuk kajian dalam membuat generalisasi secara analitikal. Ini bermakna dari segi reka bentuk penyelidikan, pemahaman kepada beberapa aspek seperti individu, situasi, acara, program atau aktiviti yang terlibat, yang mana pengkaji perlu menjelaskan fenomena semula jadi melalui pemerhatian tanpa membuat sebarang perubahan itu. Pengkaji menggunakan video kamera untuk mengurangkan halangan seperti pengkaji terlepas pandang akan beberapa tingkah laku dan pantulan daripada peserta kajian, yang boleh memberikan data yang bermakna dan relevan untuk kajian ini.

Kajian ini dijalankan dalam saiz kecil pelajar yang menghadiri kursus kalkulus, iaitu salah satu daripada kursus dalam semester kedua di institusi pengajian tinggi swasta, dalam bidang kejuruteraan teknikal. Oleh itu, untuk membuat generalisasi bagi kumpulan yang lebih besar, kajian itu perlu melibatkan lebih peserta kajian pada tahap pencapaian yang berbeza dalam mata pelajaran kalkulus. Pengkaji boleh mengenal pasti dan membuat perubahan sedikit dalam instrumen jika dia mahu untuk mendapatkan data yang penuh berdasarkan kursus responden dari setiap jabatan. Pengkaji juga mendapatkan makluman balas, penilaian, dan komen daripada rakan sejawat dari kalangan pensyarah matematik atau golongan akademik professional yang tidak terlibat dalam kajian ini tetapi mempunyai pemahaman umum mengenai instrumen kajian.

Kaedah penganalisan data seperti tingkah laku pelajar, dan keadaan persekitaran mungkin terhad disebabkan oleh halangan daripada pengkaji itu sendiri. Maka, pengkaji melakukan pemerhatian berstruktur untuk mengurangkan had ini. Pengkaji akan mengenal pasti beberapa aspek yang perlu diperhatikan sebelum ini. Kemudian, pengkaji memerhatikan, mendengar dan merekodkan maklumat pada satu set aktiviti. Selain itu, pengkaji akan menyediakan beberapa senarai semak untuk membantu dirinya dalam kajian ini.

Pengkaji juga perlu menentukan tingkah laku peserta kajian yang berkaitan dengan kajian. Kemudian, pengkaji akan menganalisis data yang berkaitan dengan pemahaman pelajar lepasan menengah dalam topik pengamiran tentu. Dokumen adalah sumber paling mudah data, lebih murah dan lebih cepat. Adakalanya data yang diperolehi tidak mencukupi. Jadi, proses pengumpulan maklumat melalui penyelidikan, penyiasatan, pemeriksaan, dan analisis analisis terperinci akan dibuat ke atas bahan-bahan bertulis yang berhubungan dengan perkara yang dikaji oleh pengkaji.

Kajian ini mengandungi beberapa delimitasi yang mana tiga daripadanya berkaitan dengan instrumen kajian, peserta kajian dan kaedah pengumpulan data. Delimitasi kajian yang melibatkan instrument kajian iaitu soalan temu duga akan dibangunkan dengan skop kajian ini yang mana pemahaman pelajar memberi tumpuan kepada matematik teknikal dengan topik pengamiran tentu, dan tumpuan kepada suatu fungsi F adalah anti terbitan bagi f jika terbitan bagi F ialah f, iaitu $d/dx\,[F(x)] = f(x)$, Teorem Asas Kalkulus yang menjelaskan hubung kait antara kamiran tentu dengan anti-terbitan iaitu jika f selanjar dalam selang $[a, b]$ dan fungsi F adalah anti terbitan bagi f dalam $[a, b]$, maka $\int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$, mendapatkan persamaan y daripada fungsi kecerunan iaitu dy/dx, mencari luas kawasan di bawah graf lengkung satah-xy, dan mencari nilai hampir suatu kamiran tentu dengan menggunakan salah satu daripada kaedah berangka iaitu petua trapezium.

Oleh itu, hasil kajian ini tidak boleh menjadi generalisasi kepada sukatan topik pengamiran tentu secara keseluruhan. Jadi, pengkaji akan menyediakan instrumen terlebih dahulu dan melaksanakan temu duga secara formal. Semua mata pelajaran akan diberikan soalan yang sama oleh pengkaji. Soalan susulan pula diberikan berdasarkan jawapan peserta kajian kepada pengkaji. Namun begitu, kemungkinan sebahagian idea atau dapatan kajian ini boleh diguna pakai untuk mengkaji pengamiran tidak tentu khususnya, amnya kalkulus.

Jumlah sampel kajian ini ialah enam peserta kajian dari pelajar lepasan menengah di Jabatan Pengajian Umum di institusi pengajian tinggi swasta dalam bidang kejuruteraan teknikal tertentu, ditinjau dan ditemu duga, yang mana terdiri daripada prestasi cemerlang mereka, baik dan sederhana dalam pelajaran matematik. Ia akan mewakili peratusan kecil pelajar lepasan menengah di seluruh bukan sahaja di Selangor, tetapi di Malaysia juga.

Pemilihan peserta kajian ini dipilih oleh pengkaji sendiri daripada sekumpulan pelajar yang disediakan oleh Ketua Seksyen. Dipercayai bahawa peserta kajian akan bekerjasama dengan bijak dan terlibat secara aktif dalam satu temu duga untuk memastikan dapatan data yang relevan dan bermakna bagi menjawab soalan kajian. Jadi, kemampuan kajian ini untuk generalisasi kepada semua pelajar lepasan menengah di institusi pengajian tinggi swasta dalam bidang kejuruteraan teknikal di Malaysia dan di luar sempadannya adalah sangat terhad. Namun begitu, hasil kajian ini mungkin relevan untuk pelajar lepasan menengah di institusi pengajian tinggi swasta lain seperti pelajar dalam aliran sastera atau keagamaan kerana mempunyai kurikulum yang sama bagi topik pengamiran tentu.

Dalam kajian ini, tempoh masa bagi pengumpulan data adalah singkat yang mana pelajar hanya perlu menghabiskan semester kedua dalam tempoh enam bulan. Masalah yang dihadapi oleh institusi teknikal ialah pelajar merupakan sebahagian tahun pertama yang tidak boleh ditemu duga pada awal semester kerana mereka masih belum melengkapkan pembelajaran pengamiran tentu. Begitu juga, pelajar pada semester kelima tidak boleh dijadikan peserta kajian kerana mereka dikehendaki menjalani latihan amali selama dua bulan sebelum menyediakan cadangan penyelidikan pada semester enam. Oleh itu, menurut Nik Azis (2009) pengkaji harus sentiasa berunding dan meluangkan masa secara kerap dengan peserta kajian untuk mengejar masa pembelajaran pelajar dalam sesuatu semester dalam mengumpul data yang kaya dan mendalam.

Signifikan Kajian

Hasil kajian ini akan dapat memberi manfaat kepada beberapa golongan pensyarah, pelajar, dan penggubal kurikulum dari agensi kerajaan mahupun swasta. Dalam konteks pensyarah, hasil kajian ini berfungsi menyediakan beberapa maklumat awal bagi membantu pensyarah matematik menentukan jenis pemahaman yang dimiliki oleh pelajar dalam pembelajaran pengamiran tentu. Ia juga akan membantu pensyarah matematik membentuk pembelajaran yang lebih bermakna dan aktiviti di dalam kelas berdasarkan keupayaan pelajar untuk memahami topik pengamiran tentu. Pensyarah matematik perlu mengetahui jenis pemahaman daripada setiap pelajar dalam menyediakan pengajaran yang berkesan dalam bilik darjah dan membuat penilaian pengajaran dengan baik. Ini penting kerana melalui penilaian, pensyarah matematik akan menggunakan maklumat tersebut untuk membuat penilaian terhadap pemahaman pelajar dalam pengamiran tentu.

Dalam konteks pelajar pula, hasil kajian ini akan membantu pelajar sekolah lepasan menengah membuat persediaan untuk memasuki era ijazah sarjana muda yang mana konsep dalam pembelajaran pengamiran tentu adalah lebih mendalam dan rumit. Pelajar sendiri akan dapat mengenal pasti tahap pencapaian dalam bidang kalkulus untuk menentukan sama ada mereka bersedia atau tidak untuk terus mempelajari subjek kalkulus di peringkat ijazah pertama.

Akhir sekali bagi konteks penggubal kurikulum, hasil kajian ini dijangka akan memberikan maklumat penting kepada badan pendidikan seperti Bahagian Matrikulasi, Jabatan Pengajian Tinggi di Kementerian Pengajian Tinggi (KPT) dan Majlis Amanah Rakyat (MARA) untuk menghasilkan kurikulum kalkulus yang lebih baik, buku, jurnal dan risalah akademik mengenai penggunaan aktiviti dalam bidang kalkulus, terutamanya pengamiran tentu di dalam kelas matematik agar ia dapat memberi kepada konsep yang diingini iaitu berpusatkan kepada pelajar.

Dalam usaha untuk mewujudkan reka bentuk kurikulum yang terbaik, strategi pengajaran, beberapa alat teknologi terkini, penilaian dan alat pengukuran serta bahan sokongan pembelajaran, para komuniti pendidikan perlu selari dan membuat kajian mengenai bagaimana pelajar berfikir dan memahami kalkulus secara mendalam. Hasil kajian ini dijangka dapat memberi manfaat kepada pengkaji untuk menyumbangkan beberapa kajian akan datang mengenai cara pelajar menggunakan pengetahuan mereka untuk belajar dalam kursus kalkulus. Ia seolah-olah dapat memberitahu akan terdapatnya kekurangan maklumat tentang bagaimana pelajar mengaktifkan dan menggunakan pengetahuan pengamiran tentu yang jelas, terutama dalam kelas fizik dan kejuruteraan teknikal. Seterusnya, ini akan membawa pelajar ke arah amalan yang baik dalam menentukan hala tuju mereka pada bidang pendidikan matematik.

Kesimpulannya, kajian ini adalah untuk mengenal pasti tahap pemahaman pelajar lepasan menengah dalam pengamiran tentu yang mana dijangka dapat memberi maklumat yang mendalam dan terperinci tentang keupayaan, kemampuan dan juga masalah serta kesukaran mereka dalam pembelajaran pengamiran tentu di kelas matematik kejuruteraan, khususnya pada peringkat lepasan menengah, berdasarkan teori radikal konstruktivisme.

Rumusan

Bab Satu merupakan asas bagi laporan kajian ini. Ia menggariskan latar belakang kajian dan mengenal pasti beberapa isu kritikal atau masalah yang berkaitan dengan kalkulus. Selepas itu, masalah kajian dinyatakan mengenai kesukaran pelajar dalam memahami konsep pengamiran tentu dan rasional pemilihannya yang telah dilakukan oleh pengkaji. Seterusnya, penerangan yang diberikan mengenai kerangka teori, tujuan kajian, dan soalan kajian. Akhirnya, takrifan bagi definisi istilah yang berkaitan dengan kajian ini dikemukakan, limitasi dan delimitasi kajian telah dibincangkan. Laporan seterusnya menjelaskan kajian secara terperinci tentang kajian literatur dalam Bab Dua, kaedah penyelidikan dalam Bab Tiga, dapatan data kajian dalam Bab Empat, dan perbincangan, kesimpulan, dan implikasi hasil kajian dalam Bab Lima. Di samping itu, rujukan yang disenaraikan di bawah Rujukan, dan sokongan material telah dinamakan di bawah Lampiran.

BAB 2: TINJAUAN LITERATUR

Pengenalan

Bab Dua mengandungi enam bahagian, iaitu pengenalan, konstruktivisme radikal, pemahaman, pengamiran tentu, kajian relevan dan rumusan. Dalam bahagian pertama, pengenalan mengandungi penerangan ringkas tentang kandungan setiap bahagian dalam Bab Dua. Kemudian, pada bahagian kedua mengandungi justifikasi pemilihan tentang teori kajian iaitu konstruktivisme radikal berserta huraian mengenai kerangka konseptual bagi teori tersebut. Huraian tentang konstruk dan subkonstruk yang relevan tentang pemahaman dalam kajian dinyatakan di dalam bahagian ketiga. Seterusnya, huraian tentang konstruk dan subkonstruk bagi pengamiran tentu dibincangkan dalam bahagian yang keempat. Bahagian kelima pula membincangkan metodologi, instrument dan hasil kajian lepas bagi penyelidikan dalam kajian lepas yang digunakan oleh pengkaji lepas untuk meneliti pemahaman tentang pengamiran tentu. Akhir sekali, bahagian rumusan digunakan untuk menjelaskan idea penting dalam bab dua, kewajaran soalan kajian yang dipilih pengkaji serta sebagai pengenalan kepada Bab Tiga.

Konstruktivisme Radikal

Konstruktivisme radikal digunakan sebagai landasan teori bagi kajian ini. Menurut Von Glasersfeld (1991), konstruktivisme merupakan satu teori pembelajaran hasil daripada pelajar yang membina pengetahuan secara aktif dan bukannya secara pasif yang sekadar menerima dan menyimpan maklumat yang diberikan oleh guru. Malah menekankan pengetahuan yang dibina secara aktif oleh pelajar berdasarkan pengetahuan sedia ada dan pengalaman lepas dengan maklumat, idea atau konsep yang diterima sama ada bantuan kendiri, interaksi sosial atau persekitaran yang diselaraskan melalui proses metakognitif (Von Glasersfeld, 1991; Nik Azis 1999).

Konstruktivisme radikal tidak memberi perhatian pada metafizik. Pengetahuan pelajar dalam kalkulus juga tidak mewakili realiti mutlak, tetapi ia telah digantikan dengan daya maju, yang mana Nik Azis (1999) menyatakan daya maju sebagai satu perkara yang amat bernilai, berkait dengan keupayaan individu untuk mencapai kejayaan dalam hidup. Oleh itu, guru memainkan peranan dalam memahami pemikiran pelajar dan membantu mereka mencapai pengetahuan akan bagaimana mereka berfikir apabila berhadapan dengan gangguan daripada pengalaman di luar jangkaan (Von Glasersfeld, 1991). Menurut Nik Aziz (1999) lagi, sekiranya pelajar boleh berada di jangkaan luar pengalaman dalam pengetahuan pengamiran tentu, mereka dianggap telah melalui proses daya maju, asalkan matlamatnya tercapai. Pengalaman itu akan diulangi oleh pelajar jika dia boleh melalui apa jua soalan pengamiran yang akan datang, yang dikenali sebagai keseimbangan kognitif atau konsisten.

Satu aspek konstruktivisme radikal yang mempunyai kaitan tertentu dalam kajian pengamiran adalah keyakinan bahawa pengetahuan pengamiran tidak boleh dipindah milik daripada pensyarah kepada pelajar, tetapi harus dibina sendiri oleh pelajar. Pengetahuan pengamiran adalah sesuatu yang dibina oleh pelajar menjadi serasi dengan pengetahuan pengamiran dalam kumpulan sosial. Ia adalah tanggungjawab pensyarah meminta pelajar menjelaskan bagaimana mereka mendapatkan suatu jawapan itu bagi menemukan apa yang mereka fikirkan untuk mewujudkan persekitaran pembelajaran pengamiran yang aktif, serta boleh menyebabkan terjadinya gangguan apabila jawapan yang mereka perolehi mungkin tidak berguna dalam situasi lain, atau pengajaran yang membina untuk pelajar membuat refleksi mereka sendiri (Von Glasersfeld, 1991), khususnya mengenai pengamiran selepas belajar di dalam kelas. Oleh itu, usaha penting perlu dibuat untuk memahami langkah awal yang diambil oleh pelajar ketika membina makna pengamiran atau kaedah asas pelajar jika mereka melakukannya sebagai asas dalam pembinaan kaedah yang lebih maju dengan pengamiran.

Konstruktivisme radikal boleh menjadi asas kepada proses mengetahui, pembangunan pengetahuan, dan aktiviti komunikasi dalam diri pelajar, iaitu pendekatan yang tidak menafikan kewujudan realiti ontologi dari kewujudan realiti di luar pemikiran pelajar, yang mana sekiranya tidak digunakan, pengetahuan tersebut akan dipersoalkan, tidak boleh dipercayai, tidak berguna, dan akhirnya akan nilai pengetahuan tersebut akan menjadi tahyul (Von Glasersfeld, 1984). Pengkaji mengandaikan bahawa pelajar mempunyai pengetahuan yang sedia ada dan memahami tentang konsep luas kawasan bentuk trapezium kerana telah terdedah semasa zaman sekolah rendah dan menengah. Selain itu, konstruktivisme radikal adalah sesuai untuk kajian ini yang mana Von Glasersfeld (1984) menjelaskan ia akan menganjurkan satu prinsip epistemologi yang menegaskan bahawa pelajar mengetahui apa yang dibinanya sendiri dengan mengembangkan teori pengetahuan secara eksklusif serta menggabungkan elemen-elemen pengetahuan tersebut, khususnya pengamiran tentu yang terdedah melalui apa yang dialami, atau apa yang dimiliki oleh mereka berdasarkan tentang cara pelajar membina pengetahuan dalam pengamiran tentu.

Konstruktivisme radikal lebih sesuai dijadikan sebagai landasan kajian berbanding teori lain kerana teori ini didapati lebih membantu pengkaji dalam pembentukan soalan kajian, pemilihan sampel kajian, pemilihan reka bentuk kajian, pemilihan teknik pengumpulan data, cara menganalisis data dan cara menginterpretasikan data yang relevan bagi menjawab soalan kajian. Menurut Von Glasersfeld (1984), dari sudut pandangan konstruktivisme radikal semua organisma hidup menghadapi persekitaran sekeliling sebagai kunci yang harus dibuka bagi mendapatkan hasilnya. Bagi Nik Azis (1999) pula menyatakan bahawa bagi pendukung konstruktivisme radikal, pengetahuan mesti melibatkan persepsi atau konsep tahap kognitif. Selain itu, ahli konstruktivisme radikal percaya teori ini sebagai pergerakan falsafah yang lebih luas juga merangkumi teori-teori umum pemerhati dan pengkaji, serta sistem neutral diri yang membina diri (Cariani, 2012). Jadi, pengkaji memilih konstruktivisme radikal sebagai teori asas kajian bagi membantu menghasilkan kerangka konseptual yang membentuk soalan kajian. Konstruktivisme radikal juga dapat membantu pengkaji memilih reka bentuk kajian yang sesuai iaitu kajian kes bagi membantu pengkaji dalam pemilihan sampel, mengumpul data, menganalisis data, dan menginterpretasikan data yang relevan untuk kajian ini. Ini selaras dengan Cariani (2012) yang menjelaskan bahawa persoalan penting dalam konstruktivisme radikal ialah sejauh mana ia harus pergi, jika tidak, untuk mengelakkan perbincangan yang mungkin memihak kepada apa yang dapat diperolehi dengan segera dan bagaimana untuk menimbang keseimbangan antara imaginasi bebas dan demonstrasi yang konkrit.

Beberapa pengkaji lepas telah menggunakan konstruktivisme radikal sebagai asas teori dalam kajian. Misalnya, dalam bidang algebra, Egodawatte (2011) telah mengkaji kesilapan enam orang pelajar sekolah menengah dan salah faham mereka dalam algebra dengan mendedahkan kesilapan mereka dan memberi cadangan untuk pedagogi di dalam kelas. Antara isu yang diutarakan oleh beliau ialah kebanyakan pelajar tidak menyambung pengajian matematik di peringkat lebih tinggi kerana mereka kurang berjaya dalam algebra. Soalan kajian yang dikemukan beliau lebih berfokuskan kepada kesilapan dan salah faham pelajar dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan algebra. Beliau menggunakan konstruktivisme radikal dalam kajiannya kerana serasi, selaras, dan sesuai untuk mengkaji pemahaman pelajar di bawah pendekatan psikologi, yang mana semua pembelajaran bergantung pada pengetahuan pada masa lalu. Kajian Egodawatte merupakan kaedah yang menggabungkan kualitatif dan kuantitatif. Dalam kualitatif, beliau memilih kajian kes dengan menggunakan pelbagai sumber data seperti kerja bertulis pelajar, transkrip temu duga pelajar, dan nota pengkaji dalam membuat triangulasi data untuk mendapatkan kesimpulan yang sah mengenai salah faham pelajar dalam algebra. Egodawatte juga menggunakan kaedah temu duga untuk meneroka proses berfikir yang dipunyai oleh pelajar. Pada peringkat analisis, Egodawatte melihat kerja bertulis dan jawapan pelajar, membuat pengertian daripada setiap tanda pensil yang dibuat oleh pelajar. Beliau mendengar semula temu duga yang telah dijalankan dan melihat kerja bertulis pada masa yang sama. Transkrip temu duga yang diperolehi dianggap sebagai episod. Corak pemikiran pelajar ditemui dengan bantuan ciri semantik dalam skrip seperti idea, rantaian hujah, penggunaan contoh, dan penyelesaian masalah.

Hackenberg (2010) pula menggunakan ciri konstruktivisme radikal dalam kajiannya mengenai pemahaman pelajar dalam hubungan pendaraban balik terhadap empat pelajar gred enam di sebuah sekolah menengah luar bandar di utara Georgia. Beliau menentukan konstruk kognitif utama seperti operasi, skim, dan konsep, dan juga proses kognitif utama seperti asimilasi dan asimilasi sebagai satu proses yang mana pelajar membuat akomodasi pada skim dalam interaksi berterusan dengan dunia pengalaman mereka. Namun begitu, beliau memilih kaedah konstruktivisme secara eksperimen mengajar yang dijalankan selama lapan bulan sebagai reka bentuk kajian. Hackenberg turut mengumpul data melalui temu duga yang dijalankan ke atas pelajarnya dengan menggunakan semua nombor pendaraban dan pecahan dalam membahagikan pelajarnya kepada peringkat dua unit dan peringkat tiga unit.

Bagi bidang trigonometri pula, Moore (2009) telah menggunakan konstruktivisme radikal dalam kajiannya, dengan menyatakan bahawa semua pembelajaran bermula dan berakhir dengan pelajar. Kajian beliau memberi tumpuan kepada mengkaji pemahaman pelajar dalam fungsi trigonometri dan topik asas kepada trigonometri. Namun begitu, beliau telah memilih kaedah eksperimen mengajar sebagai reka bentuk kajian, dengan menggunakan sebuah objek didaktik direka sebagai objek mengenai cara yang membolehkan dan menyokong bidang matematik secara reflektif. Moore menjalankan satu eksperimen terdiri daripada tiga sesi pengajaran dengan tiga orang pelajar sebagai sampel kajian. Eksperimen mengajar ini bertumpu kepada membangunkan ukuran sudut dari segi panjang lengkok dan ukur lilit, membangunkan penggunaan radian sebagai unit ukuran, dan menyiasat gerakan membulat dan unit bulatan. Setiap sesi telah dirakam. Di samping itu, semua produk pelajar seperti papan putih, kertas aktiviti, dan tugasan kerja rumah, diambil secara digital untuk analisis. Sesi kelas dianalisis berikut dengan menggunakan pendekatan pengekodan terbuka.

Eraslan (2005) pula telah menggunakan konstruktivisme dalam kajiannya untuk mengenal pasti halangan kognitif algebra pelajar dalam pembelajaran fungsi kuadratik. Beliau menggunakan pelbagai kaedah kajian kes bagi menjawab soalan kajian terhadap dua orang pelajar sekolah tinggi. Tiga kaedah yang berbeza telah digunakan untuk mengumpul data iaitu temu duga klinikal, pemerhatian bilik darjah, dan data bertulis termasuk ujian pelajar dan kuiz, serta soal selidik yang diberikan sebelum temu duga. Data yang dikumpul dari temu duga, pemerhatian bilik darjah, dan data bertulis oleh pelajar adalah asas bagi analisis kajian ini. Analisis dan pengumpulan data adalah berterusan dan berlaku serentak sepanjang kajian ini. Oleh kerana kajian kes berganda digunakan dalam kajian beliau, maka kes dalaman dan kes silang telah digunakan untuk menganalisis data.

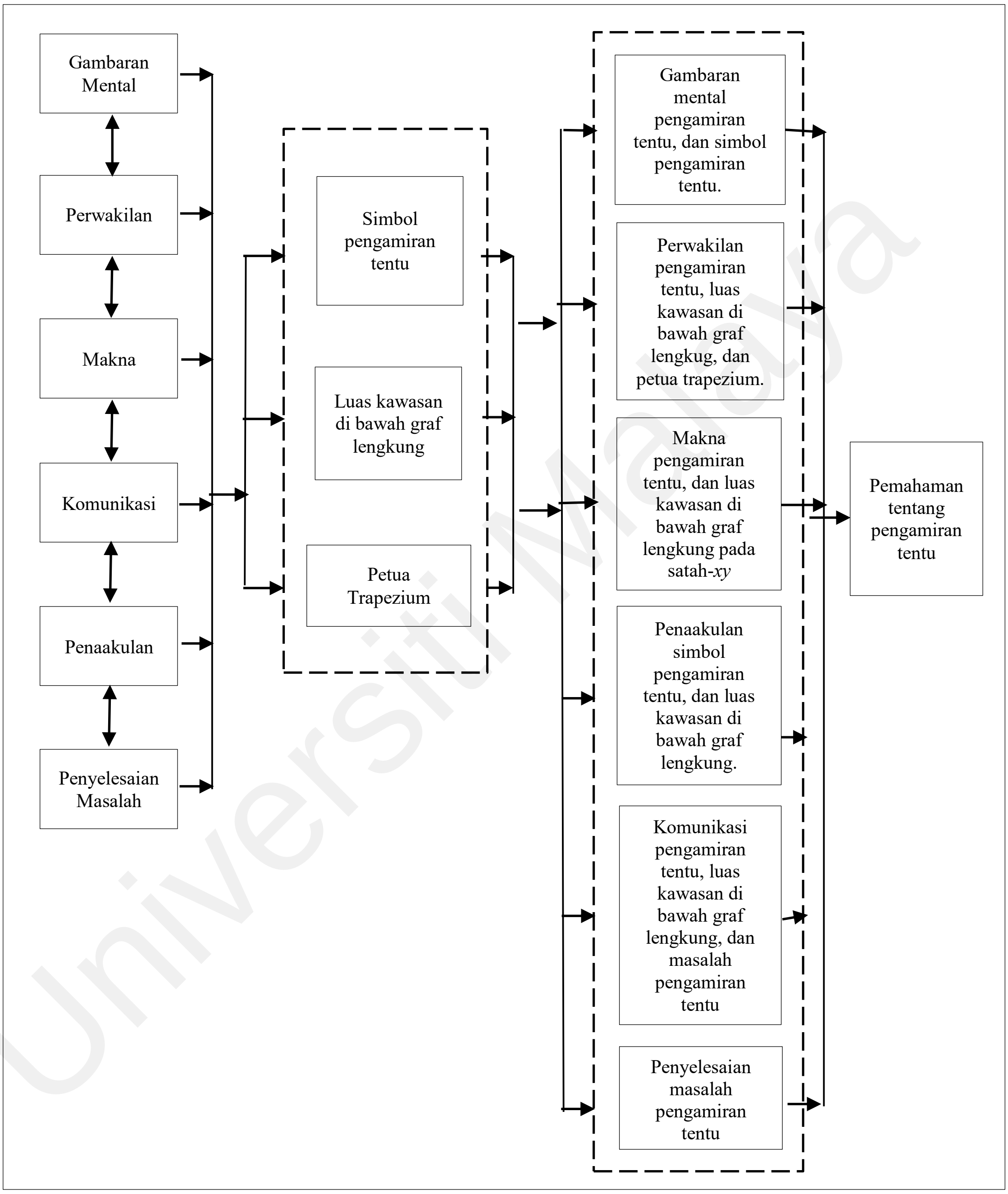
Begitu juga dengan Hunter (2011) yang menjalankan kajian tentang kesan kalkulator grafik pada pelajar kalkulus sekolah menengah dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu. Kerangka konsep beliau adalah teori konstruktivisme, yang mana merupakan satu epistemologi yang menunjukkan bahawa pelajar adalah peserta aktif dalam proses pembelajaran dan membina pengetahuan mereka sendiri melalui interaksi dengan persekitaran mereka. Beliau menggunakan kajian kaedah bercampur yang mana salah satu di antaranya ialah kaedah kualitatif. Pelajar diminta menggunakan kalkulator grafik dan kemudian wawancara dijalankan dengan seorang pelajar dari setiap kelas kalkulus. Pemerhatian dan jawapan kepada soalan temu duga dikodkan oleh Spinato dengan menggunakan rubrik untuk menilai proses penaakulan yang digunakan oleh pelajar semasa menyelesaikan masalah pengamiran tentu dan aplikasinya apabila mereka menggunakan kalkulator graf dan tidak menggunakan kalkulator grafik. Spinato juga membuat pemerhatian semasa temu duga untuk mengenal pasti kegunaan kalkulator grafik yang paling berkesan dan cara yang paling berkesan untuk menggabungkan kalkulator grafik ke dalam kurikulum kalkulus.

Seterusnya, Sealey (2008) telah menjalankan kajian tentang pemahaman pelajar kalkulus dalam hasil tambah Riemann dan pengamiran tentu. Strukturalisme Piaget telah digunakan Sealey sebagai perspektif teori bagi reka bentuk kajian serta analisis data. Strukturalisme adalah satu bentuk konstruktivisme yang berasaskan idea bahawa pelajar membina pemahaman dengan melibatkan diri dalam aktiviti yang menggalakkan pembangunan struktur, dalam kes ini adalah struktur pengamiran Riemann. Eksperimen mengajar telah direka untuk membangunkan pemahaman pelajar dalam struktur hasil tambah Riemann bagi pengamiran tentu melalui asimilasi ke dalam struktur had. Data terdiri kerja bertulis pelajar, pita video pelajar melakukan pelbagai aktiviti semasa kelas, dan temu duga klinikal yang dijalankan pada semester, diikuti dengan eksperimen mengajar. Data dianalisis dengan menggunakan prinsip analisis data kualitatif bersama dengan rangka kerja awal yang dibangunkan oleh beliau sendiri. Rangka kerja Sealey ini telah digunakan untuk pengekodan awal, dan kemudian corak dan hubungan antara kategori telah dinilai.

Berlainan pula dengan kajian Brijiall dan Ndlovu (2013) tentang pembinaan mental pelajar sekolah tinggi dalam menyelesaikan masalah pengoptimuman dalam kalkulus yang merupakan satu kajian kes di Afrika Selatan. Mereka menggunakan teori APOS, iaitu salah satu jenis teori dalam konstruktivisme. Teori ini menerangkan struktur kognitif yang digunakan oleh pelajar untuk membina pengetahuan melalui tindakan, proses, objek dan skema, iaitu APOS. Fokus kajian mereka adalah bukan sahaja untuk memahami bagaimana pelajar membina pengetahuan tetapi juga untuk meneroka struktur kognitif yang terlibat dalam pembinaan pengetahuan. Kajian Brijiall dan Ndlovu bertujuan meneroka pembinaan pengetahuan pelajar dalam mata pelajaran Matematik dalam menyelesaikan masalah minimum dan maksimum dalam kalkulus. Soalan kajian mereka pula ialah bagaimana pelajar membina pengetahuan matematik dalam menyelesaikan permasalahan dalam pengoptimuman? Brijiall dan Ndlovu (2013) memilih kajian kes sebagai reka bentuk kajian pada sepuluh orang pelajar Gred 12 di sebuah sekolah luar bandar di Daerah Umgungundlovu di KwaZulu-Natal, Afrika Selatan, dengan mengkaji pembinaan mental pengetahuan matematik pelajar dalam penglibatan mereka dengan masalah pengoptimuman. Pelajar ini telah mempelajari matematik tulen, dan data dikumpulkan melalui kertas aktiviti berstruktur dan temu duga separa berstruktur. Kertas aktiviti berstruktur dengan tiga permasalahan telah diberikan kepada pelajar yang mana permasalahan ini telah dilakukan dalam kumpulan, dan ketua bagi setiap kumpulan telah ditemu duga. Maklum balas bertulis pelajar bagi setiap permasalahan telah dikodkan dan dikategorikan. Soalan temu duga telah direka untuk menjelaskan tema yang diperhatikan daripada jawapan bertulis pelajar. Sebelum pelajar terlibat dalam aktiviti, mereka telah mempelajari bagaimana untuk mencari pembezaan pada prinsip pertama, mencari terbitan dengan menggunakan peraturan, mencari persamaan tangen kepada lengkung, dan melakar graf fungsi kubik.

Rajah 2.1 menunjukkan kerangka konseptual bagi pemahaman pengamiran tentu dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Kerangka konseptual ini mengandungi empat himpunan unsur. Himpunan pertama terdapat enam subkonstrak bagi konsep pemahaman tentang pengamiran tentu dalam pelajar lepasan menengah, iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, komunikasi, penaakulan dan penyelesaian masalah. Himpunan kedua pula mengandungi tiga subkonstruk bagi konsep pengamiran tentu, yang mana terdiri daripada simbol pengamiran tentu, luas kawasan di bawah graf lengkung, dan Petua Trapezium.

Seterusnya, enam fokus bagi kajian ini tentang pemahaman dinyatakan dalam kerangka konseptual, yang mana terdiri daripada gambaran mental pengamiran tentu, dan simbol pengamiran tentu; perwakilan pengamiran tentu, luas kawasan di bawah graf lengkug, dan petua trapezium; makna pengamiran tentu, dan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*; penaakulan simbol pengamiran tentu, dan luas kawasan di bawah graf lengkung; komunikasi pengamiran tentu, luas kawasan di bawah graf lengkung, dan masalah pengamiran tentu; dan menyelesaikan masalah bagi pengamiran tentu. Akhir sekali, hubungan antara fokus kajian dengan tujuan bagi kajian ini dinyatakan dalam satu subset bagi tujuan kajian iaitu pemahaman tentang pengamiran tentu dalam kalangan pelajar lepasan menengah.



Rajah 2.1: Kerangka konseptual bagi pemahaman tentang pengamiran tentu dalam kalangan pelajar lepasan menengah.

Subkonstruk bagi gambaran mental tentang pengamiran tentu, konsep pengamiran tentu dan pengamiran tidak tentu, dan simbol pengamiran untuk jenis fungsi tertentu dalam kajian ini, yang mana terdapat empat kategori yang berkaitan dengan gambaran mental iaitu gambaran pelajar tentang pengamiran, gambaran pelajar mengenai pengamiran tentu dan pengamiran tidak tentu, dan gambaran pelajar tentang simbol pengamiran tentu pada satah-*xy*. Kategori ini telah direka bertujuan mengetahui konsep yang dimiliki pelajar dan aspek yang mereka boleh gambarkan tentang pengamiran, dan simbolnya pada satah-*xy* dalam konteks masing-masing. Pelajar diminta untuk menggambarkan konsep mereka dengan menggunakan lakaran, dan konsep konkrit kepada jenis pengamiran yang boleh diteliti.

Subkonstruk bagi perwakilan dalam kajian ini adalah mengenal pasti cara pelajar mewakili pengamiran tentu daripada simbol pengamiran tentu pada satah-*xy*, luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy* dan dibatasi oleh had atas dan bawah, iaitu [a, b]. Sebagai contoh, mewakilkan secara geometri mengenai luas kawasan fungsi, f, bagi suatu pemboleh ubah nyata x, dan memberi konsep pengamiran tak tentu dan pengamiran tentu. Selain daripada memahami proses pemikiran pelajar dalam berhubung dengan penggunaan perwakilan mereka, perwakilan dalam kajian ini juga untuk menilai dan mentafsir konsep perwakilan penting oleh pelajar lepasan menengah yang mana berada dalm bidang kejuruteraan. Pengkaji membina fleksibiliti struktur perwakilan penting yang digunakan untuk membangunkan dan menggambarkan piawaian yang jelas dan kemudian mengelaskan pelajar dalam pelbagai tahap pemikiran. Oleh itu, pelajar boleh mendapatkan satu cara untuk menentukan pengamiran dan belajar untuk menggunakan strategi yang kritikal. Ia mengelakkan masalah yang boleh timbul apabila menggunakan pemikiran yang melibatkan perwakilan sahaja. Tambahan pula, perwakilan digunakan untuk mencabar dan menggalakkan pembangunan pemikiran pelajar melibatkan graf lengkung pada satah-*xy*. Pelajar diminta untuk mewakilkan penyelesaian pengamiran tentu menggunakan lakaran yang boleh dikaji dalam kajian ini.

Subkonstruk ketiga dalam konsep psikologi adalah makna. Makna digunakan untuk mengenal pasti pentafsiran pelajar terhadap perkara yang berkaitan dengan konsep pengamiran tentu seperti fungsi, simbol, satah-*xy* dan penjumlahan luas kawasan setiap bentuk trapezium yang dilukis di bawah graf lengkung. Kategori yang berkaitan dengan makna merupakan lakaran yang menunjukkan dua kawasan A dan B, iaitu hubungan antara dua kawasan itu, dan maksud $g(x) = {}_0\int^x f(t)\ dt$. Ia direka untuk mewujudkan persekitaran pembelajaran yang melibatkan unsur gangguan seperti kekeliruan dan keraguan. Ia akan meneliti keupayaan pelajar dalam menyatakan penerangan pada graf yang berkaitan dengan bidang dan fungsi yang mereka wakili, iaitu pendekatan yang sesuai untuk penyelesaian yang berbeza dengan pertimbangan yang lebih berorientasikan logik.

Subkonstruk bagi penaakulan dalam kajian ini adalah mengenal pasti cara pelajar membuat penaakulan antara luas kawasan di bawah garis lengkung, meneliti makna pengamiran tentu dan menganalisis cara pelajar mengaitkan pengamiran dengan anti-pembezaan. Sebagai contoh, berikan satu contoh untuk fungsi bukan pengamiran dan jelaskan tentang hal ini, dan benar atau palsu jika $\int f(x)dx - \int f(x)dx = 0$, kemudian jelaskan mengapa. Penggunaan contoh menyumbang kepada konsep pembelajaran secara mendalam kerana mereka juga sebahagian daripada lakaran bagi konsep pelajar. Ia berkaitan dengan proses pemikiran yang diguna pakai dan yang disampaikan oleh pelajar, serta potensi mereka dalam membuat penaakulan dari pelbagai perwakilan melalui penjelasan pada pengamiran tentu.

Subkonstruk bagi komunikasi adalah mengenal pasti huraian atau pentafsiran penting pelajar yang melibatkan pengamiran. Pelajar dikehendaki untuk berkomunikasi dalam mentafsirkan beberapa ayat penting yang melibatkan pengamiran mengenai situasi dalam kehidupan seharian. Selain itu, pelajar juga perlu berkomunikasi dengan membina ayat matematik yang sesuai mengikut keterangan yang diberikan. Terdapat dua kategori dalam komunikasi iaitu cara pelajar berkomunikasi dengan mewujudkan satu penerangan yang melibatkan pengamiran tentu, dan cara pelajar membentuk ayat dari huraian yang melibatkan pengamiran tentu.

Subkonstruk bagi penyelesaian masalah adalah mengenal pasti cara pelajar dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan pengamiran tentu. Terdapat dua kategori yang berkaitan dengan penyelesaian masalah, iaitu cara pelajar menyelesaikan masalah pengamiran tentu, dan strategi yang pelajar gunakan untuk mendapatkan jawapan bagi soalan pengamiran tentu. Kategori ini adalah secara menyeluruh, dan ilustrasi kawasan di paksi-*xy* akan membimbing kepada penyelesaian bagi pelajar dalam memahami konsep pengamiran tentu. Oleh itu, prosedur ini menilai kefasihan pelajar dalam membiasakan diri dengan penyelesaian dalam pengiraan pengamiran tentu.

Bahagian seterusnya akan membincangkan tentang istilah psikologi yang terlibat dalam kajian ini iaitu pemahaman. Tafsiran mengenai konsep pemahaman dan beberapa kajian yang digunakan pengkaji lepas dalam mengkaji konsep pemahaman turut dibincangkan dalam bahagian ini.

Konsep Pemahaman

Definisi Konseptual. Konsep pemahaman dalam pembelajaran kalkulus khususnya pengamiran tentu adalah penting bagi pelajar dalam memperoleh kebolehan menyelesaikan masalah kalkulus yang dianggap sukar. Dalam membincangkan konsep pemahaman, terdapat beberapa tafsiran yang berlainan mengenainya berdasarkan pandangan yang berbeza. Bagi pendukung behaviourisme, mereka mengaitkan pemahaman secara tidak langsung dengan kecekapan dan ketepatan individu dalam menjalankan prosedur tertentu. Pendukung bagi teori pemprosesan maklumat pula mengaitkan pemahaman dengan keupayaan individu dalam menghubung kaitkan idea atau prosedur tertentu dengan rangkaian dalaman yang sedia ada secara kukuh. Berbeza pula dengan pendukung perspektif bersepadu sejagat yang mengaitkan pemahaman dengan keupayaan individu untuk mengetahu perkara yang benar tentang sesuatu. Akhir sekali, bagi pendukung konstruktivisme, mereka mengaitkan pemahaman dengan keupayaan individu dalam membina pengetahuan yang berdaya maju.

Dalam konstruktivisme pula, wujud perbezaan antara istilah pemahaman yang diguna pakai oleh konstruktivisme sosial dan konstruktivisme radikal. Bagi pendukung konstruktivisme sosial, mereka berpendapat bahawa bahasa dan pengetahuan wujud secara bebas tanpa pengalaman individu. Manakala bagi pendukung konstruktivisme radikal pula berpendapat bahawa bahasa dan pengetahuan merupakan perkara yang dibina sendiri berdasarkan pengalaman individu. Dalam kajian ini, pengkaji merujuk pada istilah pemahaman yang dinyatakan oleh pendukung teori konstruktivisme radikal sebagai proses mengetahui dalam domain deria dan konseptual dengan menganggap penggunaan fikiran dan pengalaman individu sebagai asas bagi penjanaan pengetahuan (Nik Azis, 2008).

Pemahaman pelajar dalam pengamiran tentu bergantung kepada keupayaan mereka untuk membina pengetahuan sendiri. Pembinaan itu tidak dapat berlaku tanpa refleksi yang mana refleksi merupakan satu aktiviti yang dilakukan sendiri oleh setiap pelajar (Nik Azis, 1999). Dalam kajian ini, terdapat enam subkonstruk psikologi bagi pemahaman yang terdiri daripada gambaran mental, perwakilan, makna, komunikasi, penaakulan dan penyelesaian masalah. Subkonstruk yang disebutkan di atas merupakan elemen penting dalam memahami konsep struktur yang dipunyai oleh pelajar.

Kajian Relevan tentang Pemahaman. Dalam literatur, terdapat beberapa definisi berbeza bagi konsep pemahaman yang digunakan oleh pengkaji lepas. Namun begitu, tidak kesemua tujuh subkonstruk pemahaman yang mereka gunakan dalam kajian mereka. Antaranya ialah kajian Rubio dan Gomez-Chacon (2011) tentang aspek kognitif bagi gambaran mental yang boleh dihasilkan dalam perwakilan kerana ia merujuk kepada proses yang dikaitkan dengan imej. Mereka menyatakan konsep pemahaman dibina melalui struktur yang membayangkan penggunaan daftar yang berbeza dan menggalakkan penyelarasan perwakilan yang fleksibel. Dengan menggunakan pendekatan semiotik, kajian yang dijalankan merupakan sumber masalah kekurangan koordinasi antara kedua daftar grafik dan algebra, serta penguasaan pada jawapan pelajar. Souto dan Gomez-Chacon (2011) menggabungkan pendekatan Presmeg dan pendekatan Duval, yang mana Presmeg bercakap tentang gambaran visual termasuk gambaran mental yang tergolong dalam perwakilan mental, manakala Duval berkata visualisasi boleh dihasilkan dalam sebarang daftar perwakilan kerana ia merujuk kepada proses yang berkaitan dengan konsep visual dan seterusnya untuk penglihatan. Secara umumnya, Souto dan Gomez-Chacon (2011) telah menyokong kedua-dua pendapat ini dengan membuat kesimpulan bahawa visualisasi adalah berkaitan dengan gambaran fungsi heuristik yang telah dikenal pasti dengan kaedah visual, yang mana membezakan tiga jenis kaedah untuk menyelesaikan masalah menggunakan grafik iaitu bukan visual, dicampur dan visual.

Kajian Chih-Hsien (2012) pula mengkaji perwakilan fleksibiliti pelajar dalam pembelajaran konsep pengamiran. Dengan menggunakan rangka kerja perwakilan untuk mengkaji pendidikan matematik di universiti sebagai panduan kajian, beliau menganalisis dan mentafsirkan jawapan pelajar daripada soalan temu duga. Perwakilan fleksibiliti merupakan keupayaan untuk bekerja dalam satu sistem perwakilan, memindahkan secara lancar antara sistem konsep tertentu, melibatkan diri dalam prosedur dan konsep interaksi dengan perwakilan tertentu serta perwakilan visual pelajar dalam menyelesaikan masalah tertentu. Analisis temu duga dan keputusan beliau menunjukkan bahawa penyelarasan antara konsep proses perwakilan grafik dan keupayaan visual merupakan satu masalah penting yang perlu untuk mendapatkan perwakilan fleksibiliti yang sangat baik mengenai konsep pengamiran tentu.

Berlainan pula bagi kajian Rosken dan Rolka (2007) yang menggunakan istilah gambaran mental dari Tall dan Vinner dalam kajian mereka mengenai peranan gambaran mental dan konsep definisi bagi pembelajaran pelajar dalam kalkulus, yang mana menggunakan gambaran mental untuk menggambarkan jumlah struktur kognitif yang dikaitkan dengan konsep itu, yang merangkumi semua gambaran mental, sifat dan proses yang berkaitan. Mereka menganalisis konsep pembelajaran pelajar terhadap pengamiran tentu seperti yang dilakukan oleh Rasslan dan Tall (2002), iaitu membiarkan pelajar mencari penyelesaian masalah dengan melibatkan konsep gambaran dan definisi. Namun begitu, kajian mereka telah diubah suai dengan mengambil kira kelas Jerman dan ditapis untuk mendapatkan gambaran yang lebih mendalam pada konsep pembentukan pelajar mengenai pengamiran. Tambahan pula, konsep gambaran itu dikaji dengan membenarkan pelajar untuk membuat peta minda, yang mana mewakili struktur grafik kognitif bagi pengamiran tentu termasuk tanggapan berkaitan dan hubungan di antaranya.

Selain itu, dalam satu kajian terhadap konsep pemahaman dan pengetahuan prosedur tentang ketidaksamaan linear, Dede (2012) menyatakan bahawa pemahaman adalah konsep yang merujuk kepada pemahaman bersepadu bagi idea matematik dan fungsi. beliau menggunakan istilah pemahaman ini dengan membahagikan kepada pemahaman bersepadu dan berfungsi bagi idea matematik yang mana pelajar mempunyai konsep pemahaman yang dapat menghubungkan konsep dan prosedur, serta dapat menjelaskan mengapa beberapa fakta merupakan akibat daripada fakta yang lain bagi mempelajari idea baru dengan idea yang telah mereka perolehi. Bagi Dede (2012), konsep pemahaman terbahagi kepada lima cara iaitu mengenal pasti fakta yang berkaitan; mengenal contoh dan bukan contoh; membuat tafsiran tentang tanda, simbol dan istilah matematik, memanipulasi idea yang berkaitan; dan melengkapkan kosep hubungan dan prinsip.

Kajian Ferguson (2012) adalah sama dengan konsep yang digunakan pakai oleh Dede. Fergusan menyatakan konsep pemahaman melibatkan gabungan antara fakta, operasi, ciri dan hubungan dalam matematik. Jika pelajar boleh memahami apa yang mereka telah belajar, ia bermakna proses pengajaran dan pembelajaran yang berlaku adalah berkesan dalam diri mereka dan kehidupan seharian. Asas kajian yang dijalankan oleh Fergusan adalah kedalaman pemahaman pelajar lepasan menengah dalam kalkulus. Persoalan yang ingin dibincangkan ialah kalkulus yang bagaiman perlu pelajar memahaminya dengan berwibawa. Beliau menyifatkan aspek kalkulus adalah mengenal pasti konsep asas kalkulus yang mengandungi rangka kerja bermakna untuk memahami konsep tersebut antara satu sama lain. Beliau membina prototaip bagi mendapatkan dokumen, dan mengukur jenis dan tahap pemahaman pelajar.

Seterusnya, Ross (2006) yang mengkaji prosedur pengetahuan dan konsep pemahaman tentang algebra dalam kalangan pelajar sekolah menengah menyatakan pemahaman yang betul terhadap sesuatu konsep adalah dipunyai pelajar yang mempunyai kemahiran yang diperlukan untuk mencipta formula dan bukti tanpa melakukan proses hafalan. Beliau mengumpul data daripada ujian pra dan ujian pos algebra, serta enam belas pelajaran video tentang algebra daripada projek NSF-IERI yang dibiayai. Kemudian, data ini dianalisis untuk menentukan perwakilan mengikut pendekatan konstruktivis, dan penglibatan, serta pemahaman pelajar. Dua belas soalan yang terdiri daripada empat pilihan jawapan, tiga jawapan pendek, dan lima jawapan panjang telah digunakan untuk menilai konsep pemahaman. Beberapa soalan yang menilai konsep pemahaman yang terlibat adalah lebih mendalam dan memberi peluang kepada pelajar untuk membuat hubung kait dan aplikasi menggunakan pemahaman yang menyeluruh tentang konsep yang mendasari matematik.

Kajian Lois dan Milevicich (2009) pula menggunakan satu pakej perisian yang membolehkan penerokaan pengamiran kalkulus daripada konsep pengamiran tentu, yang mana dikaitkan dengan luas kawasan di bawah garis lengkung, dari sudut pandangan geometri. Pelajar akan menggunakan perisian yang direka Lois dan Milevicich untuk membuat penghampiran bagi luas kawasan graf di bawah garis lengkung, dan mengingati titik kiri dan kanan pada setiap subselang, serta membolehkan pelajar untuk memilih fungsi, selang dan bilangan subselang; membuat penghampiran bagi luas kawasan graf di bawah garis lengkung melalui graf siri menggunakan pendekatan jumlah segi empat tepat; melakukan visualisasi luas kawasan di antara dua garis lengkung dalam menentukan titik persilangan; membuat perwakilan bagi iaipadu pepejal pada paksi yang berbeza apabila berputar di kawasan yang telah ditetapkan, dan membuat perwakilan berangka dan grafik daripada luas kawasan graf di bawah garis lengkung bagi pengamiran tidak wajar. Mereka menggalakkan pelajar menggunakan kampus maya untuk komunikasi, fleksibiliti dan bekerjasama, tetapi penggunaannya bukan satu objektif pembelajaran itu sendiri. Sebaliknya, pelajar menggunakannya untuk menerbitkan teks, panduan latihan dan forum untuk kumpulan perbincangan.

Kesimpulannya, pemahaman yang dimiliki pelajar dalam pengamiran tentu akan dijalankan oleh pengkaji yang merangkumi konteks luas kawasan bagi bentuk trapezium dan luas kawasan graf di bawah garis lengkung. Walaupun terdapat banyak kajian yang dijalankan tentang konsep pemahaman, namun masih kurang kajian yang dijalankan tentang konsep pemahaman yang mempunyai tujuk subkonstruk yang ingin digunakan pengkaji, khususnya dalam pengamiran tentu. Selain itu, kebanyakan kajian lepas hanya berfokuskan kepada dua subkonstruk sahaja dalam konsep pemahaman iaitu gambaran mental dan perwakilan. Oleh itu, masih terdapat beberapa subkonstruk yang belum dikaji dan beberapa persoalan yang belum dijawab dari perspektif pelajar, khususnya dalam kalangan pelajar lepasan menengah yang mengikuti bidang kejuruteraan, iaitu makna, hubung kait, komunikasi, penaakulan dan penyelesaian masalah.

Konsep pemahaman yang akan dikaji oleh pengkaji adalah mengenal pasti konsep pemahaman pelajar lepasan menengah dalam pengamiran tentu berlandaskan teori konstruktivisme radikal, yang mana pelajar membina pengetahuan mereka sendiri tentang pengamiran tentu. Kajian ini diharapkan agar dapat menjawab soalan kajian bagi mendapatkan data konkrit yang mana pemilihan konsep pemahaman ini lebih menggambarkan ciri utama yang pengkaji ingin teliti berbanding dengan definisi yang hendak diplih semasa menjalankan kajian ini. Data bagi kajian ini dikumpulkan dengan menggunakan teknik temu duga klinikal. Metodologi yang dipilih pengkaji untuk menjalankan kajian ini adalah berasaskan konstruktivisme radikal kerana dianggap sesuai untuk membantu memperoleh jawapan kepada soalan kajian.

Konsep Pengamiran Tentu

Definisi Konseptual. Pengamiran tentu merupakan salah satu topik utama bagi subjek kalkulus dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Ia merupakan teorem asas kalkulus yang mempunyai fungsi selanjar pada selang tertutup [a, b]. Pengamiran tentu berlaku apabila suatu fungsi, f, ditakrifkan dalam selang tertutup, yang mana berada dari had bawah sehingga had atas, dengan menggunakan simbol $_a\int^b f(x)\ dx$. Menurut Hoban (2019), pemahaman mendalam tentang pengamiran tentu didefinisikan sebagai menukar bentuk simbolik dari ungkapan kamiran dihubungkan dengan bentuk secara grafik, iaitu mengira suatu luas kawasan dengan menggunakan hubungan darab antara integrand dan pembeza, yang berlaku antara graf bagi suatu fungsi dan paksi yang mendatar iaitu paksi-x, dengan menggunakan had urutan, a dan b. Bagi Abadi dan Fiangga (2018) pula menyatakan idea tentang pengamiran tak tentu muncul daripada konsep fungsi yang hilang daripada anti-pembezaan, manakala idea tentang pengamiran tentu pula merupakan hubungan antara luas kawasan di bawah graf lengkung, dan dan Hasil Tambah Riemann yang dibuktikan daripada Teorem Asas Kalkulus. Menurut Nik Azis (2008) pula, pengamiran membabitkan proses memotong suatu kawasan dengan mengezumkan setiap kawasan yang kecil kepada sebuah trapezium dengan permukaan yang rata dan kemudian pencarian luas bagi setiap trapezium yang kecil itu dilakukan lalu menambah semua luas tersebut untuk mendapat luas bagi keseluruhan kawasan. Pengamiran tentu juga dianggap sebagai pengiraan, sebagai luas sesuatu kawasan, sebagai pengumpulan atau penjumlahan, sebagai perubahan jumlah antara dan, sebagai satu fungsi, dan sebagai objek abstrak (Oberg, 2000). Menurut Rosken dan Rolka (2007) pula, terdapat dua pendekatan utama untuk memperkenalkan pengamiran iaitu dengan mengira luas kawasan di bawah lengkung, dan membuat anggaran. Bagi Lawrence (2011) pula, beliau menyatakan pencarian luas kawasan yang disempadani oleh fungsi ini merupakan salah satu daripada beberapa tafsiran pengamiran tentu yang digunakan.

Subkonstruk Pengamiran Tentu. Terdapat beberapa subkonstruk yang terlibat bagi pengamiran tentu dalam kajian ini iaitu anti terbitan daripada Teorem Asas Kalkulus, mencari persamaan daripada fungsi kecerunan, mencari luas kawasan di bawah graf lengkung, dan pengamiran berangka. Penyelesaian tepat bagi suatu kamiran tentu ada kalanya tidak dapat diperolehi dengan menggunakan teknik pengamiran yang pelajar telah pelajari. Misalnya, bagi fungsi yang bukan rutin tidak dapat diselesaikan dengan tepat dan memerlukan kaedah berangka untuk mencari penyelesaian hampirnya. Salah satu kaedah yang biasa digunakan untuk mencari nilai hampir suatu kamiran tentu ialah petua trapezium. Petua trapezium membabitkan pembahagian selang penghampiran $[a, b]$ kepada n subselang yang sama, iaitu $[x_0, x_1]$, $[x_1, x_2]$, …, $[x_{n-1}, x_n]$ dengan $x_0 = a$, $x_1 = a + h$, $x_2 = a + 2h$, …, $x_n = a + nh = b$. Jadi, lebar setiap subselang ialah $(b - a)/n$. Dalam matematiknya, ${}_a\int^b f(x)\, dx = (h/2)\, [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1})]$ dengan $h = (b - a)/n$. Nilai hampir bagi ${}_a\int^b f(x)\, dx$ menjadi lebih tepat untuk nilai n yang besar. Walau bagaimanapun, kita hanya mengambil $n \leq 7$.

Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung. Terdapat beberapa definisi dan pelbagai tafsiran serta penjelasan yang berbeza bagi istilah pengamiran tentu.

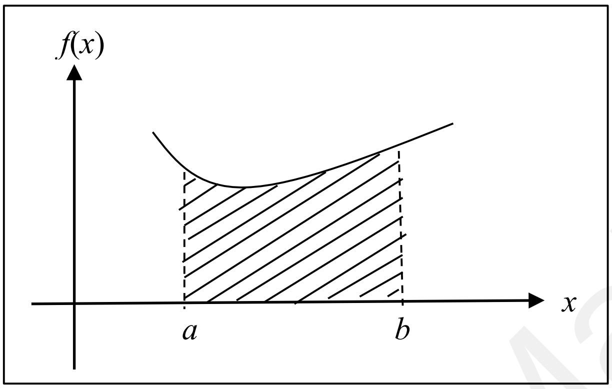
Beberapa pengkaji lepas telah mengaitkan pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah garis lengkung dalam kajian mereka (Tuan Salwani & Effandi, 2012; Rubio & Gomez-Chacon, 2011; Lois & Milevicich, 2009; Akkoc, Yesildere, & Ozmantar, 2007; Machin, 2003; Oberg, 2000). Tuan Salwani dan Effandi (2012) membuat kajian tentang kesan penggunaan teknologi ke atas pemahaman konseptual dan prosedural pelajar dalam mempelajari pengamiran, yang mana istilah pengamiran yang mereka gunakan adalah dari sudut pencarian luas kawasan di bawah garis lengkung seperti Rajah 2.1, dan penyelesaian soalan pengamiran tentu secara kaedah penggantian.

Kajian mengenai cabaran visualisasi dalam konsep pengamiran bagi pelajar ijazah pertama yang dijalankan oleh Rubio dan Gomez-Chacon (2011) pula mengaitkan pengamiran tentu pada konsep luas kawasan dengan memberi perhatian khusus kepada penggunaan grafik berdaftar dan bentuk perwakilan oleh pelajar.

Manakala, kajian Dong-Hai (2011) tentang kesukaran pelajar apabila menyelesaikan masalah fizik yang melibatkan pengamiran. Kajian beliau ini berfokus kepada konsep pelajar membuat pengiraan luas kawasan di bawah graf lengkung, dan penyediaan dan pelaksanaan strategi untuk memudahkan cara pembelajaran pelajar dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan fizik. Konteks kajian beliau adalah kursus fizik berasaskan kalkulus yang meliputi bidang mekanik dan elektromagnetisme.

Begitu juga dengan kajian Lois dan Milevicich (2009) tentang kesan alat teknologi dalam pengajaran dan pembelajaran pengamiran juga menggunakan istilah pengamiran tentu yang boleh dikaitkan dengan luas kawasan di bawah graf lengkung. Namun begitu, mereka juga ada memberi tumpuan kepada konsep anti pembezaan yang mana memberi tumpuan kepada aspek algebra.

Akhir sekali, Machin (2003) telah membuat kajian menggunakan istilah pengamiran tentu dengan konsep luas kawasan kepada pelajar tahun pertama di universiti. Kajian beliau dilakukan selepas pelajar telah menjalani latihan praktikal atau amali menggunakan bahan sebagai kurikulum satu set Amalan Makmal yang direka dengan Sistem Algebra Komputer.

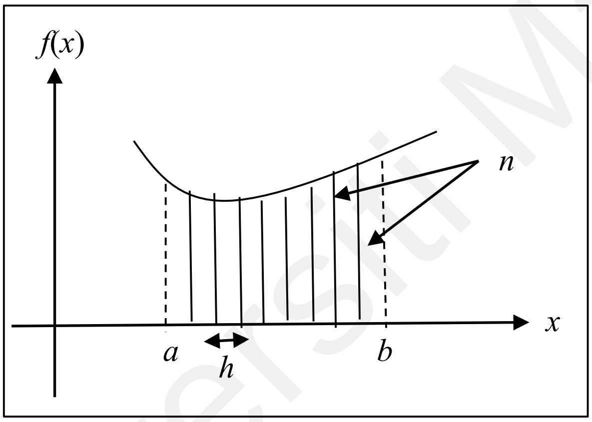


Rajah 2.2: Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung

Petua Trapezium. Akkoc, Yesildere, dan Ozmantar (2007) telah membuat kajian tentang pengetahuan kandungan pedagogi pada bakal guru matematik dalam pengamiran tentu dengan memberi perhatian khusus kepada proses penetapan had apabila membina luas kawasan di bawah graf lengkung daripada penjumlahan bagi luas kawasan trapezium. Proses menetapkan had adalah penting dalam membina had atas dan had bawah sebagai titik permulaan dan pengakhiran bagi mengira jumlah luas bilangan bentuk trapezium yang dilakar di bawah graf lengkung.

Seterusnya, Hasliza dan Faridah (2014) telah melaksanakan kajian bagi mengenal pasti kesalahan pelajar semester tiga yang mengambil jurusan Diploma Kejuruteraan di salah sebuah institusi pengajian swasta yang sering dilakukan semasa menjawab soalan Petua Trapezium dan Simpson. Menurut mereka, dalam mempelajari topik Petua Trapezium, pelajar perlu mengambil tahu akan beberapa perkara utama yang berkait antara satu sama lain, iaitu penentuan bilangan selang, n, had bawah, a, had atas, b, saiz atau lebar selang, h, jadual mencari nilai x dan f(x), dan penggunaan formula tertentu bagi Petua Trapezium seperti pada Rajah 2.2. Formula bagi Petua Trapezium adalah ${}_a\int^b f(x)\, dx = (h/2)\ [(y_0 + y_n) + 2(y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}]$.

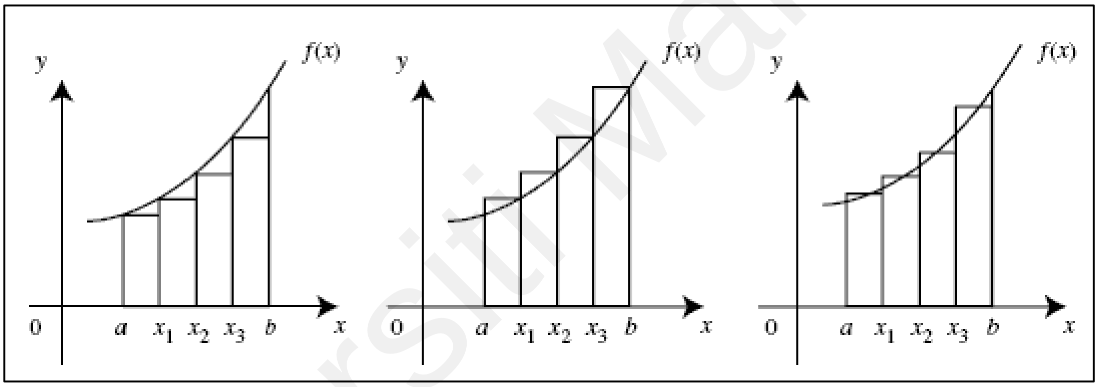
Akhir sekali, kajian Oberg (2000) berfokus tentang pengamiran tentu dari segi luas kawasan yang disempadani oleh graf fungsi dan paksi mendatar terhadap selang. Ia lebih dikenali sebagai mencari luas kawasan di bawah graf lengkung dalam kajian beliau terhadap pemahaman konseptual ke atas pelajar yang mengikuti program ijazah pertama dalam pengamiran tentu.



Rajah 2.3: Petua Trapezium

Hasil Tambah Riemann. Terdapat juga pengkaji lepas yang menggunakan istilah pengamiran tentu dengan hasil tambah Riemann. Antaranya kajian Sealey (2008) yang mengkaji tentang asimilasi pelajar kalkulus terhadap hasil tambah Riemann seperti Rajah 2.3 dalam struktur had. Rangka kerja Sealey ini menerangkan struktur matematik bagi definisi hasil tambah Riemann dalam pengamiran tentu kepada lima lapisan iaitu pra-lapisan yang melibatkan deria perancangan, lapisan produk, lapisan penjumlahan, dan lapisan had.

Ada juga beberapa pengkaji lepas yang menggunakan istilah pengamiran tentu dengan aplikasinya secara menyeluruh (Chih-Hsien, 2012; Hunter, 2011; Tuan Salwani & Effandi, 2011). Antaranya ialah Chih-Hsien (2012) yang mengkaji tentang fleksibiliti perwakilan pelajar kejuruteraan dalam pengamiran tentu telah menggunakan istilah pengamiran dalam pengiraan yang melibatkan luas kawasan di bawah garis lengkung. Manakala, perwakilan berangka digunakan untuk masalah tambahan bagi penjumlahan Riemann. Penyelesaian pengamiran menggunakan teknik prosedural menunjukkan keperluan pelajar dalam mewakilkan kepada bentuk simbolik.



Rajah 2.4: Hasil Tambah Riemann

Seterusnya, Hunter (2011) dalam kajiannya tentang kesan penggunaan kalkulator grafik ke atas penaakulan pelajar dalam pengamiran, yang mana menggunakan istilah pengamiran tentu dari segi luas kawasan, isi padu, hasil tambah Riemann, dan masalah gerakan linear. Beliau membina rancangan pelajaran untuk digunakan dalam semua kelas yang mengambil bahagian dalam kajiannya. Pelajar pula mempelajari bagaimana untuk mencari luas kawasan di bawah graf lengkung menggunakan segi empat tepat dan dengan mengira kuasa dua. Mereka juga belajar bagaimana untuk mencari kiri, kanan, dan titik tengah hasil tambah Riemann dan juga bagaimana untuk menggunakan peraturan trapezoid lebih kurang bersamaan dengan nilai pengamiran tentu. Dalam kajian Tuan Salwani dan Effandi (2011) tentang penggunaan Sistem Algebra Komputer dalam pengajaran dan pembelajaran universiti, mereka menggunakan istilah pengamiran tentu sebagai anti pembezaan, alat untuk pengiraan luas kawasan dan isipadu putaran yang mana memerlukan pelajar mempunyai kemahiran yang baik dalam melakar graf. Kajian dari Tuan Salwani dan Effandi (2015) juga mengkaji persepsi pelajar terhadap kesukaran mempelajari kalkulus dan kesediaan mereka untuk menggunakan teknologi dalam pembelajaran kalkulus.

Secara amnya, hasil tambah atau lebih dikenali dengan penjumlahan Riemann pada dasarnya adalah jumlah kawasan segi empat tepat yang ditetapkan, dengan nilai n dalam menentukan bilangan segi empat tepat. Pemilihan titik kiri, titik akhir kanan, atau titik tengah oleh individu yang akan menentukan bagaimana individu tersebut menggunakan fungsi yang diberikan bagi mencari ketinggian segi empat tepat yang individu itu pilih untuk digunakan dalam mencari penjumlahan Riemann.

Dalam kajian ini, pengkaji memilih definisi bagi istilah pengamiran tentu yang berkaitan dengan anti terbitan, mencari persamaan daripada fungsi kecerunan, mencari luas kawasan di bawah graf lengkung, dan mencari nilai hampir bagi suatu kamiran tentu dengan pengamiran berangka daripada petua trapezium untuk mendapatkan maklumat yang relevan mengenai pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu.

Pemahaman Tentang Pengamiran Tentu

Beberapa kajian lepas telah dijalankan mengenai pemahaman pelajar tentang pengamiran tentu. Perbincangan dalam bahagian ini bertumpukan kepada pengamiran tentu daripada perspektif pelajar sekolah, yang mana berkaitan dengan pelajar sekolah menengah dan menengah atas, dan daripada perspektif pelajar dewasa, yang mana berkaitan dengan pelajar lepasan menengah dan peringkat universiti. Di akhir bahagian ini, pengkaji akan menghuraikan dari pandangan konstruktivisme radikal untuk menangani masalah konsep pengamiran tentu dari sudut pendapat pelajar dewasa, yang mana merupakan rangka kerja yang berguna bagi kajian ini.

Dalam literatur, terdapat banyak kajian lepas yang telah dijalankan tentang konsep pengamiran tentu dari pandangan pelajar sekolah. Pada umumnya, kajian tersebut boleh dibahagikan kepada beberapa kategori yang diteliti. Dua daripada kategori tersebut adalah kesukaran pelajar dalam pembelajaran pengamiran tentu, dan kekurangan penggunaan teknologi digital dalam pembelajaran pengamiran tentu. Kesukaran dalam pembelajaran pengamiran tentu bagi pelajar sekolah melibatkan pelbagai aspek seperti salah konsep, salah faham, kesilapan dalam pembelajaran, prestasi rendah, dan kurang penguasaan kemahiran melakukan penyelesaian pengamiran tentu. Kekurangan penggunaan alat teknologi dalam pembelajaran pengamiran tentu melibatkan pelajar membuat perwakilan dan pengiraan dalam mengaplikasikannya dengan menggunakan alat teknologi.

Gambaran Mental. Banyak kajian telah dijalankan membabitkan isu kesukaran pembelajaran tentang pengamiran tentu dalam kalangan pelajar sekolah. Misalnya, Rosken dan Rolka (2007) mengkaji mengenai kesukaran pembelajaran pelajar sekolah menengah Jerman di Gred 12 dengan menggunakan model Tall dan Vinner tentang konsep imej dan definisi pengamiran tentu. Reka bentuk kajian Rosken dan Rolka ini berorientasikan pada kajian Rasslan dan Tall (2002). Sampel kajian adalah 24 pelajar dari gred 12 di satu sekolah menengah Jerman, yang mana terdiri daripada 14 pelajar perempuan dan 10 pelajar lelaki. Terdapat tiga soalan kajian dalam kajian mereka iaitu, apakah jenis konsep imej dan jenis konsep definisi yang dimiliki pelajar semasa menyelesaikan masalah pengamiran tentu, apakah alternatif yang dimiliki pelajar dalam konsep imej bagi pengamiran tentu, dan sejauh manakah pelajar menunjukkan percanggahan antara konsep imej dan konsep definisi.

Rosken dan Rolka (2007) menggunakan triangulasi daripada sumber data berganda bagi meningkatkan kebolehpercayaan data sebagai kaedah pengumpulan data. Mereka menggunakan tiga soalan bagi mengkaji konsep definisi. Mereka meminta pelajar bukan sahaja untuk menulis penyelesaian mereka tetapi juga menggunakan lakaran, memberi penerangan dan mendokumentasikan prosedur pelajar. Mereka menggunakan lima masalah pengamiran tentu untuk mendapatkan maklumat mengenai konsep imej pelajar. Konsep imej dikaji dengan meminta pelajar untuk membuat peta minda. Ini diperuntukkan untuk mewakili cara grafik struktur kognitif topik utama termasuk tanggapan berkaitan dan hubungan di antara mereka.

Hasil kajian Rosken dan Rolka (2007) menunjukkan bahawa pelajar mempunyai konsep definisi pengamiran tentu yang lemah, yang mana kebanyakan pelajar menghadapi masalah yang serius semasa menyelesaikan pengamiran tentu. Hasil kajian mereka juga menunjukkan bahawa pelajar tidak dapat membezakan konsep luas kawasan dan pengamiran, simbol pengamiran disambungkan kepada jenis fungsi tertentu, dan pengiraan luas kawasan ini terhad kepada graf fungsi tertentu. Ini jelas menunjukkan bahawa konsep imej mempunyai watak skema, termasuk idea yang berbeza berkaitan dengan pengamiran. Jika tugas bercanggah dengan konsep imej, proses asimilasi akan berlaku, yang mana bahagian tugas telah diabaikan atau ditafsirkan dengan cara yang berbeza. Seterusnya, idea pelajar bukan sahaja dapat dijelaskan oleh konsep imej semasa mereka tetapi idea mengenai objek matematik yang lain juga. Kesimpulannya, kajian Rosken dan Rolka ini hanya dapat menjawab dua soalan kajian sahaja daripada tiga soalan kajian yang dinyatakan. Namun, dua soalan kajian yang telah dijawab oleh Rosken dan Rolka akan digunakan dalam kajian ini bagi kalangan pelajar lepasan menengah.

Kajian Rasslan dan Tall (2002) juga sama seperti kajian Rosken dan Rolka iaitu mengkaji konsep imej dan konsep definisi tentang pengamiran tentu, yang mana soalan kajian berpandukan kepada bentuk definisi pengamiran tentu diberikan oleh pelajar, bentuk imej pengamiran tentu yang dimiliki pelajar dalam pelbagai masalah, dan salah faham yang mereka pamerkan berkaitan dengan pengamiran tentu. Tetapi sampel yang digunakan oleh Rasslan dan Tall adalah dalam kalangan 41 pelajar Inggeris sekolah menengah atas. Mereka menggunakan soal selidik sebagai reka bentuk kajian. Pengumpulan data empirikal adalah berdasarkan kepada soal selidik yang direka untuk mendapatkan definisi pengamiran tentu yang dimiliki pelajar dan mengkategorikan jawapan kepada kegunaan definisi atau imej yang dimilik pelajar kepada masalah yang dipilih.

Terdapat enam soal selidik dalam kajian Rasslan dan Tall (2002) telah diberikan kepada pelajar. Soalan 1 hingga 5 telah direka untuk mengkaji konsep imej yang dimiliki pelajar dengan membuat persepsi melalui penyelesaian pengamiran, manakala Soalan 6 telah direka untuk mengkaji kosep definisi yang dimiliki pelajar. Soalan 1 telah direka untuk mengkaji bagaimana pelajar menyelesaikan pengamiran tentu yang mempunyai nilai had atas dan nilai had bawah. Soalan 3 direka untuk mengkaji pemahaman dalam pengamiran tentu apabila terdapat tanda perubahan pada fungsi itu. Soalan 2, 4, dan 5 direka untuk mengkaji kebolehan pelajar menggunakan pengamiran bagi fungsi yang sukar dengan melakar graf dan mengira luas kawasan di bawah garis lengkung. Soal selidik telah dberi kepada pelajar dalam kelas mereka. Pelajar tidak diminta mengisi nama mereka, tetapi perlu menyatakan maklumat latar belakang mereka. Masa selama 40-50 minit digunakan kebanyakan pelajar untuk melengkapkan soal selidik. Semua soalan dalam soal selidik ini telah dianalisis secara terperinci oleh Rasslan dan Tall untuk menentukan kategori melalui kaedah oleh Vinner dan Dreyfus, dan Rasslan dan Vinner. Rasslan dan Tall menggambarkan setiap kategori dengan bilangan jawapan yang diberikan pelajar.

Hasil kajian Rasslan dan Tall (2002) daripada soalan 6 menunjukkan bahawa kebanyakan pelajar tidak dapat menjelaskan konsep definisi tentang pengamiran tentu dengan jelas. Bagi konsep imej pula, hasil kajian dari soalan 1 menunjukkan bahawa tiada seorang pelajar dapat menyatakan teori yang betul mengenai pengamiran. Pelajar juga menunjukkan mereka membuat perwakilan yang sangat lemah bagi soalan 2, 4 dan 5. Hasil kajian bagi soalan 3, menunjukkan bahawa pelajar tidak mengetahui bagaimana untuk mengira luas kawasan itu apabila tanda fungsi berubah.

Kesimpulannya, konsep gambaran mental yang dijalankan ke atas sampel kajian dalam kajian Rasslan dan Tall (2002) dan Rosken dan Rolka (2007) meliputi beberapa kriteria itu lakaran imej yang menceritakan kepada ciri, sifat, kualiti, dan unsur bagi konsep pengamiran tentu. Dalam kajian ini, pengkaji memberi tumpuan kepada gambaran mental tentang pengamiran tentu, dan gambaran mental tantang simbol pengamiran tentu pada satah-*xy*.

Perwakilan. Kekurangan penggunaan teknologi digital dalam pembelajaran pengamiran tentu pelajar sekolah menengah merupakan kategori kedua yang diberi tumpuan dalam kajian pengamiran. Banyak kajian lepas telah dijalankan sama ada penggunaan teknologi dapat membantu pelajar membuat perwakilan, dan pengiraan untuk memahami konsep pengamiran tentu. Misalnya, Chih-Hsien (2012) telah melakukan kajian ke atas 25 pelajar kejuruteraan tahun pertama yang mengambil yang telah mendaftar di sebuah universiti teknologi dan telah belajar kaedah asas pengamiran menggunakan primitif, dan juga hubung kait pengamiran kepada pengiraan beberapa luas kawasan di bawah graf. Instrumen yang digunakan untuk pengumpulan data dalam kajian Chih-Hsien (2012) ialah tujuh soal selidik yang terdiri daripada penyelesaian masalah dan temu duga. Dalam menilai dan mentafsir perwakilan bagi konsep pengamiran tentu yang fleksibel dari pelajar kejuruteraan dalam kajian ini, Chih-Hsien telah membina struktur perwakilan bagi pengamiran tentu yang fleksibel, yang mana struktur ini bertujuan membangunkan standard yang jelas, dan dicadangkan oleh Piaget dan Garcia untuk menerangkan dan mengelaskan pemikiran pelajar ke dalam pelbagai peringkat. Standard yang diguna pakai berkaitan dengan proses pemikiran pelajar semasa menyelesaikan masalah, dan potensi mereka untuk membina hubung kait antara pelbagai perwakilan dan sejauh mana mereka menyepadukan hubung kait ini ke dalam penjelasan mereka dalam menyelesaikan masalah. Mekanisme ini membahagikan perwakilan bagi konsep yang fleksibel ini kepada tiga peringkat. Pada peringkat pertama, seseorang cenderung untuk memberi tumpuan kepada satu perkara kognitif yang tunggal, menghadapi tindakan lain, dan memproses bahan semula jadi yang sama. Pada peringkat kedua, seseorang dapat melihat dan mengesahkan hubung kait antara pelbagai tindakan, proses dan objek. Pada peringkat terakhir, seseorang boleh menggunakan hubung kait yang dikenal pasti di peringkat sebelumnya untuk membina struktur yang konsisten berdasarkan hubung kait antara pelbagai tindakan, proses dan objek.

Hasil kajian Chih-Hsien (2012) mendapati bahawa kebanyakan pelajar di peringkat pertama menggunakan perwakilan tunggal, dan perwakilan simbolik dalam menyelesaikan semua jenis masalah. Ini menunjukkan bahawa pelajar menganggap simbol sebagai alat sokongan. Peratusan yang tinggi pada perwakilan simbolik yang digunakan dalam pemikiran serba boleh telah menarik perhatian beliau. Selain itu, pelajar pada peringkat pertama ini cenderung untuk bergantung kepada pemikiran analitikal dan bukannya pemikiran visual. Dalam hal ini kemampuan mereka untuk menggambarkan masalah. Adalah terhad. Tambahan pula, mereka lebih cenderung kepada penggunaan algoritma dan prosedur. Pada peringkat kedua pula, Chih-Hsien mendapati bahawa pelajar boleh melakukan proses pemulihan bagi perwakilan dalam sistem perwakilan berasingan dan umum. Mereka juga boleh melakukan penukaran perwakilan dalam beberapa sistem perwakilan dan mentafsirkan kepentingan pengamiran tentu dalam pelbagai sistem perwakilan. Pelajar dalam kumpulan ini berbeza daripada pelajar peringkat pertama yang mana mereka telah membangunkan kaedah visual untuk melihat konsep matematik dan masalah yang lebih baik. Walaupun pemikiran visual mereka cenderung ke arah pemikiran tidak berglobal tempatan, visualisasi terhad ini sebenarnya menghalang mereka menyelesaikan satu tugas. Akhir sekali, pada peringkat terakhir, beliau mendapati bahawa terdapat signifikan paling ketara antara pelajar dalam peringkat ini dengan pelajar dalam peringkat sebelumnya yang mana pelajar dalam peringkat terakhir ini mempunyai keupayaan untuk melakukan pemulihan bagi perwakilan dalam sistem perwakilan, dan mereka boleh melakukan penukaran perwakilan dalam kalangan pelbagai sistem perwakilan. Keupayaan ini mungkin melibatkan atau berkaitan dengan visualisasi.

Seterusnya, kajian Sevimli dan Delice (2011) memberi tumpuan kepada proses kognitif pelajar dan memilih perwakilan. Mereka cuba untuk mencari jawapan bagi masalah keutamaan pelajar dari pelbagai perwakilan berubah dalam masalah pengamiran tentu mengikut jenis proses kognitif. Sampel kajian adalah daripada 37 orang pelajar pendidikan matematik tahun pertama yang dipilih menggunakan teknik persampelan bertujuan yang merupakan satu kaedah persampelan bukan kebarangkalian. Dalam kajian ini, dua ujian yang berbeza telah digunakan untuk dua tujuan yang berbeza. Proses Matematik Instrumen (MPI) digunakan untuk mengkategorikan pelajar sebagai visual, dan analisis harmonik mengikut jenis proses kognitif mereka dalam proses penyelesaian masalah matematik. Alat ini juga termasuk bahagian dalam soal selidik dengan soalan dan kunci penyelesaian utama yang dibentangkan melalui penyelesaian yang berbeza yang berpotensi untuk setiap soalan. Pelajar mengambil bahagian dalam soal selidik dan jawapan mereka dianalisis. Selepas itu, pilihan utama penyelesaian telah diedarkan dan pelajar telah diminta untuk memilih jawapan yang sama dengan kaedah penyelesaian mereka sendiri. Jika jawapan mereka tidak diberikan dalam pilihan, mereka diminta untuk memilih pilihan yang diberikan jawapan asal. Kedua alat pengumpulan data adalah Ujian Keutamaan Perwakilan (RPT) yang direka untuk menentukan kecenderungan pelajar untuk menggunakan perwakilan yang berlainan bagi pengamiran tentu dan telah digunakan dalam kajian lepas. Dengan pemilihan perwakilan, pelajar dijangka mengenal pasti jenis perwakilan yang mereka percaya bagi memudahkan proses menyelesaikan masalah yang diberikan. Ujian ini terdiri daripada sembilan item yang mana setiap item mewakili objektif yang berbeza kursus. Terdapat input dan output perwakilan dalam setiap soalan ini. Input perwakilan telah diberikan sebagai sebahagian daripada masalah dan output perwakilan adalah termasuk orang yang menyelesaikan masalah itu. Keputusan menunjukkan bahawa pelajar umumnya lebih suka perwakilan algebra. Jenis visual kecenderungan keutamaan pelajar dipengaruhi oleh perwakilan input.

Dalam kajian Sevimli dan Delice (2011) ini, jenis proses kognitif pelajar ditentukan oleh nilai sisihan piawai yang ditambah dan ditolak dari purata. Pelajar itu telah dikelompokkan ke dalam tiga kategori visual, harmonik dan analisis mengikut jenis proses kognitif mereka. Sebaliknya, keutamaan perwakilan setiap pelajar bagi setiap soalan dianalisis secara berasingan dalam kategori berangka, grafik, algebra atau bercampur-campur. Pernyataan campuran dikatakan wujud apabila lebih daripada satu perwakilan digunakan berhubung dengan soalan yang sama. Kesan perbezaan dalam proses kognitif kepada pemilihan perwakilan dianalisis dengan pengekodan proses kognitif setiap pelajar dan perwakilan jenis pilihan untuk setiap masalah. Data dianalisis secara digital menggunakan SPSS dan statistik deskriptif.

Dalam hasil kajian Sevimli dan Delice (2011), menurut skor MPI, keutamaan perwakilan peserta visual yang mendapat markah tinggi dibentuk oleh input perwakilan dalam masalah tersebut. Apabila masalah itu dinyatakan dengan perwakilan algebra, adalah 66%, secara berangka adalah 42%, dan secara grafik adalah 55%. Adalah sukar untuk mencadangkan bahawa satu jenis perwakilan lebih banyak dipilih dalam kumpulan ini secara umum. Keutamaan peserta mengalami perubahan mengikut jenis perwakilan dalam masalah. Oleh itu, input perwakilan mempengaruhi kecenderungan pada pelajar dalam membuat keutamaan. Lebih-lebih lagi, berdasarkan jawapan umum kepada RPT, pelajar visual didapati kurang memilih perwakilan algebra daripada pelajar lain. Keputusan juga menunjukkan bahawa pelajar analitik kebanyakannya memilih perwakilan algebra apabila inputnya adalah algebra iaitu sebanyak 57%. Pelajar analitikal, yang menggunakan jenis perwakilan yang lain dengan peratusan yang sama apabila inputnya adalah angka, perwakilan algebra adalah yang palig tinggi apabila masalah pengamiran tentu telah dibentangkan dengan perwakilan grafik iaitu sebanyak 54%. Pelajar kebanyakannya memilih perwakilan algebra untuk jenis masalah ini dan dengan demikian jenis perwakilan dalam pernyataan masalah tidak mempengaruhi jenis analitik kecenderungan keutamaan pada pelajar.

Kesimpulannya, kemampuan pelajar dalam melakukan perwakilan apabila menghadapi masalah dalam menyelesaikan soalan pengamiran tentu bergantung kepada tahap pemahaman mereka menguasai konsep tentang pengamiran tentu. Penggunaan teknologi dalam pembelajaran berfungsi sebagai alat untuk meningkatkan inkuiri dan kemahiran mereka dalam penyelesaian masalah pengamiran tentu. Dalam kajian ini, pengkaji memberi tumpuan kepada cara pelajar melakukan perwakilan bagi pengamiran tentu pada satah-*xy*, dan pengamiran berangka yang berkaitan dengan petua trapezium dalam mencari luas kawasan di bawah graf lengkung.

Makna. Kajian Jones (2010) bertujuan untuk memberi penerangan tentang pengetahuan pelajar dalam pengamiran dan bagaimana pengetahuan yang digunakan itu bermanfaat untuk fizik dan kejuruteraan. Sebanyak 9 orang pelajar pada peringkat pengenalan fizik dan kejuruteraan ditemu duga mengenai pemahaman mereka tentang pengamiran. Mereka telah ditemu duga sebanyak dua kali, dengan sesi pertama memberi tumpuan kepada dan digambarkan sebagai masalah yang sama kepada orang yang dihadapi dalam kelas matematik. Selebihnya, tertumpu kepada dan digambarkan sebagai masalah yang sama dengan yang terdapat dalam kelas fizik.

Pelajar memberikan bukti dalam beberapa bentuk simbolik yang mungkin wujud dalam kognisi mereka. Sebahagian daripada bentuk simbolik menyerupai tafsiran khas dari luas kawasan, tambahan ke atas beberapa keping, dan proses antipembezaan. Walau bagaimanapun, ciri-ciri unik tafsiran pelajar dapat membantu menjelaskan bagaimana pengetahuan ini telah disusun. Tambahan pula, cara yang mana bentuk simbolik bekerja sepanjang temu duga menunjukkan konteks kebergantungan kepada pengaktifan pengetahuan ini. Bentuk simbolik yang berkaitan dengan bidang dan antipembezaan lebih biasa dan produktif semasa temu duga matematik, manakala kurang biasa dan kurang produktif semasa temu duga fizik. Sebaliknya, bentuk simbolik yang berkaitan dengan tambahan ke atas beberapa keping produktif untuk kedua sesi temu duga, menunjukkan utiliti amnya dalam memahami pengamiran mengikut pelbagai konteks.

Untuk setiap item, pelajar diberikan masalah awal untuk dilaksanakan. Selepas mereka telah benar diselesaikan dan telah selesai semua perbincangan antara mereka, beliau mendorong mereka dengan beberapa soalan susulan. Soalan susulan sering disasarkan bagi memastikan pelajar berbincang tentang setiap aspek templat dan simbol. Data yang digunakan untuk kajian Jones (2010) ini terdiri daripada temu duga dengan pasangan pelajar, audio yang dirakam dan video yang dirakam. Jones juga mengambil nota semasa temu duga dan menyimpan kerja bertulis pelajar untuk menyokong bentuk data yang lain. Kerja bertulis pelajar memberi peluang kepada beliau untuk mewakili lukisan, persamaan, atau kerja yang dihasilkan dari pelajar semasa temu duga. Ini boleh memberi penerangan ke dalam pemikiran dan pemahaman mereka. Akhirnya, nota diambil semasa temu duga dengan menyediakan rekod tayangan, detik menarik, jawapan yang unik, atau keadaan lain yang penting. Sumber data bersama membantu mewujudkan gambaran yang lebih tepat mengenai pelajar berfikir semasa temu duga.

Dalam hasil kajian Jones (2010), daripada empat bentuk simbolik utama, tiga daripadanya telah diaktifkan oleh pelajar. Ini memberikan satu hasil yang menarik dari temu duga iaitu permasalah hasil tambah, kemudian mendarabkan bentuk simbolik bagi pelajar yang tidak menghadiri temu duga kerana bekerja yang mana tiada pelajar menunjukkan bukti pemikiran yang penting dari segi menambahkan kuantiti dalam pengamiran dan kemudian mendarabkan jumlah yang terhasil oleh kuantiti yang ditunjukkan oleh pengamiran.

Selain itu, Christina et al (2019) juga menjalankan kajian tentang pemahaman pelajar mengenai kewujudan pengamiran tentu. Kajian mereka adalah berdasarkan hasil kerja seramai 163 orang pelajar dalam menjawab soal selidik bagi mendapatkan persepsi mereka mengenai kamiran tentu. Mereka merupakan pelajar matematik pra-perkhidmatan yang mengikuti kursus Kalkulus Kamiran. Soal selidik diberikan pada akhir semester sehingga pelajar telah mempelajari kamiran tentu dan ciri-cirinya. Berdasarkan hasil soal selidik, pendekatan persampelan bertujuan dilakukan untuk memilih subjek kajian ini. Soal selidik yang direka oleh Christina et al (2019) mempunyai tiga soalan. Soalan pertama adalah mengenai definisi $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$, soalan kedua meminta pelajar menjelaskan tentang kewujudan bagi fungsi kamiran tentu, iaitu f, dari had bawah, a, sehingga had atas, b, dan akhir sekali soalan ketiga mengenai kewujudan simbol-simbol kamiran tentu yang terdiri dari $\int$, f, a, b, dx, di mana f adalah fungsi bukan selanjar pada titik (a, b).

Bagi mendapatkan kesahan data, Christina et al (2019) telah melakukan kaedah triangulasi dengan memilih empat orang pelajar bagi mendapatkan lebih banyak data mengenai pemahaman pelajar mengenai definisi tentang kamiran tentu dan kewujudan bagi kamiran ini. Keempat-empat pelajar ini mempunyai jenis persepsi yang berbeza dalam menjawab soal selidik. Contohnya, keempat-empat pelajar ini dipanggil Alpha, Beta, Gamma, dan Delta, maka simbol I bermaksud penemuduga. Mereka ditemu duga secara mendalam untuk mengesahkan jawapan mereka dan untuk mendapatkan maklumat lebih lanjut dan terperinci.

Hasil kajian Christina et al (2019) pada soal selidik yang pertama menunjukkan kebanyakan pelajar tidak mempunyai pemahaman yang kuat pada definisi bagi kamiran tentu. Terdapat 9.82% sahaja yang dapat menyatakan dengan betul mengenai had jumlah Riemann dan jumlah luas kawasan yang dibatasi oleh fungsi f, dan had atas serta had bawah, iaitu $x = a$ dan $x = b$. Daripada hasil kajian mereka juga kelihatan respons yang menarik telah ditulis oleh kebanyakan pelajar lain. Walaupun pelajar ditekankan untuk menulis pemahaman mereka mengenai definisi kamiran tentu, majoriti pelajar meninggalkan soal selidik mereka dengan hanya membaca simbol $\int$, $f(x)$, b, a, tanpa penjelasan yang nyata. Hasil kajian mereka juga menunjukkan terdapat 53 orang pelajar yang mempunyai konsep imej kamiran tentu yang betul, yang mana dikaitkan dengan Teorem Asas Kalkulus. Bagi soal selidik yang kedua, hasil kajian Christina et al (2019) menunjukkan kebanyakan pelajar menganggap bahawa fungsi bagi kamiran tentu pada $[a, b]$ memang wujud. Sebanyak 33.74% pelajar berpendapat bahawa wjudnya kamiran tentu, akan tetapi mereka tidak menyatakan sebab, dengan menulis alasan yang kurang logik atau bahkan alasan yang menyimpang, seperti kamiran mempunyai ciri atau nilai fungsi yang meningkat. Untuk soal selidik yang ketiga pula menunjukkan pelajar mempunyai pendapat yang berbeza tentang kewujudan bagi kamiran tentu. Ternyata pelajar menghadapi kesukaran untuk membezakan keadaan ketika mana mereka harus menggunakan Teorem Asas Kalkulus mahupun tidak.

Kesimpulannya, kajian mereka menunjukkan pelajar masih lagi lemah dalam memberikan makna tentang pengamiran tentu. Mereka lebih bertumpukan dalam konsep jalan kerja dan cara penyelesaian pengamiran tentu, dan kurang memberi tumpuan kepada definisi dan makna apakah maksud pengamiran tentu itu sendiri. Dalam kajian ini, pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu dikaji dari segi makna pengamiran tentu, makna pengamiran tentu pada satah-*xy*, dan makna luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*.

Penaakulan. Hunter (2011) yang mengkaji tentang kesan penggunaan kalkulator grafik terhadap penaakulan yang dimiliki pelajar dalam kalkulus pengamiran berdasarkan kepada teori konstruktivisme tentang bagaimana pelajar belajar. Hunter membina strategi berdasarkan teori konstruktivisme, yang mana penggunaan alat kalkulator grafik dalam menyokong pelajar meningkatkan pemikiran dalam pembelajaran pengamiran. Kajian Hunter (2011) ini menerangkan satu kajian kaedah bercampur yang mengkaji kesan penggunaan kalkulator grafik dalam kemahiran penaakulan yang dimiliki pelajar apabila mempelajari pengamiran tentu dan aplikasinya. Empat kelas kalkulus, iaitu dua kumpulan eksperimen dan dua kumpulan kawalan telah digunakan sebagai sampel kajian. Dua kelas adalah dari semua pelajar perempuan sekolah tinggi swasta di kawasan pinggir bandar, dan dua kelas adalah dari sekolah integrasi swasta tinggi yang terletak di kawasan luar bandar di Tenggara Amerika Syarikat. Reka bentuk bahagian kuantitatif kajian ini adalah kuasi eksperimen kerana tiada tugasan rawak diberikan kepada setiap kumpulan. Kelas kumpulan kawalan menggunakan kaedah tradisional, yang mana melakar graf dengan menggunakan pensil dan kertas. Kelas kumpulan eksperimen menggunakan kalkulator grafik sebagai alat tambahan kepada kaedah tradisional grafik dalam masalah bagi aplikasi dan penyelesaian pengamiran tentu. Kedua-dua kelas mempelajari kandungan yang sama pada tahap kesukaran yang sama. Dua orang guru telah digunakan untuk kajian ini, iaitu pengkaji dan seorang guru lain. Setiap guru dikehendaki mengajar sebahagian daripada kumpulan kawalan dan sebahagian daripada kumpulan eksperimen.

Perbezaan di antara kedua-dua kelas adalah pada penggunaan kalkulator grafik. Pada awal kajian ini, semua pelajar menyiapkan satu ujian pra untuk menilai penaakulan dalam mengenal pasti perbezaan individu dalam kemahiran. Pengajaran yang dicipta oleh pengkaji dalam pengamiran tentu dan aplikasinya yang mana berlaku di kedua-dua kelas sepanjang tempoh tiga minggu. Selepas tiga minggu, semua pelajar selesai melakukan penilaian penaakulan yang dibangunkan oleh pengkaji dan disahkan oleh dua ahli panel matematik. Penilaian tersebut telah diselesaikan oleh semua pelajar yang mengambil bahagian dalam kajian ini. Dalam kajian Hunter (2011), penaakulan ditakrifkan sebagai pembolehubah tahap selang yang mengukur sejauh mana pelajar dapat membuat kesimpulan dengan tugas dalam lima bidang analisis masalah, memilih strategi yang sesuai, memantau kemajuan, dengan menggunakan sambungan, dan mencerminkan pada penyelesaian kepada masalah ini. Data yang dikumpul melalui instrumen ini digunakan untuk menentukan sama ada penggunaan kalkulator grafik mempunyai kesan ke atas pelajar dalam kemahiran penaakulan dalam kalkulus dan dalam kawasan penaakulan tertentu yang paling berkesan atau kurang berkesan.

Di samping itu, data juga dianalisis untuk menentukan sama ada pelajar yang menggunakan kalkulator grafik juga boleh menyelesaikan masalah dengan menggunakan pensil dan kertas. Setelah selesai, pelajar dalam kumpulan kawalan telah diarahkan menggunakan kalkulator grafik dan kemudian temu duga telah dijalankan dengan seorang pelajar dari setiap kelas kalkulus. Pemerhatian dan maklum balas kepada soalan temu duga dilakukan oleh pengkaji dengan menggunakan rubrik untuk menilai proses penaakulan yang digunakan oleh pelajar semasa menyelesaikan masalah pengamiran tentu dan aplikasinya apabila kalkulator grafik digunakan dan tidak digunakan. Pengkaji juga membuat pemerhatian semasa temu duga untuk mengenal pasti penggunaan kalkulator grafik yang paling berkesan dan cara yang paling berkesan untuk menggabungkan kalkulator grafik ke dalam kurikulum kalkulus. Terdapat tiga soalan kajian dan dua hipotesis kajian dalam Hunter (2011). Soalan kajian tersebut adalah adakah penggunaan kalkulator grafik meningkatkan keupayaan penaakulan pelajar kalkulus sekolah tinggi dalam masalah kalkulus menggunakan pengamiran tentu, apakah hujah dalam bidang yang mana menggunakan kalkulator grafik yang menjadi paling berkesan dan kurang berkesan, dan sejauh manakah pelajar yang telah menggunakan kalkulator grafik dapat menunjukkan keupayaan untuk menyelesaikan masalah menggunakan pensil dan kertas kaedah. Dua hipotesis kajian pula adalah $H_{0:}$ Skor min penaakulan dari pelajar yang menggunakan pensil dan kertas, kumpulan kawalan, adalah lebih besar daripada skor min penaakulan bagi mereka yang menggunakan kalkulator grafik, kumpulan eksperimen, dan H_A: Skor min penaakulan dari pelajar yang menggunakan kalkulator grafik, kumpulan eksperimen, adalah lebih besar daripada skor min penaakulan bagi pelajar yang menggunakan pensil dan kertas, kumpulan kawalan.

Instrumen yang digunakan dalam kajian Hunter (2011) adalah menggunakan rancangan pengajaran yang dibina sendiri oleh beliau, yang mana meliputi pengiraan pengamiran tentu dan aplikasinya, termasuk hasil tambah Riemann, luas kawasan di bawah garis lengkung, isipadu putaran, jarak dan sesaran. Hasil kajian beliau mendapati bahawa perbezaan yang signifikan wujud di antara kedua kumpulan pelajar, kedua-dua untuk semua peserta secara keseluruhan di sekolah 2, tetapi tidak di sekolah 1, apabila semua bidang penaakulan dianggap bersama. Secara keseluruhan, kumpulan eksperimen menunjukkan skor signifikan yang lebih tinggi daripada kumpulan kawalan dalam permulaan strategi dan pemantauan kemajuan. Di sekolah 2, kumpulan eksperimen menunjukkan skor signifikan yang lebih tinggi daripada kumpulan kawalan dalam permulaan strategi dan mencerminkan pada penyelesaian tunggal. Keputusan bahagian kuantitatif bagi kajian ini menolak hipotesis nol yang menyatakan bahawa skor min hujah bagi mereka yang menggunakan pensil dan kertas graf kaedah adalah lebih besar daripada skor min hujah bagi mereka yang menggunakan kalkulator grafik. Keputusan bahagian kualitatif kajian menunjukkan bahawa pelajar yang mempunyai kalkulator grafik mempunyai markah tertinggi dalam bidang penyelesaian masalah, yang mana menunjukkan penggunaan pelbagai perwakilan untuk penyelesaian masalah. Di samping itu, keputusan bahagian kualitatif kajian menunjukkan bahawa pelajar yang menggunakan kalkulator grafik bersama dengan pendekatan algebra mempunyai skor hujah tertinggi dalam temu duga.

Kajian yang dilakukan Tuan Salwani dan Effandi (2015) pula bertujuan mengkaji persepsi pelajar terhadap kesukaran kalkulus integral dan kesediaan mereka untuk menggunakan teknologi dalam pembelajaran kalkulus integral. 191 pelajar dipilih secara rawak dari dua kumpulan kuliah Teknikal Matematik 1. Pelajar diberi satu set soal selidik yang mempunyai dua bahagian. Bahagian pertama digunakan untuk mengukur persepsi pelajar terhadap kesukaran dalam pembelajaran pengamiran kalkulus, manakala bahagian kedua digunakan untuk mengukur kesediaan komputer pelajar dalam pembelajaran. Tiga faktor penyumbang utama kesediaan pelajar terhadap komputer diadaptasi dari The Computer Aversion, Attitudes and Indexality (CAAFI). Untuk mengukur kesediaan komputer menggunakan CAAFI, korelasi Pearson dan nilai min ditentukan. Hubungan antara faktor di dalam instrumen ini adalah signifikan secara statistik. Lebih dari tiga suku pelajar dengan latar kalkulus sekolah berpendapat pengamiran kalkulus sebagai topik yang sukar. Pelajar didapati mempunyai sikap positif terhadap komputer, tahap keengganan komputer yang rendah dan tahap pengertian komputer purata. Penemuan ini membolehkan peningkatan pengajaran dan pelaksanaan kalkulus pembelajaran menggunakan komputer.

Arahan dalam soal selidik dijelaskan oleh kedua-dua pensyarah. Soal selidik itu dibahagikan kepada dua bahagian iaitu, Bahagian A dan Bahagian B. Bahagian A telah dibangunkan untuk mengumpulkan maklumat mengenai latar akademik pelajar yang berkaitan dengan kalkulus. Dalam salah satu soalan di bahagian ini, pelajar diminta memberi penilaian akan tahap kesukaran topik dalam salah satu mata pelajaran pilihan matematik sekolah menengah, yang dikenali sebagai Matematik Tambahan. Soalan ini hanya berkenaan dengan mereka yang mengambil Matematik Tambahan semasa sekolah menengah atas mereka. Oleh kerana terdapat lima topik dalam Matematik Tambahan, pelajar menggambarkan persepsi mereka terhadap tahap kesukaran kalkulus dengan menyatakan nilai mulai dari 1 (topik paling mudah) hingga 5 (topik yang paling sukar). Item dalam Bahagian B diadaptasi dari versi akhir *The Computer Aversion, Attitudes, and Index of Familiarity* (CAAFI) yang dikembangkan oleh Schulenberg dan Melton (2008). CAAFI terdiri daripada 30 item dengan tiga faktor utama: Sikap Komputer, Penolakan Komputer, dan Kepintaran Komputer. Persepsi pelajar terhadap penggunaan komputer diukur melalui tiga faktor utama. Setiap faktor terdiri daripada sepuluh perkara yang mana itemnya bertindak balas terhadap tujuh perkara, mulai dari -3 (benar-benar palsu) hingga +3 (mutlak benar). Dalam kajian ini, skala telah diubah kepada skala Likert lima mata antara 1 (sangat tidak setuju) hingga 5 (sangat setuju). Sebanyak lapan item dalam CAAFI (item 6, 8, 9, 15, 17, 24, 25, dan 26) adalah item negatif dan telah dikodkan semula kepada skor terbalik. Dalam kajian ini, bahasa asal yang digunakan dalam instrumen itu dikekalkan kerana bahasa pengantar di universiti yang terlibat adalah Bahasa Inggeris. CAAFI terdiri daripada perkara-perkara yang berkaitan dengan sikap pelajar terhadap penggunaan komputer, penipuan komputer, dan kebiasaan komputer. Konsisten dalaman item dalam instrumen yang digunakan (CAAFI) dianalisis menggunakan perisian SPPS 18 untuk memastikan kebolehpercayaan instrumen dalam kajian ini. Dalam kajian ini, tiga faktor dalam CAAFI digunakan untuk mencerminkan kesediaan murid dalam mempelajari pengamiran kalkulus dengan komputer. Item setiap faktor dalam CAAFI disimpulkan dan skor min bagi setiap faktor diukur dengan membahagikan nilai penjumlahan dengan jumlah bilangan item dalam faktor masing-masing. Nilai skor min yang tinggi menunjukkan kebencian yang kurang, lebih akrab, dan sikap yang lebih baik terhadap komputer. Dalam kajian ini, kesediaan pelajar dianggap tinggi jika mereka mempunyai sikap positif yang tinggi, tahap keengganan yang rendah, dan kebiasaan terhadap penggunaan komputer yang tinggi.

Hasil kajian dari Tuan Salwani dan Effandi (2015) mendapati bahawa persepsi pelajar terhadap kalkulus sekolah menengah disokong oleh pencapaian mereka yang kurang baik semasa sekolah menengah atas. Maklumat ini memberi panduan kepada pensyarah matematik di universiti akan suatu petunjuk yang jelas untuk mengubah strategi pengajaran dan pembelajaran bagi topik kalkulus. Oleh itu, satu strategi baru yang melibatkan penggunaan teknologi komputer dalam pengajaran dan pembelajaran kalkulus akan direka bentuk. Tetapi sebelum itu, kesediaan para pelajar untuk menggunakan komputer dalam mempelajari topik disiasat dalam kajian ini menggunakan CAAFI. Hasil kajian juga menunjukkan persepsi pelajar terhadap penggunaan komputer adalah positif. Keadaan ini telah memberi dorongan bagi pengkaji lain untuk melakukan kajian yang lebih lanjut berkenaan penggunaan teknologi dalam pengajaran dan pembelajaran kalkulus pengamiran. Penggunaan komputer dalam pembelajaran kalkulus harus dipertimbangkan dengan serius kerana banyak kajian menunjukkan kesan positif strategi ini ke atas pemahaman pelajar. Oleh itu, strategi baru perlu dirancang dengan teliti untuk meningkatkan hasil pembelajaran pelajar dalam kalkulus.

Kesimpulannya, kajian dalam penaakulan yang dilakukan mereka adalah berbeza mengikut tujuan dan soalan kajian. Kemahiran menaakul merupakan salah satu kemahiran penting digunakan dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu secara sistematik, teliti dan abstrak. Pemikiran asas yang tinggi perlu diserap ke dalam pembelajaran pelajar dalam matematik, khususnya pengamiran tentu agar pemikiran mereka berkembang dan dapat berfikir secara logik semasa menaakul. Dalam kajian ini, pengkaji menganalisis penaakulan yang dilakukan pelajar dari segi simbol pengamiran tentu, dan luas kawasan di bawah graf lengkung dalam pengamiran tentu.

Komunikasi. Terdapat kurang kajian lepas dalam cara pelajar berkomunikasi tentang pengamiran tentu. Hanya satu sahaja kajian lepas dari tesis master yang diperolehi pengkaji iaitu kajian dari Dina dan Zolkepeli (2015) yang mana mereka mengkaji keberkesanan 73 orang pelajar di salah sebuah sekolah menengah di Indonesia, yang dibahagikan kepada kumpulan rawatan dan kumpulan kawalan, menggunakan perisian *Autograph* dalam cara mereka berkomunikasi dan tahap pencapaian mereka pada topik kamiran mencari luas kawasan dan isipadu putaran yang dijanakan selama empat minggu. Kuasi eksperimen merupakan metodologi kajian mereka. Instrumen kajian yang digunakan adalah ujian kemahiran komunikasi matematik dan ujian pencapaian, serta helaian aktiviti pelajar. Data yang dikumpul adalah kuantitatif daripada ujian pra dan pos. Terdapat dua ujian yang digunakan Dina dan Zolkepeli (2015) iaitu ujian t-test untuk melihat perbezaan antara kemahiran komunikasi pelajar dan pencapaian mereka pada topik tersebut, dan ujian Correlation Bevariate untuk melihat hubungan antara pemboleh ubah yang ada antara dua kumpulan tersebut.

Hasil kajian Dina dan Zolkepeli (2015) mendapati terdapat perbezaan yang signifikan pada kemahiran komunikasi matematik dan pencapaian pelajar dari kumpulan rawatan yang menggunakan perisian Autograph dengan kumpulan kawalan yang tidak menggunakan perisian Autograph. Hasil kajian mereka juga menunjukkan wujudnya hubungan antara kemahiran komunikasi secara matematik dengan pencapaian dalam matematik pelajar.

Kesimpulannya, daripada kajian Dina dan Zolkepeli, pelajar yang mampu berkomunikasi secara matematik dapat menjanakan idea-idea matematik daripada permasalahan matematik dengan jelas, yang membuatkan mereka mampu berfikir akan strategi yang digunakan dengan tepat bersama-sama rakan dan guru matematik di dalam kelas. Secara tidak langsung, ini mampu memberi peningkatan dalam pencapaian matematik mereka, khususnya topik pengamiran tentu. Dalam kajian ini, pengkaji menjalankan kajian terhadap cara pelajar lepasan menengah berkomunikasi dengan rakan tentang pengamiran tentu, cara berkomunikasi dengan rakan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung, dan cara berkomunikasi dengan rakan tentang cara menyelesaikan soalan pengamiran tentu.

Penyelesaian Masalah. Kajian daripada Rohani, Riyan dan Effandi (2014) bertujuan menentukan jenis kesilapan pelajar dalam menyelesaikan masalah luas di bawah graf lengkung, jenis kesilapan dalam luas antara satu lengkung dengan satu garis lurus, jenis kesilapan dalam isipadu janaan apabila satu lengkung dikisarkan pada paksi-*x*, jenis kesilapan dalam isipadu janaan apabila satu lengkung dikisarkan pada paksi-*y*. Kajian ini merupakan kajian kes yang menggunakan persampelan bertujuan dan melibatkan 94 orang pelajar Tingkatan 5 di sebuah Sekolah Menengah di Selangor. Alat kajian yang digunakan adalah dari satu set soalan ujian pengamiran untuk mengenalpasti kesilapan yang dilakukan oleh pelajar dalam menyelesaikan masalah dalam topik ini. Semua item yang terdapat dalam instrumen dibina dan disesuaikan berdasarkan item soalan sebenar matematik tambahan SPM dari tahun 1995 hingga 2003. Instrumen ujian analisis kesilapan dalam pembelajaran terdiri daripada sepuluh item yang berbentuk subjektif.

Hasil kajian Rohani, Riyan dan Effandi (2014) menunjukkan pelajar banyak melakukan kesilapan dalam peringkat transformasi dan kemahiran proses, yang mana melibatkan kefahaman, pengkodan, motivasi, dan kecuaian dalam memilih langkah pertama untuk menyelesaikan ungkapan $\int dx$ atau $\int dy$, gagal menggunakan operasi matematik yang sesuai, dan gagal menyelesaikannya dengan tepat.

Dong-Hai (2011) pula telah membuat kajian yang mengandugi 2 fasa, yang mana mengenai kesukaran pelajar dalam menyelesaikan masalah fizik yang melibatkan konsep pengamiran dan luas kawasan di bawah graf, dan strategi untuk membantu pelajar menyelesaikan masalah. Dalam fasa pertama, pengajaran individu dan temu duga pembelajaran telah dijalankan ke atas 20 pelajar, terdiri daripada 13 pelajar lelaki dan 7 pelajar perempuan yang mengikuti bidang mekanik dan 15 pelajar daripadanya adalah dari bidang elektromagnetisme. Pelajar diminta untuk menyelesaikan masalah pada beberapa topik mekanik dan elektromagnetisme. Dalam setiap temu duga yang dijalankan beliau, pelajar diminta untuk menyelesaikan tiga masalah iaitu, permasalahan asal, permasalahan grafik, dan permasalahan algebra. Masalah ini melibatkan pengiraan kuantiti fizik misalnya halaju, pecutan, kerja, medan elektrik, rintangan elektrik, dan arus elektrik, dengan pengamiran dan mencari luas kawasan di bawah graf bagi fungsi kuantiti yang berkaitan misalnya kedudukan, halaju, daya, ketumpatan cas, kerintangan, dan ketumpatan arus. Petunjuk lisan telah disediakan apabila pelajar membuat kesilapan atau tidak dapat diteruskan. Seramai 140 temu duga selama sejam telah dijalankan dalam fasa ini, yang mana memberikan harapan pada kesukaran pelajar dalam mencari strategi bagi menyelesaikan masalah yang melibatkan pengamiran dan luas kawasan di bawah graf.

Dalam fasa kedua, tutorial dicipta untuk memudahkan pembelajaran pelajar dalam menyelesaikan masalah fizik yang melibatkan pengamiran dan luas kawasan di bawah graf. Setiap tutorial terdiri daripada satu set latihan dan protokol yang menggabungkan petunjuk yang mana membantu untuk mensasarkan kesukaran pelajar yang dinyatakan dalam fasa pertama. Temu duga bagi kumpulan yang berfokus pembelajaran telah dijalankan untuk menguji keberkesanan tutorial berbanding dengan bahan pembelajaran standard iaitu buku teks dan penyelesaian masalah. Keputusan menunjukkan bahawa pelajar belajar dengan tutorial adalah mengatasi prestasi pembelajaran pelajar dengan bahan standard dalam mengaplikasikan pengamiran dan luas kawasan di bawah graf untuk masalah fizik.

Dalam mekanik, masalah temu duga Dong-Hai (2011) melibatkan pengiraan kerja yang dilakukan oleh satu kuasa yang tidak tetap dari fungsi kuasa. Dong mendapati bahawa tidak ramai pelajar dapat mengenali hubungan $W = \int F(x)\ dx$ walaupun mereka telah belajar mengenainya dalam kursus ini. Beliau juga mendapati bahawa kebanyakan pelajar tidak berfikir tentang pengamiran sebagai pengumpulan kuantiti yang kecil untuk mendapatkan jumlah kuantiti. Jadi mereka mempunyai kesukaran memahami pengamiran yang betul untuk kerja yang dilakukan apabila kuasa itu diberikan sebagai fungsi anjakan sudut. Beliau juga mendapati bahawa pelajar menghadapi kesukaran dalam pengiraan pengamiran yang telah ditubuhkan. Kesulitan itu termasuk menentukan pemalar dan pembolehubah dalam pengamiran, menentukan had pengamiran, dan menukar satu pembolehubah yang lain.

Dalam kajian Hasliza dan Faridah (2014) pula mengenai mengenalpasti kesalahan lazim dalam topik Petua Trapezium dan Simpson melibatkan pelajar Diploma Kejuruteraan Semester Tiga dari suatu institusi pengajian swasta yang mengambil kursus Matematik Kejuruteraan 3. Mereka berpendapat walaupun topik ini menjadi pilihan pelajar dalam menjawab peperiksaan akhir, namun ia juga menjadi punca kepada kehilangan markah yang ketara dalam keputusan peperiksaan mereka.

Antara kesalahan yang biasanya pelajar lakukan ialah kesalahan pemahaman, kesalahan pengertian, kesalahan transformasi, kesalahan dalam proses kemahiran dan kesalahan penyusunan atau kecuaian. Metodologi kajian Hasliza dan Faridah ini daripada 215 skrip jawapan pelajar yang mengambil peperiksaan akhir bagi subjek Matematik Kejuruteraan 3, yang mana mereka mengasingkan skrip jawapan pelajar yang tidak menjawab soalan 3. Baki skrip jawapan pelajar yang menjawab soalan 3 pula dianalisis bagi mengenalpasti kesilapan dan seterusnya disenaraikan dengan kaedah gundalan, secara kuantitatif.

Hasil kajian Hasliza dan Faridah (2014) mendapati hampir 90% pelajar memilih untuk menjawab soalan 3. Namun, mereka tidak mendapat markah yang penuh kerana kesalahan tidak menukar mod radian pada kalkulator kerana fungsi yang diberikan adalah fungsi trigonometri, kesalahan melibatkan kuasa pada fungsi yang mempunyai kuasa negatif dengan tidak memasukkan tanda kurungan pada kalkulator, dan juga kelemahan kemahiran asas iaitu operasi tambah, tolak, darab dan bahagi, atas faktor kecuaian dan masa semasa menjawab soalan.

Kajian dari Yuzita, Wester dan Steinberg (2012) tentang prototaip pakej pembelajaran berbantu Komputer Pembelajaran Interaktif iaitu Mathematica Enhanced Vector Calculus (ILMEV) bagi membantu memahami teori dan aplikasi pengamiran untuk kalkulus vektor bagi pengamiran terhadap rantau satah dalam kalangan pelajar. Kajian ini berdasarkan algoritma CAD yang dipermudah bagi menyusut kamiran yang terdapat dalam kalkulus vektor kepada jumlah kamiran lelaran. Kemudian, pengiraan dilakukan oleh Mathematica bagi membolehkan pelajar mengira secara interaktif dalam penyelesaian bentuk tertutup kepada contoh dua dimensi yang terdapat dalam buku teks dengan menggunakan antara muka ILMEV. ILMEV dibangunkan berasaskan prinsip panduan pedagogi iaitu interaktiviti, visualisasi, ujikaji, prinsip kotak putih/kotak hitam, kepelbagaian perwakilan dan teknik langkah demi langkah berserta penjelasan.

Sampel kajian yang digunakan mereka adalah kalangan pelajar yang baru sahaja tamat mengambil kurikulum matematik ketika di Sekolah Menengah Atas dalam subjek kalkulus, aljabar, geometri dan trigonometri. Kandungan kursus adalah berdasarkan buku teks yang ditulis oleh Davis dan Snider pada tahun 1995. Kalkulus vektor dipilih dalam kajian mereka kerana subjek ini kritikal bagi menyelesaikan masalah dalam bidang kejuruteraan dan sains. Keputusan kajian Yuzita, Wester dan Steinberg mendapati pengkaji perlu menyemak semula versi semasa ILMEV berdasarkan tindak balas pelajar dan cadangan daripada rakan mereka terhadap ILMEV.

Seterusnya, Nourooz et al (2019) membuat kajian ke atas 63 orang pelajar lepasan ijazah mengenai sebab kesukaran yang dialami pelajar dalam menyelesaikan masalah pembezaan dan kamiran berdasarkan pendekatan pemikiran matematik. Ujian yang mengandungi sembilan masalah, iaitu enam daripadanya ialah masalah pembezaan dan selebihnya daripada masalah kamiran diberikan kepada pelajar dan hasilnya dianalisis dengan kaedah kuantitatif dan kualitatif. Dalam hal ini pengkaji hanya menumpukan kepada soalan kamiran yang dianalisis secara kualitatif untuk mengenal pasti sebab-sebab mengapa dan bagaimana pelajar boleh atau menghadapi kesukaran dalam menyelesaikan masalah kamiran.

Hasil kajian Nourooz et al (2019) menunjukkan bahawa markah pelajar dalam menyelesaikan soalan-soalan ini berada pada tahap rendah. Pelajar itu sendiri tidak dapat menentukan kaedah proses penyelesaian masalah yang sesuai digunakan semasa menyelesaikan masalah kamiran. Selain itu, faktor lain yang menyebabkan kesukaran bagi pelajar ini adalah kelemahan mereka memahami dan menyelesaikan masalah umum dalam proses penyelesaian masalah. Kelemahan ini agak ketara apabila mereka menggunakan teorem asas kalkulus dalam menyelesaikan masalah tanpa membuat hubungan atau perkaitan dengan contoh soalan yang diberi. Nourooz et al (2019) telah menyenaraikan terdapat tiga faktor utama yang menyebabkan kesukaran pelajar menyelesaikan masalah kamiran. Faktor pertama ialah ketidakupayaan mereka untuk menggunakan kerangka penyelesaian masalah yang sesuai. Faktor yang kedua pula, kelemahan pelajar untuk menggunakan pengetahuan yang sedia ada dalam menyelesaikan masalah baru yang berlaku berulang kali seperti mereka tidak dapat menggunakan sifat bagi fungsi, pembatasan, aplikasi bagi batasan, pembezaan dan penggunaannya untuk menyelesaikan masalah kamiran. Akhirnya, pelajar menghadapi kesukaran ketika mereka diminta untuk menyelesaikan masalah dalam bentuk umum. Mereka juga didapati tidak dapat memberikan contoh khusus dan gagal membuat hubung kait antara masalah kamiran tersebut kepada bentuk umum.

Rumusan

Kajian literatur dan kajian lepas membekalkan beberapa maklumat pada pengkaji untuk dijadikan panduan dalam menjalankan kajian ini. Beberapa aspek dibincangkan dalam bab ini, yang mana dua daripadanya ialah teori kajian yang menerangkan tentang prinsip asas konstruktivisme radikal, dan definisi pemahaman menurut konstruktivisme radikal dan konstruktivisme sosial. Dalam perbincangan tersebut, konstruktivisme radikal didapati sesuai dijadikan landasan kajian berbanding konstruktivisme sosial kerana dapat membantu pengkaji dalam pengumpulan data bagi menjawab soalan kajian.

Selain itu, kajian lepas juga membekalkan maklumat bahawa terdapat pelbagai definisi bagi pengamiran tentu. Pada umumnya, definisi tersebut boleh dikategorikan kepada dua kumpulan berbeza, iaitu luas kawasan di bawah garis lengkung dan hasil tambah Riemann. Bagi kajian ini, definisi pengamiran tentu dalam kategori anti terbitan, persamaan y daripada fungsi kecerunan dy/dx, luas kawasan di bawah graf lengkung didapati lebih sesuai digunakan, pengamiran berangka yang mana pelajar perlu melakukan pembahagian selang pengamiran $[a, b]$ kepada beberapa trapezium yang setara, dan mencari hasil tambah luas kawasan bagi kesemua trapezium berdasarkan had yang ditetapkan.

Bab ini juga membekalkan kajian lepas membabitkan pemahaman bagi pengamiran tentu daripada enam subskonstruk yang digunakan pengkaji dalam kajian iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, komunikasi, dan penyelesaian masalah. Dalam perbincangan tersebut, pemahaman bagi pengamiran tentu daripada perspektif pelajar lepasan menengah didapati sesuai sebagai rangka kerja bagi kajian ini.

Kaedah pengumpulan data yang sesuai digunakan dalam kajian ini adalah berlandaskan kepada teori konstruktivisme radikal, yang mana melibatkan temu duga klinikal, pemerhatian dalam kelas, catatan ringkas dari pengkaji, dan beberapa nota dan imej yang dihasilkan pelajar lepasan menengah secara menyeluruh dalam pengamiran tentu yang merangkumi tujuh subkonstruk pemahaman iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, komunikasi, penaakulan dan penyelesaian masalah. Perbincangan seterusnya menjelaskan kajian secara terperinci tentang metodologi penyelidikan dalam Bab Tiga.

BAB 3: METODOLOGI KAJIAN

Pengenalan

Bab Tiga mengandungi lapan bahagian, iaitu pengenalan, reka bentuk kajian, populasi dan sampel, kaedah pengumpulan data, instrumentasi, kajian rintis, kaedah analisis data dan rumusan. Bahagian pengenalan mengandungi penerangan ringkas mengenai Bab Tiga. Dalam bahagian kedua pula iaitu reka bentuk kajian yang mana penyelidikan dan metodologi diterangkan. Kaedah pensampelan, lokasi, dan peserta dalam kajian ini diterangkan dalam bahagian yang ketiga. Seterusnya, penjelasan dan rasional bagi kaedah pengumpulan data dinyatakan dalam bahagian keempat. Kemudian, alat yang digunakan untuk mengumpul data pula dibincangkan dalam bahagian kelima. Dalam bahagian keenam, satu kajian rintis yang dijalankan dibincangkan, manakala bahagian ketujuh mengandungi penjelasan daripada kaedah analisis data. Akhir sekali, bahagian rumusan diterangkan sebagai ringkasan kandungan penting dalam Bab Tiga dan Bab Empat yang akan diperkenalkan.

Reka Bentuk Kajian

Kajian ini menggunakan kajian kes sebagai reka bentuk kajian. Pengkaji memilih kajian kes kerana ia akan memberi maklumat terperinci yang mana pembaca dapat memahami isu yang dibentangkan, dan penyelesaian yang dicadangkan selepas berlakunya proses berfikir dan menganalisis maklumat. Merriam (2009) menyatakan bahawa kajian kes merupakan suatu penerangan dan analisi yang mendalam dalam sistem yang terbatas yang mana beberapa fenomena, program, kumpulan, institusi, masyarakat, atau dasar yang khusus. Bagi Stake (1995) pula, terdapat dua kegunaan utama kajian kes, iaitu mendapatkan deskripsi dan tafsiran dari orang lain. Jadi, pengkaji membuat keputusan untuk memilih kajian kes, kerana ia akan menjadi berguna untuk memberikan penjelasan mengenai keterangan pelajar, yang mana boleh membantu pengkaji memperkayakan data bagi menjawab soalan kajian.

Terdapat beberapa sebab rasional pengkaji memilih kajian kes sebagai reka bentuk kajian. Pendekatan kajian kes adalah kaedah berbentuk fleksibel dalam penyelidikan pendidikan. Oleh kerana reka bentuk kajian menekankan penerokaan dan bukan preskripsi atau ramalan, pengkaji agak bebas untuk menemui dan menangani isu pengamiran tentu yang timbul dalam kajian ini. Menurut Merriam (2009), kajian kes adalah pelan yang terbaik untuk menjawab soalan kajian yang mana ia menawarkan pandangan dan menerangkan makna yang mengembangkan pengalaman pembacanya. Di samping itu, kajian kes membolehkan pengkaji memulakan kajian dengan soalan yang luas dan membawa mereka kepada fokus yang menuju pada pembangunan kajian. Stake (1995) menyatakan penting bagi pengkaji mendapatkan maksud bagi setiap kata-kata daripada peserta kajian, dengan membina dan mengolah maksud tersebut mengikut ketepatan dan gaya daripada peserta kajian tersebut. Terdapat beberapa peringkat soalan yang boleh dibuat dengan menggunakan kajian kes. Bagi Yin (2009) menyatakan soalan berasaskan pada aras 1: soalan tertentu yang ditanya penemuduga, aras 2: soalan yang meminta kes individu, aras 3: soalan yang meminta penemuan corak di beberapa kes, aras 4: soalan yang bertanya kepada keseluruhan kajian, dan akhir sekali aras 5: soalan normatif tentang dasar cadangan dan kesimpulan. Kajian kes menyediakan pengkaji dengan perspektif yang lebih menyeluruh (Fraenkel dan Wallen, 2005). Dalam erti kata lain, kajian kes membantu pengkaji untuk mengumpul maklumat secara mendalam mengenai pemahaman pelajar pengamiran tentu secara terperinci. Selain itu, ia menyediakan beberapa contoh yang berguna untuk menggambarkan idea atau jawapan yang diberi oleh pelajar.

Dengan satu percubaan untuk memahami sebanyak mungkin mengenai perkara ini, Stake (1995) dan Merriam (2009) berpendapat kajian kes memerlukan pengkaji mengambil masa dan ruang yang mencukupi untuk membuat huraian data yang padat yang mana maklumat yang diperolehi adalah berdasarkan kepada konteks tertentu yang boleh memberikan kajian lebih mendalam. Penekanan ini boleh membantu merapatkan jurang antara abstrak dan konkrit dalam amalan penyelidikan dengan membenarkan pengkaji untuk membandingkan pemerhatian beliau dengan keputusan yang diperolehi dengan kaedah penyelidikan yang lain.

Terdapat juga beberapa kekangan ketika pengkaji memutuskan untuk menggunakan reka bentuk kajian ini. Hasil mungkin tidak boleh menjadi umum kepada populasi. Jadi, ia adalah sukar untuk menguji kesahihan dan jarang menawarkan penyelesaian preskripsi. Pendek kata, kajian kes bergantung kepada satu atau beberapa mata pelajaran sebagai asas untuk membuat risiko kesimpulan yang terlalu banyak dari apa yang mungkin berlaku sebenarnya, mungkin mengambil masa yang lama dan hasilnya berbentuk data yang besar, yang mana memerlukan pengkaji menguasai selok belok isu kajian tersebut dan juga mempunyai kesabaran dan dedikasi untuk mengumpul data dengan teliti dan adil.

Dalam kajian ini, pengkaji telah membuat beberapa tindakan yang berpadanan dengan keperluan kajian untuk meminimumkan beberapa kelemahan dari kajian kes dengan berbincang dengan penyelia sendiri dan mendapatkan beberapa pendapat dan pandangan dari pakar atau pensyarah matematik. Ini bertujuan mengelakkan berlakunya akan maklumat yang berat sebelah kepada pengkaji, yang mana melibatkan isu kebolehpercayaan, kesahan dan generalisasi, daripada dapatan kajian yang diperolehi.

Populasi dan Kaedah Persampelan

Pengkaji telah mengambil inisiatif untuk mengkaji kesukaran mempelajari pengamiran tentu dalam kalangan pelajar diploma di institusi pengajian tinggi teknikal, terutamanya mereka yang mengikuti bidang kejuruteraan teknikal. Cara pelajar mewakili dan memberi hujah dalam memahami konsep pengamiran tentu, yang mana mereka akan membina pemahaman sebelum menemui pengetahuan dan aktiviti, dan bagaimana mereka menjadikan ia suatu salah faham merupakan perkara yang amat penting dalam pendidikan matematik. Kajian ini akan dilakukan pada semester kedua pelajar dalam kejuruteraan diploma, yang akan menjadi jurutera muda dan secara tidak langsung mencuba untuk beraspirasi dengan Kementerian Pengajian Tinggi Malaysia dalam melahirkan pelajar yang kreatif dan inovatif. Peserta kajian yang dipilih adalah enam orang pelajar sahaja yang akan ditemu duga.

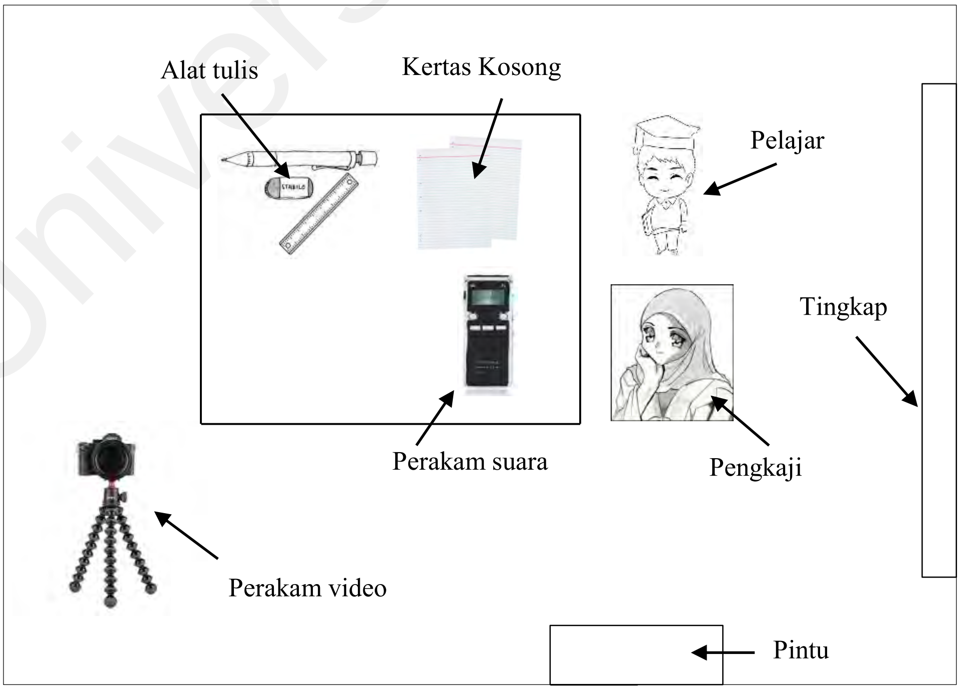
Kaedah pemilihan peserta kajian adalah mengikut cara persampelan bertujuan. Merriam (2009) menjelaskan, pensampelan yang penuh bermakna adalah suatu andaian yang dibuat oleh pengkaji, yang mahukan penemuan secara mendalam, memahami, dan mereka mesti memilih peserta kajian yang boleh dipelajari. Di samping itu, pengkaji boleh memilih satu jenis persampelan bertujuan, yang mana menunjukkan bahawa pelajar lepasan menengah boleh mewakili pelbagai ciri yang menarik daripada pelajar lain (Merriam, 2009). Persampelan bertujuan adalah sejenis kaedah pensampelan yang mana pengkaji menggunakan pertimbangan mereka untuk memilih peserta kajian yang mereka percaya mempunyai potensi berdasarkan maklumat sedia ada untuk menyediakan data yang mereka perlukan (Fraenkel dan Wallen, 2005). Peserta kajian mempunyai berbeza keupayaan berdasarkan klasifikasi prestasi kalkulus oleh pensyarah. Pemilihan peserta kajian adalah berdasarkan kepada budi bicara Ketua Seksyen Pengajian Am yang menyediakan sekumpulan pelajar yang boleh dipilih dari pelbagai latar belakang dan kesanggupan mereka ditemu duga oleh pengkaji. Tujuan peserta kajian ini dipilih kerana mereka telah mempelajari pengamiran tentu semasa berada dalam semester kedua pengajian. Sekumpulan pelajar yang disediakan untuk kajian ini juga atas persetujuan daripada Ketua Jabatan Pengajian Am berkenaan. Beliau mencadangkan pengkaji supaya berunding dengan Penyelaras Matematik yang mengajar kursus kalkulus pada peringkat lepasan menengah. Selepas perbincangan dibuat antara pengkaji dan penyelaras matematik, beliau telah mencadangkan tahap semester bagi sekumpulan pelajar yang boleh dipilih pengkaji untuk dikaji dan ditemu duga. Kriteria pemilihan peserta kajian juga membabitkan kesanggupan mereka untuk terlibat dalam kajian ini.

Latar belakang peserta kajian yang dipilih adalah variasi maksimum, yang mana pelbagai dan berbeza dari segi sosio ekonomi keluarga serta keaktifan mereka dalam pembelajaran di kelas matematik bagi memperkayakan dapatan kajian. Sebelum ini, pengkaji memerhati keupayaan sekumpulan pelajar yang dicadangkan oleh penyelaras matematik dengan teliti selama seminggu. Pemerhatian dilakukan dengan merekodkan semua aktiviti, tingkah laku dan tindakan setiap peserta kajian yang dipilih semasa sesi temu duga dijalankan melalui perakam suara dan perakam video.

Kaedah Pengumpulan Data

Data kajian ini adalah dari jenis data kualitatif. Dalam data kualitatif terdapat beberapa kaedah pengumpulan data yang digunakan oleh pengkaji, yang mana empat daripadanya berkaitan dengan temu duga klinikal, pemerhatian dalam kelas, catatan yang dibuat oleh pengkaji, dan beberapa nota dan imej yang dibuat oleh peserta kajian. Kajian kes melibatkan temu duga klinikal yang terdiri daripada tiga komponen, iaitu borang maklumat diri, pemerhatian dan penilaian. Pengkaji mengumpul data melalui temu duga klinikal, pemerhatian ke atas peserta kajian dan penggunaan dokumen oleh peserta kajian dan pengkaji dalam kajian ini. Pengkaji menemuduga peserta kajian secara individu dalam kelas yang dikhaskan semata-mata untuk tujuan kajian. Keadaan fizikal yang disediakan adalah sebuah meja, dua buah kerusi, dan perakam suara serta perakam video untuk merakam tingkah laku pelajar seperti dalam Rajah 3.1.

Setiap temu duga akan direkodkan dengan menggunakan perakam video yang digunakan untuk mengambil gambar. Sebelum temu duga, rundingan antara pengkaji dengan peserta kajian dibuat untuk mengumpul maklumat peribadi mereka, seperti tarikh lahir, bilangan adik beradik dan minat mereka dalam kalkulus, terutamanya pengamiran tentu bagi membina suasana yang harmoni dan selesa terutamanya bagi pelajar. Mereka perlu ditemu duga dalam keadaan suasana yang harmoni dan tenang, tetapi adakalanya mereka berasa sedikit resah jika mereka tahu bahawa suara mereka direkodkan.



Rajah 3.1: Pelan Kedudukan Menjalankan Temu Duga Klinikal

Peserta kajian yang terlibat akan dipanggil dan dijemput menuju ke kelas khas yang disediakan untuk kajian ini. Dalam pada itu, mereka terbayang suasana kelas khas yang berbeza daripada kelas lain. Apabila mereka memasuki bilik itu, mereka akan diletakkan di tempat duduk yang disediakan pengkaji. Setiap temu duga yang dijalankan akan mengambil kira-kira 30 hingga 50 minit bergantung kepada tindak balas peserta kajian. Soalan temu duga dikemukakan pengkaji berdasarkan kepada pemikiran, jawapan, hujah dan tingkah laku mereka. Soalan temu duga tambahan akan diberikan pengkaji sekiranya perlu, mengikut keperluan keadaan bagi mendapatkan keterangan yang boleh digunapakai pengkaji bagi memahami maksud yang sebenarnya dinyatakan oleh peserta kajian atas tujuan memurnikan cara penulisan kajian ini.

Instrumentasi

Instrumen Kajian. Instrumen bagi kajian ini melibatkan tiga rancangan temu duga yang diadaptasi daripada kajian Rosken & Rolka (2007) yang mana mengkaji peranan konsep imej dan konsep definisi bagi pelajar yang mempelajari kalkulus pengamiran, serta kajian daripada Jones (2010) yang mana mengkaji pemahaman pelajar tentang pengamiran dan bagaimana pengetahuan tersebut diaplikasikan dalam bidang fizik dan kejuruteraan. Instrumentasi kajian ini diadaptasi dengan campuran tiga jenis item, iaitu item yang baru dibina, item yang diadaptasikan, dan item yang diolah secara keseluruhannya. Tiga rancangan temu duga tersebut dibahagikan kepada beberapa komponen yang dikemukakan kepada peserta kajian, berhubung dengan pemahaman mereka yang membabitkan subskonstruk pemahaman iaitu gambaran mental, cara mereka membuat perwakilan, penerangan makna, cara mereka membuat hubung kait dan memberi penaakulan, cara mereka berkomunikasi, dan membuat penyelesaian masalah tentang pengamiran tentu. Protokol bagi tiga rancangan temu duga adalah pada Jadual 3.1.

Jadual 3.1

Protokol bagi Tiga Rancangan Temu Duga

Protokol	Tugasan dan Subtugasan	Penerangan
Temu Duga Pertama		
1.1	Gambaran mental tentang pengamiran tentu	Pelajar dapat memberi gambaran mental tentang pengamiran tentu
1.2	Gambaran mental tentang simbol pengamiran tentu	Pelajar dapat mengenalpasti gambaran mental tentang simbol pengamiran tentu
1.3	Gambaran mental tentang simbol pengamiran tentu pada paksi-*x* $_a\int^b f(x)\, dx$ $_a\int^b$ $f(x)$	Simbol pengamiran tentu pada paksi-*x* • Simbol kamiran yang dibatasi oleh had atas dan had bawah pada paksi-*x* • Selang garis nyata, dari $x = a$ hingga $x = b$. • Fungsi $f(x)$ dan simbol dx
1.4	Gambaran mental tentang simbol pengamiran tentu pada paksi-*y* $\int^d f(y)\, dy$ $f(y)$ $_c\int^d$ dy	Simbol pengamiran tentu pada paksi-*y*. • Fungsi $f(y)$ • Simbol had atas dan had bawah pada paksi-*y*. • Selang garis nyata, dari $y = c$ hingga $y = d$. Simbol dy
2.1	Perwakilan tentang pengamiran tentu pada paksi-*x*	Pelajar dapat membuat perwakilan tentang simbol pada pengamiran tentu pada paksi-*x*. • Mewakilkan simbol pengamiran tentu $_a\int^b f(x)\, dx$ • Mewakilkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x*.
2.2	Perwakilan tentang pengamiran tentu pada paksi-*y*	Pelajar dapat membuat perwakilan tentang simbol pada pengamiran tentu pada paksi-*y*.

Jadual 3.1 (Sambungan)

Protokol	Tugasan dan Subtugasan	Penerangan
		• Mewakilkan simbol pengamiran tentu $_c\int^d f(y)\ dy$ • Mewakilkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y*.
2.3	Perwakilan tentang hasil tambah ketakterhinggaan	Pelajar dapat membuat perwakilan tentang hasil tambah bagi luas kawasan beberapa trapezium di bawah graf lengkung. • Mewakilkan beberapa bentuk trapezium di bawah graf lengkung • Mencari penjumlahan luas kawasan trapezium di bawah graf lengkung
Temu Duga Kedua		
3.1	Makna bagi pengamiran tentu.	Pelajar dapat memahami makna dan membuat perwakilan bagi suatu contoh kamiran dalam pengamiran tentu.
3.2	Makna bagi contoh soalan pengamiran tentu pada paksi-*x*	Makna bagi suatu fungsi kamiran yang diberi pada paksi-*x*.
3.3	Makna bagi contoh soalan pengamiran tentu pada paksi-*y*	Makna bagi suatu fungsi kamiran yang diberi pada paksi-*y*
4.1	Penaakulan pengamiran tentu pada satah-*xy*.	Pelajar dapat mencari persamaan dan perbandingan pengamiran tentu pada satah-*xy*.
4.2	Penaakulan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x*.	Pelajar dapat membuat hubung kait dan memberi tafsiran antara pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x*.
4.3	Penaakulan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y*.	Pelajar dapat membuat hubung kait dan memberi tafsiran antara pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y*

Jadual 3.1 (Sambungan)

Protokol	Tugasan dan Subtugasan	Penerangan
Temu Duga Ketiga		
5.1	Komunikasi tentang pengamiran tentu	Pelajar dapat menceritakan tentang pengamiran tentu kepada rakannya yang tidak dapat menghadiri ke kelas pengamiran. • Konsep dan definisi pengamiran tentu dan pengamiran tak tentu.
5.2	Komunikasi tentang luas kawasan di bawah graf lengkung	Pelajar dapat menceritakan tentang pengamiran tentu kepada rakannya yang tidak dapat menghadiri ke kelas pengamiran. • Konsep luas kawasan di bawah graf lengkung • Konsep mencari hasil tambah bagi luas kawasan bagi beberapa bentuk trapezium.
5.3	Komunikasi tentang cara menyelesaikan pengamiran tentu	Pelajar dapat menceritakan tentang penyelesaian masalah bagi soalan pengamiran tentu kepada rakannya yang tidak dapat menghadiri ke kelas pengamiran.
6.1	Penyelesaian masalah menggunakan rumus kamiran x^n pada paksi-x.	Pelajar dapat menyelesaikan soalan pengamiran tertentu menggunakan rumus kamiran x^n pada paksi-x.
6.2	Penyelesaian masalah menggunakan rumus kamiran x^n pada paksi-y	Pelajar dapat menyelesaikan soalan pengamiran tertentu menggunakan rumus kamiran x^n pada paksi-y.
6.3	Menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan menggunakan hasil tambah ketakterhinggaan pada paksi-x	Pelajar mencari hasil tambah ketakterhinggaan dengan melukis beberapa bentuk trapezium di bawah graf lengkung pada paksi-x.
6.4	Menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan menggunakan hasil tambah ketakterhinggaan pada paksi-y	Pelajar mencari hasil tambah ketakterhinggaan dengan melukis beberapa bentuk trapezium di bawah graf lengkung pada paksi-y.
6.5	Menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan menggunakan luas kawasan di bawah graf lengkung yang diberi bagi menjawab soalan	Pelajar menggunakan luas kawasan di bawah graf lengkung bagi menjawab soalan pengamiran tentu

Seperti yang dinyatakan sebelum ini, terdapat tiga rancangan temu duga klinikal yang dilaksanakan dalam kajian ini. Temu duga klinikal dilaksanakan secara berbeza bagi setiap sesi temu duga berdasarkan fokus masing-masing. Setiap temu duga klinikal yang dijalankan mengikut jadual yang dipersetujui oleh peserta kajian, pengkaji, dan pihak institusi itu sendiri. Langkah-langkah pembangunan rancangan temu duga klinikal ini meliputi pembinaan soalan rutin dan bukan rutin yang terdapat dari kajian literatur, dan ubahsuaian daripada soalan-soalan lazim pengamiran kalkulus peringkat lepasan menengah pengesahan dari pakar-pakar matematik, dan melakukan kajian rintis bagi mendapatkan kesahan dan kebolehpercayaan data. Skema jalan kerja juga atas rujukan daripada pakar-pakar matematik yang mempunyai lebih dari 10 tahun berpengalaman dalam mengajar topik pengamiran tentu pada peringkat lepasan menengah. Berikut adalah keterangan mengenai setiap rancangan temu duga yang dirangka oleh pengkaji:

Rancangan Temu Duga Satu. Rancangan Temu duga Satu mempunyai dua bahagian utama yang perlu dilakukan oleh peserta kajian, yang merangkumi empat subtugasan dalam gambaran mental, dan tiga subtugasan dalam perwakilan peserta kajian tentang pengamiran tentu. Ia bertujuan untuk mengenal pasti gambaran mental yang dimiliki dan cara perwakilan yang dibuat oleh pelajar lepasan menengah mengenai pengamiran tentu. Dalam Protokol 1.1, ia dibina agar peserta kajian dapat memberi gambaran mental dan tafsiran tentang pengamiran tentu. Disusuli pula oleh peserta kajian diminta untuk menyatakan gambaran mental terhadap simbol pengamiran tentu dalam Protokol 1.2. Perincian dalam memberi gambaran mental tentang simbol pengamiran tentu ini dilakukan pada Protokol 1.3 iaitu peserta kajian boleh membuat penjelasan lisan sebanyak mungkin mengenai simbol pengamiran tentu pada satah-x, iaitu ${}_a\int^b f(x)\ dx$ yang dibahagikan kepada empat kategori iaitu simbol kamiran yang dibatasi oleh had atas dan had bawah pada paksi-*x*, selang garis sempadan dari $x = a$ sehingga $x = b$, simbol bagi fungsi $f(x)$, dan simbol pada paksi-*x* iaitu dx. Akhir sekali pada Protokol 1.4, peserta kajian diminta untuk memberi gambaran mental tentang simbol pengamiran tentu pada paksi-*y* iaitu iaitu ${}_c\int^d f(y)\, dy$. Mereka diminta membuat gambaran terperinci mengenai simbol bagi fungsi $f(y)$, simbol had atas dan had bawah pada paksi-*y*, selang garis sempadan dari $y = c$ sehingga $y = d$, dan simbol pada paksi-*y* iaitu dy.

Dalam bahagian kedua pula, dari Protokol 2.1, peserta kajian dikehendaki menunjukkan cara mereka membuat perwakilan tentang pengamiran tentu pada paksi-x yang merangkumi simbol pengamiran tentu pada paksi-*x*. terdapat dua kategori yang ditanya pengkaji dalam subtugasan ini kepada peserta kajian iaitu cara mereka mewakilkan simbol pengamiran tentu, iaitu ${}_a\int^b f(x)\, dx$, dan cara mereka mewakilkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x*. Pada Protokol 2.2, pengkaji meminta peserta kajian memberi perwakilan tentang pengamiran tentu pada paksi-*y*, yang merangkumi dua kategori iaitu cara mereka mewakilkan simbol pengamiran tentu, iaitu ${}_c\int^d f(y)\, dy$, dan cara mereka mewakilkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y*. Akhir sekali, dalam Protokol 2.3, peserta kajian diminta membuat perwakilan tentang hasil tambah ketakterhinggaan dengan membuat perwakilan tentang mencari penjumlahan bagi luas kawasan beberapa bentuk trapezium di bawah graf lengkung. Terdapat dua kategori bagi protokol ini yang diminta pengkaji untuk peserta kajian lakukan iaitu cara mereka mewakilkan beberapa bentuk trapezium di bawah graf lengkung, dan cara mereka mencari hasil tambah bagi kesemua bentuk trapezium yang dilukis di bawah graf lengkung tersebut.

Rancangan Temu Duga Dua. Rancangan Temu duga Satu mempunyai dua bahagian utama yang perlu dilakukan oleh peserta kajian, yang merangkumi tiga subtugasan dalam makna, dan tiga subtugasan dalam penaakulan yang diberi peserta kajian tentang pengamiran tentu. Rancangan ini bertujuan untuk mengenal pasti makna dan penaakulan yang diberikan peserta kajian tentang pengamiran tentu. Dalam Protokol 3.1, peserta kajian diminta pengkaji untuk memberi makna tentang pengamiran tentu. Pengkaji memberi contoh kamiran tentu dan meminta peserta kajian memahami dan seterusnya memberi makna dan membuat perwakilan bagi contoh tersebut. Selain itu, dalam Protokol 3.2 pula, pengkaji turut memberi contoh soalan pengamiran tentu dan peserta kajian dikehendaki memberi makna tentang contoh tersebut berdasarkan pada paksi-x. Akhir sekali, pada Protokol 3.3, contoh kamiran tentu pada paksi-y pula diberi oleh pengkaji dan meminta perserta kajian untuk memberi makna tentang contoh tersebut berdasarkan pada paksi-y.

Seterusnya, bagi Protokol 4.1, peserta kajian diminta pengkaji untuk membuat penaakulan tentang pengamiran tentu pada satah-xy. Peserta kajian dikehendaki mencari persamaan dan perbezaan dengan membandingkan pengamiran tentu pada satah-xy. Dalam Protokol 4.2 pula, Di samping itu, mereka juga diminta membuat penaakulan antara simbol pengamiran tentu dengan konsep mencari luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-x. Dalam hal ini, mereka dikehendaki membuat penaakulan dengan memberi tafsiran antara pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-x. Hal yang sama juga berlaku pada Protokol 4.3, yang mana peserta kajian dikehendaki membuat penaakulan antara pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-y. Dalam hal ini, mereka diminta pengkaji untuk memberi tafsiran antara keduanya.

Rancangan Temu Duga Tiga. Dalam Rancangan Temu Duga Tiga mempunyai dua bahagian utama yang direka pengkaji iaitu cara peserta kajian berkomunikasi tentang pengamiran tentu, dan cara mereka menyelesaikan masalah pengamiran tentu, yang merangkumi tiga subtugasan dalam cara mereka berkomunikasi, dan lima subtugasan dalam penyelesaian masalah. Protokol 5.1 adalah melibatkan cara peserta kajian berkomunikasi dengan rakan mereka yang tidak dapat menghadiri kelas pengamiran. Mereka diminta untuk menceritakan konsep dan definisi mengenai pengamiran tentu dan pengamiran tak tentu. Seterusnya, mereka diminta menyatakan bagaimana cara berkomunikasi dengan rakan sekelas dengan memggunakan idea matematik mengenai pengamiran tentu termasuklah memberi pandangan secara lisan dan bukan lisan, membuat rujukan daripada buku teks matematik, menunjukkan jalan kerja atau aktiviti matematik, dan menggunakan alat teknologi dalam pembelajaran matematik (Nik Azis, 2014). Dalam Protokol 5.2 pula, melibatkan komunikasi peserta kajian tentang luas kawasan di bawah graf lengkung. Dalam protocol ini, pelajar diminta menceritakan tentang pengamiran tentu kepada rakannya yang tidak dapat menghadiri ke kelas pengamiran akan konsep luas kawasan di bawah graf lengkung, dan konsep bagaimana mencari hasil tambah bagi luas kawasn setiap bentuk trapezium yang dilukis di bawah graf lengkung. Akhir sekali, Protokol 5.3 melibatkan komunikasi pelajar tentang cara menyelesaikan masalah pengamiran tentu, yang mana peserta kajian ini diminta menceritakan pada rakan mereka yang tidak dapat menghadiri kelas pengamiran akan bagaimana cara mereka menyelesaikan masalah bagi soalan pengamiran tentu yang diberi oleh pengkaji.

Bagi Protokol 6.1 pula melibatkan penyelesaian masalah bagi pengamiran tentu dengan menggunakan rumus kamiran x^n pada paksi-x. Ia direka untuk mengukur pengetahuan peserta kajian tentang cara mereka menyelesaikan masalah atau soalan pengamiran tentu dengan menggunakan rumus kamiran x^n pada paksi-x. Hal yang sama juga berlaku pada Protokol 6.2, tetapi melibatkan penyelesaian masalah dengan menggunakan rumus kamiran x^n pada paksi-y. Pengkaji meminta peserta kajian menunjukkan cara mereka menyelesaikan masalah bagi soalan pengamiran tentu dengan menggunakan rumus kamiran x^n pada paksi-y. Pada Protokol 6.3 pula, membabitkan cara peserta kajian menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan menggunakan hasil tambah ketakterhinggaan pada paksi-x. Dalam protokol ini, pelajar diminta untuk mencari hasil tambah ketakterhinggaan dengan melukis beberapa bentuk trapezium di bawah graf lengkung pada paksi-x. Peserta kajian juga diminta untuk menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan menggunakan hasil tambah ketakterhinggaan pada paksi-y dalam Protokol 6.4 dengan melukis beberapa bentuk trapezium di bawah graf lengkung pada paksi-y. Akhir sekali, pada Protokol 6.5, peserta kajian diminta untuk menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan menggunakan luas kawasan di bawah graf lengkung yang diberi bagi menjawab beberapa soalan yang ditanya oleh pengkaji. Cara mereka mewakilkan graf berdasarkan persamaan tertentu yang diberi, dan keupayaan mereka dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pengamiran tentu turut dikaji. Pengkaji mengandaikan bahawa cara mereka mewakilkan dan memberi hujah tentang pengamiran tentu boleh memberi panduan mengenai pemahaman mereka mengenai pengamiran tentu.

Kesahan dan Kebolehpercayaan Instrumen Kajian

Kajian Rintis. Bagi menangani kekurangan pada pembinaan instrumen sebelum temu duga sebenar dijalankan, pengkaji menjalankan kajian rintis bertujuan menentukan kesahan dan kebolehpercayaan instrumentasi kajian. Beberapa isu logistik iaitu kebolehbacaan, kecekapan, kebolehan, kesahan dan kebolehpercayaan, kepincangan, kejelasan, bias, dan kepraktisan. Kajian rintis telah dijalankan ke atas pelajar semester kedua yang seakan sama ciri-ciri peserta kajian dari institut teknikal yang lain, dan tidak melibatkan peserta kajian yang sebenar. Terdapat beberapa rasional dalam menjalankan kajian rintis. Kajian rintis dijalankan untuk membiasakan pengkaji dengan prosedur dan teknik menjalankan temu duga klinikal, untuk menguji kesesuaian instrumen diambil daripada kandungan dan bahasa yang digunakan, menganggarkan waktu untuk setiap rancangan temu duga, dan mendapatkan maklumat tentang kemungkinan tindak balas bagi setiap soalan yang diajukan supaya penstrukturan ayat pada soalan yang tidak berkaitan, sukar untuk difahami, kabur dan kurang stabil dapat dikeluarkan pengkaji. Dengan ini, soalan penambah baikan boleh dirancang dengan betul dan teliti oleh pengkaji bagi meningkatkan kebolehpercayaan pada instrumen kajian ini.

Keputusan kajian rintis yang diperolehi pengkaji merangkumi sebuah rumusan yang dilakukan ke atas pelajar lepasan menengah dari institusi pengajian tinggi swasta yang lain mengenai pemahaman mereka dalam mempelajari topik pengamiran tentu, iaitu cara mereka memberikan gambaran mental tentang pengamiran tentu, cara mereka membuat perwakilan mengenai pengamiran tentu, cara mereka menyatakan apakah makna bagi pengamiran tentu, cara mereka membuat penaakulan antara pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf, dan hasil tambah ketakterhinggaan, cara mereka berkomunikasi dengan rakan yang tidak dapat menghadiri ke kelas pada hari topik pengamiran tentu diajar pensyarah, dan cara mereka menyelesaikan masalah yang melibatkan situasi pengamiran tentu. Pengkaji telah melakukan beberapa penambah baikan dalam Jadual 3.2 bagi tujuan memurnikan lagi instrumen kajian yang sedia ada agar dapat memberi hasil kajian yang padat dan terperinci seperti yang dikehendaki pengkaji.

Jadual 3.2

Penambah Baikan Soalan daripada Kajian Rintis

Tugasan Asal	Tugasan Penambah baikan
1.1 Gambaran mental tentang pengamiran tentu • Apakah yang kamu boleh gambarkan mengenai pengamiran tentu? • Mengapakah kamu memberi gambaran seperti itu mengenai pengamiran tentu?	• Apakah bentuk atau simbol yang menentukan soalan itu adalah pengamiran tentu? • Apakah bentuk atau simbol yang menentukan soalan itu adalah pengamiran tak tentu? • Apakah perkaitan antara simbol pengamiran tentu dengan simbol pengamiran tak tentu? • Apakah perbezaan antara simbol pengamiran tentu dengan simbol pengamiran tak tentu?
1.2 Gambaran mental tentang simbol pengamiran tentu 1. Nyatakan apakah simbol pengamiran tentu? 2. Apakah yang boleh kamu gambarkan mengenai simbol $\int$?	• Jelaskan apa yang kamu gambarkan tentang simbol pengamiran tentu? • Apa yang kamu boleh gambarkan simbol $\int$?
1.3 Gambaran mental tentang simbol pengamiran tentu pada paksi-*x* 1. Berikan maksud simbol ${}_a\int^b$? • Apakah beza antara simbol $\int$ dengan simbol ${}_a\int^b$? • Mengapakah simbol $\int$ tiada *a* dan *b*? • Mengapakah simbol ${}_a\int^b$ mempunyai *a* dan *b*? 2. Apakah yang kamu boleh gambarkan dengan simbol $f(x)$? 3. Apakah yang kamu boleh gambarkan mengenai simbol *dx*?	• Apakah yang kamu boleh gambarkan tentang simbol ${}_a\int^b$? • Beri gambaran simbol $f(x)$ ada dalam pengamiran tentu? • Kenapa ada simbol *dx* dalam pengamiran tentu? • Apa kena mengena simbol *dx* dengan *a* dan *b*?
1.4 Gambaran mental tentang simbol pengamiran tentu pada paksi-*y* 1. Berikan maksud simbol ${}_c\int^d$? 2. Apakah yang kamu boleh gambarkan dengan simbol $f(y)$? 3. Apakah yang kamu boleh gambarkan mengenai simbol *dy*?	• Apakah yang kamu bole gambarkan tentang simbol ${}_c\int^d$ pada paksi-*y*? • Apa itu simbol $f(y)$? • Apakah tujuan simbol $f(y)$ ada dalam pengamiran tentu? • Berikan contoh simbol $f(y)$ yang kamu tahu? • Kenapa ada simbol *dy* dalam pengamiran tentu? • Apa kena mengena simbol *dy* dengan *c* dan *d*?

Jadual 3.2 (Sambungan)

	Tugasan Asal	Tugasan Penambah baikan
2.1	Perwakilan tentang pengamiran tentu pada paksi-*x*.	
	1. Bagaimanakah simbol $\int_a^b f(x)\,dx$ diwakilkan dalam bentuk lukisan atau graf? 2. Mengapa kamu melukis graf ini?	• Beri satu contoh lakaran $f(x)$ yang kamu tahu? • Apa hubung kait graf yang kamu lukis ini dengan simbol pengamiran tentu?
2.2	Perwakilan tentang pengamiran tentu pada paksi-*y*.	
	1. Bagaimanakah simbol $\int_c^d f(y)\,dy$ diwakilkan dalam bentuk lukisan atau graf? 2. Mengapa kamu melukis graf ini?	• Beri satu contoh lakaran $f(y)$ yang kamu tahu? • Apa hubung kait graf yang kamu lukis ini dengan simbol pengamiran tentu?
2.3	Perwakilan tentang hasil tambah ketakterhinggaan	
	1. Bagaimanakah kamu mencari luas kawasan di bawah graf lengkung yang kamu lukis? • Apakah yang kamu lakukan untuk mencari luas kawasan daripada graf yang kamu lukis ini?	
3.1	Makna tentang pengamiran tentu 1. Apakah yang kamu dapat lihat dan tafsirkan daripada dua contoh soalan pengamiran tentu yang diberi?	• Apakah maksud pengamiran tentu pada pandangan kamu?
3.2	Makna tentang pengamiran tentu pada paksi-*x*	
3.3	Makna tentang pengamiran tentu pada paksi-*y*	
3.4	Makna luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x*	• Jelaskan apa yang kamu boleh katakan tentang simbol pengamiran tentu pada paksi-*x* dengan simbol pengamiran tentu pada paksi-*y*?
3.5	Makna luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y*	
4.1	Penaakulan pengamiran tentu pada satah-*xy* 1. Apakah gambaran yang kamu boleh berikan antara simbol pengamiran tentu pada satah-*xy*?	
4.2	Penaakulan antara pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x* 1. Bagaimana kamu mencari luas kawasan di bawah graf lengkung bagi contoh soalan pengamiran yang diberi yang dibatasi oleh paksi-*x*? 2. Bagaimana pula dari segi simbolnya?	• Terangkan tentang hasil tambah ketakterhinggaan bagi mencari luas kawasan di bawah graf lengkung bagi contoh soalan pengamiran yang diberi yang dibatasi oleh paksi-*x*? • Bagaimanakah kamu melukis beberapa trapezium dalam graf ini?

Jadual 3.2 (Sambungan)

Tugasan Asal	Tugasan Penambah baikan
4.3 Penaakulan antara pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x* 3. Bagaimana kamu mencari luas kawasan di bawah graf lengkung bagi contoh soalan pengamiran yang diberi yang dibatasi oleh paksi-*x*?	
4. Bagaimana pula dari segi simbolnya?	• Terangkan tentang hasil tambah ketakterhinggaan bagi mencari luas kawasan di bawah graf lengkung bagi contoh soalan pengamiran yang diberi yang dibatasi oleh paksi-*y*?
4.4 Penaakulan antara pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y* 1. Bagaimana kamu mencari luas kawasan di bawah graf lengkung bagi contoh soalan pengamiran yang diberi yang dibatasi oleh paksi-*y*?	• Bagaimanakah kamu melukis beberapa trapezium dalam graf ini? • Bagaimana kamu nak terangkan tentang pengamiran tentu kepada rakan kamu yang tidak dapat hadir ke kelas pengamiran tentu?
2. Bagaimana pula dari segi simbolnya?	
5.1 Komunikasi mengenai pengamiran tentu 1. Katakan rakan kamu tidak dapat menghadiri kelas pengamiran, dan jika anda ingin menerangkan tentang pengamiran kepada rakan anda, apa yang anda akan beritahu dia?	• Apakah yang perlu kamu lakukan apabila diminta mencari luas kawasan di bawah graf lengkung berdasarkan lukisan beberapa trapezium yang dilukis?
5.2 Komunikasi tentang luas kawasan di bawah graf lengkung 1. Bagaimanakah kamu menerangkan pada rakan kamu konsep luas kawasan di bawah graf lengkung? 2. Bagaimanakah kamu ingin menceritakan apa yang perlu dilakukan terhadap lakaran trapezium yang kamu lukis?	
5.3 Komunikasi tentang cara menyelesaikan pengamiran tentu 1. Bagaimanakah cara kamu menjelaskan pada rakan kamu cara menyelesaikan soalan pengamiran yang diberi?	

Kebolehyakinan. Kebolehyakinan dapatan dari kajian ini merujuk setakat mana data yang dikumpulkan adalah benar dan munasabah, boleh dipercayai, dan boleh dipertahankan apabila ditemu duga (Nik Azis, 2014). Ianya boleh dibahagikan kepada beberapa empat jenis iaitu kredibiliti, kebolehpindahan, kebolehharapan, dan kebolehpastian untuk memantapkan kesahan dan kebolehpercayaan instrumen kajian (Lincoln dan Guba, 1985; Creswell, 2008). Prosedur yang diaplikasikan adalah seperti berikut:

Kredibiliti. Menurut Lincoln dan Guba (1985), kredibiliti adalah keyakinan terhadap kesahihan dan kebenaran bagi suatu kajian. Kredibiliti juga merujuk kepada kesahan dalaman yang membabitkan sejauh mana pengkaji mahu mengukur perkara yang hendak diukur (Nik Azis, 2014). Pengkaji menggunakan penyegitigaan data atau *triangulation* bagi menguatkan kesahan dalaman bagi kajian ini, yang mana pengkaji menggunakan lebih dari satu sumber atau mempelbagaikan sumber maklumat dengan tema dan subtema dibentuk berdasarkan penumpuan beberapa sumber data atau perspektif dari pelajar bagi menambah kesahihan kajian (Creswell, 2009).

Denzin (1978) dan Patton (1999) mengenal pasti empat jenis penyetigaan yang boleh diguna pakai dalam kajian ini; (i) Kaedah penyetigaan iaitu data yang dikumpul melalui pengumpulan yang berbeza adalah konsisten yang membolehkan pengkaji membuat penerangan yang lebih mendalam, (ii) Sumber penyetigaan iaitu memastikan sumber data yang diperoleh adalah berbeza dan konsisten daripada kaedah yang sama, (iii) Analisis penyetigaan iaitu mengkaji data yang dikumpul daripada pelbagai aspek pemerhati dan penganalisis bagi memahami dan melihat data dalam pelbagai cara, dan akhir sekali (iv) Perspektif penyetigaan iaitu mendapatkan pelbagai pandangan untuk memeriksa dan mentafsir data yang diperolehi.

Penyetigaan data dalam kajian ini membabitkan tiga komponen, iaitu borang maklumat diri, pemerhatian, dan penilaian. Pengkaji mengumpul data melalui temu duga klinikal, pemerhatian dan penggunaan dokumen bertulis daripada peserta kajian dan pengkaji itu sendiri. Proses penglibatan dan pemerhatian dalam kajian ini mengambil masa panjang yang mana pengkaji menyesuaikan diri dengan menimbulkan perasaan selesa kepada peserta kajian untuk ditemu duga dengan beberapa perbincangan telah diadakan bagi mendapatkan kesahihan yang boleh dipercayai dengan mengenal pasti ciri-ciri dan unsur-unsur dalam keadaan yang yang paling relevan pada kajian yang sedang dijalankan dan memberi tumpuan kepada mereka dengan terperinci (Lincoln dan Guba, 1985).

Kebolehpindahan. Kebolehpindahan bagi kajian ini merujuk kepada kesahan luaran yang membabitkan hasil kajian digeneralisasikan dan mempunyai aplikasi kepada konteks lain (Lincoln dan Guba, 1985; Merriam, 2009; Nik Ais, 2014). Kaedah yang terbaik untuk mendapatkan kebolehpindahan dapatan kajian ini adalah pengkaji memberi perhatian yang lebih terhadap pemilihan enam orang peserta kajian dari segi kepelbagaian keputusan subjek matematik dan subjek matematik tambahan mereka dalam Sijil Pelajaran Malaysia atau SPM bagi membolehkan pengkaji menilai sejauh mana data yang diperolehi dapat dipindahkan ke masa, tetapan, situasi, dan rujukan pembaca lain. Pemilihan juga berdasarkan atas kepercayaan yang diberi oleh pensyarah matematik terhadap peserta kajian yang boleh mengaktifkan diri ketika ditemu duga. Persampelan variasi maksima dilakukan ke atas pemilihan peserta kajian ini bagi membolehkan lebih banyak aplikasi kajian ini boleh digunakan ke atas pengkaji atau pembaca kajian yang lain (Merriam, 2009).

Kebolehharapan. Kebolehharapan merujuk kepada kestabilan, dan konsisten dalaman bagi suatu kajian yang mana dijalankan secara berulang kali terhadap beberapa peserta kajian untuk menentukan sama ada soalan temu duga mengikut konsep yang sama (Lincoln dan Guba, 1985; Nik Azis, 2014). Dalam kajian ini, semakan tingkah laku dari rakaman video dan dokumen bertulis daripada peserta kajian dilakukan beberapa kali dan didokumentasikan ke dalam bentuk protokol bertulis oleh pengkaji. Di samping itu, beberapa mesyuarat dengan seorang pakar pendidikan matematik juga dilakukan dan dua orang pensyarah matematik yang mempunyai dua puluh tahun pengalaman dalam pengajaran kalkulus dari institusi pengajian teknikal swasta yang terlibat juga diminta untuk meneliti keseluruhan proses kajian ini agar setara dengan apa yang hendak diukur daripada dapatan kajian yang diperolehi nanti. Ianya penting dengan adanya tafsiran yang dilakukan pengkaji dengan semakan dari pakar ini bagi menilai ketepatan dan mengelakkan salah faham atau maksud sebenar yang diberi oleh peserta kajian.

Kebolehpastian. Kebolehpastian merujuk kepada tahap kemurnian yang dikehendaki akan suatu dapatan kajian yang diperolehi dari peserta kajian dalam memastikan hasil kajian tersebut bukannya daripada kecenderungan, motivasi atau minat daripada pengkaji sendiri, tetapi mestilah menggambarkan pemahaman dan pengalaman yang neutral daripada peserta kajian (Lincoln dan Guba, 1985; Nik Azis, 2014). Dalam kajian ini, pengkaji menggunakan audit inkuiri daripada rakaman video dan perakam suara tentang tingkah laku dan gerak geri yang dilakukan oleh peserta kajian, dan juga dokumen bertulis daripada mereka agar boleh dirujuk kembali oleh pengkaji dalam mendapatkan hasil kajian yang pasti dan mendalam. Selain itu, pengkaji juga mendapatkan pandangan dan pemeriksaan instrumen dan dapatan kajian daripada tiga orang pensyarah matematik bagi mendapatkan pandangan dan maklum balas mereka agar tidak bias kepada pandangan pengkaji semata-mata.

Kaedah Analisis Data

Data kajian telah diambil daripada maklumat yang dikumpul daripada temu duga, yang mana diperolehi daripada perakam suara dan video, catatan yang dibuat oleh pengkaji, dan beberapa nota bertulis dan imej yang dibuat oleh peserta kajian. Berikut adalah penerangan bagi empat peringkat analisis data yang dijalankan dalam kajian ini.

Di peringkat pertama, pengkaji memerhati rakaman video yang dibuat, mendengar perakam suara dan menyalinnya dalam bentuk protokol bertulis. Transkripsi seperti dalam Lampiran G ini meliputi interaksi antara pengkaji dengan peserta kajian semasa sesi temu duga dan nota pengkaji semasa dan selepas temu duga. Pengkaji mengambil kira gaya, pembawaan, posisi tubuh, gerak isyarat, tindakan berdiam diri, ketawa, keadaan termenung, dan tindakan berfikir seketika oleh peserta kajian, yang mana boleh menandakan makna yang tersirat (Nik Azis, 2014). Kemudian pengkaji menerangkan dan mentafsirkan tingkah laku setiap peserta kajian secara terperinci dalam satu kaedah analisis kandungan.

Pada peringkat kedua, data mentah disusun dan diatur dalam transkripsi dan diproses mengikut tema dan subtema tertentu untuk menghasilkan protokol bertulis bagi memberi gambaran mental tentang pengamiran tentu dalam konteks mencari hasil tambah ketakterhinggaan, perwakilan dan tafsiran pelajar dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu dan cara mereka menaakul, serta cara mereka berkomunikasi tentang pengamiran tentu dan luas kawasan di bawah graf lengkung.

Pada peringkat ketiga, satu kajian kes disediakan untuk setiap peserta kajian dengan menggunakan maklumat yang diperoleh daripada transkripsi. Rasional untuk analisis data pada peringkat ini perlu bagi membantu pengkaji memahami ciri atau konsep pengamiran tentu dalam menyelesaikan masalah antara satu sama lain. Setiap kajian kes ini dilakukan untuk memudahkan pembaca mengetahui dan merujuk tentang pemahaman pelajar dalam pengamiran tentu tanpa perlu merujuk pada rakaman video atau teks bertulis.

Akhir sekali, pengkodan dilakukan bagi menjelaskan teks bertulis dan pemerhatian yang direkod bagi setiap peserta kajian ke dalam setiap protokol yang direka, dan diikuti oleh mengkategorikannya kepada subkonstruk pemahaman dan subkonstruk pengamiran tentu. Menurut Miles dan Hubermann (1994), pengkodan adalah analisis yang membabitkan satu nota kajian lapangan, yang ditranskripsi dan diolah secara bermakna dengan mengekalkan hubungan antara setiap protokol tersebut. Cara dan langkah-langkah pengkodan yang dibuat telah diubahsuai seperti dalam Jadual 3.3 agar lebih sistematik dan lebih jelas. Perbincangan naratif dilakukan sebaik mungkin bagi meringkaskan hasil kajian daripada analisis data yang diperolehi. Daripada pengkodan ini, analisis merentasi kes dilakukan, yang mana transkripsi yang dibina daripada setiap kes kajian ditentukan mengikut tema dan subtema yang telah ditetapkan. Tujuan analisis merentasi kes dijalankan pengkaji untuk membandingkan tema dan subtema tersebut dengan melihat persamaan dan perbezaan antara kajian kes seperti dalam Jadual 3.4.

Jadual 3.3

Pengkodan bagi Subkonstruk untuk Pemahaman tentang Pengamiran Tentu dalam kalangan Pelajar Lepasan Menengah

Peserta Kajian	Protokol Temu Duga	Subkonstruk Pemahaman	Subkonstruk Pengamiran Tentu
S1	1. Pertama 1.1 1.2 1.3 1.4	Gambaran Mental (G1)	Simbol Pengamiran Tentu (S)
	2.1 2.2 2.3	Perwakilan (W1)	Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung (L)

Jadual 3.3 (Sambungan)

Peserta Kajian	Protokol Temu Duga	Subkonstruk Pemahaman	Subkonstruk Pengamiran Tentu
	2. Kedua 3.1 3.2 3.3	Makna (M1)	Petua Trapezium (T)
	4.1 4.2 4.3	Penaakulan (H1)	
	3. Ketiga 5.1 5.2 5.3	Komunikasi (K1)	
	6.1 6.2 6.3 6.4 6.5	Penyelesaian Masalah (P1)	
S2	1. Pertama 1.1 1.2 1.3 1.4	Gambaran Mental (G2)	Simbol Pengamiran Tentu (S)
	2.1 2.2 2.3	Perwakilan (W2)	Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung (L)
	2. Kedua 3.1 3.2 3.3	Makna (M2)	Petua Trapezium (T)
	4.1 4.2 4.3	Penaakulan (H2)	
	3. Ketiga 5.1 5.2 5.3	Komunikasi (K2)	
	6.1 6.2 6.3 6.4 6.5	Penyelesaian Masalah (P2)	
S3	1. Pertama 1.1 1.2 1.3 1.4	Gambaran Mental (G3)	Simbol Pengamiran Tentu (S)

Jadual 3.3 (Sambungan)

Peserta Kajian	Protokol Temu Duga	Subkonstruk Pemahaman	Subkonstruk Pengamiran Tentu
	2.1 2.2 2.3	Perwakilan (W3)	Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung (L)
	1. Kedua 3.1 3.2 3.3	Makna (M3)	Petua Trapezium (T)
	4.1 4.2 4.3	Penaakulan (H3)	
	2. Ketiga 5.1 5.2 5.3	Komunikasi (K3)	
	6.1 6.2 6.3 6.4 6.5	Penyelesaian Masalah (P3)	
S4	1. Pertama 1.1 1.2 1.3 1.4	Gambaran Mental (G4)	Simbol Pengamiran Tentu (S)
	2.1 2.2 2.3	Perwakilan (W4)	Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung (L)
	2. Kedua 3.1 3.2 3.3	Makna (M4)	Petua Trapezium (T)
	4.1 4.2 4.3	Penaakulan (H4)	
	3. Ketiga 5.1 5.2 5.3	Komunikasi (K4)	
	6.1 6.2 6.3 6.4 6.5	Penyelesaian Masalah (P4)	

Jadual 3.3 (Sambungan)

Peserta Kajian	Protokol Temu Duga	Subkonstruk Pemahaman	Subkonstruk Pengamiran Tentu
S5	1. Pertama	Gambaran Mental	Simbol Pengamiran
	1.1	(G5)	Tentu
	1.2		(S)
	1.3		
	1.4		
			Luas Kawasan di bawah
	2.1	Perwakilan	Graf Lengkung
	2.2	(W5)	(L)
	2.3		
	2. Kedua	Makna	Petua Trapezium
	3.1	(M5)	(T)
	3.2		
	3.3		
	4.1	Penaakulan	
	4.2	(H5)	
	4.3		
	3. Ketiga		
	5.1	Komunikasi	
	5.2	(K5)	
	5.3		
	6.1	Penyelesaian	
	6.2	Masalah	
	6.3	(P5)	
	6.4		
	6.5		
S6	4. Pertama	Gambaran Mental	Simbol Pengamiran
	1.1	(G6)	Tentu
	1.2		(S)
	1.3		
	1.4		
			Luas Kawasan di bawah
	2.1	Perwakilan	Graf Lengkung
	2.2	(W6)	(L)
	2.3		
	5. Kedua	Makna	Petua Trapezium
	3.1	(M6)	(T)
	3.2		
	3.3		
	4.1	Penaakulan	
	4.2	(H6)	
	4.3		
	6. Ketiga		
	5.1	Komunikasi	
	5.2	(K6)	
	5.3		

Jadual 3.3 (Sambungan)

Peserta Kajian	Protokol Temu Duga	Subkonstruk Pemahaman	Subkonstruk Pengamiran Tentu
	6.1 6.2 6.3 6.4 6.5	Penyelesaian Masalah (P6)	

Jadual 3.4

Analisis Merentasi bagi Setiap Kajian Kes

Temu Duga Pertama

	Gambaran Mental				Perwakilan		
Peserta Kajian	Definisi	Aplikasi	Tatatanda	Numerik	Grafik	Berangka	Skematik
S1	G1-D	G1-A		G1-N	W1-Gr	W1-B	
S2			G2-T	G2-N	W2-Gr	W2-B	
S3	G3-D	G3-A			W3-Gr	W3-B	
S4		G4-A			W4-Gr	W4-B	
S5		G5-D			W5-Gr	W5-B	W5-Sk
S6	G6-D		G6-T	G6-N	W6-Gr	W6-B	W6-Sk

Temu Duga Kedua

	Makna Kamiran Tentu			Makna Kamiran Tentu pada Satah -xy			Makna Luas Kawasan	
Peserta Kajian	Grafik	Algoritma	Geometri	Grafik	Algoritma	Geometri	Logik	Algoritma
S1		M1-A			M1-A		M1-L	M1-A
S2			M2-Ge			M2-Ge	M2-L	M2-A
S3		M3-A			M3-A	M3-Ge	M3-L	
S4	M4-Gr	M4-A		M4-Gr	M4-A		M4-L	M4-A
S5		M5-A		M5-Gr	M5-A		M5-L	
S6	M6-Gr	M6-A		M6-Gr	M6-A		M6-L	M6-A

	Penaakulan Simbol		Penaakulan Luas Kawasan	
Peserta Kajian	Imej	Operasional	Imej	Operasional
S1	H1-I	HI-O	H1-I	HI-O
S2	H2-I	H2-O	H2-I	H2-O
S3	H3-I	H3-O	H3-I	H3-O
S4	H4-I	H4-O	H4-I	H4-O
S5	H5-I	H5-O	H5-I	H5-O
S6	H6-I	H6-O	H6-I	H6-O

Jadual 3.4 (Sambungan)

Temu Duga Ketiga

	Komunikasi Kamiran Tentu			Komunikasi Luas Kawasan		Komunikasi Cara Penyelesaian
Peserta Kajian	Bahasa Matematik	Kemahiran	Grafik	Grafik	Kemahiran	Kemahiran
S1		K1-Km	K1-Gr	K1-Gr	K1-Km	K1-Km
S2	K2-Bm	K2-Km	K2-Gr	K2-Gr	K2-Km	K2-Km
S3		K3-Km	K3-Gr	K3-Gr	K3-Km	K3-Km
S4	K4-Bm	K4-Km	K4-Gr	K4-Gr	K4-Km	K4-Km
S5		K5-Km	K5-Gr	K5-Gr	K5-Km	K5-Km
S6	K6-Bm	K6-Km	K6-Gr	K6-Gr	K6-Km	K6-Km

	Penyelesaian Masalah Petua Asas Kamiran			Penyelesaian Masalah Sifat Asas Kamiran	Penyelesaian Nilai Hampir
Peserta Kajian	Grafik	Transformasi	Rumus	Rumus	Kemahiran
S1	P1-Gr	P1-Tr	P1-R	P1-R	P1-R
S2	P2-Gr	P2-Tr	P2-R	P2-R	P2-R
S3	P3-Gr	P3-Tr	P3-R	P3-R	P3-R
S4	P4-Gr	P4-Tr	P4-R	P4-R	P4-R
S5	P5-Gr	P5-Tr	P5-R	P5-R	P5-R
S6		P6-Tr	P6-R	P6-R	P6-R

Rumusan

Bab Tiga merupakan penerangan terperinci akan reka bentuk kajian yang dipilih pengkaji iaitu kajian kes dan rasional pemilihannya yang telah dilakukan oleh pengkaji. Ia menggariskan cara pembinaan instrumentasi kajian yang professional melalui kesahan kandungan oleh pakar dan pensyarah matematik yang mempunyai pengalaman mengajar kalkulus lebih sepuluh tahun. Selepas itu, kaedah pengumpulan data dinyatakan secara berperingkat agar tersusun. Seterusnya, penerangan yang diberikan mengenai kaedah analisis data yang berkaitan dengan kajian ini dikemukakan. Laporan seterusnya menjelaskan kajian rintis yang telah dijalankan sebelum kajian sebenar dilakukan secara terperinci ke atas enam peserta kajian di kalangan pelajar semester kedua yang mengambil jurusan diploma kejuruteraan teknikal.

BAB 4: HASIL KAJIAN

Pengenalan

Dalam bab ini, analisis merentas kes bagi enam peserta kajian iaitu Farid, Hamim, Amir, Maria, Zalikha, dan Nurin, dilakukan untuk mengenal pasti pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu dirumuskan secara umum. Analisis ini terbahagi kepada enam bahagian utama, gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, komunikasi, dan penyelesaian masalah.

Gambaran Mental

Gambaran mental tentang pengamiran tentu dianalisis dengan berpandukan soalan utama tentang pengamiran tentu, simbol pengamiran tentu, simbol pengamiran tentu pada paksi-*x*, dan simbol pengamiran tentu pada paksi-*y*. Dalam temu duga ini, enam peserta kajian terbabit diminta untuk menerangkan apa yang terlintas dalam fikiran mereka apabila pengkaji menyebut pengamiran tentu, simbol pengamiran tentu, simbol pengamiran tentu pada paksi-*x*, dan simbol pengamiran tentu pada paksi-*y*.

Gambaran Mental tentang Pengamiran Tentu. Gambaran mental tentang pengamiran tentu melibatkan istilah pengamiran tentu yang disebut pengkaji dan meminta apa yang digambarkan atau difikirkan oleh peserta kajian tentang istilah tersebut. Hasil kajian bagi gambaran mental tersebut dikelaskan kepada empat kategori, iaitu, gambaran berdasarkan definisi, gambaran berdasarkan tatatanda, gambaran berdasarkan aplikasi, dan gambaran berdasarkan numerik. Penerangan bagi tiga kategori tersebut adalah seperti di bawah:

(i) *Gambaran berdasarkan definisi*. Peserta kajian menggambarkan pengertian, idea atau pendapat yang terbentuk dalam fikiran (Nik Azis, 2014) mereka tentang pengamiran tentu.

(ii) *Gambaran berdasarkan tatatanda*. Peserta kajian memberi gambaran bahawa terdapat lima simbol pengamiran, iaitu simbol $\int$, $f(x)$, a dan b pada ${}_a\int^b$, dx, dan pemalar C.

(iii) *Gambaran berdasarkan aplikasi*. Peserta kajian memberi gambaran pengamiran tentu berdasarkan kehidupan seharian iaitu mendapatkan jarak daripada halaju dan pecutan, persamaan daripada kecerunan graf lengkung, luas kawasan di bawah graf lengkung, dan isi padu bagi bongkah janaan.

(iv) *Gambaran berdasarkan numerik*. Peserta kajian memberi gambaran sebagai proses yang berlaku secara berulang sehingga mendapat satu nilai jawapan pengamiran yang tetap.

Jadual 4.1 merumuskan penggunaan kategori gambaran mental yang dinyatakan oleh peserta kajian apabila diminta memberi gambaran tentang pengamiran tentu.

Jadual 4.1
Gambaran Mental tentang Pengamiran Tentu

Kategori	Huraian	Peserta
Gambaran berdasarkan definisi	• Anti-pembezaan	Farid, Amir, Nurin
Gambaran berdasarkan aplikasi	• Mendapatkan jarak daripada halaju dan pecutan	Zalikha
	• Mencari persamaan daripada kecerunan graf lengkung	Farid, Amir
	• Luas kawasan di bawah graf lengkung	Zalikha, Maria
	• Isi padu janaan	Zalikha

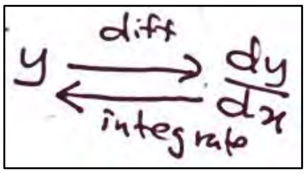
Jadual 4.1 (Sambungan)

Kategori	Huraian	Peserta
Gambaran berdasarkan tatatanda	• Mempunyai simbol $\int$, $f(x)$, a dan b pada ${}_a\int^b$ dan dx.	Hamim, Nurin
Gambaran berdasarkan numerik	• Jawapan bagi pengamiran tak tentu dengan pengamiran tentu adalah berbeza sama ada mempunyai pemalar pengamiran C ataupun tidak.	Hamim, Nurin
	• Suatu proses yang berlaku secara ulangan sehingga mendapat satu nilai jawapan yang sama	Farid

Gambaran Mental berdasarkan Definisi. Daripada Jadual 4.1, didapati hanya tiga orang peserta yang memberi gambaran mental berdasarkan definisi tentang pengamiran tentu, iaitu anti-pembezaan. Antara peserta kajian yang memberikan gambaran ini ialah Nurin. Nurin memberi gambaran berdasarkan konseptual bahawa pengamiran tentu adalah anti pembezaan. Tingkah laku beliau tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau tentang pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 1.

Petikan 1: Sedutan daripada Protokol 1.1

P: … Apa lagi yang kamu boleh gambarkan tentang pengamiran tentu?
R: Pengamiran adalah terbalik daripada pembezaan.
P: Apa maksud terbalik bagi kamu?
R: Kita mencari persamaan y jika diberi dy/dx (sambil menulis).



…

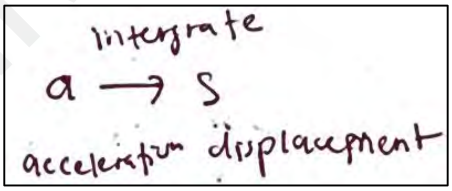
Daripada Petikan 1, Nurin memberi gambaran mental berdasarkan definisi, yang mana pengamiran tentu merupakan proses songsangan kepada pembezaan atau anti pembezaan. Beliau menjelaskan, jika sebelum ini beliau mempelajari pembezaan bgi suatu fungsi $y = f(x)$ terhadap x untuk mencari terbitannya, adalah dy/dx. Maka, beliau mempelajari pengamiran, yang mana merupakan songsangan kepada pembezaan, iaitu mencari fungsi y jika diberi dy/dx.

Gambaran Mental berdasarkan Aplikasi. Terdapat lima peserta kajian memberi gambaran mental tentang pengamiran tentu berdasarkan aplikasi. Gambaran ini mebabitkan empat perkara, iaitu mendapatkan jarak daripada halaju-pecutan, mencari persamaan daripada kecerunan graf lengkung, mengira luas kawasan di bawah graf lengkung, dan mencari isi padu janaan. Zalikha juga merupakan salah seorang peserta kajian yang memberikan gambaran tentang pengamiran tentu berdasarkan aplikasi, iaitu pengamiran tentu adalah mencari jarak daripada halaju dan pecutan. Berikut merupakan tingkah laku beliau tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 2.

Petikan 2: Sedutan daripada Protokol 1.1

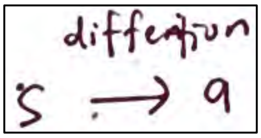
P: Apakah yang kamu boleh gambarkan tentang pengamiran tentu?

R: Saya gambarkan pengamiran tentu ini adalah cara nak dapatkan jarak daripada pecutan atau halaju (sambil menulis).



P: Boleh kamu terangkan dengan lebih lanjut?

R: Saya ingat lagi masa belajar pembezaan. Dari jarak, kita perlu buat pembezaan untuk dapatkan halaju atau pecutan (sambil menulis).



Jadi, pengamiran ni proses terbalik. Kita nak cari jarak daripada halaju dan pecutan.

Dalam Petikan 2, gambaran mental berdasarkan aplikasi yang diberikan oleh Zalikha tentang pengamiran tentu ialah mendapatkan anggaran perjalanan jarak daripada suatu persamaan halaju atau pecutan. Beliau menyatakan bahawa pembezaan perlu dilakukan ke atas persamaan jarak bagi mendapatkan halaju dan pecutan. Oleh itu, beliau menjelaskan pengamiran adalah cara untuk mendapatkan persamaan jarak daripada halaju dan pecutan. Selain itu, Zalikha turut memberi satu lagi gambaran berdasarkan aplikasi apabila ditanya tentang pengamiran tentu iaitu mencari isipadu bongkah yang dijanakan pada suatu satah-*xy* seperti yang dipaparkan dalam Petikan 3.

Petikan 3: Sedutan daripada Protokol 1.1

…
P: Ada lagi gambaran yang kamu boleh beri?
R: Isi padu janaan.
P: Boleh terangkan dengan lebih lanjut tentang isi padu janaan?
R: Apabila suatu bentuk kon atau silinder daripada suatu persamaan berputar mengikut arah jam atau melawan arah jam. Dalam hal ini, kita kena melukis baru dapat bentuk gambar kon atau silinder.
…

Dalam Petikan 3, Zalikha memberi gambaran mental berdasarkan aplikasi bahawa pengamiran tentu sebagai penghasiltambahan isi padu. Beliau menjelaskan pengamiran tentu membabitkan pencarian isipadu yang dijanakan apabila rantau berlorek yang diputarkan melalui $360°$ atau 2π radians yang dibatasi pada suatu satah-*xy*. Untuk mencari isipadu ini, beliau menegaskan persamaan tersebut perlu dilakar terlebih dahulu bagi memperolehi persamaan tersebut dalam gambaran sama ada berbentuk kon mahupun silinder.

Peserta kajian yang bernama Amir juga telah memberi gambaran berdasarkan aplikasi tentang pengamiran tentu, iaitu mencari persamaan daripada kecerunan bagi graf lengkung. Petikan 4 menunjukkan tingkah laku dan gambaran yang terlintas dalam fikiran beliau tentang pengamiran tentu.

Petikan 4: Sedutan daripada Protokol 1.1

P: Apakah gambaran yang kamu boleh beri tentang pengamiran tentu?

R: Apa yang saya ingat, kalau kita ada satu persamaan, contohnya $y = x^2 + 3x + 5$, dan kita nak buat pembezaan, kita akan dapat suatu tangen atau kecerunan (sambil menulis).

$$y = x^2 + 3x + 5$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 3$$

Jadi, kalau ada soalan matematik itu diberi suatu persamaan kecerunan, dan soalan itu minta mencari persamaan, maka kita perlu lakukan pengamiran tentu.

P: Boleh kamu terangkan dengan lebih lanjut?

R: Daripada contoh yang saya beri tadi, saya cuba selesaikan pengamiran (sambil menulis).

$$\int 2x + 3 \quad dx \quad ✓$$

$$\frac{2x^{1+1}}{2} + \frac{3x^{0+1}}{1} + C$$

$$x^2 + 3x + C$$

Saya kamirkan kecerunan $dy/dx = 2x + 3$, akan dapat $x^2 + 3x + C$.

P: Kenapa ada C?

R: C tu maksudnya pemalar. Dari awal saya bagi contoh persamaan $y = x^2 + 3x + 5$, jadi C tu mewakili 5 lah.

Daripada Petikan 4, Amir menjelaskan dalam pembezaan bagi suatu persamaan y yang diberi, akan mendapat kecerunan, dy/dx. Beliau menggunakan contoh persamaan $y = x^2 + 3x + 5$. Apabila beliau melakukan pembezaan pada contoh persamaan y tersebut, beliau memperolehi kecerunan graf tersebut iaitu, $dy/dx = 2x + 3$. Beliau menjelaskan bahawa $2x + 3$ adalah kecerunan bagi persamaan y tersebut. Oleh itu, Amir menyatakan bahawa pengamiran tentu pula ialah proses untuk mendapatkan semula persamaan y jika diberi soalan yang mempunyai persamaan kecerunan, dy/dx. Dengan menggunakan contoh yang sama, apabila beliau melakukan kamiran terhadap $dy/dx = 2x + 3$, beliau memperolehi persamaan $y = x^2 + 3x + C$. Menurut Amir, C itu merupakan pemalar bagi pengamiran yang dilakukan. Jelas menunjukkan beliau memberi gambaran mental berdasarkan kaedah tentang pengamiran tentu iaitu mencari persamaan daripada kecerunan graf lengkung.

Maria juga merupakan salah seorang daripada peserta kajian yang memberikan gambaran mental berdasarkan aplikasi tentang pengamiran tentu iaitu mencari luas kawasan di bawah graf lengkung. Berikut dipaparkan dalam Petikan 5 akan tingkah laku dan gambaran yang terlintas dalam fikiran beliau tentang pengamiran tentu.

Petikan 5: Sedutan daripada Protokol 1.1

P: Apakah gambaran yang kamu boleh beri tentang pengamiran tentu?

R: Untuk mencari keluasan dalam graf.

P: Boleh awak terangkan dengan lebih lanjut?

R: Sekiranya luas graf yang diberi bentuk persamaan kuadratik, jadi kita cari had pada paksi-x terlebih dahulu yang menunjukkan had bagi suatu keluasan, katakan $x = a$ dan $x = b$. Kita boleh mencari luas kawasan tersebut (sambil menulis).

P: Tapi bagaimana nak cari luas kawasan ini?
R: Kita guna formula ini (sambil menulis).

Berdasarkan Petikan 5, Maria memberi gambaran mental berdasarkan aplikasi tentang pengamiran tentu dengan mencari luas kawasan di bawah graf lengkung. Beliau memberi contoh bagi suatu persamaan kuadratik, yang mana beliau mendapatkan had bawah, $x = a$, dan had atas, $x = b$, terlebih dahulu bagi menentukan permulaan dan pengakhiran suatu luas kawasan tersebut. Beliau menjelaskan had bawah dan had atas yang diperolehi terletak pada paksi-x. Setelah itu, beliau menggunakan simbol pengamiran tentu, iaitu ${}_a\int^b f(x)\ dx$ bagi mendapatkan luas kawasan di bawah graf kuadratik tersebut.

Gambaran Mental berdasarkan Tatatanda. Daripada Jadual 4.1 juga, hanya dua orang peserta kajian sahaja yang memberikan gambaran mental berdasarkan tatatanda apabila diminta menggambarkan tentang pengamiran tentu. Hamim adalah salah seorang daripada peserta kajian yang memberi gambaran mental berdasarkan tatatanda tentang pengamiran tentu, iaitu simbol $\int$, $f(x)$, a dan b pada ${}_a\int^b$ dan dx. Berikut merupakan tingkah laku beliau tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 6.

Petikan 6: Sedutan daripada Protokol 1.1

P: Apakah yang kamu boleh gambarkan tentang pengamiran tentu?
R: Saya gambarkan pengamiran tentu ini mempunyai simbol pengamiran, fungsi dan pembolehubah di belakangnya.
P: Apa maksud kamu tentang pembolehubah di belakangnya?
R: Maksudnya, kalau fungsinya $f(x)$ so ada pembolehubah dx. Kalau fungsinya $f(y)$, ada pembolehubah dy (sambil menulis).

$$\int f(x)\, dx$$

$$\int f(y)\, dy$$

P: Mengapa kamu memberi gambaran tersebut?
R: Sebab itu yang saya belajar tentang pengamiran tentu.

Dalam Petikan 6, Hamim memberi gambaran secara tatatanda, yang mana pengamiran tentu mempunyai simbol pengamiran, fungsi persamaan dan pembolehubah. Beliau menjelaskan simbol pengamiran pada pengamiran tentu adalah berbentuk seperti ulat, iaitu $\int$, fungsi persamaan, iaitu $f(x)$ atau $f(y)$, dan pemboleh ubah, iaitu dx atau dy. Tambah beliau, sekiranya soalan pengamiran tentu mempunyai fungsi $f(x)$, maka pembolehubahnya adalah dx. Sekiranya soalan tersebut mempunyai fungsi $f(y)$, maka pembolehubahnya adalah dy. Namun begitu, jelas menunjukkan gambaran mental yang Hamim berikan tidak menunjukkan pengamiran tentu kerana tiada simbol had atas dan had bawah. Ini menunjukkan beliau memberi gambaran mental tentang pengamiran tak tentu.

Di samping itu, Nurin juga telah memberi gambaran mental berdasarkan tatatanda tentang pengamiran tentu. Berikut adalah tingkah laku dan gambaran yang terlintas dalan fikiran Nurin mengenai pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 7.

Petikan 7: Sedutan daripada Protokol 1.1

…
P: Apa lagi yang kamu boleh gambarkan tentang pengamiran tentu?
R: Saya nampak dari segi perbezaan antara pengamiran tak tentu dengan pengamiran tentu.
P: Apa yang bezanya?
R: Jawapan bagi pengamiran tak tentu mesti ada pemalar *C*, tapi jawapan bagi pengamiran tentu tiada pemalar *C*.

P: Apa maksud *C* tu?

R: Pengamiran tak tentu tiada had atas dan had bawah, jadi jawapan akhir mesti letak pemalar C. Pengamiran tentu pula, kita perlu gantikan had atas dan had bawah ke dalam persamaan yang telah dikamirkan, maka jawapan yang kita dapat adalah suatu nombor. Jadi, tiada pemalar *C*.

Berdasarkan penjelasan daripada Nurin dalam Petikan 7, beliau turut memberikan gambaran mental berdasarkan tatatanda apabila ditanya mengenai pengamiran tentu. Beliau memberi gambaran dari sudut perbezaan antara pengamiran tak tentu dengan pengamiran tentu. Beliau menjelaskan bahawa jawapan yang diperolehi daripada pengamiran tak tentu perlu mempunyai pemalar pengamiran, iaitu C. Ini kerana menurut beliau, pemalar C terjadi kerana dalam soalan pengamiran tak tentu tidak mempunyai had atas dan had bawah. Berlainan pula dengan jawapan dalam pengamiran tentu perlu ada pemalar C kerana soalan bagi pengamiran tentu mempunyai had atas dan had bawah kamiran.

Gambaran Mental berdasarkan Numerik. Hanya seorang peserta kajian sahaja yang memberi gambaran mental berdasarkan numerik iaitu Farid. Beliau menggambarkan pengamiran tentu merupakan suatu proses yang berulang sehingga mendapat nilai jawapan yang sama. Berikut merupakan tingkah laku beliau tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 8.

Petikan 8: Sedutan daripada Protokol 1.1

P: Apakah yang kamu boleh gambarkan tentang pengamiran tentu?

R: Saya gambarkan pengamiran tentu ini sebagai suatu benda yang berulang sebab kita akan mendapat puncanya (sambil menggaru kepala).

P: Boleh kamu terangkan mengenai gambaran itu?

R: Contohnya ada satu nilai apabila dikamirkan beberapa kali sehingga mendapat satu nilai yang sama, menandakan bahawa satu nilai itu adalah punca kepada persamaan tersebut.

P: Apakah yang kamu maksudkan tentang punca dalam gambaran kamu itu?
R: Saya maksudkan punca iaitu mencari nilai *x*.
P: Mengapakah kamu memberi gambaran mengenai punca ini?
R: Ia merupakan satu proses yang berulang sehingga kita mendapat satu nilai yang sama. Nilai ini adalah punca kepada persamaan.

Dalam Petikan 8, Farid menggambarkan pengamiran tentu berdasarkan numerik, yang mana ia adalah suatu proses yang berulang. Menurut beliau, satu nilai apabila dikamirkan melibatkan proses yang dilakukan berulang kali sehingga mendapat satu nilai yang sama. Beliau menjelaskan dengan memperolehi satu nilai pada pengamiran yang dilakukan pada pertama kali, satu nilai tersebut dikamirkan untuk kali kedua dan seterusnya akan memperolehi satu nilai yang sama juga seperti satu nilai pada pertama kalinya. Tambah beliau, walaupun pengamiran tentu dilakukan berulang kali, hanya satu nilai jawapan yang sama akan diperolehi. Beliau menambah, satu nilai sama yang diperolehi daripada pengamiran tentu adalah punca bagi suatu persamaan. Punca bagi suatu persamaan tersebut diperolehi daripada jawapan yang sama diperolehi apabila pengamiran tentu dilakukan secara berulang kali.

Kesimpulan. Semua peserta kajian mempunyai lebih daripada satu gambaran mental apabila mereka diminta memberi gambaran mental tentang pengamiran tentu. Kategori gambaran mental berdasarkan aplikasi adalah paling dominan kerana empat daripada enam peserta kajian memberikan gambaran mental ini. Terdapat empat aplikasi bagi gambaran mental ini, iaitu mendapatkan jarak daripada halaju dan pecutan, mencari persamaan daripada kecerunan graf lengkung, mendapatkan luas kawasan di bawah graf lengkung, dan mencari isi padu bongkah yang dijanakan pada suatu satah-*xy*.

Manakala bagi gambaran mental berdasarkan definisi pula adalah sederhana dominan kerana hanya tiga daripada peserta kajian memberikan gambaran mental ini, iaitu Farid, Amir, dan Nurin. Kategori gambaran berdasarkan tatatanda adalah kurang dominan iaitu hanya Hamim dan Nurin sahaja yang memberikan gambaran mental melibatkan kategori ini. Akhir sekali, terdapat seorang peserta kajian sahaja iaitu Fair yang memberi gambaran secara numerik apabila ditanya tentang pengamiran tentu. Secara keseluruhannya, semua peserta kajian memberikan gambaran mental yang pelbagai apabila ditanya mengenai pengamiran tentu.

Perwakilan

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu yang membabitkan perwakilan dianalisis berdasarkan cara mereka melakukan perwakilan bagi pengamiran tentu pada satah-*xy*, dan pengamiran berangka daripada petua trapezium dalam mencari luas kawasan di bawah graf lengkung.

Perwakilan tentang Pengamiran Tentu. Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang cara mewakilkan pengamiran tentu pada satah-*xy* yang digunakan oleh peserta kajian boleh dikelaskan kepada tiga kategori, iaitu:

(i) *Perwakilan secara grafik* yang melibatkan

a. melukis graf lengkung pada paksi-*x*,
b. melukis graf lengkung pada paksi-*y*
c. melorek luas kawasan pada paksi-*x*
d. melorek luas kawasan pada paksi-*y*

(ii) *Perwakilan secara berangka* membabitkan

a. jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus pada paksi-x

b. jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus pada paksi-y

c. jalan kerja dengan mencari luas kawasan di bawah graf lengkung menggunakan petua trapezium pada paksi-x

d. jalan kerja dengan mencari luas kawasan di bawah graf lengkung menggunakan petua trapezium pada paksi-y

(iii) *Perwakilan secara skematik* yang membabitkan penggunaan simbol dari maklumat soalan pengamiran tentu.

Analisis cara perwakilan tentang pengamiran tentu yang digunakan oleh pelajar lepasan menengah dilampirkan dalam Jadual 4.2. Jadual ini menjelaskan cara perwakilan dalam setiap kategori, huraian bagi setiap kategori dan peserta kajian yang menggunakan kategori tersebut. Berikut adalah contoh penggunaan kategori tersebut.

Jadual 4.2

Perwakilan tentang Pengamiran Tentu

Kategori	Huraian	Peserta
Perwakilan secara grafik	• Melukis graf lengkung pada paksi-x	Semua
	• Melukis graf lengkung pada paksi-y	Amir, Farid, Maria
	• Melorek luas kawasan pada paksi-x	Semua
	• Melorek luas kawasan pada paksi-y	Amir, Farid, Maria
Perwakilan secara berangka	• Menggunakan jalan kerja daripada teorem asas kalkulus pada paksi-x	Maria
	• Menggunakan jalan kerja daripada teorem asas kalkulus pada paksi-y	Maria
	• Membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung dengan petua trapezium pada paksi-x	Semua
	• Membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung dengan petua trapezium pada paksi-y	Semua

Jadual 4.2 (Sambungan)

Kategori	Huraian	Peserta
Perwakilan secara skematik	• Menggunakan simbol pengamiran	Nurin, Maria

Perwakilan secara Grafik. Daripada Jadual 4.2, didapati semua peserta kajian cenderung menggunakan perwakilan secara grafik tentang pengamiran tentu dengan melukis suatu graf lengkung pada paksi-*x*. Sebagai contoh salah seorang daripada peserta kajian ialah Hamim, yang memberi perwakilan secara grafik dalam Protokol 2.1. Berikut merupakan tingkah laku beliau tentang cara perwakilan beliau mengenai pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 9 dan Petikan 10.

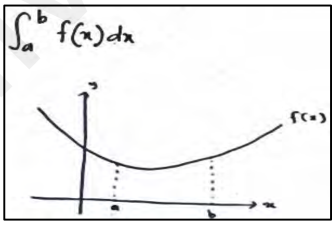
Petikan 9: Sedutan daripada Protokol 2.1

P: Bagaimanakah kamu mewakilkan tentang pengamiran tentu?

R: Saya boleh pilih ke *f*(*x*) tu untuk persamaan linear atau kuadratik?

P: Tak kisah.

R: Simbol *f*(*x*) adalah persamaan bagi graf lengkung ni. Saya melukis graf lengkung ni pada paksi-*x* sebab mewakili simbol *dx*. Had atas adalah *a*, dan had bawah adalah *b* (sambil melukis).



Dalam Petikan 9, perwakilan Hamim tentang pengamiran tentu pada paksi-*x* melibatkan perwakilan secara grafik. Beliau menunjukkan perwakilannya dengan melukis suatu graf lengkung pada paksi-*x*. Beliau menjelaskan simbol *f*(*x*) mewakili sebarang persamaan untuk dikamirkan. Persamaan ini merupakan suatu graf lengkung yang dilukis pada paksi-x. Tambah beliau, simbol dx menunjukkan suatu luas kawasan bagi graf lengkung yang menuju ke arah paksi-x. Begitu juga halnya dengan had atas dan had bawah, iaitu simbol $\int_a^b$, yang mana beliau berpendapat bahawa had bawah kamiran iaitu a, dan had atas kamiran iaitu b, bagi simbol $\int_a^b$ juga terletak pada paksi-x.

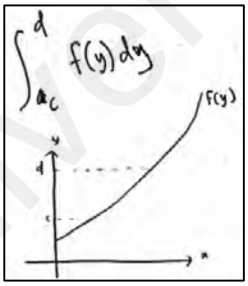
Daripada Jadual 4.2 juga, kajian mendapati hanya dua peserta kajian sahaja yang memberi perwakilan secara grafik dengan menulis suatu graf lengkung pada paksi-y. Amir merupakan salah seorang peserta kajian yang berbuat demikian. Petikan 10 menunjukkan tingkah laku beliau dalam memberi perwakilan tentang pengamiran tentu.

Petikan 10: Sedutan daripada Protokol 2.2

…

P: Ada lagi tak yang kamu mahu tambah dalam mewakilkan pengamiran tentu?

R: Ada. Pengamiran tentu juga ada pada paksi-y (Sambil melukis).



P: Boleh kamu terangkan?

R: Luas kawasan perlu menghala ke arah paksi-y. Sebab simbol dy mewakili paksi-y. Had bawah dan had atas iaitu c dan d juga perlu terletak pada paksi-y.

Dari Petikan 10, perwakilan yang dilakukan oleh Amir tentang pengamiran tentu pada paksi-y juga melibatkan perwakilan secara grafik. Beliau menunjukkan perwakilannya dengan melukis suatu graf lengkung pada satah-xy. Beliau menjelaskan simbol $f(x)$ mewakili sebarang persamaan untuk dikamirkan. Persamaan ini merupakan suatu graf lengkung yang dilukis pada paksi-y. Menurut beliau lagi, simbol *dy* menunjukkan suatu luas kawasan bagi graf lengkung yang menuju ke arah paksi-x, manakala simbol *dy* pula mewakili bahawa luas kawasan bagi graf lengkung perlu menuju ke arah paksi-y. Begitu juga hal nya dengan had atas dan had bawah, iaitu $_c\int^d$. Amir berpendapat had bawah kamiran, c, dan had atas kamiran, d, bagi simbol $_c\int^d$ terletak pada paksi-y.

Perwakilan secara Berangka. Maria merupakan peserta kajian tunggal menggunakan perwakilan secara berangka dalam memberikan perwakilan tentang pengamiran tentu. Tingkah laku beliau tentang cara perwakilan beliau mengenai pengamiran tentu pada paksi-x dan paksi-y dipaparkan dalam Petikan 11 dan Petikan 12.

Petikan 11: Sedutan daripada Protokol 2.1

P: Bagaimanakah kamu mewakilkan tentang pengamiran tentu?

R: Saya nak guna contoh persamaan garis lurus iaitu $f(x) = 2x + 1$, dengan had yang saya pilih antara $x = 2$ dan $x = 4$ (Sambil melukis).

$$\int_2^4 2x + 1 \; dx$$

P: Boleh kamu terangkan dengan lebih lanjut?

R: Pengamiran tentu ini saya guna jalan kerja petua kuasa x^n. Kalau pada paksi-x, jalan kerja begini (sambil mengira)

x-axis

$$\int_2^4 2x + 1 \; dx$$

$$= \left[\frac{2x^2}{2} + \frac{x}{1}\right]_2^4$$

$$= \left((4)^2 + 4\right) - \left((2)^2 + 2\right)$$

$$= 20 - 6 \quad = 14$$

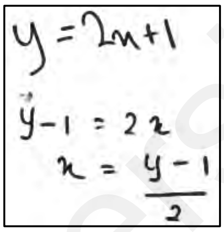
Maka, jawapan yang saya dapat ialah 14.

Dalam Petikan 11, Maria menjelaskan pengamiran tentu pada paksi-x berdasarkan jalan penyelesaiannya, yang mana langkah pertama bagi menilai pengamiran tentu ialah dengan mendapatkan fungsi antiterbitan $F(x)$ bagi $f(x) = 2x + 1$ dan diikuti dengan mencari nilai $F(4) – F(2)$. Secara ringkasnya, Maria berpendapat $_2\int^4 (2x + 1)\, dx = [x^2 + x]_a{}^b = [(4)^2 + (4)] – [(2)^2 + (2)]$, dengan 2 disebut had bawah dan 4 disebut had atas kamiran. Dengan ini, Maria telah menggunakan perwakilan secara berangka iaitu berdasarkan Teorem Asasi Kalkulus, yang mana jika f selanjar dalam selang $[a, b]$ dan fungsi F adalah antiterbitan bagi f dalam $[a, b]$, maka $_a\int^b f(x)\, dx = F(b) – F(a)$.

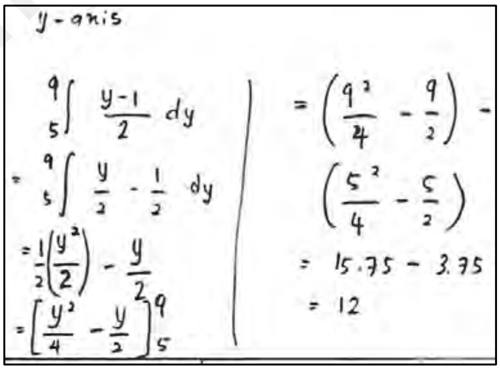
Petikan 12: Sedutan daripada Protokol 2.2

P: Bagaimana pula dengan paksi-y?

R: Pada paksi-y, saya ubah simbol $f(x) = 2x + 1$ jadi simbol $f(y) = (y – 1)/2$ (sambil menulis).



Kemudian, saya gunakan kaedah yang sama iaitu petua kuasa x^n untuk dapatkan jawapannya (sambil mengira).



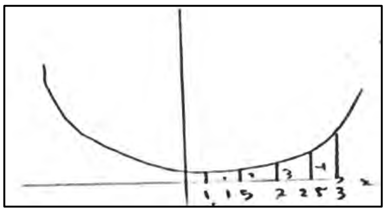
Daripada Petikan 12 pula, Maria menjelaskan pengamiran tentu pada paksi-y berdasarkan jalan penyelesaiannya sama dengan jalan penyelesaiannya pada paksi-x, yang mana langkah pertama bagi menilai pengamiran tentu ialah dengan mendapatkan fungsi antiterbitan $F(y)$ bagi $f(y) = (y - 1) / 2$ dan diikuti dengan mencari nilai $F(9) - F(5)$. Secara ringkasnya, Maria berpendapat ${}_5\int^9 [(y - 1) / 2]\, dx = [(y^2 / 4) - (y / 2)]_5{}^9 = [((9)^2 /4) - ((9) / 2)] - [((5)^2 / 4) + ((5) / 2)]$, dengan 5 disebut had bawah dan 9 disebut had atas kamiran. Dengan ini, Maria telah menggunakan perwakilan secara berangka iaitu berdasarkan Teorem Asasi Kalkulus, yang mana jika f selanjar dalam selang $[c, d]$ dan fungsi F adalah antiterbitan bagi f dalam $[c, d]$, maka ${}_c\int^d f(y)\, dy = F(d) - F(c)$.

Seterusnya, kesemua peserta kajian didapati cenderung menggunakan perwakilan tentang pengamiran tentu dengan petua trapezium, yang mana boleh dikategorikan dalam perwakilan secara berangka juga. Sebagai contoh tingkah laku Farid dalam Petikan 13 dan Petikan 14, yang merupakan salah seorang daripada peserta kajian yang menggunakan perwakilan secara berangka melibatkan petua trapezium masing-masing pada paksi-x dan paksi-y.

Petikan 13: Sedutan daripada Protokol 2.3

P: Terangkan apakah langkah yang kamu lakukan dalam mencari luas kawasan di bawah graf dengan menggunakan bentuk trapezium?

R: Saya akan membahagikan kepada beberapa trapezium pada graf tersebut. (Melukis empat bentuk trapezium pada graf).



P: Bagaimanakah kamu mendapatkan nilai pada paksi-x tersebut?

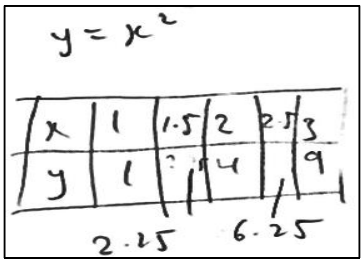
R: Saya menggunakan kaedah mencari titik tengah antara nilai pada paksi-x tadi. Nilai titik tengah antara 1 dan 2 ialah 1.5, dan nilai titik tengah antara 2 dan 3 ialah 2.5.

Berdasarkan Petikan 13, Farid membahagikan graf lengkung kepada empat bentuk trapezium yang sama besar. Kemudian, beliau mencari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium itu dengan menggunakan formula iaitu $A = \frac{1}{2}(y_n + y_{n+1}) \times$ (tinggi trapezium). Untuk mencari ketinggian bagi setiap empat trapezium itu pula, beliau mencari perbezaan antara $x_2 = 1.5$ dengan $x_1 = 1$, $x_3 = 2$ dengan $x_2 = 1.5$, $x_4 = 2.5$ dengan $x_3 = 2$, dan $x_4 = 2.5$ dengan $x_5 = 3$. Luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium yang dilukis, dijumlahkan bagi mendapatkan hasil tambah keseluruhan luas kawasan di bawah graf lengkung tersebut. Jelas beliau, terdapat perbezaan jawapan antara luas kawasan di bawah graf yang menggunakan teorem asas kalkulus dengan luas kawasan di bawah graf yang menggunakan petua trapezium. Menurut beliau, keadaan ini berlaku disebabkan terdapat ruang yang sedikit sahaja di bahagian atas pada bentuk trapezium yang dilukis pada graf lengkung tersebut sekiranya beliau membahagikan graf tersebut kepada beberapa bentuk trapezium.

Petikan 14: Sedutan daripada Protokol 2.3

P: Bagaimana pula kamu menggunakan petua trapezium untuk mencari luas kawasan di bawah grag lengkung pada paksi-*y*?

R: (Melukis dan mengira nilai pada paksi-*y* menggunakan kaedah jadual). Saya menggunakan jadual bagi mencari nilai pada paksi-*y*.



P: Boleh terangkan cara kamu mencari luas kawasan bagi empat trapezium itu?

R: (Membuat pengiraan luas kawasan bagi empat trapezium).

$$\begin{aligned} 1 &= \tfrac{1}{2}(1.5 - 1)(2.25 + 1) \\ &= 0.8125 \\ 2 &= \tfrac{1}{2}(2 - 1.5)(4 + 2.25) \\ &= 1.5625 \\ 3 &= \tfrac{1}{2}(2.5 - 2)(6.25 + 4) \\ &= 2.5625 \\ 4 &= \tfrac{1}{2}(3 - 2.5)(9 + 6.25) \\ &= 3.8125 \end{aligned}$$

(Mencari jumlah luas kawasan trapezium). Kemudian saya menambahkan luas kawasan bagi empat trapezium ini.

$$\begin{aligned} \Sigma &= 0.8125 + 1.5625 + 2.5625 + 3.8125 \\ &= 8.75 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

P: Apakah jawapannya?
R: Jawapannya ialah 8.75.

Daripada Petikan 14 pula, Farid membahagikan graf lengkung kepada beberapa bentuk trapezium pada paksi-y. Jelas beliau, cara mencari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium itu dengan menggunakan formula yang sama seperti dalam Petikan 13, iaitu $A = \frac{1}{2}(x_n + x_{n+1}) \times$ (tinggi trapezium). Untuk mendapatkan ketinggian bagi setiap empat trapezium itu pula, beliau mencari perbezaan antara $y_2 = 2.25$ dengan $y_1 = 1$, $y_3 = 4$ dengan $y_2 = 2.25$, $y_4 = 6.25$ dengan $y_3 = 4$, dan $y_4 = 6.25$ dengan $y_5 = 9$. Luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium yang dilukis dijumlahkan bagi mendapatkan hasil tambah keseluruhan luas kawasan di bawah graf lengkung tersebut. Farid juga memberi penjelasan yang sama bahawa terdapat perbezaan jawapan antara luas kawasan di bawah graf pada paksi-y yang menggunakan teorem asas kalkulus dengan luas kawasan di bawah graf yang menggunakan petua trapezium. Menurut beliau, keadaan ini berlaku disebabkan terdapat ruang yang sedikit sahaja pada graf lengkung di bahagian atas bentuk trapezium yang dilukis sekiranya beliau membahagikan graf tersebut kepada beberapa bentuk trapezium.

Perwakilan secara Skematik. Terdapat dua peserta kajian sahaja yang melakukan perwakilan secara skematik apabila pengkaji meminta mereka memberikan cara mewakilkan pengamiran tentu. Salah seorang daripadanya adalah Nurin. Cara perwakilan yang dilakukan Nurin adalah menggunakan perwakilan secara skematik, yang mana beliau memberikan simbol pengamiran tentu untuk mewakilkan pengamiran tentu. Berikut merupakan tingkah laku beliau tentang cara perwakilan beliau mengenai pengamiran tentu masing-masing pada paksi-x dan paksi-y dipaparkan dalam Petikan 15 dan Petikan 16.

Petikan 15: Sedutan daripada Protokol 2.1

P: Bagaimanakah kamu mewakilkan tentang pengamiran tentu?

R: Simbol $f(x)$ saya banyangkan persamaan kuadratik. Contohnya yang ini (sambil menulis).

$\boxed{x^2+x+1}$

Persamaan di atas ini sekirannya pengamiran tentu pada paksi-x.

P: Apa lagi yang kamu boleh wakilkan tentang pengamiran tentu?

R: Selalunya pengamiran tentu melibatkan contoh soalan mencari isi padu janaan. Jadi, simbol a ni adalah had bawah dan b adalah had atas, dan mereka ini terletak pada paksi-x. Contohnya antara 2 hingga 4 (sambil menulis).

$$\boxed{\begin{matrix} a & b \\ 2 & 4 \end{matrix}}$$

P: Kenapa pada paksi-x?

R: Sebab selalunya soalan mencari isi padu janaan ini akan dinyatakan jana pada paksi-x atau paksi-y, mengikut kehendak soalan.

Berdasarkan Petikan 15, Nurin telah melakukan perwakilan secara skematik mengenai pengamiran tentu pada paksi-*x*. Beliau mewakilkan simbol $f(x)$ sebagai contoh persamaan kuadratik iaitu $x^2 + x + 1$. Beliau berpendapat simbol $f(x)$ mesti dalam sebutan *x* kerana dalam soalan pengamiran tentu akan dinyatakan sama ada isi padu yang dicari perlu dijanakan pada paksi-*x* atau paksi-*y*. Sekiranya isi padu dijanakan pada paksi-*x*, maka simbol $f(x)$ hendaklah dalam sebutan *x*.

Petikan 16: Sedutan daripada Protokol 2.2

P: Bagaimana pula kalau kehendak soalan apabila isi padu dijanakan pada paksi-*y*?

R: Persamaan akan berubah menjadi sebutan *y* (sambil menulis).

$$\boxed{y^2 + y + 1}$$

Dari Petikan 16, Nurin berpendapat sekiranya soalan isi padu dijanakan pada paksi-*y*, simbol $f(y)$ akan terbentuk dan berada dalam sebutan *y*, iaitu $y^2 + y + 1$. Tambah beliau, hal yang sama terjadi pada had bawah dan had atas, iaitu *a* dan *b*, terletak pada paksi-*x* sekiranya dijanakan pada paksi-*y,* yang mana had bawah dan had atas kamiran ialah *c* dan *d*.

Kesimpulan. Semua peserta kajian menggunakan lebih daripada satu kategori untuk mewakilkan pengamiran tentu. Terdapat dua kategori yang dominan iaitu semua peserta kajian menggunakan perwakilan secara grafik dalam melukis graf lengkung pada paksi-*x*, dan perwakilan secara berangka dalam membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung dengan petua trapezium pada paksi-*x* dan paksi-*y*. Namun begitu, hanya tiga peserta kajian sahaja yang melorekkan luas kawasan yang dinyatakan pada paksi-*x* dan paksi-*y*.

Dalam kategori bagi perwakilan secara berangka, yang mana hanya seorang sahaja peserta kajian yang menggunakan teorem asasi kalkulus dalam mewakilkan pengamiran tentu. Menurut peserta kajian ini iaitu Maria, pemalar bagi kamiran, *c,* tidak perlu dimasukkan ke dalam $F(x)$ kerana c terhapus semasa pengiraan.

Akhir sekali, kajian mendapati terdapat dua peserta kajian sahaja yang menggunakan perwakilan secara skematik. Bagi mereka, menggunakan simbol matematik seperti fungsi polinomial yang mudah merupakan cara ringkas dan lebih difahami dalam mewakilkan pengamiran tentu.

Makna

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu yang membabitkan makna dianalisis berdasarkan makna pengamiran tentu, makna pengamiran tentu pada satah-*xy*, dan makna luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*.

Makna Pengamiran Tentu. Makna tentang pengamiran tentu bagi peserta kajian boleh dibahagikan kepada tiga kategori iaitu grafik, hukum algoritma, dan bentuk geometri. Keterangan bagi kesemua kategori tersebut adalah:

(i) Makna pengamiran tentu yang diberikan berasaskan *grafik* yang terdiri dari satu jenis respons iaitu pelajar melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung yang dibatasi bermula dengan had bawah dan berakhir dengan had atas pada satah-*xy*.

(ii) Makna pengamiran tentu yang diberikan berasaskan *hukum algoritma* yang terdiri dari satu jenis respon, iaitu pelajar memberi jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus, iaitu jika f selanjar dalam selang $[a, b]$ dan fungsi F adalah anti terbitan bagi f dalam $[a, b]$, maka $_a\int^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$, dengan a disebut had bawah dan b disebut had atas kamiran.

(iii) Makna pengamiran tentu yang diberikan berasaskan *bentuk geometri* terdiri dari satu jenis respon, iaitu pelajar melukis beberapa bentuk trapezium di bawah graf lengkung, kemudian luas setiap trapezium tersebut dicari dengan mengggunakan formula bagi luas trapezium, dan mendapatkan jumlah luas kawasan kesemua trapezium dalam mencari luas kawasan di bawah graf lengkung.

Jadual 4.3 merumuskan terdapat tiga kategori bagi mentafsirkan makna pengamiran tentu iaitu grafik, hukum algoritma dan bentuk geometri oleh peserta kajian apabila mereka memberi tafsiran membabitkan aktiviti bagi makna pengamiran tentu.

Jadual 4.3

Makna tentang Pengamiran Tentu

Kategori	Huraian	Peserta
Makna berasaskan grafik	• Melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung.	Zalikha, Nurin
Makna berasaskan hukum algoritma	• Jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus.	Zalikha, Amir, Farid, Nurin, Maria
Makna berasaskan bentuk geometri	• Jalan kerja yang menggunakan petua trapezium	Hamim

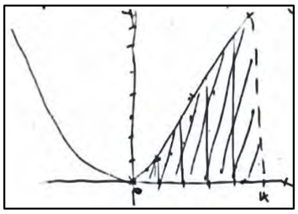
Makna berasaskan Grafik. Dalam Jadual 4.3, Zalikha dan Nurin membuat lakaran graf apabila diminta memberi makna tentang pengamiran tentu dalam melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung yang dibatasi bermula dengan had bawah dan berakhir dengan had atas pada satah-xy. Tingkah laku Zalikha dalam memberi makna tentang pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 17.

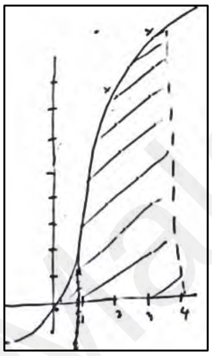
Petikan 17: Sedutan daripada Protokol 3.1

…

P: Apakah makna bagi kamu mengenai pengamiran tentu berdasarkan dua soalan pengamiran tentu yang diberi?

R: Saya nampak dua persamaan ini adalah luas kawasan di bawah graf lengkung (melukis graf bagi x^2 dan x^3)





P: Mengapa kamu lorekkan luas kawasan begitu?

R: Saya lorekkannya menghadap paksi-x sebab simbol dx menunjukkan luas kawasan dan had bawah serta had atas terhadap paksi-x.

…

Berdasarkan Petikan 17, Zalikha membuat lakaran graf dalam memberi makna tentang pengamiran tentu. Beliau melukis graf lengkung bagi persamaan kuadratik dan persamaan kubik. Kemudian, beliau melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung yang dibatasi bermula dengan had bawah, 0. dan berakhir dengan had atas, 4, pada satah-x. Beliau menjelaskan bahawa luas kawasan yang berlorek menghadap pada paksi-x, dan had bawah dan had atas perlu diletakkan pada paksi-x kerana simbol $\int_a^b f(x)\, dx$ menunjukkan luas kawasan yang dibatasi oleh $y = f(x)$, paksi-x, garis $x = a$ dan garis $x = b$.

Makna berasaskan Hukum Algoritma. Amir adalah salah seorang daripada lima peserta kajian yang menggunakan hukum algoritma tentang pengamiran tentu membabitkan jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus apabila diminta menjelaskan tentang makna bagi pengamiran tentu. Tingkah laku beliau dipaparkan dalam Petikan 18.

Petikan 18: Sedutan daripada Protokol 3.1

P: (Memberikan dua contoh soalan pengamiran tentu di hadapan Amir).

$\boxed{\int_0^4 (x^2)\,dx}$ $\boxed{\int_0^4 (x^3)\,dx}$

P: Boleh kamu terangkan makna tentang dua soalan pengamiran yang diberi?

R: Saya guna rumus kamiran untuk kamirkan persamaan ini (menulis rumus kamiran pada persamaan).

$$\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^4$$
$$= \left(\frac{(4)^3}{3}\right) - \left(\frac{(0)^3}{3}\right)$$
$$= \frac{64}{3}$$

$$\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^4$$
$$= \left(\frac{(4)^4}{4}\right) - \left(\frac{(0)^4}{4}\right)$$
$$= \frac{256}{4}$$

Bagi x^2, selepas dikamirkan akan dapat $x^3/3$. Manakala bagi x^3, apabila dikamirkan akan dapat $x^4/4$. Kedua-dua kamiran ini saya masukkan pula had atas terlebih dahulu ke dalam pemboleh ubah x, diikuti oleh had bawah. Kemudian, saya cari perbezaan antara keduanya.

Amir menjelaskan berdasarkan hukum algoritma bagi teorem asas kalkulus dalam menjelaskan makna tentang pengamiran tentu dalam Petikan 18. Beliau menjelaskan secara terperinci cara menyelesaikan dua soalan pengamiran tentu yang diberi pengkaji menggunakan teorem asas kalkulus. Setiap persamaan dikamirkan menggunakan rumus kamiran x^n. Kemudian, beliau memasukkan had atas dan had bawah kamiran ke dalam persamaan yang telah dikamirkan. Setelah itu, Amir mencari perbezaan antara keduanya bagi mendapatkan jawapan. Tambah beliau, soalan pengamiran tentu yang diberi hendaklah memberi nilai kamiran fungsi *f* yang selanjar dalam selang tertutup [*a*, *b*] terhadap pemboleh ubah *x*, dan kemudian memasukkan nilai had atas, *b*, dan had bawah, *a*, ke dalam pemboleh ubah *x* bagi mendapatkan jawapan.

***Makna berasaskan Bentuk Geometri*.** Berlainan pula dengan Hamim yang menggunakan bentuk geometri dalam memberi makna tentang pengamiran tentu yang membabitkan jalan kerja yang menggunakan hasil tambah beberapa bentuk trapezium yang dilukis di bawah graf lengkung apabila diminta menjelaskan tentang makna bagi pengamiran tentu. Tingkah laku beliau dipaparkan dalam Petikan 19.

Petikan 19: Sedutan daripada Protokol 3.1

P: (Memberikan dua contoh soalan pengamiran tentu di hadapan Hamim).

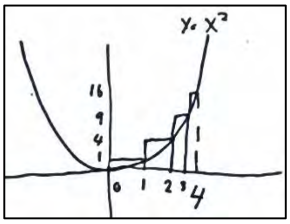
$\boxed{\int_0^4 x^2\,dx}$ $\boxed{\int_0^4 x^3\,dx}$

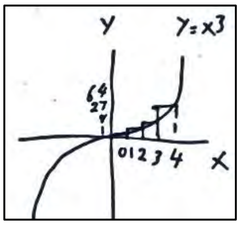
Boleh kamu terangkan makna tentang soalan pengamiran ini?

R: Saya nampak ada dua persamaan yang berbeza iaitu kuadratik dan kubik.

P: Lagi apa yang kamu boleh terangkan?

R: Dua soalan ini mempunyai nilai had bawah dan had atas yang sama. Keduanya terletak pada paksi-x.
P: Adakah kamu pasti?
R: Ya, saya pasti (melukis graf lengkung).





P: Kenapa kamu melukis empat bentuk trapezium ni?
R: Sebab had baah ialah 0, dan had atas ialah 4. Jadi saya lukis empat trapezium di bawah graf.

Dalam Petikan 19, Hamim menggunakan bentuk geometri dalam memberi makna tentang pengamiran tentu bagi pengamiran berangka daripada petua trapezium apabila beliau melukis bentuk trapezium yang sama saiz di bawah kedua-dua graf lengkung. Sebanyak empat bentuk trapezium dilukis beliau pada setiap paksi-x dan paksi-y. Ini dilakukan berdasarkan perbezaan antara had bawah kamiran iaitu 0, dan had atas kamiran iaitu 4. Kemudian beliau memutuskan lebar selang bagi setiap trapezium hendaklah mempunyai panjang yang sama.

Kesimpulan. Terdapat lima daripada semua peserta kajian yang memberi makna berasaskan hukum algoritma dengan menunjukkan jalan kerja membabitkan teorem asas kalkulus, dan seorang sahaja peserta kajian yang memilih untuk menggunakan bentuk geometri apabila diminta memberi tafsiran makna tentang pengamiran tentu. Lima peserta kajian tersebut berpendapat langkah pertama bagi menilai kamiran tentu ialah dengan mendapatkan fungsi anti terbitan F bagi f, dan kemudian diikuti dengan mencari nilai $F(b) – F(a)$. Secara ringkasnya, ${}_a\int^b f(x)\, dx = [F(x)]_a^b = F(b) – F(a)$, dengan a ialah had bawah dan b ialah had atas kamiran. Dalam hal ini, pemalar kamiran c tidak perlu dimasukkan ke dalam $F(x)$ kerana c terhapus semasa pengiraan, iaitu $_a\int^b f(x)\,dx = [F(x) + c]_a^{\,b} = [F(b) + c] - [F(a) + c] = F(b) - F(a)$. Akhir sekali, hanya dua peserta kajian sahaja menggunakan lakaran graf dalam melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung untuk memberi tafsiran bagi makna pengamiran tentu.

Makna Pengamiran Tentu pada Satah-*xy*. Dalam memberikan makna tentang pengamiran tentu pada satah-*xy*, peserta kajian memberikan tiga kategori iaitu grafik, hukum algoritma, dan bentuk geometri tentang pengamiran tentu pada satah-*xy*. Keterangan bagi kategori tersebut adalah:

(i) Makna pengamiran tentu pada satah-*xy* yang diberikan berasaskan *grafik*, yang terdiri daripada dua jenis respons iaitu:

a. Pelajar melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*x*.

b. Pelajar melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*y*.

(ii) Makna pengamiran tentu pada satah-*xy* yang diberikan berasaskan *hukum algoritma* yang terdiri daripada dua jenis respons iaitu:

a. Pelajar memberi jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus pada paksi-*x*.

b. Pelajar memberi jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus pada paksi-*y*.

(iii) Makna pengamiran tentu pada satah-*xy* yang diberikan berasaskan *bentuk geometri* yang terdiri daripada dua jenis respons iaitu:

a. Pelajar memberi jalan kerja yang menggunakan petua trapezium pada paksi-x.

b. Pelajar memberi jalan kerja yang menggunakan petua trapezium pada paksi-y.

Jadual 4.4 merumuskan terdapat tiga kategori bagi mentafsirkan makna pengamiran tentu iaitu grafik, hukum algoritma, dan bentuk geometri oleh peserta kajian apabila mereka memberi tafsiran membabitkan aktiviti bagi makna pengamiran tentu pada satah-xy.

Jadual 4.4
Makna tentang Pengamiran Tentu pada Satah-xy

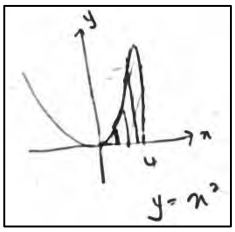
Kategori	Huraian	Peserta
Makna berasaskan grafik	• Melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-x.	Zalikha, Maria, Nurin
	• Melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-y.	Zalikha, Maria, Nurin
Makna berasaskan hukum algoritma	• Jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus pada paksi-x.	Farid, Zalikha, Maria, Amir, Nurin
	• Jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus pada paksi-y.	Farid, Zalikha, Maria, Amir, Nurin
Makna berasaskan bentuk geometri	• Jalan kerja yang menggunakan petua trapezium pada paksi-x.	Hamim, Amir,
	• Jalan kerja yang menggunakan petua trapezium pada paksi-y.	Hamim, Amir,

Makna berasaskan Grafik. Maria memberi makna secara lakaran graf dalam melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-xy. Berikut adalah tingkah laku beliau yang dipaparkan dalam Petikan 20 dan Petikan 21.

Petikan 20: Sedutan daripada Protokol 3.2

P: Apakah yang boleh kamu tafsirkan tentang pengamiran tentu pada paksi-x yang diberi?

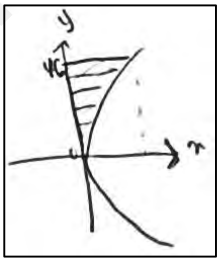
R: Adanya had bawah dan had atas kamiran yang terletak pada paksi-*x*. Terdapat juga simbol *f*(*x*) sebagai tanda ada persamaan yang hendak dikamir. Simbol *dx* pula memberi makna pengamiran perlu dilakukan terhadap pemboleh ubah *x* (sambil melukis).



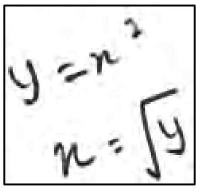
Dalam Petikan 20, Maria melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x*. Beliau menjelaskan simbol *f*(*x*) adalah suatu graf lengkung yang hendak dikamirkan, yang dibatasi oleh had bawah dan had atas kamiran yang terletak pada paksi-*x*. Maka luas kawasan perlu dilorekkan pada paksi-*x* berdasarkan simbol *dx* yang diberi.

Petikan 21: Sedutan daripada Protokol 3.3

P: …Bagaimana pula tentang pengamiran tentu pada paksi-*y*?
R: Graf nya dah jadi lain.
P: Maksud kamu?
R: Had bawah dan had atas kamiran dah berubah. Pada paksi-*x*, $x = 0$ dan $x = 4$. Tapi pada paksi-*y*, jadi $y = 0$ dan $y = 16$. Sebabnya saya masukkan nilai-nilai *x* ke dalam persamaan *f*(*y*) (sambil melukis).



P: Bagaimana dengan f(y)?
R: Persamaan berubah menjadikan x = f(y) (sambil menulis)



Daripada Petikan 21 pula, Maria sekali lagi melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung yang sama pada paksi-y. Beliau menyatakan bahawa lorekkan luas kawasan telah berubah menghala pada paksi-y. Hal yang sama juga berlaku ke atas had bawah dan had atas kamiran telah berpindah pada paksi-y, dengan memasukkan nila-nilai x iaitu $x = 0$ dan $x = 4$ ke dalam persamaan $f(y)$. Nilai had bawah dan had atas kamiran pada paksi-y telah berubah kepada $y = 0$ dan $y = 16$. Simbol $f(y)$ pula diperolehi daripada menukarkan $f(x)$ kepada $x = f(y)$ sebagai perkara rumus.

Makna berasaskan Hukum Algoritma. Berbeza dengan Maria, Farid memberi makna secara hukum algoritma dalam menunjukkan jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus pada satah-xy apabila diminta menjelaskan tentang makna pengamiran tentu pada satah-xy. Berikut adalah tingkah laku beliau yang dipaparkan dalam Petikan 22 dan Petikan 23.

Petikan 22: Sedutan daripada Protokol 3.2

P: Apakah yang kamu boleh tafsirkan tentang pengamiran tentu pada paksi-x?

R: … nilai had bawah dan had atas kamiran pada paksi-x iaitu antara $x = 0$ sehingga $x = 4$.

P: Apakah pula makna $f(x)$ daripada lukis ini?

R: Suatu persamaan.

P: Bagaimana pula kamu terangkan makna bagi simbol dx daripada graf yang kamu lukis?

R: Simbol dx pada lukisan ini membawa maksud yang saya perlu melukis kedua graf pada paksi-x, bukannya pada paksi-y.

Berdasarkan Petikan 22, Farid menyatakan bahawa beliau menggunakan nilai pada paksi-x yang sama, iaitu bermula dari $x = 0$ sehingga $x = 4$. Seterusnya, beliau melukiskan persamaan kuadratik yang melalui titik (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9) dan (4, 16). Kemudian, beliau melukis graf lengkung bagi persamaan kubik iaitu $f(x) = x^3$. Dengan menggunakan cara yang sama iaitu menggantikan kesemua nilai x ke dalam persamaan kubik, Farid telah menggunakan titik (0, 0), (1, 1), (2, 8), (3, 27) dan (4, 64) yang diperolehi untuk melukis bentuk graf persamaan kubik. Beliau menjelaskan bahawa bentuk kedua graf lengkung bagi persamaan kuadratik dan kubik adalah hampir sama disebabkan simbol $_a\int^b$. Persamaan yang diberi mewakili simbol $f(x)$, iaitu persamaan yang akan dikamirkan. Selain itu, beliau memberi alasan simbol dx yang terdapat dalam pengamiran memberi makna bahawa pengamiran perlu dilakukan terhadap pemboleh ubah x.

Petikan 23: Sedutan daripada Protokol 3.3

P: Apakah yang kamu boleh tafsirkan tentang pengamiran tentu pada paksi-y?

R: (Menulis rajah berikut). Kalau soalan sebelum ni saya kamirkan persamaan terhadap pemboleh ubah x kerana pengamiran itu pada paksi-x. Tapi untuk kamiran pada paksi-y, saya akan kamirkan terhadap pemboleh ubah y.

$$\boxed{\int_0^{16} \sqrt{y}\ dy} \qquad \boxed{\int_0^{64} \sqrt[3]{y}\ dy}$$

P: Boleh kamu terangkan dengan lebih lanjut?

R: (Menulis rajah berikut). Sebelum ini persamaan y adalah x^2. Tapi kali ini saya pindahkan y sebagai tajuk. Sekiranya kuasa dua dipindahkan, akan memperolehi punca kuasa dua. Maka, persamaan yang terlibat adalah $x = \sqrt{y}$. Ini adalah simbol $f(y)$ kerana pengamiran yang dilakukan adalah terhadap pemboleh ubah y.

$x^2 = y$

$x = \sqrt{y}$

$x^3 = y$

$x = \sqrt[3]{y}$

P: Apakah yang kamu perlu lakukan pada simbol *dx*?

R: Saya tukarkan simbol *dx* kepada simbol *dy* sebab soalan pengamiran yang dikehendaki adalah pada paksi-*y*

P: Pada pendapat kamu, apakah makna bagi simbol *dy*?

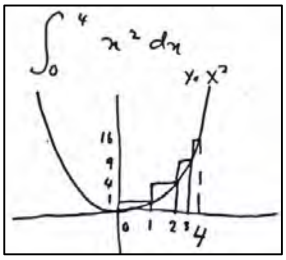
R: Simbol *dy* bermaksud pengamiran yang ingin dicari adalah pada paksi-*y*. Maka, pengamiran dilakukan terhadap pemboleh ubah y.

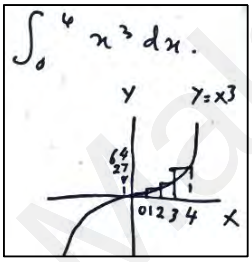
Bagi Petikan 23 pula, Farid menukarkan simbol $f(x)$ kepada simbol $f(y)$. Beliau memberi alasan bahawa pemindahan suatu pemboleh ubah y kepada pemboleh ubah x sebagai tajuk dilakukan kerana soalan pengamiran tersebut memerlukan beliau mengkamirkannya terhadap pemboleh ubah y. Beliau juga telah melakukan perubahan pada simbol dx kepada simbol dy. Beliau memberi alasan yang sama juga seperti sebelum ini iaitu soalan pengamiran ini memerlukan beliau mengkamirkan persamaan terhadap pemboleh ubah y. Selain itu, menurut Farid, had bawah dan had atas juga terletak pada paksi-y. Menurut beliau, kaedah penggantian had bawah, iaitu $x = 0$ dan had atas, iaitu $x = 4$, ke dalam persamaan kuadratik, $y = x^2$, dilakukan bagi mendapatkan kesemua nilai y dengan menggunakan kalkulator saintifik. Apabila digantikan $x = 0$ ke dalam persamaan $y = x^2$, beliau memperoleh $y = 0$ juga. Akan tetapi, apabila beliau menggantikan $x = 4$ ke dalam persamaan yang sama, beliau mendapat $y = 16$. Oleh itu, had bawah dan had atas pada paksi-y ialah $y = 0$ dan $y = 16$. Dengan menggunakan cara yang sama, Farid menggantikan had bawah dan had atas, iaitu $x = 0$ dan $x = 4$ ke dalam persamaan kubik, beliau memperolehi had bawah dan had atas pada paksi-y yang berlainan, iaitu $y = 0$ dan $y = 64$.

Makna berasaskan Bentuk Geometri. Selain itu, Hamim pula menggunakan bentuk geometri dengan memilih petua trapezium pada satah-*xy* apabila diminta menjelaskan tentang makna pengamiran tentu pada satah-*xy*. Petikan 24 dan Petikan 25 menunjukkan tingkah laku Hamim dalam menyampaikan makna bagi pengamiran tentu pada satah-*xy*.

Petikan 24: Sedutan daripada Protokol 3.2

P: Berikan tafsiran kamu tentang makna pengamiran tentu pada paksi-*x*?
R: Saya nampak kena bahagikan luas kawasan ini kepada bentuk trapezium. Tapi lukisan graf itu pada paksi-*x*.
P: Terangkan maksud kamu itu.
R: Begini caranya (sambil melukis).



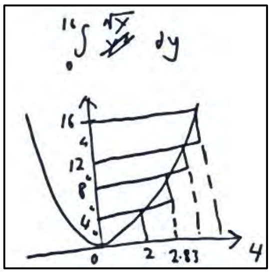


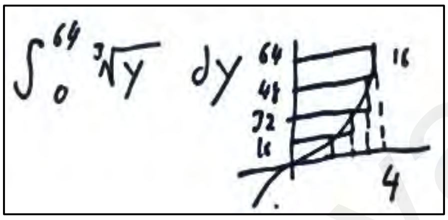
Daripada Petikan 24, Hamim telah membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung kepada beberapa segi empat berbentuk trapezium dengan lebar setiap trapezium berukuran yang sama panjangnya pada paksi-*x*. Bagi setiap soalan pengamiran tentu yang diberi, beliau menjelaskan bahawa selang pengamiran [0, 4] terbahagi kepada empat subselang yang sama, iaitu [0, 1], [1, 2], [2, 3], dan [3, 4] dengan $x_1 = 0$, $x_2 = 0 + 1 = 1$, $x_3 = 0 + 2(1) = 2$, $x_4 = 0 + 3(1) = 3$, dan $x_5 = 0 + 4(1) = 4$. Jadi, lebar bagi setiap sub selang ialah (4 – 0) / 4 = 1. Maka, luas kawasan di bawah graf diperolehi dengan mencari hasil tambah luas setiap trapezium yang dilukis. Jelas menunjukkan Hamim menggunakan bentuk geometri dalam memberi tafsiran makna bagi pengamiran tentu pada paksi-*x*.

Petikan 25: Sedutan daripada Protokol 3.3

P: Berikan tafsiran kamu tentang makna pengamiran tentu pada paksi-*y* pula?

R: Sama juga keadaan dengan paksi-*x* tadi. Kalau paksi-*y*, kita cuma perlu lukis bentuk trapezium di bawah graf, tapi menghala pada paksi-*y* (sambil melukis).





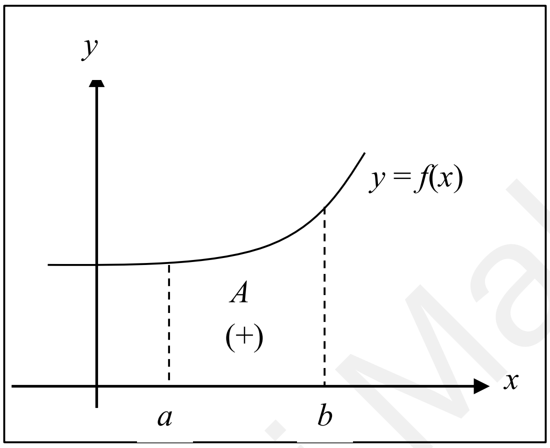
Dalam Petikan 25 pula, Hamim juga telah membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung kepada beberapa segi empat berbentuk trapezium dengan lebar setiap trapezium berukuran yang sama panjangnya pada paksi-*y*. Bagi soalan pengamiran tentu $f(y) = \sqrt{y}$, beliau menjelaskan bahawa selang pengamiran [0, 16] terbahagi kepada empat subselang yang sama, iaitu [0, 4], [4, 8], [8, 12], dan [12, 16] dengan $y_1 = 0$, $y_2 = 0 + 4 = 4$, $y_3 = 0 + 2(4) = 8$, $y_4 = 0 + 3(4) = 12$, dan $y_5 = 0 + 4(4) = 16$. Jadi, lebar bagi setiap sub selang ialah $(16 - 0) / 4 = 4$. Bagi soalan pengamiran tentu, $f(y) = \sqrt[3]{y}$, beliau menjelaskan bahawa selang pengamiran [0, 64] terbahagi kepada empat subselang yang sama, iaitu [0, 16], [16, 32], [32, 48], dan [48, 64] dengan $y_1 = 0$, $y_2 = 0 + 16 = 16$, $y_3 = 0 + 2(16) = 32$, $y_4 = 0 + 3(16) = 48$, dan $y_5 = 0 + 4(16) = 64$. Jadi, lebar bagi setiap sub selang ialah $(64 - 0) / 4 = 16$. Maka, luas kawasan di bawah graf diperolehi dengan mencari hasil tambah luas setiap trapezium yang dilukis. Jelas menunjukkan Hamim menggunakan bentuk geometri dalam memberi tafsiran makna bagi pengamiran tentu pada paksi-*y*.

Kesimpulan. Makna bagi pengamiran tentu pada satah-*xy* oleh pelajar lepasan menengah boleh dikelaskan kepada kategori grafik yang melibatkan melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x*, dan melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y*. Hasil kajian mendapati hanya tiga peserta kajian yang menggunakan kategori ini iaitu Zalikha, Maria dan Nurin. Makna bagi pengamiran tentu pada satah-*xy* oleh pelajar lepasan menengah juga boleh dikelaskan kepada kategori hukum algoritma yang melibatkan jalan kerja membabitkan teorem asas kalkulus pada paksi-*x*, dan jalan kerja membabitkan teorem asas kalkulus pada paksi-*y*. Kategori terakhir pula ialah bentuk geoemtri yang membabitkan bentuk trapezium dilukis pada paksi-*x*, dan paksi-*y*. Daripada hasil kajian, didapati lima daripada enam peserta yang paling dominan menggunakan kategori hukum algoritma membabitkan teorem asas kalkulus pada paksi-*x* dan paksi-*y*. Dalam pada itu, hanya Hamim dan Amir sahaja yang menggunakan bentuk geometri membabitkan petua trapezium pada paksi-*x* dan paksi-*y* bagi memberi tafsiran tentang makna pengamiran tentu pada satah-*xy*.

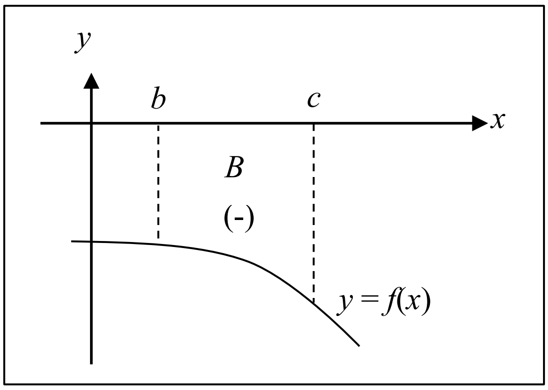
Makna Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung. Dalam memberikan makna tentang luas kawasan di bawah graf lengkung membabitkan lakaran graf lengkung yang terbabit merupakan salah satu aspek yang penting dalam masalah mencari luas. Ini kerana daripada graf tersebut, kita akan memperolehi rantau berlorek yang dikehendaki, dan seterusnya memberikan idea untuk memilih rumus luas yang bersesuaian. Peserta kajian memberikan dua kategori iaitu makna berasaskan logik dan makna berasaskan hukum algoritma tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*. Keterangan bagi kedua-dua kategori tersebut adalah:

(i) Makna pengamiran tentu tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy* yang diberikan berasaskan *logik* terdiri daripada empat jenis respons iaitu:

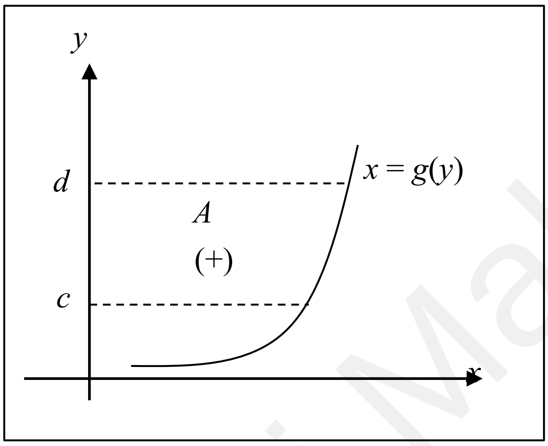
a. Pelajar menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah atas paksi-x. Jika graf lengkung $y = f(x) \geq 0$ dalam selang $[a, b]$, dibatasi oleh $y = f(x)$, paksi-x, garis $x = a$ dan garis $x = b$ menandakan rantau berlorek terletak di sebelah atas paksi-x, maka luas rantau diberi oleh $A = {}_a\int^b f(x)\, dx$. Dengan itu, luas rantau, A, adalah positif.



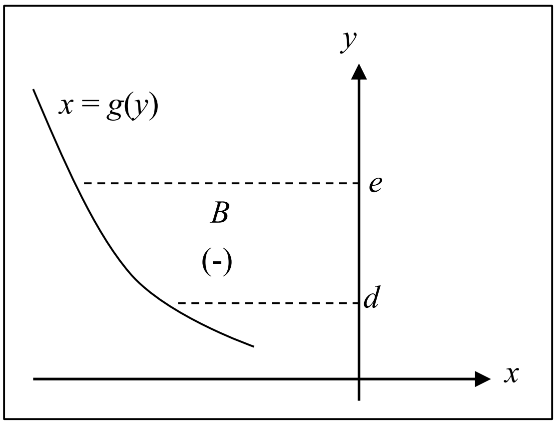
b. Pelajar menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah bawah paksi-x. Jika graf lengkung $y = f(x) \leq 0$ dalam selang $[b, c]$, maka rantau berlorek terletak di sebelah bawah paksi-x, dan kamiran tentu f dalam $[b, c]$ bernilai negatif. Oleh kerana luas adalah sentiasa positif, maka luas rantau yang diberikan oleh $B = |\ {}_b\int^c f(x)\, dx\ |$.



c. Pelajar menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kanan paksi-y. Jika $x = g(y)$ dengan $g(y) \geq 0$ dalam selang $[c, d]$, yang dibatasi oleh $x = g(y)$, paksi-y, garis $y = c$ dan garis $y = d$, menandakan rantau terletak di sebelah kanan paksi-y, maka luas rantau diberi oleh $A = \int_c^d g(y)\, dy$. Dengan ini, luas rantau adalah positif.



d. Pelajar menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kiri paksi-y. Dengan cara yang sama, luas rantau yang terletak di sebelah kiri paksi-y, dan kamiran tentu g dalam selang $[d, e]$ bernilai negatif. Oleh kerana luas adalah sentiasa positif, maka luas rantau diberikan oleh $B = \left| \int_d^e g(y)\, dy \right|$.



(ii) Makna pengamiran tentu tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-xy yang diberikan berasaskan *hukum algoritma* terdiri daripada empat jenis respons iaitu:

a. Pelajar menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung di atas paksi-x, dengan menunjukkan jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus.

b. Pelajar mencari luas kawasan di bawah graf lengkung di bawah paksi-x, dengan menunjukkan jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus.

c. Pelajar mencari luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kanan paksi-y, dengan menunjukkan jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus.

d. Pelajar mencari luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kiri paksi-y, dengan menunjukkan jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus.

Jadual 4.5 merumuskan terdapat dua kategori bagi mentafsirkan makna luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-xy, iaitu logik dan hukum algoritma, oleh peserta kajian apabila mereka memberi tafsiran membabitkan aktiviti bagi makna luas kawasan di bawah graf lengkung.

Jadual 4.5

Makna tentang Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung

Kategori	Huraian	Peserta
Makna berasaskan logik	• Luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah atas paksi-*x* adalah positif.	Semua
	• Luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah bawah paksi-*x* adalah positif.	Semua
	• Luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kanan paksi-*y* adalah positif.	Semua
	• Luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kiri paksi-*y* adalah positif.	Semua
Makna berasaskan hukum algoritma	• Luas kawasan di sebelah atas paksi-*x* yang menggunakan teorem asas kalkulus adalah positif.	Farid, Hamim, Zalikha, Nurin
	• Luas kawasan di sebelah bawah paksi-*x* yang menggunakan teorem asas kalkulus adalah negatif.	Farid, Hamim, Zalikha, Nurin
	• Luas kawasan di sebelah kanan paksi-*y* yang menggunakan teorem asas kalkulus adalah positif.	Farid, Hamim, Zalikha
	• Luas kawasan di sebelah kiri paksi-*y* yang menggunakan teorem asas kalkulus adalah negatif.	Farid, Hamim, Zalikha

Makna berasaskan Logik. Daripada Jadual 4.5, didapati semua peserta kajian memberi makna berasaskan logik tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy* apabila diminta pengkaji dalam memberi tafsiran makna tentang luas kawasan di bawah graf lengkung. Nurin merupakan antara peserta kajian yang menggunakan makna secara logik bagi menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x* dan paksi-*y* bernilai positif, akan tetapi bagi kategori hukum algoritma hanya pada paksi-*x* yang menggunakan pengiraan teorem asas kalkulus dalam memberi tafsiran bagi makna tentang luas kawasan di bawah graf lengkung. Tingkah laku beliau tentang memberi tafsiran makna bagi luas kawasan di bawah graf lengkung dalam fikiran beliau dipaparkan dalam Petikan 26.

Petikan 26: Sedutan daripada Protokol 3.4

P: Apakah yang kamu boleh katakan tentang dua gambarajah yang diberi?
R: Saya nampak juga graf lengkung pada paksi-*x* dan paksi-*y*.
P: Cuba terangkan gambarajah yang pertama.
R: Nilai luas kawasan pada gambarajah pertama adalah positif kerana luas kawasan yang berlorek ini terletak pada nilai *x* yang positif.
P: Maksud kamu?
R: Luas kawasan akan bernilai positif sekiranya had bawah dan had atas kamiran bernombor positif pada paksi-*x*.
P: Bagaimana pula dengan gambarajah yang kedua?
R: Luas kawasan di bawah graf lengkung yang terletak di sebelah bawah paksi-x juga bernilai positif.
P: Mengapa?
R: Atas sebab yang sama juga iaitu had bawah dan had atas kamiran merupakan nombor positif pada paksi-*x*.
P: Ada kamu nak tambah?
R: Cuma kalau dari segi pengiraan, luas kawasan di sebelah bawah paksi-*x* adalah negatif.

Dalam Petikan 26, Nurin menggunakan logik dalam memberi makna menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah atas dan di sebelah bawah dari paksi-*x*. Beliau menjelaskan bahawa kedudukan luas kawasan di bawah graf lengkung yang berada di sebelah atas mahupun di sebelah bawah paksi-*x* adalah bernilai positif kerana had bawah dan had atas kamiran merupakan nombor yang positif pada paksi-*x*. Namun begitu, beliau berpendapat bahawa dari segi pengiraan dalam pengamiran, jalan kerja yang ditunjukkan akan memberi nilai luas kawasan yang positif bagi luas kawasan di bawah graf lengkung yang berada di sebelah atas dari paksi-*x*, dan jalan kerja juga yang ditunjukkan akan memberi nilai luas kawasan yang negatif bagi luas kawasan di bawah graf lengkung yang berada di sebelah bawah dari paksi-*x*.

Berikut merupakan tingkah laku dan tafsiran beliau tentang makna bagi luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y* dipaparkan juga dalam Petikan 27.

Petikan 27: Sedutan daripada Protokol 3.5

P: Bagaimana pula dengan gambarajah yang ketiga?
R: Luas kawasan nya adalah positif kerana had bawah dan had atas kamiran bernombor positif pada kedua-dua paksi-*x* dan paksi-*y*.
P: Cuba tafsirkan bagi gambarajah yang keempat pula?
R: Luas kawasan nya adalah positif juga kerana had bawah dan had atas kamiran bernombor positif pada paksi-y, tetapi terletak pada paksi-*x* di bahagian yang bernombor negatif.
P: Maksud kamu?
R: Apabila membuat pengiraan, kita abaikan sebarang yang bernilai negatif. Kita hanya fokus pada panjang atau lebarnya sesuatu luas kawasan tersebut.

Berdasarkan Petikan 27, Nurin menyatakan kedua-dua luas kawasan di bawah graf lengkung yang terletak di sebelah kanan dan kiri paksi-*y* bernilai positif. Hal demikan terjadi kerana menurut beliau, berdasarkan pengiraan dalam pengamiran yang bernilai negatif perlu diambil kira. Jelas di sini, Nurin memberi makna secara logik bagi menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kiri paksi-*y*.

Amir juga memberi makna secara logik dalam menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x* dan paksi-*y* dengan menyatakan kesemuanya bernilai positif. Petikan 28 menunjukkan tingkah laku Amir dalam menyatakan makna bagi luas kawasan di bawah graf lengkung.

Petikan 28: Sedutan daripada Protokol 3.4

P: Apa tafsiran kamu mengenai gambarajah yang diberi?
R: Semua gambarajah menggunakan paksi yang berbeza. Pada gambarajah yang pertama, luas kawasan di bawah graf lengkung yang terletak di sebelah atas paksi-*x* bernilai positif. Pada gambarajah kedua pun, luas kawasan yang terletak di sebelah bawah paksi-*x* juga bernilai positif.
P: Mengapa kamu berkata begitu?
R: Sebab luas kawasan mana boleh bernilai negatif.
P: Boleh kamu buktikan dari segi pengiraan pengamiran?
R: Baiklah (sambil mengira terus menggunakan kalkulator).

$$y = -x^2 + 5x - 4$$

$$\int_1^4 y \, dx$$

$$\int_1^4 -x^2 + 5x - 4 \, dx$$

Daripada persamaan yang saya pilih seperti di atas, apabila saya membuat pengiraan secara pengamiran, nilai nya adalah negatif.

$$y = x^2 - 5x + 4$$

$$\int_1^4 y \, dx$$

Bagi persamaan ini pula, jawapan yang saya dapat ialah positif.

P: Jadi, apa yang kamu boleh terangkan berdasarkan pengiraan yang kamu buat tadi?

R: Apabila pengiraan pengamiran dapat nilai negatif, boleh diandaikan kedudukan luas kawasan itu terletak di bawah paksi-*x*.

Berdasarkan Petikan 28, Amir menyatakan bahawa luas kawasan di bawah graf lengkung mestilah bernilai positif walaupun kedudukan luas kawasan tersebut terletak di sebelah atas atau di sebelah bawah paksi-*x*. Tegas beliau, konsep luas kawasan tidak boleh bernilai negatif. Namun begitu, Amir menjelaskan bahawa sekiranya luas kawasan yang dikira daripada pengamiran bernilai negatif, ini bermakna kedudukan luas kawasan tersebut terletak di sebelah bawah paksi-*x*. Tafsiran beliau ini jelas menunjukkan beliau memberi makna berasaskan logik sepenuhnya dalam memberi makna tentang luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah atas dan di sebelah bawah paksi-*x*.

Makna berasaskan Hukum Algoritma. Berlainan pula dengan Zalikha yang menjelaskan luas kawasan di sebelah kanan paksi-*y* adalah bernilai positif, manakala luas kawasan yang dilukis pada sebelah kiri paksi-*y* adalah bernilai negatif. Berikut dalam Petikan 29 adalah paparan daripada tingkah laku Zalikha dalam memberi tafsiran makna tentang luas kawasan di bawah grag lengkung pada paksi-*y*.

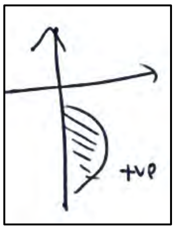
Petikan 29: Sedutan daripada Protokol 3.5

P: Apa tafsiran kamu pula bagi gambarajah pada paksi-*y*?

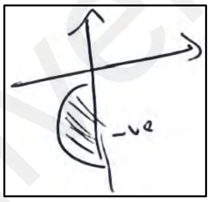
R: Luas kawasan di bawah graf lengkung yang terletak di sebelah kanan paksi-*y* adalah positif, manakala luas kawasan di bawah graf lengkung yang terletak di sebelah kiri paksi-*y* adalah negatif.

P: Mengapa begitu?

R: Sebabnya kalau saya letak luas kawasan di sebelah kanan paksi-*y* ini pada bahagian bawah paksi-*x*, nilainya ialah positif (sambil melukis).



Kalau saya letak luas kawasan di sebelah kiri paksi-*y* ini pada bahagian bawah paksi-*x*, nilainya ialah negatif (sambil melukis).



Dalam Petikan 29, Zalikha menjelaskan bahawa luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y* yang bernilai positif atau negatif bergantung pada kedudukannya yang terletak di sebelah kanan paksi-*y* atau di sebelah kiri paksi-*y*. Hasil kajian mendapati beliau menyatakan luas kawasan di bawah graf lengkung yang terletak di sebelah kanan paksi-*y* adalah bernilai positif kerana kedudukannya terletak di sebelah kanan paksi-*y*. Bagi luas kawasan di bawah graf lengkung yang terletak di sebelah kiri paksi-*y* pula bernilai negatif kerana kedudukannya yang terletak di sebelah kiri paksi-y. Jelas di sini bahawa Zalikha menggunakan hukum algoritma dalam memberikan tafsiran tentang makna luas kawasan di bawah graf lengkung.

Kesimpulan. Semua peserta kajian memberi makna secara logik tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-xy. Hasil kajian mendapati mereka menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah atas dan di sebelah bawah paksi-x adalah bernilai positif, manakala luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kanan dan di sebelah kiri paksi-y juga bernilai positif. Mereka menjelaskan bahawa konsep luas kawasan adalah sentiasa bernilai positif.

Namun begitu, hanya empat peserta kajian sahaja yang menggunakan memberi makna secara hukum algoritma dengan mengira luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah atas paksi-x menggunakan teorem asas kalkulus bernilai positif, dan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah bawah paksi-x menggunakan teorem asas kalkulus bernilai negatif apabila mereka diminta memberi tafsiran akan makna tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-x. Mereka berpendapat dari sudut pengiraan, luas kawasan di bawah graf lengkung bernilai negatif berdasarkan kedudukan luas kawasan tersebut yang terletak di bawah paksi-x. Namun begitu, dari segi konsep luas kawasan mestilah bernilai positif.

Akhir sekali, terdapat tiga daripada enam peserta kajian yang juga menggunakan hukum algoritma dalam mengira luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kanan paksi-y menggunakan teorem asas kalkulus bernilai positif, dan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kiri paksi-y menggunakan teorem asas kalkulus bernilai negatif apabila mereka diminta memberi tafsiran akan makna tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-y.

Penaakulan

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu yang membabitkan penaakulan mereka dianalisis berdasarkan dua soalan utama, iaitu penaakulan tentang simbol pengamiran tentu, dan penaakulan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung.

Penaakulan tentang Simbol Pengamiran Tentu. Berhubung dengan cara pelajar lepasan menengah membuat penaakulan mengenai simbol pengamiran tentu pada satah-*xy*, peserta kajian memberi tafsiran dengan menggunakan dua kategori iaitu imej, dan operasional. Keterangan bagi kedua-dua kategori tersebut adalah:

(i) *Penaakulan berdasarkan imej*. Terdapat dua jenis respons iaitu:

a. Pelajar membuat penaakulan antara simbol pengamiran tentu dengan lakaran graf lengkung pada satah-*xy*.

b. Pelajar membuat penaakulan antara simbol pengamiran tentu dengan lorekkan luas kawasan graf lengkung pada satah-*xy*

(ii) *Penaakulan berdasarkan operasional*. Terdapat satu jenis respon sahaja, iaitu

a. Pelajar membuat penaakulan simbol pengamiran tentu dalam menunjukkan jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus pada paksi-*xy*.

Jadual 4.6 merumuskan terdapat dua kategori dalam membuat penaakulan tentang simbol pengamiran tentu iaitu penaakulan berdasarkan imej, dan penaakulan berdasarkan operasional oleh kesemua peserta kajian.

Jadual 4.6

Penaakulan Simbol Pengamiran Tentu

Kategori	Huraian	Peserta
Penaakulan berdasarkan imej	• Lakaran graf lengkung pada satah-*xy*.	Semua
	• Lorekkan luas kawasan graf lengkung pada satah-xy.	Semua
Penaakulan berdasarkan operasional	• Jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus.	Semua

Penaakulan Berdasarkan Imej. Daripada Jadual 4.6, hasil kajian mendapati semua peserta kajian menggunakan dua kategori sahaja iaitu membuat penaakulan berdasarkan imej dan operasional tentang simbol pengamiran tentu. Daripada hasil kajian, penaakulan yang dilakukan oleh Hamim tentang simbol pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 30 yang menunjukkan tingkah laku beliau dalam memberi tafsiran dan penjelasan beliau.

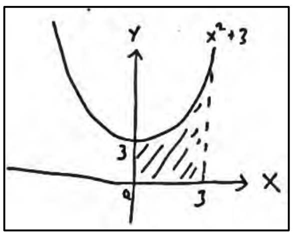
Petikan 30: Sedutan daripada Protokol 4.1

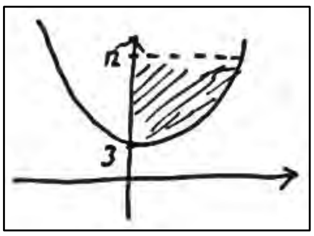
P: Apakah gambaran yang boleh kamu berikan antara simbol pengamiran tentu pada paksi-*x* dan simbol pengamiran tentu pada paksi-*y*?

R: Saya rasa lorekkan luas kawasan di bawah grafnya. Maksud saya simbol $_a\int^b f(x)\,dx$ graf berlorek akan terletak pada paksi-*x*. Simbol $_c\int^d f(y)\,dy$ pula lorekkan luas kawasan di bawah graf akan terletak pada paksi-*y*.

P: Sila jelaskan bagaimana kamu menentukannya?

R: Simbol $_a\int^b f(x)\,dx$ ini, sekiranya kita melukis grafnya, kawasan yang berlorek akan menuju ke arah paksi-*x*. Begitu juga simbol $_c\int^d f(y)\,dy$, graf yang kita lukis itu lorekkan kawasannya akan menuju pada paksi-*y* (sambil melukis)





P: Mengapa kamu berkata demikian?

R: Sebenarnya nilai pada had atas dan had bawah yang terletak pada simbol $\int$ memainkan peranan yang sangat besar. Maksud saya, huruf *a* dan *b* pada simbol $_a\int^b f(x)\ dx$ terletak pada paksi-*x*. Tambahan pula, simbol *dx* itu sendiri memberi makna pada kita bahawa kamiran perlu dilakukan pada paksi-*x*. Oleh itu, lorekkan grafnya adalah pada paksi-*x*. Begitu juga penerangan saya bagi simbol $_c\int^d f(y)\ dy$. Huruf *c* dan *d* pada simbol ini terletak pada paksi-*y*. Simbol *dy* itu sendiri memberi petunjuk pada kita bahawa kamiran perlu dilakukan pada paksi-*y*.

Penaakulan tentang pengamiran tentu yang dibuat oleh Hamim dalam Petikan 30 menjelaskan bahawa simbol $_a\int^b f(x)\ dx$ mempunyai luas kawasan graf yang dilukis pada paksi-*x*. Menurut beliau, graf yang dilukis mempunyai luas kawasan yang berlorek menuju pada paksi-*x*. Sebaliknya, simbol $_c\int^d f(y)\ dy$ mempunyai luas kawasan yang dilukis pada paksi-*y*. Oleh itu, beliau berpendapat graf yang dilukis mempunyai luas kawasan yang berlorek menuju pada paksi-*y*. Hamim juga menjelaskan bahawa nilai had atas dan had bawah pada simbol $_a\int^b$ iaitu *a* dan *b* terletak pada paksi-*x*. Beliau memberi alasan bahawa simbol *a* dan *b* ini adalah nombor pada paksi-*x*, dan menunjukkan suatu luas kawasan berlorek bagi lengkungan graf yang dibatasi oleh *a* dan *b*. Jelas beliau, *a* dan *b* yang membatasi suatu luas kawasan graf lengkung yang berlorek pada paksi-*x*. Beliau menggunakan konsep yang sama bagi nilai had atas dan had bawah pada simbol $_c\int^d$ iaitu *c* dan *d* terletak pada paksi-*y*. Menurut beliau, simbol *c* dan *d* ini adalah nombor pada paksi-*y*, dan menunjukkan suatu luas kawasan berlorek bagi graf lengkung yang dibatasi oleh *c* dan *d*. Hamim memberi contoh persamaan $y = x^2 + 3$ dalam menentukan pertukaran nilai had atas dan had bawah daripada *a* dan *b* pada paksi-*x* kepada *c* dan *d* pada paksi-*y*, dengan menggunakan teknik pengantian suatu nombor pada pembolehubah *x*.

Bagi Nurin pula, penaakulan yang dilakukan oleh beliau tentang pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 31 yang menunjukkan tingkah laku beliau dalam memberi tafsiran atas perbezaan antara simbol *f*(*x*) dan *f*(*y*) yang beliau fikirkan.

Petikan 31: Sedutan daripada Protokol 4.1

P: …Apakah perbezaan yang kamu boleh berikan antara *f(x)* dan *f(y)*?

R: Penerangan saya sama seperti di atas, simbol *f(x)* ialah persamaan *y* sebagai tajuk. Manakala bagi simbol *f(y)* pula, kalau kita menukarkan persamaan *y* kepada persamaan *x* sebagai tajuk (sambil menulis).

$$y = x + 1$$
$$x = y - 1$$

P: Bagaimana pula dengan simbol $_a\int^b$ pada paksi-x dan $_c\int^d$ pada paksi- y ?

R: Huruf *a* dan *b* terletak pada paksi-*x*. Sekiranya kita mahu melakukan pengamiran pada paksi-*y*, huruf *a* dan *b* ni akan bertukar kepada huruf *c* dan *d*. Daripada contoh yang saya berikan tadi iaitu dengan menggunakan persamaan *y* = *x* + 1 (sambil menulis)

$$\int_a^b f(x)\,dx \qquad \int_c^d f(y)\,dy$$
$$\int_{a1}^{2b} (x+1)\,dx \qquad \int_c^d (y-1)\,dy$$

Dalam Petikan 31, Nurin menjelaskan bahawa simbol *f*(*x*) mempunyai perbandingan daripada simbol *f*(*y*). Menurut beliau, simbol *f*(*x*) adalah persamaan *y* terhadap *x*. Oleh itu, simbol *f*(*x*) menunjukkan pengamiran itu dilakukan terhadap pembolehubah *x*. Sebaliknya, simbol *f*(*y*) adalah proses penukaran tempat daripada simbol *f*(*x*). Nurin menjelaskan simbol *f*(*x*) boleh ditukarkan kepada simbol *f*(*y*) dengan menggunakan teknik pemindahan persamaan *x* sebagai tajuk atau subjek bagi suatu persamaan. Tambah beliau, simbol $f(y)$ adalah persamaan x terhadap y. Maka, simbol $f(y)$ menunjukkan bahawa pengamiran perlu dilakukan terhadap y.

Penaakulan Berdasarkan Operasional. Penaakulan yang dilakukan oleh Zalikha berdasarkan operasional pula dipaparkan dalam Petikan 32 dan Petikan 33 yang menunjukkan tingkah laku beliau dalam menunjukkan jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus pada satah-*xy*.

Petikan 32: Sedutan daripada Protokol 4.2

P: Apakah yang kamu boleh tafsirkan mengenai $_0\int^4 x^2\,dx$?

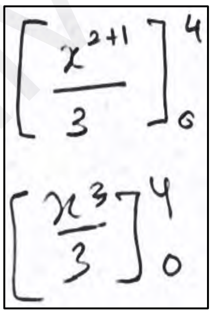
R: Saya terfikir akan melakukan pengamiran terlebih dahulu terhadap x. Kemudian, soalan ini ada had bawah dan had atas.

P: Mengapa kamu berkata sedemikian?

R: Maksud saya, soalan ini mempunyai had atas dan had bawah. Pengamiran yang akan dilakukan nanti akan bermula dengan 0 hingga 4.

P: Bagaimanakah kamu menyelesaikan soalan pengamiran tentu ini? Dan terangkan bagaimana kamu menyelesaikannya.

R: Pertama sekali saya kamirkan persamaan x^2 ini yang mana kuasanya saya tambahkan dengan 1 menjadi x^3. Diikuti dengan penyebutnya yang mana sama jugak dengan kuasanya ditambahkan dengan 1. Maka jawapan pengamiran bagi x^2 ialah $x^3/3$.



P: Apakah yang berlaku seterusnya?

R: Saya akan menggantikan pemboleh ubah x ini dengan had atas dan had bawah iaitu 4 dan 0. Apabila x^3 digantikan dengan 4 akan menjadi 64. Begitu juga sekiranya saya menggantikan x^3 dengan 0 akan menjadi 0. Kemudian, saya menolakkan 64/3 dengan 0. Maka, jawapan yang saya dapat ialah 21.33.

$$\frac{4^3}{3} - \frac{0^3}{3}$$

$$\frac{64}{3} - 0$$

$$= 21.33$$

Dalam Petikan 32, Zalikha menjelaskan tentang proses yang berlaku dalam pengamiran tentu iaitu $\int_0^4 x^2\, dx$. Bagi mendapatkan jawapan pengamiran, beliau menggunakan petua kuasa, $\int_a^b x^n\, dx = x^{(n+1)}/(n+1)$, iaitu menambahkan nombor 1 pada kuasa. Beliau melakukannya pada persamaan kuadratik iaitu x^2. Kuasa pada persamaan kuadratik adalah 2. Maka, sekiranya ditambah dengan nombor 1, menjanakan kepada nombor 3. Ini memberi kesan secara tak langsung pada penyebut dengan meletakkan nombor yang sama iaitu 3. Pengamiran pada persamaan kuadratik, x^2, ialah $x^{(2+1)}/(2+1)$, dan beliau memperolehi $(x^3)/3$. Seterusnya, Zalikha menyelesaikan soalan pengamiran tersebut. Setelah beliau mengkamirkan persamaan kuadratik, beliau menggantikan pemboleh ubah x dengan had atas dan had bawah. Beliau menggantikan had atas, iaitu $x = 4$ ke dalam $x^3/3$, kepada $(4)^3/3$, dan menjanakan 64/3. Begitu juga dengan had bawah, iaitu $x = 0$, yang mana Zalikha telah menggantikannya ke dalam $x^3/3$ iaitu $(0)^3/3$, dan jawapan yang diperolehi ialah 0. Kemudian, perbezaan dilakukan dengan menolakkan 64/3 dengan 0. Maka, Zalikha memperolehi jawapan 64/3 atau 21.33.

Petikan 33: Sedutan daripada Protokol 4.3

P: Apakah yang kamu boleh tafsirkan mengenai $\int_0^{16} \sqrt{y}\, dy$?
R: Soalan ini macam ada kaitan dengan soalan tadi.
P: Apa maksud kamu?
R: Sebelum ini persamaan y adalah x^2. Tapi kalau saya pindahkan y sebagai tajuk. Sekiranya kuasa dua

dipindahkan, akan memperolehi punca kuasa dua. Maka, persamaan yang terlibat adalah $x = \sqrt{y}$.

$$x^2 = y$$
$$x = \sqrt{y}$$

P: Itu sahaja ke?

R: Ada lagi. Sekiranya kita ingin lakukan pengamiran terhadap paksi-y, maka had bawah dan had atas terletak pada paksi-y. Oleh itu, nilai pada paksi-y bermula dengan $y = 0$ sehingga $y = 16$.

P: Bagaimana pula kamu selesaikan soalan ini?

R: Saya menggunakan petua kuasa bagi menjawab soalan pengamiran ini. Persamaan $\sqrt{y}$, saya permudahkan kepada $y^{1/2}$. Apabila melakukan pengamiran dengan menggunakan petua kuasa, maka jawapan yang diperolehi adalah $y^{(3/2)}/(3/2)$. Seterusnya, penggantian pada pemboleh ubah y akan dilakukan dengan menggantikan had bawah dan had atas iaitu $y = 0$ dan $y = 16$, memperolehi 0 dan 128/3. Kemudian, perbezaan dicari dengan $128/3 - 0 = 128/3$.

Daripada Petikan 33 pula, didapati bahawa Zalikha banyak melakukan perubahan pada soalan pengamiran ini. Pada mulanya, beliau melakukan pemindahan pemboleh ubah x sebagai perkara tajuk. Daripada $y = x^2$, beliau menukarkannya kepada bentuk $x = \sqrt{y}$. Beliau memberi alasan bahawa pemindahan suatu pemboleh ubah y kepada pemboleh ubah x sebagai tajuk dilakukan kerana soalan pengamiran tersebut memerlukan beliau mengkamirkannya terhadap pemboleh ubah y. Beliau menyatakan bahawa had atas dan had bawah pada simbol $\int_0^4$ pada persamaan kuadratik itu telah berubah kepada had atas dan had bawah pada paksi-y dan memperolehi $\int_0^{16} \sqrt{y}\, dy$. Menurut beliau, kaedah penggantian had bawah, iaitu $x = 0$ dan had atas, iaitu $x = 4$, ke dalam persamaan kuadratik, $y = x^2$, dilakukan bagi mendapatkan kesemua nilai y dengan menggunakan kalkulator saintifik. Apabila digantikan $x = 0$ ke dalam persamaan $y = x^2$, beliau memperoleh $y = 0$ juga. Akan tetapi, apabila beliau menggantikan $x = 4$ ke dalam persamaan yang sama, beliau mendapat y = 16. Oleh itu, had bawah dan had atas pada paksi-y ialah y = 0 dan y = 16. Maka, simbol ${}_0\int^4$ bertukar kepada simbol ${}_0\int^{16}$. Zalikha juga menggunakan rumus kamiran x^n untuk mengkamirkan $\sqrt{y}$. Dalam konteks ini, beliau mempermudahkan simbol $f(y)$, iaitu $\sqrt{y}$ kepada $y^{1/2}$, sebelum melakukan pengamiran. Dengan menggunakan rumus kamiran x^n, beliau menjanakan pengamiran $y^{1/2}$ kepada $y^{(3/2)}/(3/2)$. Seterusnya, beliau menggantikan had bawah, y = 0, dan had atas, y = 16, ke dalam $y^{(3/2)}/(3/2)$ untuk memperoleh jawapan 0 dan 128/3. Kemudian, perbezaan antara had bawah dan had atas dilakukan, (128/3) – 0, dan beliau memperoleh jawapan pengamiran iaitu 42.667.

Kesimpulan. Membuat penaakulan bagi simbol pengamiran tentu oleh pelajar lepasan menengah, kedua-dua kategori yang dinyatakan adalah dominan, melibatkan peserta kajian untuk melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-x, dan menunjukkan jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus.

Penaakulan bagi Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung. Peserta kajian menggunakan kategori imej, dan operasional dalam membuat penaakulan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-xy. Keterangan bagi dua kategori tersebut adalah:

(i) *Penaakulan berdasarkan imej*. Terdapat tiga jenis respons iaitu:

a. Pelajar membuat penaakulan antara simbol pengamiran tentu dengan lakaran graf lengkung pada satah-xy.

b. Pelajar membuat penaakulan antara simbol pengamiran tentu dengan lorekkan luas kawasan graf lengkung pada satah-xy

c. Pelajar membuat penaakulan antara simbol pengamiran tentu dengan membahagikan luas kawasan graf lengkung pada satah-*xy* kepada beberapa bentuk trapezium.

(ii) *Penaakulan secara operasional*. Terdapat dua jenis respon sahaja iaitu:

a. Pelajar membuat penaakulan simbol pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung dalam menunjukkan jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus pada satah-*xy*.

b. Pelajar membuat penaakulan simbol pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung dalam menunjukkan jalan kerja yang menggunakan petua trapezium pada satah-*xy*

Terdapat dua kategori dalam membuat penaakulan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*, iaitu imej dan operasional oleh peserta kajian seperti dalam Jadual 4.7 di bawah.

Jadual 4.7

Penaakulan bagi Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung

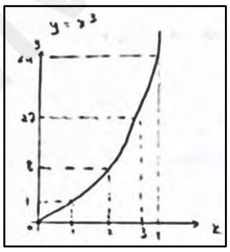
Kategori	Huraian	Peserta
Penaakulan berdasarkan imej	• Lakaran graf lengkung pada satah-*xy*.	Semua
	• Lorekkan luas kawasan graf lengkung pada satah-*xy*.	Semua
	• Membahagikan luas kawasan graf lengkung pada satah-*xy* dengan beberapa bentuk trapezium	Farid, Hamim, Maria, Amir, Nurin
Penaakulan berdasarkan operasional	• Jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus	Semua
	• Jalan kerja yang menggunakan petua trapezium pada satah-*xy*	Farid, Hamim, Maria, Amir, Nurin

Penaakulan Berdasarkan Imej. Hasil kajian daripada Jadual 4.7 di atas mendapati semua peserta kajian menggunakan kedua-dua kategori iaitu membuat penaakulan secara imej dengan melakar graf lengkung dan melorekkan luas kawasan di bawah graf tersebut pada satah-*xy*, dan penaakulan secara operasional dengan menunjukkan jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus.

Daripada hasil kajian, pengkaji mendapati semua peserta kajian membuat penaakulan secara imej luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy* dengan melakar dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah tersebut. Selain itu, Farid merupakan salah seorang daripada lima peserta kajian yang membuat hubung kait secara imej dalam membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung dengan beberapa lakaran bentuk trapezium apabila beliau diminta memberi tafsiran atas penjelasan beliau membuat penaakulan tersebut seperti dipaparkan dalam Petikan 34.

Petikan 34: Sedutan daripada Protokol 4.3

P: Jelaskan apa yang kamu boleh katakan tentang kamiran ini?
R: Bentuk persamaan x^2 adalah seperti orang yang senyum. Jadi lukisannya begini:



P: Mengapa kamu lukis begitu?
R: Cara saya melukis graf kubik adalah sama dengan cara saya melukis graf kuadratik.
P: Boleh kamu terangkan dengan lebih lanjut?
R: Saya menggantikan kesemua nilai x dari $x = 0$ sehingga $x = 4$ ke dalam persamaan kubik, $y = x^3$. Maka nilai y ialah 0, 1, 8, 27 dan 64. Kemudian saya plotkan graf.
P: Apa tujuan kamu melukis garis putus-putus tersebut?

R: Oh! Agar senang saya tahu berapa bentuk trapezium yang saya boleh lukis daripada graf ini sama ada pada paksi-x atau pada paksi-y.

Dalam Petikan 34, Farid telah menggunakan titik (0, 0), (1, 1), (2, 8), (3, 27) dan (4, 64) yang diperolehi untuk melukis bentuk graf persamaan kubik. Beliau menjelaskan bahawa bentuk graf lengkung bagi persamaan kubik berbentuk S disebabkan simbol $_0\int^4$. Di sini, beliau menggunakan nilai pada pada paksi-x yang sama, iaitu bermula dari $x = 0$ sehingga $x = 4$. Menurut beliau, sebanyak empat bentuk trapezium dilukis pada graf lengkung bagi persamaan kubik. Setelah itu, luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium dicari iaitu A_1, A_2, A_3 dan A_4, dengan menggunakan formula mencari luas kawasan bentuk trapezium, $A = ½ \times$ (hasil tambah bagi panjang 2 garis yang selari) × (tinggi trapezium). Di sini, beliau mencari hasil tambah bagi kesemua luas kawasan bentuk trapezium yang diperolehi sebagai luas kawasan di bawah graf lengkung. Jelas beliau telah membuat penaakulan secara imej dalam hal ini. Tingkah laku beliau tentang apa yang tergambar dalam fikiran beliau mengenai mencari luas kawasan di bawah graf lengkung menggunakan petua trapezium pula dipaparkan dalam Petikan 35.

Petikan 35: Sedutan daripada Protokol 4.3

P: Mengapakah kamu perlu melukis beberapa bentuk trapezium?

R: Kerana ia seakan sama dengan bentuk graf lengkungan yang saya lukis.

P: Apakah yang kamu lakukan pada beberapa bentuk trapezium yang kamu lukis?

R: Saya akan mencari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium dengan menggunakan formula $A = ½$ (hasil tambah bagi panjang 2 garis yang selari) (tinggi)

R: (Menekan kalkulator saintifik.) Cara yang sama juga saya lakukan iaitu mencari luas kawasan bagi setiap trapezium yang saya lukis pada graf kubik. Dengan menggunakan formula luas kawasan bentuk trapezium, saya mencari:

$A_1 = ½ (0+1) (1-0) = ½$,
$A_2 = ½ (1+8) (2-1) = 9/2$,
$A_3 = ½ (8+27) (3-2) = 35/2$, dan
$A_4 = ½ (27+64) (4-3) = 91/2$.

P: (Menekan kalkulator saintifik.) Apakah langkah seterusnya?
R: Saya jumlahkan kesemua luas kawasan. Maka luasnya ialah 68.
P: Pada pendapat kamu, apakah yang akan terjadi sekiranya kamu menambahkan beberapa lagi bentuk trapezium yang dilukis sebelum ini?
R: Pada pendapat saya, luas kawasan bagi graf lengkung akan menghampiri jawapan sebenar mengikut pengiraan menggunakan petua kuasa dalam pengamiran tentu.

Dalam Petikan 35, Farid menunjukkan jalan kerja menggunakan petua trapezium bagi mencari luas kawasan setiap bentuk trapezium yang dilukis, iaitu $A_1 = ½ (0+1) (1-0) = ½$, $A_2 = ½ (1+8) (2-1) = 9/2$, $A_3 = ½ (8+27) (3-2) = 35/2$, dan $A_4 = ½ (27+64) (4-3) = 91/2$. Beliau menyatakan setiap luas kawasan bentuk trapezium yang diperolehi akan dijumlahkan menjadi ½ + 9/2 + 35/2 + 91/2 = 68. Maka, penghampiran luas kawasan di bawah graf kubik yang diperolehi ialah 68 unit^2. Farid menjelaskan jawapan luas kawasan bentuk trapezium akan menghampiri jawapan sebenar luas kawasan di bawah graf lengkung sekiranya beliau membahagikan lagi kawasan graf itu dengan menambahkan bentuk trapezium yang dilukis.

Penaakulan Berdasarkan Operasional. Berbeza dengan Farid, setelah lakaran graf lengkung dan lorekkan luas kawasan dibuat, Amir lebih cenderung membuat penaakulan secara operasional dengan menggunakan teorem asas kalkulus apabila beliau diminta memberi tafsiran atas penjelasan beliau tersebut seperti dipaparkan dalam Petikan 36.

Petikan 36: Sedutan daripada Protokol 4.3

P: Bagaimana pula dengan persamaan x^3? Cuba kamu selesaikan.

R: Lebih kurang sama juga caranya dengan x^2. Saya kamirkan x^3 dengan menambahkan kuasanya dengan 1. Jadi $x^4/4$.

$$\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^4$$

Kemudian, saya gantikan pemboleh ubah x dengan nombor 4, menjadi 256. Setelah dibahagikan dengan 4, menjadi 64. Begitu juga setelah digantikan pemboleh ubah x dengan 0, menjadi 0. Akhir sekali, saya tolakkan 64 dengan 0, maka jawapannya ialah 64.

$$= \left(\frac{(4)^4}{4}\right) - \left(\frac{(0)^4}{4}\right)$$
$$= \frac{256}{4}$$

Daripada Petikan 36, Amir menggantikan had atas dan had bawah, $x = 4$ dan $x = 0$ ke dalam $x^4/4$, kepada $(4)^4/4$ dan $(0)^4/4$, dan mendapatkan jawapan 64 dan 0. Seterusnya, penolakan dilakukan iaitu 64 – 0, dan beliau memperolehi jawapan bagi luas kawasan ialah 64 unit^2.

Kesimpulan. Daripada hasil kajian, kedua-dua kategori adalah dominan, namun begitu semua peserta kajian lebih cenderung melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-x, dan menunjukkan jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus. Bagi mereka, daripada simbol pengamiran tentu, penggunaan yang sinonim bagi pengamiran tentu adalah mencari luas kawasan di bawah graf lengkung menggunakan teorem asas kalkulus. Jelas menunjukkan mereka dapat membuat penaakulan antara luas kawasan di bawah graf lengkung dengan kamiran tentu. Salah satu aspek yang penting dalam masalah mencari luas ialah lakaran graf lengkung. Ini kerana daripada graf tersebut, semua peserta kajian bersetuju bahawa mereka akan memperolehi rantau yang dikehendaki dan seterusnya memberi mereka idea untuk menggunakan rumus kamiran x^n yang bersesuaian.

Komunikasi

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu yang membabitkan komunikasi dengan rakan mereka yang tidak dapat hadir ke sekolah pada hari guru mereka mengajar topik pengamiran tentu dan keterangan mereka dianalisis berdasarkan tiga soalan utama iaitu komunikasi dengan rakan tentang pengamiran tentu, komunikasi dengan rakan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung, dan komunikasi dengan rakan tentang cara menyelesaikan soalan pengamiran tentu.

Komunikasi tentang Pengamiran Tentu. Berhubung dengan cara pelajar lepasan menengah berkomunikasi dengan rakan mereka tentang pengamiran tentu, peserta kajian menggunakan tiga kategori iaitu komunikasi berdasarkan bahasa matematik, komunikasi berdasarkan kemahiran, dan komunikasi berdasarkan grafik dalam berkomunikasi dengan rakan tentang pengamiran tentu. Keterangan bagi ketiga-tiga kategori tersebut adalah:

(i) *Komunikasi berdasarkan bahasa matematik*. Terdapat dua jenis respons iaitu:

a. Pelajar berkomunikasi dalam mencari persamaan daripada fungsi kecerunan.
b. Pelajar berkomunikasi dengan melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung yang dibatasi bermula dengan had bawah dan berakhir dengan had atas pada satah-*xy*.

(ii) *Komunikasi berdasarkan kemahiran*. Terdapat dua jenis respons iaitu:

a. Pelajar berkomunikasi dalam menunjukkan jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus, iaitu jika f selanjar dalam selang $[a, b]$ dan fungsi F adalah anti terbitan bagi f dalam $[a, b]$, maka $\int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$, dengan a disebut had bawah dan b disebut had atas kamiran.

b. Pelajar berkomunikasi dalam menunjukkan jalan kerja yang menggunakan pengamiran berangka daripada petua trapezium dengan melukis beberapa bentuk trapezium di bawah graf lengkung, kemudian luas setiap trapezium tersebut dicari dengan mengggunakan formula bagi luas trapezium, dan mendapatkan jumlah luas kawasan kesemua trapezium dalam mencari luas kawasan di bawah graf lengkung.

(iii) *Komunikasi berdasarkan grafik*. Terdapat tiga jenis respons iaitu:

a. Pelajar berkomunikasi dengan melakarkan graf lengkung pada satah-xy.

b. Pelajar berkomunikasi dengan melorekkan luas kawasan yang dikehendaki.

c. Pelajar berkomunikasi dengan menggunakan simbol kamiran tentu iaitu $\int_a^b f(x)\, dx$ atau $\int_c^d f(y)\, dy$.

Jadual 4.8 merumuskan terdapat tiga kategori bagi berkomunikasi dengan rakan tentang pengamiran tentu iaitu bahasa matematik, kemahiran, dan grafik oleh peserta kajian apabila mereka memberi tafsiran membabitkan aktiviti bagi komunikasi tentang pengamiran tentu.

Jadual 4.8

Komunikasi tentang Pengamiran Tentu

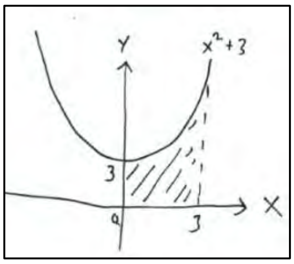
Kategori	Huraian	Peserta
Komunikasi berdasarkan bahasa matematik	• Anti pembezaan / terbitan	Hamim, Zalikha, Nurin
	• Mencari jarak-laju daripada pecutan	Hamim, Zalikha,
	• Persamaan daripada fungsi kecerunan.	Hamim, Nurin
Komunikasi berdasarkan kemahiran	• Luas kawasan di bawah graf lengkung.	Hamim, Zalikha,
	• Jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus.	Farid, Zalikha, Maria, Amir, Nurin
	• Jalan kerja yang menggunakan petua trapezium	Farid,
Komunikasi berdasarkan grafik	• Melukis graf lengkung pada satah-*xy*.	Farid, Zalikha, Maria,
	• Melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*	Farid, Zalikha, Maria,
	• Menggunakan simbol kamiran tentu iaitu $_a\int^b f(x)\,dx$ atau $_c\int^d f(y)\,dy$	Farid, Hamim, Zalikha, Amir, Nurin

***Komunikasi berdasarkan Bahasa Matematik*.** Hamim merupakan antara dua peserta kajian yang menggunakan kategori bahasa matematik dalam berkomunikasi dengan rakannya tentang pengamiran tentu. Beliau menjelaskan kegunaan kamiran tentu adalah cara terbaik untuk menerangkan kepada rakannya tentang pengamiran tentu. Tingkah laku beliau dipaparkan dalam Petikan 37.

Petikan 37: Sedutan daripada Protokol 5.1

P: Bagaimana kamu terangkan kepada rakan kamu yang tidak dapat hadir ke sekolah mengenai pengamiran tentu?
R: Saya akan terangkan dari segi aplikasi pengamiran tentu.
P: Jelaskan maksud kamu itu.

R: Saya nak dia faham kenapa kita perlu belajar pengamiran tentu. Contohnya nak mencari luas kawasan di bawah graf lengkung (sambil melukis)



P: Ada lagi kamu nak tambah?

R: Selain itu, saya nak jelaskan yang pengamiran ni berlawanan dengan pembezaan. Contohnya x^2. Kalau kita bezakan x^2, akan dapat $2x$ (sambil menulis)

$$x^2$$
$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

Kalau kita kamirkan balik $2x$ ini dengan petua asas kamiran, akan dapat balik x^2 (sambil menulis)

$$\int 2x \; dx$$
$$\left[\frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}}\right]$$
$$= x^2$$

P: Selain dari anti pembezaan, apakah lagi aplikasi pengamiran tentu yang kamu tahu?

R: Mencari jarak atau laju daripada pecutan. Laju ialah jarak bahagi masa. So nak cari halaju, contohnya dari masa 0s sampai 10s dengan jarak 5m, kena bezakan. Tapi kalau nak cari jarak semula, kita kena kamirkan (sambil menulis)

$$V = \frac{d}{t}$$

Dalam Petikan 37, Hamim lebih cenderung berkomunikasi dengan berdasarkan bahasa matematik tentang kegunaan pengamiran tentu agar rakannya faham sebab kenapa perlu belajar pengamiran tentu. Contoh pertama yang beliau nyatakan ialah mencari luas kawasan di bawah graf lengkung dengan persamaan $x^2 + 3$, yang mana luas kawasan dilorekkan pada paksi-x dan dibatasi oleh garis $x = 0$ dan garis $x = 3$. Selain itu, Hamim juga menjelaskan pengamiran merupakan proses songsangan kepada pembezaan, yang mana bermaksud mencari fungsi y jika diberi dy/dx. Contoh yang beliau gunakan ialah sekiranya pembezaan kepada x^2 ialah $dy/dx = 2x$, maka pengamiran bagi $\int 2x\, dx$ ialah x^2. Oleh itu, jelas beliau pengamiran disebut songsangan kepada pembezaan atau anti terbitan. Akhir sekali, Hamim menyatakan pengamiran tentu juga boleh diaplikasikan dalam mencari jarak atau laju daripada pecutan.

***Komunikasi berdasarkan Kemahiran*.** Farid pula antara lima peserta kajian yang berkomunikasi berdasarkan kemahiran dalam menjelaskan pengamiran tentu. Tingkah laku beliau dalam menggunakan kategori ini dipaparkan dalam Petikan 38.

Petikan 38: Sedutan daripada Protokol 5.1

P: … Bolehkah kamu jelaskan dengan lebih lanjut?
R: Contoh persamaan x^2. Pengamiran bagi persamaan x^2 ialah $(x^3/3) + C$.
P: Bagaimana kamu menerangkan kepada rakan kamu jawapannya begitu?
R: Mula-mula kita mengkamirkan persamaan x^2 menggunakan formula petua kuasa iaitu kuasa pada persamaan itu ditambah dengan nombor 1, diikuti dengan per kuasa pada persamaan itu ditambah dengan nombor 1.
P: Selain itu, adakah kamu mempunyai penjelasan lain?
R: Soalan pengamiran tentu mempunyai had atas dan had bawah. Contohnya dengan menggunakan persamaan x^2 juga, tetapi saya ingin mengkamirkannya dari had bawah, 1, sehingga had atas, 5, terhadap paksi-x, iaitu simbol dx. …

Daripada Petikan 38 di atas, Farid memberi contoh persamaan yang boleh dikamirkan dengan petua asas kamiran. Beliau memberi contoh persamaan kuadratik iaitu x^2 dalam menerangkan lebih lanjut mengenai pengamiran kepada rakannya. Pengamiran dilakukan menggunakan rumus kamiran x^n iaitu apabila kuasa pada pemboleh ubah x pada persamaan x^2 ditambah dengan nombor 1, menjadi 2 + 1 = 3. Kemudian, dibahagikan dengan kuasa yang sama, diikuti dengan pemalar C. Oleh itu, beliau memberi jawapan pengamiran bagi x^2 ialah $(x^3)/3 + C$. Dengan menggunakan contoh persamaan yang sama iaitu persamaan kuadratik, x^2, beliau menerangkan cara mencari jawapan bagi ${}_1\int^5 (x^2)\, dx$. Beliau menjelaskan penggantian nilai had atas perlu dilakukan iaitu nombor 5 ke dalam persamaan x^2 iaitu $(x^3)/3$ dan memperolehi $(5^3)/3$ atau 125/3. Beliau menggunakan kaedah penggantian yang sama juga terhadap had bawah iaitu menggantikan nombor 1 ke dalam $(x^3)/3$ dan memperolehi $(1^3)/3$ atau 1/3. Seterusnya, Farid mencari perbezaan antara keduanya iaitu 125/3 – 1/3 = 124/ 3.

Komunikasi berdasarkan Grafik. Bagi Nurin pula, antara peserta kajian yang menggunakan kategori grafik dalam berkomunikasi dengan rakannya tentang pengamiran tentu dengan menggunakan simbol ${}_a\int^b f(x)\, dx$. Tingkah laku beliau dipaparkan dalam Petikan 39.

Petikan 39: Sedutan daripada Protokol 5.1

P: (Beritahu Nurin tentang salah seorang rakannya yang tidak dapat hadir semasa pembelajaran tentang pengamiran tentu berlangsung atas sebab-sebab tertentu dan Nurin diminta untuk membantu rakannya).
Bagaimanakah kamu boleh menceritakan kepada rakan kamu tentang pengamiran tentu?

R: Sekiranya soalan matematik mempunyai persamaan dan simbol pengamiran, $\int$, kita perlu melakukan pengiraan menggunakan pengamiran.

P: Bagaimanakah kamu ingin menerangkan tentang simbol-simbol tersebut kepada rakan kamu?

R: Soalan pengamiran yang mempunyai persamaan iaitu simbol $f(x)$, simbol pengamiran, $\int$, dan simbol dx, maka kita perlu mengkamirkan persamaan itu terhadap paksi-x.

P: Bagaimana pula kamu menerangkan peranan bagi setiap simbol pengamiran tentu tersebut?

R: Simbol $f(x)$ ialah suatu persamaan yang ingin dikamirkan. Simbol a dan b ialah had atas dan had bawah, yang mana pengamiran berlaku bermula dengan a dan diakhiri dengan b.

Pada Petikan 39, Nurin menjelaskan tentang setiap simbol pengamiran iaitu ${}_a\int^b f(x)\ dx$ bagi tujuan menerangkan kepada rakannya tentang pengamiran. Bagi beliau, terdapat tiga simbol pengamiran iaitu simbol $\int$, a dan b, dan dx. Beliau menganggap soalan matematik yang mempunyai simbol $\int$ merupakan soalan pengamiran, sama ada pengamiran tak tentu atau pengamiran tentu. Nurin juga menyatakan simbol a dan b adalah had bawah dan had atas dalam suatu pengamiran tentu, iaitu simbol ${}_a\int^b$. Simbol $f(x)$ pula menunjukkan suatu persamaan yang hendak dikamirkan. Simbol dx pula menunjukkan suatu pengamiran dilakukan terhadap paksi-x.

Kesimpulan. Daripada hasil kajian yang diperolehi, terdapat dua kategori dalam berkomunikasi yang dominan, yang mana lima daripada enam peserta kajian memilih untuk menggunakan kategori kemahiran dan grafik bagi cara berkomunikasi dengan rakan yang tidak dapat hadir ke sekolah tentang pengamiran tentu. Mereka jelas lebih cenderung berkomunikasi dengan menyatakan simbol pengamiran tentu, iaitu ${}_a\int^b f(x)\ dx$ pada paksi-x, atau ${}_c\int^d f(y)\ dy$ pada paksi-y. Setiap simbol pengamiran tentu yang terbabit diterangkan satu persatu kepada akan maksud dan tujuan simbol tersebut. Justifikasi mereka lebih difahami oleh rakan dengan menggunakan contoh soalan pengamiran tentu sebagai simbol pengamiran tentu, dan seterusnya mengajar rakan mereka akan cara mengkamirkan suatu fungsi.

Komunikasi tentang Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung. Cara pelajar lepasan menengah berkomunikasi dengan rakan mereka tentang luas kawasan di bawah graf lengkung, peserta kajian menggunakan dua kategori iaitu grafik, dan kemahiran dalam berkomunikasi dengan rakan. Keterangan bagi dua kategori tersebut adalah:

(i) *Komunikasi berdasarkan grafik*. Terdapat tiga jenis respons sahaja dalam kategori ini, iaitu:

a. Melukis graf lengkung pada satah-*xy*
b. Melorek luas kawasan pada satah-*xy*
c. Melukis beberapa bentuk trapezium pada satah-*xy*

(ii) *Komunikasi berdasarkan kemahiran.* Berikut merupakan dua jenis respons bagi kategori ini, iaitu:

a. Jalan kerja yang menggunakan teorem asas kalkulus
b. Jalan kerja yang menggunakan formula petua trapezium

Analisis cara komunikasi bagi pelajar lepasan menengah kepada rakannya tentang luas kawasan di bawah graf lengkung ditunjukkan dalam Jadual 4.9. Jadual ini menunjukkan dua kategori bagi cara komunikasi, huraian bagi kategori tersebut, dan peserta kajian yang menggunakan kategori tersebut.

Jadual 4.9

Komunikasi tentang Luas Kawasan di bawah Graf Lengkung

Kategori	Huraian	Peserta
Komunikasi berdasarkan grafik	• Melukis graf lengkung pada satah-*xy*	Farid, Hamim, Zalikha, Amir, Maria
	• Melorek luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*	Hamim, Zalikha
	• Melukis beberapa bentuk trapezium pada satah-*xy*	Farid, Hamim, Amir, Nurin, Maria
Komunikasi berdasarkan kemahiran	• Menggunakan teorem asas kalkulus sebagai jalan kerja pengamiran	Hamim, Zalikha, Amir,
	• Menggunakan petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir	Farid, Hamim, Amir, Nurin, Maria

Berdasarkan Jadual 4.9, walaupun hanya terdapat dua kategori yang terlibat dalam cara komunikasi pelajar lepasan menengah dengan rakan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung, namun setiap peserta kajian didapati menggunakan lebih dari satu huraian dalam setiap kategori.

Komunikasi berdasarkan Grafik dan Kemahiran. Petikan 40 mempaparkan cara Amir berkomunikasi dengan rakannya dengan menggunakan kedua-dua kategori bagi komunikasi iaitu grafik dan kemahiran berdasarkan jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus apabila diminta untuk menjelaskan cara beliau berkomunikasi dengan rakannya mengenai luas kawasan di bawah graf lengkung.

Petikan 40: Sedutan daripada Protokol 6.2

P: Bagaimanakah kamu menjelaskan pada rakan tentang cara kamu mencari luas kawasan di bawah graf lengkung?

R: Saya guna contoh soalan saya sendiri boleh? (sambil menulis)

$$\int_{1}^{5} x^2 \, dx$$

P: Boleh. Bagaimana kamu terangkan berdasarkan contoh ini?

R: Dengan menggunakan petua asas kamiran, apabila x^2 dikamirkan akan perolehi $x^3/3$ (sambil menulis)

$$\left[\frac{x^3}{3}\right]_{1}^{5}$$

Seterusnya, pengiraan dilakukan dengan menggantikan had bawah dan had atas kamiran, iaitu $F(5) - F(1) = (5)^3/3 - (1)^3/3$. Jawapan yang saya dapat ialah 124/3.

Daripada Petikan 40, Amir menjelaskan cara komunikasi beliau dengan rakannya dalam mencari luas kawasan di bawah graf lengkung dengan menggunakan jalan kerja berdasarkan teorem asas kalkulus. Dengan menggunakan contoh fungsi polinomial x^n yang mudah, beliau menjelaskan kamiran bagi x^2 ialah menambahkan indeks x sebanyak satu, yang mana x^{2+1} dan dibahagi dengan indeks yang baru, iaitu 3, menjadi $x^3/3$. Hasil pengamiran yang diperoleh digantikan pula dengan $x = 1$ dan $x = 5$, yang mana 1 disebut had bawah kamiran, dan 5 had atas pengamiran, dan dinilaikan berasingan. Akhir sekali, perbezaan dilakukan dengan $(5)^3/3 - (1)3/3$. Oleh itu, luas kawasan di bawah graf kuadratik yang diperolehi ialah 124/3.

Maria pula dalam Petikan 41 menunjukkan cara komunikasi beliau terhadap rakannya tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*. Sama seperti Amir, beliau memilih berkomunikasi berdasarkan grafik dan kemahiran apabila diminta menerangkan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung dengan menggunakan petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi luas kawasan di bawah graf lengkung.

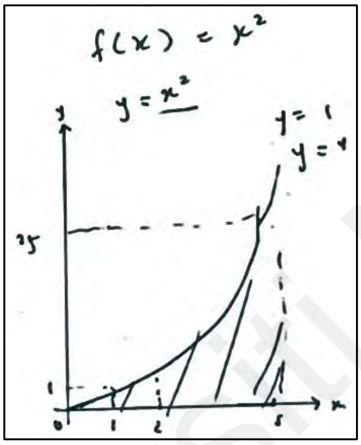
Petikan 41: Sedutan daripada Protokol 6.2

P: Bagaimanakah kamu menjelaskan pada rakan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung?

R: Saya perlu melukis graf bagi persamaan x^2. Kemudian saya menetapkan bilangan bentuk trapezium yang ingin dilukis di bawah graf tersebut. Saya mencari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium. Akhir sekali, saya mencari jumlah luas kawasan bagi kesemua bilangan bentuk trapezium yang dilukis.

P: Bagaimanakah kamu menceritakan cara melukis pada graf tersebut dan membahagikannya kepada beberapa trapezium pada rakan kamu?

R: (Melukis graf lengkung persamaan kuadratiik). Persamaan x^2 adalah graf kuadratik iaitu suatu graf lengkung.



Dalam Petikan 41, Maria melukis suatu graf yang mempunyai fungsi kuadratik, iaitu x^2, dan beberapa bentuk trapezium di bawah graf kuadratik tersebut. Beliau menyatakan sebab pemilihan bentuk trapezium dilukis kerana bentuk suatu graf kuadratik seakan sama seperti bentuk trapezium. Kemudian, beliau menetapkan bilangan bentuk trapezium yang ingin dilukis pada luas kawasan di bawah graf lengkung tersebut dengan mengira lebar selang pada paksi-x, iaitu di antara had bawah dengan had atas. Daripada bilangan dua, empat atau lapan bilangan bentuk trapezium, beliau memilih empat bilangan bentuk trapezium perlu dilukis bagi membuat komunikasi dengan rakannya. Lebar selang dicari dengan mencari perbezaan antara had atas dengan had bawah, kemudian dibahagikan bilangan bentuk trapezium yang ingin dilukis. Seterusnya, beliau mencari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium dengan menggunakan formula luas kawasan bagi bentuk trapezium iaitu A = ½ × (jumlah panjang dua garis selari) × tinggi. Akhir sekali, beliau mencari jumlah luas kawasan bagi kesemua bilangan bentuk trapezium yang dilukis.

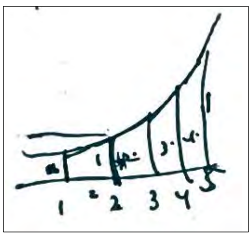
Di samping itu, cara komunikasi Farid terhadap rakannya tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*, yang mana Petikan 42 mempaparkan komunikasi beliau berdasarkan membahagikan luas kawasan kepada beberapa bentuk trapezium apabila diminta untuk berkomunikasi mengenai luas kawasan di bawah graf lengkung.

Petikan 42: Sedutan daripada Protokol 6.2

P: Bagaimana kamu mencari luas kawasan dengan petua trapezium?
R: (Menulis formula luas bagi trapezium). Saya guna formula bagi luas kawasan suatu bentuk trapezium ialah ½ × (a + b) × z. Pembolehubah z adalah tinggi bentuk trapezium.

$$\boxed{\frac{1}{2}(a+b)z}$$

P: Boleh kamu terangkan dengan lebih lanjut tentang bentuk trapezium ini?
R: Kita perlu melukis 2, 4, 8 atau seterusnya bentuk trapezium. Lebih bagus sekiranya lebih banyak bentuk trapezium yang dilukis.
P: Jadi berapa banyak bilangan bentuk trapezium yang kamu hendak lukis?
R: Saya hendak melukis empat bentuk trapezium.
P: Boleh terangkan mengapa?
R: Sebab saya tolakkan had atas dengan had bawah iaitu 5 – 1 = 4.



P: Bagaimanakah kamu menunjukkan pengiraan hasil tambah beberapa bahagian segiempat tepat pada rakan kamu?

R: Mula-mula cari lebar selang bagi setiap bentuk trapezium iaitu nilai pada paksi-x antara had bawah, 1, dan had atas, 5. Caranya ialah perbezaan di antara had atas dan had bawah dibahagi dengan bilangan bentuk trapezium kita hendak lukis, iaitu (5 – 1) dibahagi dengan empat bentuk trapezium. Jawapannya ialah 1, iaitu tinggi bagi setiap bentuk trapezium tersebut. Oleh itu, nilai pada paksi-*x* yang terlibat ialah $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$, dan $x = 5$. Daripada nilai pada paksi-*x* ini kita boleh mendapatkan nilai pada paksi-*y*. Gantikan nilai pada paksi-*x* ke dalam persamaan $y = x^2$. Apabila $x = 1$, maka $y = 1$, apabila $x = 2$, maka $y = 4$, apabila $x = 3$, maka $y = 9$, apabila $x = 4$, maka $y = 16$, dan apabila $x = 5$, maka $y = 25$. Dengan menggunakan setiap nilai pada paksi-*y*, kita gantikannya ke dalam formula bagi luas kawasan setiap bentuk trapezium iaitu:

$A_1 = (1/2) \text{ x } (1 + 4) \text{ x } 1 = 2.5$
$A_2 = (1/2) \text{ x } (4 + 9) \text{ x } 1 = 6.5$
$A_3 = (1/2) \text{ x } (9 + 16) \text{ x } 1 = 12.5$
$A_4 = (1/2) \text{ x } (16 + 25) \text{ x } 1 = 20.5$

P: Apakah yang berlaku seterusnya?

R: Saya mendapat empat nilai luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium. Akhir sekali, saya cari jumlah kesemua luas kawasan iaitu 2.5 + 6.5 + 12.5 + 20.5 = 42 unit^2.

Farid menyatakan secara terperinci dalam komunikasi beliau dengan rakannya seperti di dalam Petikan 42 di atas. Beliau menyatakan sebab pemilihan bentuk trapezium dilukis kerana bentuk suatu graf kuadratik seakan sama seperti bentuk trapezium. Kemudian, beliau menetapkan bilangan bentuk trapezium yang ingin dilukis pada luas kawasan di bawah graf lengkung tersebut dengan mengira lebar selang pada paksi-*x*, iaitu di antara had bawah dengan had atas. Daripada bilangan dua, empat atau lapan bilangan bentuk trapezium, beliau memilih empat bilangan bentuk trapezium perlu dilukis bagi membuat komunikasi dengan rakannya. Lebar selang dicari dengan mencari perbezaan antara had atas dengan had bawah, kemudian dibahagikan bilangan bentuk trapezium yang ingin dilukis. Seterusnya, beliau mencari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium dengan menggunakan formula luas kawasan bagi bentuk trapezium iaitu $A = ½ \times$ (jumlah panjang dua garis selari) $\times$ tinggi trapezium. Akhir sekali, beliau mencari jumlah luas kawasan bagi kesemua bilangan bentuk trapezium yang dilukis.

Kesimpulan. Sebagai kesimpulan, daripada dua kategori itu, didapati lima daripada enam huraian merupakan dominan, yang mana setiap daripadanya terdiri lima peserta kajian yang berlainan menggunakannya. Huraian tersebut ialah melukis graf lengkung pada satah-*xy*, melukis beberapa bentuk trapezium pada satah-*xy*, menggunakan teorem asas kalkulus sebagai jalan kerja pengamiran, dan menggunakan petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi suatu kamiran tentu. Hanya dua peserta kajian sahaja yang melorek luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy* iaitu Hamim dan Zalikha. Secara umumnya, setiap peserta kajian menggunakan kedua-dua kategori grafik dan kemahiran dalam cara berkomunikasi dengan rakan mereka tentang luas kawasan di bawah graf lengkung.

Komunikasi tentang Cara Menyelesaikan Suatu Kamiran Tentu. Cara pelajar lepasan menengah berkomunikasi dengan rakan mereka tentang cara mereka menyelesaikan kamiran tentu, peserta kajian menggunakan satu kategori sahaja iaitu komunikasi berdasarkan kemahiran. Keterangan bagi kategori tersebut adalah:

(i) *Komunikasi berdasarkan kemahiran*. Terdapat dua jenis respons sahaja dalam kategori ini, iaitu:

a. Jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus

b. Jalan kerja yang menggunakan formula petua trapezium

Analisis cara komunikasi bagi pelajar lepasan menengah kepada rakannya tentang cara menyelesaikan kamiran tentu ditunjukkan dalam Jadual 4.10, yang mana dua kategori bagi cara peserta kajian berkomunikasi, huraian bagi kategori tersebut, dan peserta kajian yang menggunakan kategori tersebut.

Jadual 4.10

Komunikasi tentang Cara Menyelesaikan Kamiran Tentu

Kategori	Huraian	Peserta
Komunikasi berdasarkan kemahiran	• Menggunakan teorem asas kalkulus sebagai jalan kerja pengamiran	Farid, Hamim, Maria, Amir, Nurin
	• Menggunakan petua trapezium dalam mencari penyelesaian hamper	Hamim, Zalikha, Maria, Nurin

Komunikasi berdasarkan Kemahiran. Cara komunikasi Hamim terhadap rakannya tentang cara menyelesaikan kamiran tentu dalam Petikan 43 mempaparkan komunikasi beliau berdasarkan jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus.

Petikan 38: Sedutan daripada Protokol 6.3

P: Bagaimanakah kamu menjelaskan pada rakan tentang cara kamu selesaikan masalah kamiran tentu?

R: Caranya dengan menggunakan petua kuasa.

P: Cuba kamu terangkan dengan lebih lanjut mengenai petua kuasa?

R: Persamaan yang terlibat adalah x^2. Apabila dikamirkan dengan menggunakan petua kuasa, pengamiran tersebut menjadi $(x^3)/3 + C$.

P: Bagaimanakah kamu melakukannya?

R: (Menunjukkan jalan pengiraan). Kuasa pada pembolehubah x ialah 2. Dengan menggunakan petua kita menambah 1 nilai pada kuasa di pembolehubah x iaitu 2 + 1 = 3. Kemudian, kita per kan 3 dan diikuti dengan pemalar C.

$$\int x^2 \, dx$$

$$\frac{x^{2+1}}{2+1} + c$$

$$= \frac{x^3}{3} + c \ *$$

P: Bagaimana pula kamu menceritakan tentang had atas dan had bawah?

R: (Menunjukkan jalan pengiraan). Had atas ialah nombor 5 dan had bawah ialah nombor 1. Jadi saya menggantikan had atas ke dalam persamaan yang telah dikamirkan iaitu (x^3)/3 menjadi (5^3)/3, dan menggantikan had bawah ke dalam persamaan yang telah dikamirkan iaitu (x^3)/3 menjadi (1^3)/3.

$$\int_1^5 x^2 \, dx$$

$$\left[\frac{x^{2+1}}{2+1}\right]_1^5$$

$$\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^5$$

P: Bagaimanakah kamu menunjukkan pada rakan kamu cara membuat pengiraan tersebut?

R: (Menunjukkan cara mencari perbezaan). kita perlu mencari perbezaan antara keduanya iaitu (5^3)/3 – (1^3)/3 = 124/3.

$$\left[\frac{5^3}{3}\right] - \left[\frac{1^3}{3}\right]$$

$$\frac{125}{3} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{124}{3}$$

Daripada Petikan 43 di atas, Hamim berkomunikasi dengan rakan apabila menyatakan $_1\int^5 (x^2)\ dx$ merupakan soalan bagi pengamiran tentu. Beliau menggunakan teorem asas kalkulus dalam mencari penyelesaian kamiran tentu. Alasan beliau ialah pada simbol $\int$ terdapat had bawah dan had atas, iaitu nombor 1 dan nombor 5. Menurut beliau lagi, simbol $_1\int^5$ menunjukkan kamiran dilakukan daripada nombor 1 sehingga nombor 5. Hamim menjelaskan selepas rumus kamiran x^n dilakukan pada persamaan x^2, hasil pengamiran iaitu $x^3/3$ akan digantikan dengan nombor 1 dan nombor 5 pada pembolehubah x. Jelas beliau, apabila nombor 1 digantikan pada pembolehubah x, akan menjadi 1/3. Begitu juga apabila digantikan nombor 5 pada pembolehubah x, akan menjadi 125/3. Seterusnya, beliau mencari perbezaan antara keduanya iaitu 125/3 – 1/3 dan memperolehi jawapan 124/3.

Cara komunikasi Maria pula terhadap rakannya tentang cara menyelesaikan kamiran tentu menggunakan petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir ada dipaparkan dalam Petikan 44.

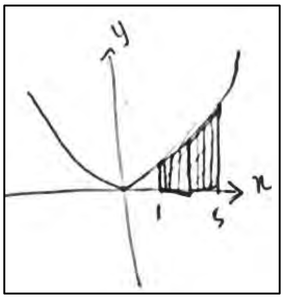
Petikan 44: Sedutan daripada Protokol 6.2

P: Bagaimanakah kamu menjelaskan pada rakan tentang cara kamu menyelesaikan masalah kamiran tentu?

R: Saya melukis graf lengkung, contohnya x^2, terlebih dahulu berpandukan pada paksi-x. Had bawah dan had atas iaitu 1 dan 5 kita letak pada paksi-x juga.

P: Bagaimana kamu terangkan pada kawan kamu berapa banyak trapezium yang nak dipotong?

R: Daripada 1 dan 5 ini, kalau kita nak potong 2, maknanya kita lukis 2 trapezium. Kalau nak 4 trapezium pula, kita potong lagi separuh dari 2 trapezium ini. Begitu juga dengan 8 trapezium. Kita potong lagi separuh bagi setiap 4 trapezium ini (sambil melukis)



P: Apakah langkah seterusnya?

R: Kemudian, kita perlu cari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium yang kita dah potong ni. Selepas itu, cari jumlah bagi semua luas kawasan trapezium tersebut.

Dalam Petikan 44, Maria berkomunikasi dengan menggunakan petua trapezium dengan rakannya apabila menyelesaikan masalah kamiran tentu. Beliau melakar graf lengkung yang terlibat, iaitu fungsi kuadratik, x^2. Jelas beliau, had bawah dan had atas kamiran perlu diletakkan pada paksi-x mengikut kehendak soalan. Daripada 1 dan 5, beliau membuat pilihan memotong luas kawasan tersebut kepada dua bentuk trapezium. Jadi lebar bagi setiap sub selang ialah (5 – 1)/2 = 2 sub selang. Daripada dua trapezium ini, Maria menjelaskan boleh membahagikan dua trapezium ini kepada empat trapezium dengan memeotong bahagian tengah bagi setiap trapezium. Begitu juga sekiranya hendak memotong sebanyak lapan trapezium, kaedah yang sama diperlukan agar dapat memotong separuh daripada setiap empat trapezium tersebut.

Kesimpulan. Huraian yang dominan bagi cara berkomunikasi dengan rakan tentang cara menyelesaikan masalah kamiran tentu ialah menggunakan teorem asas kalkulus sebagai jalan melakukan pengamiran. Lima daripada peserta kajian lebih cenderung menggunakan teorem asas kalkulus kerana lebih mudah untuk difahami, dan lebih cepat diselesaikan berbanding kaedah pengamiran berangka untuk mencari nilai hampir suatu kamiran tentu, iaitu petua trapezium. Menurut mereka lagi, jawapan yang diperolehi daripada jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus adalah lebih tepat berbanding petua trapezium. Nilai hampir bagi kamiran tentu akan menjadi lebih tepat untuk nilai sub selang yang besar. Walau bagaimanapun, mereka berpendapat sub selang yang dilukis tidaklah melebihi daripada lapan sub selang.

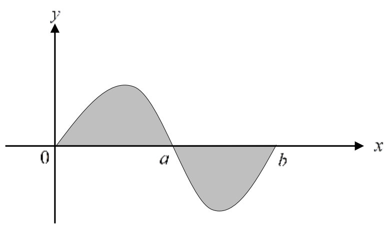
Penyelesaian Masalah

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu yang membabitkan cara mereka menyelesaikan masalah dalam soalan pengamiran tentu yang disediakan pengkaji diberikan terdiri daripada tiga konteks yang berbeza, iaitu

1. menyelesaikan kamiran fungsi dengan menggunakan petua asas kamiran yang membabitkan soalan berikut,

> Puan Mazlina ingin mencari luas kawasan mini kebunnya di bawah graf bagi $y = x^2 + 3$ yang dibatasi oleh a. paksi-x dari $x = 0$ hingga $x = 3$, dan b. paksi-y pada had yang sama.

2. mencari penyelesaian masalah bagi sifat-sifat suatu kamiran tentu dengan, yang membabitkan soalan berikut

> Rajah menunjukkan graf lengkung, halaju-masa, $y = f(x)$, bagi suatu perjalanan keretapi dari KL ke Kelantan yang memotong paksi-x di $x = 0$, $x = a$, dan $x = b$.
>
> 
>
>
> Diberi luas rantau lorek P ialah 12 unit^2 dan luas rantau berlorek Q ialah 11 unit^2. Cari nilai $\int_a^0 -2f(x)dx + \int_a^b 9f(x)dx$

3. mentakrifkan dan menyelesaikan kamiran tentu untuk mencari nilai hampir suatu kamiran tentu pada satah-*xy*, membabitkan soalan berikut

Seorang arkitek dikehendaki mencari nilai hampir bagi sebuah jambatan yang mempunyai lengkung ${}_0\int^3 (x^2 + 3)\, dx$ menggunakan petua trapezium dengan membahagikan selang pengamiran [0, 3] kepada *n* sub selang.

Penyelesaian Masalah dengan Petua Asas Kamiran. Dalam menyelesaikan kamiran fungsi dengan petua asas kamiran, peserta kajian memberikan tiga kategori iaitu penyelesaian masalah berdasarkan grafik, penyelesaian masalah berdasarkan rumus, dan penyelesaian masalah berdasarkan transformasi dalam menyelesaikan masalah kamiran fungsi dengan petua asas kamiran pada satah-*xy*. Keterangan bagi ketiga-tiga kategori tersebut adalah:

(i) *Menyelesaikan masalah kamiran fungsi berdasarkan grafik*. Terdapat dua jenis respons iaitu:

a. Melukis dan melorek luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x*
b. Melukis dan melorek luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y*

(ii) *Menyelesaikan masalah kamiran fungsi berdasarkan transformasi*. Terdapat empat jenis respons iaitu:

a. Menggunakan simbol pengamiran tentu untuk mengubah soalan matematik pada paksi-*x*
b. Menggunakan simbol pengamiran tentu untuk mengubah soalan matematik pada paksi-*y*

(iii) *Menyelesaikan masalah kamiran fungsi berdasarkan rumus*. Terdapat dua jenis respons iaitu:

a. Menggunakan teorem asas kalkulus sebagai jalan kerja pengamiran pada paksi-*x*

b. Menggunakan teorem asas kalkulus sebagai jalan kerja pengamiran pada paksi-*y*

c. Menggunakan petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-*x*

d. Menggunakan petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-*y*

Analisis cara penyelesaian masalah bagi pelajar lepasan menengah ditunjukkan dalam Jadual 4.11. Jadual ini menunjukkan tiga kategori bagi cara menyelesaikan masalah, huraian bagi kategori tersebut, dan peserta kajian yang menggunakan kategori tersebut.

Jadual 4.11
Penyelesaian Masalah dengan Petua Asas Kamiran

Kategori	Huraian	Peserta
Penyelesaian masalah secara grafik	• Melukis dan melorek luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*x*	Farid, Hamim, Zalikha, Maria, Amir,
	• Melukis dan melorek luas kawasan di bawah graf lengkung pada paksi-*y*	Farid, Hamim, Zalikha, Maria, Amir,
Penyelesaian masalah secara transformasi	• Menggunakan simbol pengamiran tentu untuk mengubah soalan matematik pada paksi-*x*.	Semua
	• Menggunakan simbol pengamiran tentu untuk mengubah soalan matematik pada paksi-*y*.	Semua

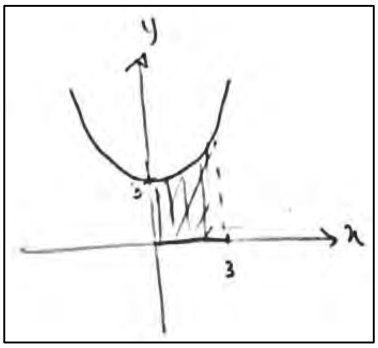
Jadual 4.11 (Sambungan)

Kategori	Huraian	Peserta
Penyelesaian masalah secara rumus	• Menggunakan teorem asas kalkulus sebagai jalan kerja pengamiran pada paksi-*x*.	Semua
	• Menggunakan teorem asas kalkulus sebagai jalan kerja pengamiran pada paksi-*y*.	Semua
	• Menggunakan petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-*x*.	
	• Menggunakan petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-*y*.	

Penyelesaian Masalah secara Grafik. Terdapat lima daripada enam peserta kajian menggunakan grafik dalam penyelesaian masalah dengan petua asas kamiran pada satah-*xy*. Tingkah laku Maria dalam Petikan 45 dan Petikan 46 menunjukkan cara melukis dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*.

Petikan 45: Sedutan daripada Protokol 6.1

P: Bagaimanakah kamu menyelesaikan masalah ini?
R: Saya akan melukis graf yang berbentuk kuadratik.
P: Kenapa kamu melukis graf terlebih dahulu?
R: Sebab saya nak lihat kedudukan luas kawasan yang dibatasi garis $x = 0$, dan garis $x = 3$, kemudian saya lorekkan pada paksi-*x*. (sambil melukis).



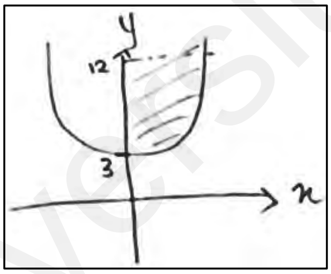
P: Kenapa pada paksi-*x*?
R: Sebab maklumat yang diberi dalam soalan ialah dibatasi pada paksi-*x*.

Berdasarkan Petikan 45, cara penyelesaian masalah yang Maria tunjukkan ialah dengan melukis graf lengkung bagi $y = x^2 + 3$. Kemudian, beliau menerangkan luas kawasan tersebut dibatasi oleh garis $x = 0$ dan garis $x = 3$, maka beliau melukis pula kedua-dua garis tersebut secara garisan putus. Selepas itu, beliau melorekkan luas kawasan yang dikehendaki pada paksi-*x*. Beliau menjelaskan bahawa lukisan graf lengkung tersebut akan memudahkan beliau melihat kedudukan lorekkan luas kawasan yang dikehendaki sebelum menyelesaikan masalah itu dengan menggunakan petua asas kamiran. Jelas menunjukkan bahawa Maria menggunakan grafik dalam menyelesaikan masalah pada paksi-*x*.

Petikan 46: Sedutan daripada Protokol 6.2

P: Nyatakan bagaimana pula kamu menyelesaikan masalah ini pada paksi-*y* dengan menggunakan had yang sama?

R: Saya akan melukis bentuk graf lengkung yang sama. Kemudian, saya lorekkan pada paksi-*y* (sambil melukis).



P: Boleh kamu terangkan bagaimana kamu mencari dan melukis had bawah dan had atas kamiran pada paksi-*y* boleh berubah menjadi $y = 3$ dan $y = 12$?

R: Saya hanya masukkan nilai $x = 0$ ke dalam persamaan $y = x^2 + 3$, menjadi $y = (0)^2 + 3 = 3$, dan masukkan nilai $x = 3$ ke dalam persamaan yang sama iaitu $y = (3)^2 + 3 = 12$.

Cara penyelesaian yang Maria tunjukkan dalam Petikan 46 adalah sedikit berbeza daripada Petikan 45 sebelumnya. Beliau melukis bentuk graf lengkung yang sama, akan tetapi lorekkan luas kawasan berubah daripada menghala pada paksi-*x* menjadi menghala pada paksi-*y*. Seterusnya, beliau menggantikan $x = 0$ dan $x = 3$ ke dalam persamaan yang terlibat iaitu $y = x^2 + 3$, bagi mendapatkan had bawah dan had atas kamiran yang terletak pada paksi-y. Menurut beliau, apabila memasukkan $x = 0$ ke dalam persamaan y, menjadi $y = (0)^2 + 3 = 3$, dan apabila memasukkan $x = 3$ ke dalam persamaan y yang sama, menjadi $y = (3)^2 + 3 = 12$. Dengan ini, Maria memperolehi had bawah ialah $y = 3$, dan had atas kamiran ialah $y = 12$ yang terletak pada paksi-y. Oleh itu, beliau menjelaskan dengan had bawah dan had atas kamiran yang diperolehi, beliau melukis dua garis lurus yang membatasi luas kawasan tersebut iaitu garis $y = 3$ dan $y = 12$ secara garisan putus, sebelum melorekkan luas kawasan yang dikehendaki soalan.

Penyelesaian Masalah secara Transformasi. Di samping itu juga, semua peserta kajian juga menggunakan transformasi dalam menyelesaikan masalah dengan petua asas kamiran pada satah-xy. Mereka menggunakan simbol pengamiran tentu untuk mengubah penyelesaian masalah bagi suatu kamiran tentu pada satah-xy. Antara peserta kajian yang terlibat ialah Hamim. Tingkah laku beliau tentang cara menyelesaikan masalah dengan petua asas kamiran pada satah-xy dipaparkan dalam Petikan 49 dan Petikan 50.

Petikan 49: Sedutan daripada Protokol 6.1

P: Nyatakan bagaimanakah kamu mencari luas kawasan di bawah graf bagi $y = x^2 + 3$ yang dibatasi oleh paksi-x dari $x = 0$ hingga $x = 3$?

R: Saya akan menukar soalan yang diberi kepada simbol pengamiran tentu.

$$\boxed{\int_0^3 x^2 + 3 \quad dx}$$

P: Cuba terangkan bagaimana kamu melakukannya?

R: Simbol a dan b ialah had bawah dan had atas bagi suatu pengamiran tentu. Jadi $a = 0$ dan $b = 3$.

P: Boleh kamu jelaskan mengapa kamu berbuat begitu?

R: Simbol a mestilah nombor yang lebih kecil daripada simbol b.

P: Boleh kamu terangkan lebih lanjut?

R: Dalam soalan pengamiran tentu yang diberi ada menyatakan luas kawasan dibatasi dari $x = 0$ sehingga $x = 3$. Jadi pengamiran tentu bermula daripada simbol a dan diakhiri dengan simbol b.

P: Bagaimana pula dengan simbol $f(x)$?

R: Di sini persamaan yang diberi iaitu $y = x^2 + 3$ adalah simbol $f(x)$.

P: Dalam simbol pengamiran tentu, kamu menulis simbol dx. Boleh kamu terangkan mengapa berbuat demikian?

R: Dalam soalan yang diberi ada menyatakan "…yang dibatasi oleh paksi-x…", maka simbol dx perlu ditulis di akhir simbol pengamiran tentu.

Dalam Petikan 49, Hamim menjelaskan tentang simbol pengamiran tentu dalam menyelesaikan masalah bagi pengamiran tentu. Beliau menggunakan simbol pengamiran tentu iaitu ${}_a\int^b f(x)\ dx$ untuk mengubah soalan matematik yang diberi kepada ayat matematik yang mudah difahami. Menurut beliau, luas kawasan di bawah graf yang diberi di batasi dari garis $x = 0$ sehingga garis $x = 3$. Maka, beliau menukarkan $x = 0$ kepada simbol had bawah dalam pengamiran tentu iaitu $a = 0$, dan $x = 3$ kepada simbol had atas dalam pengamiran tentu iaitu $b = 3$. Simbol pengamiran tentu yang melibatkan had bawah dan had atas yang beliau tukarkan ialah ${}_0\int^3$. Seterusnya, Hamim menyatakan graf lengkung yang terlibat iaitu $y = x^2 + 3$ adalah simbol $f(x)$ dalam pengamiran tentu. Oleh itu, simbol $f(x)$ yang ditukarkan beliau ialah $f(x) = x^2 + 3$. Dalam simbol pengamiran tentu, beliau menulis sebagai ${}_0\int^3 (x^2 + 3)$. Selanjutnya, beliau menjelaskan bahawa luas kawasan yang diberi dibatasi oleh paksi-x. Oleh itu, beliau memilih simbol dx di akhir simbol pengamiran tentu menjadi ${}_0\int^3 (x^2 + 3)\ dx$.

Petikan 50: Sedutan daripada Protokol 6.2

P: Cuba kamu tunjukkan cara menyelesaikan soalan kamiran yang diberi terhadap paksi-y pula.

R: Saya menukarkan simbol ${}_0\int^3$ (x^2 + 3) dx menjadi ${}_3\int^{12}$(y – 3)$^{1/2}$ dy (sambil menulis).

$$\boxed{\int_3^{12} \sqrt{y-3} \quad dy}$$

P: Mengapa kamu menukar simbol itu?
R: Agar mudah di kamirkan dengan rumus kamiran x^n.
P: Boleh kamu terangkan dengan lebih lanjut?
R: Pengamiran tentu pada paksi-*y* bermula daripada simbol *c* dan diakhiri dengan simbol *d*. Jadi saya hanya gantikan nilai *x* sahaja bagi mendapatkan had bawah dan had atas kamiran bagi paksi-*y*.
P: Bagaimana pula dengan simbol *f*(*y*)?
R: Simbol *f*(*y*) ialah punca kuasa bagi *y* – 3.
P: Dalam simbol pengamiran tentu pada paksi-*y*, mengapa kamu menulis simbol *dy*?
R: Sama sebabnya dengan paksi-*x*, maka simbol *dy* perlu ditulis kerana kamiran di cari terhadap paksi-*y*.

Pada Petikan 50, Hamim menjelaskan cara beliau menggunakan transformasi dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu pada paksi-*y*. Beliau menyatakan persamaan $y = x^2 + 3$ perlu ditukar kepada *x* sebagai perkara rumus, $x = \sqrt{(y-3)}$. Oleh itu, simbol $f(y) = \sqrt{(y-3)}$. Beliau menjelaskan dengan berubahnya kedudukan luas kawasan ini, maka nilai had atas dan had bawah turut berubah terhadap paksi-*y*. Hamim telah menukarkan had bawah, $x = 0$, kepada $y = 3$ dengan menggantikannya $y = (0)^2 + 3 = 3$. Perkara yang sama juga dilakukan dengan menggantikan had atas, $x = 3$, ke dalam persamaan $y = (3)^2 + 3 = 12$. Oleh itu, simbol pengamiran tentu yang melibatkan had bawah dan had atas, ${}_0\int^3$ pada paksi-*x* telah beliau tukarkan kepada ${}_3\int^{12}$ pada paksi-*y*. Maka, simbol pengamiran tentu yang terlibat ialah ${}_3\int^{12} \sqrt{(y-3)}\, dy$.

Penyelesaian Masalah secara Rumus. Hasil kajian menunjukkan semua peserta kajian memilih rumus dalam menyelesaikan masalah dengan menggunakan teorem asas kalkulus sebagai jalan kerja pengamiran pada satah-*xy*. Berikut merupakan contoh tingkah laku daripada Zalikha dalam Petikan 47 dan Petikan 48 apabila beliau memilih teorem asas kalkulus sebagai jalan menyelesaikan masalah yang diberi pada satah-*xy*.

Petikan 47: Sedutan daripada Protokol 6.1

P: … Boleh tunjukkan cara kamu mendapatkan luas kawasan daripada soalan penyelesaian masalah yang diberi?

R: Saya guna rumus kamiran x^n.

P: Boleh terangkan secara terperinci tentang rumus kamiran x^n?

R: Kuasa pada x ialah 2. Jadi saya menambahkan kuasa 2 itu dengan nombor 1, dan dibahagikan sama dengan kuasa 2 yang ditambah dengan nombor 1 tadi. Perkara yang sama juga saya lakukan terhadap 3. Walaupun 3 ini hanyalah pemalar, akan tetapi 3 ini mempunyai pemboleh ubah x yang mempunyai kuasa 0. Jadi apabila 0 ditambah dengan nombor 1, maka kita mendapat $3x$. Oleh itu, pengamiran yang saya lakukan terhadap $x^2 + 3$ ialah $x^3/3 + 3x$ (sambil mengira)

$$= \left(\frac{x^3}{3} + 3x\right)_0^3$$

P: Apakah yang berlaku seterusnya?

R: Dengan kamiran fungsi ini, saya masukkan had atas dan had bawah kamiran bagi mendapatkan jawapannya (sambil mengira).

$$= \left(\frac{3^3}{3} + 3(3)\right) - \left(\frac{0^3}{3} + 3(0)\right)$$

Jawapan yang diperolehi ialah 18.

Daripada Petikan 47, Zalikha menerangkan cara beliau menyelesaikan masalah bagi kamiran yang diberi berdasarkan teorem asas kalkulus iaitu menggunakan rumus kamiran x^n. Beliau menyatakan kamiran bagi x^2 adalah $x^3/3$. Bagi pemalar 3 pula, beliau menyatakan kamiran bagi pemalar 3 ialah $3x$. Menurut beliau, kurungan bersegi dilakukan kerana soalan yang diberi merupakan soalan pengamiran tentu. Jadi, tiada pemalar C yang terlibat. Zalikha menggantikan had bawah dan had atas kamiran iaitu $a = 0$ dan $b = 3$ ke dalam persamaan $f(x)$ yang telah dikamirkan iaitu $(x^3/3 + 3x)$ menjadi $[((0)^3/3) + 3(0)]$ dan $[((3)^3/3) + 3(3)]$ masing-masing. Kemudian, beliau mencari perbezaan antara keduanya iaitu $[((3)^3/3) + 3(3)] - [((0)^3/3) + 3(0)]$. Akhirnya, luas kawasan di bawah graf bagi $y = x^2 + 3$ yang dibatasi oleh paksi-x dari $x = 0$ sehingga $x = 3$, yang beliau perolehi ialah 18 unit^2.

Petikan 48: Sedutan daripada Protokol 6.2

P: Bagaimana pula kamu menjawab soalan penyelesaian masalah yang diberi pada paksi-y?

R: Saya menggunakan cara yang hampir sama dengan cara saya menyelesaikan masalah menggunakan rumus kamiran x^n pada paksi-x sebelum ini.

P: Boleh terangkan dengan lebih lanjut?

R: Apabila $x = 0$, maka $y = 3$. Apabila $x = 3$, maka $y = 12$. Jadi, had bawah ialah $y = 3$ dan had atas ialah $y = 12$ (sambil menulis).

$$a = 3$$
$$b = 12$$

P: Seterusnya, apakah yang berlaku?

R: Daripada persamaan $y = x^2 + 3$, persamaan telah bertukar kepada $x = (y - 3)^{1/2}$ (sambil menulis).

$$y = x^2 + 3$$
$$x^2 = y - 3$$
$$x = \sqrt{y-3}$$

P: Jadi, bagaimana kamu menyelesaikannya?

R: Pertama sekali saya mengandaikan $y - 3$ yang berada dalam kurungan ini sebagai pembolehubah u. Maka, $(y - 3)^{1/2} = u^{1/2}$. Kemudian, saya bezakan u terhadap y, akan menjadi du/dy. Selepas itu, saya kamirkan $u^{1/2}$ dari had bawah $y = 3$ sehingga had atas $y = 12$ (sambil mengira).

$$\int_3^{12} (u)^{\frac{1}{2}}\, du$$
$$= \left(\frac{u^{\frac{3}{2}}}{3/2} \right)_3^{12}$$

P: Apakah langkah seterusnya?

R: Kemudian, saya gantikan semula u sebagai $y - 3$ supaya mudah untuk saya memasukkan nilai had atas $y = 12$ dan had bawah $y = 3$ ke dalam persamaan $(2/3)\ (y - 3)^{3/2}$. Saya gantikan dahulu $y = 12$ dan diikuti dengan $y = 3$ ke dalam persamaan $(2/3)\ (y - 3)^{3/2}$. Apabila saya masukkan $y = 12$ ke dalam $(2/3)\ (y - 3)^{3/2}$, akan dapat 18. Begitu juga apabila saya masukkan $y = 3$ ke dalam persamaan yang sama, akan dapat 0. Kemudian, saya tolakkan antara keduanya. Jawapan yang saya perolehi adalah 18. Ini bermakna jawapannya sama dengan mencari luas kawasan di bawah graf yang sama iaitu $y = x^2 + 3$ yang dibatasi oleh paksi-x.

$$\left(\frac{2(y-3)^{\frac{3}{2}}}{3} \right)_3^{12}$$
$$= \frac{2(\cancel{12}-9)^{\frac{3}{2}}}{3} - 0$$
$$= 18$$

Pada Petikan 48, Zalikha menjelaskan cara beliau menggunakan rumus kamiran x^n dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu pada paksi-y. Beliau menyatakan persamaan $y = x^2 + 3$ perlu ditukar kepada x sebagai subjek, $x = (y - 3)^{1/2}$. Maka, simbol pengamiran tentu yang terlibat ialah ${}_3\int^{12} (y - 3)^{1/2}\ dy$. Beliau menggunakan kaedah pengamiran secara penggantian dalam menyelesaikan penyelesaian masalah ini terhadap paksi-y. Beliau menggunakan pemboleh ubah u sebagai $y - 3$. Kemudian, beliau melakukan pembezaan u terhadap y, iaitu du/dy. Simbol pengamiran tentu yang terbabit telah berubah kepada ${}_3\int^{12} u^{1/2}\ du$. Oleh itu, kamiran terhadap $u^{1/2}$ ialah $2u^{3/2}/3$. Kemudian, Zalikha menggantikan $u = y - 3$ supaya mudah untuk memasukkan nilai had atas kamiran $y = 12$ dan had bawah kamiran $y =$

3 ke dalam persamaan (2/3) $(y - 3)^{3/2}$. Kemudian, beliau tolakkan antara keduanya. Jawapan yang perolehi adalah 18. Ini bermakna jawapan yang diperolehi adalah sama dengan penyelesaian masalah pada paksi-x.

Kesimpulan. Daripada hasil kajian, terdapat dua kategori yang dominan iaitu semua peserta kajian menggunakan rumus dan transformasi tentang menyelesaikan masalah dengan petua asas kamiran pada satah-xy. Mereka menjelaskan lebih sesuai menggantikan ayat penyelesaian masalah tersebut dengan menjadikan simbol pengamiran tentu terlebih dahulu agar mudah dikamirkan dengan petua asas kamiran. Namun begitu, hanya lima peserta kajian sahaja yang menggunakan grafik dalam melukis graf lengkung dan melorekkan luas kawasan yang terlibat pada satah-xy. Mereka berpendapat, dengan melukis memberi gambaran yang lebih jelas akan kedudukan luas kawasan yang terbabit, dan had bawah serta had atas kamiran pada sesuatu paksi. Akhir sekali, tiada seorang peserta kajian yang memilih untuk menggunakan rumus dengan petua trapezium. Jelas mereka, kaedah ini hanya sesuai digunakan bagi mencari penyelesaian hampir bagi suatu kamiran tentu. Ini bermakna petua trapezium tidak dapat menunjukkan nilai jawapan yang sebenar.

Penyelesaian Masalah bagi Sifat-Sifat Suatu Kamiran Tentu. Cara penyelesaian masalah bagi soalan (2) yang digunakan oleh pelajar lepasan menengah dikelaskan kepada satu kategori sahaja, iaitu rumus. Kategori ini dibahagikan kepada tiga perkara iaitu

(i) Operasi darab kamiran tentu dengan sebarang pemalar.

(ii) Operasi tambah antara dua kamiran tentu, ${}_a\int^c f(x)\, dx + {}_c\int^b f(x)\, dx$.

(iii) Nilai positif atau negatif dalam mencari luas di bawah graf lengkung.

Analisis cara penyelesaian masalah ini bagi pelajar lepasan menengah ditunjukkan dalam Jadual 4.12. Jadual ini menunjukkan kategori cara penyelesaian masalah, perkara dalam setiap kategori dengan huraiannya, dan peserta kajian yang menggunakan cara penyelesaian tersebut.

Jadual 4.12

Penyelesaian Masalah bagi Sifat-Sifat Kamiran Tentu

Kategori	Huraian	Peserta
Penyelesaian masalah secara rumus	• Operasi darab kamiran tentu dengan sebarang pemalar, ${}_a\int^b k\,f(x)\,dx = k\,{}_a\int^b f(x)\,dx$, dengan k adalah sebarang pemalar.	Semua
	• Operasi tambah antara dua kamiran tentu, ${}_a\int^c f(x)\,dx + {}_c\int^b f(x)\,dx$.	Semua

Penyelesaian Masalah secara Rumus. Didapati semua peserta kajian mendarabkan kamiran tentu dengan pemalar, dan menambahkan kedua-dua kamiran tentu yang terbabit. Sebagai contoh, tingkah laku Hamim dalam Petikan 51 menunjukkan cara beliau menyelesaikan masalah dalam menggunakan sifat-sifat bagi suatu kamiran tentu.

Petikan 51: Sedutan daripada Protokol 6.3

P: Bagaimanakah kamu menyelesaikan masalah ini?
R: Saya keluarkan pemalar daripada kamiran tentu terlebih dahulu (sambil menulis).

$$-2\int_0^9 f(x)\,dx + 9\int_9^b f(x)\,dx$$

P: Apakah langkah kamu seterusnya?
R: Luas P ialah 12 dan luas Q ialah 11. Jadi saya darabkan pemalar dengan luas kawasan P dan Q masing-masing (sambil menulis).

$$-2\,(12) + 9\,(11)$$

Kemudian, saya jumlahkan kedua kamiran ini, jadi jawapannya ialah 75.

$$= -24 + 99$$
$$= 75$$

Dalam Petikan 51, Hamim menggunakan rumus dalam menyelesaikan masalah bagi sifat-sifat kamiran tentu. Pada peringkat pertama, beliau mengasingkan pemalar dengan kamiran tentu terlebih dahulu. Daripada ${}_0\int^a -2\,f(x)\,dx$ dan ${}_a\int^b 9\,f(x)\,dx$, beliau mengasingkan pemalar -2 daripada kamiran tentu, iaitu ${}_0\int^a -2\,f(x)\,dx$ menjadi -2 ${}_0\int^a f(x)\,dx$, dan pemalar 9 daripada kamiran tentu, iaitu ${}_a\int^b 9\,f(x)\,dx$ menjadi 9 ${}_a\int^b f(x)\,dx$. Beliau menjelaskan pengasingan dilakukan agar mudah bagi beliau untuk mendarabkan pemalar-pemalar ini dengan luas rantau berlorek yang diberi iaitu luas rantau berlorek P = ${}_0\int^a f(x)\,dx = 12$ unit^2, dan luas rantau berlorek Q = ${}_a\int^b f(x)\,dx = 11$ unit^2. Kemudian, Hamim mendarabkan pemalar -2 dengan ${}_0\int^a f(x)\,dx = -2\ {}_0\int^a f(x)\,dx = -2\ (12) = -24$ unit^2, dan pemalar 9 dengan ${}_a\int^b f(x)\,dx = 9\ (11) = 99$ unit^2. Akhir sekali, beliau menyelesaikan masalah dengan menambahkan kedua-dua kamiran terbabit, iaitu ${}_0\int^a -2\,f(x)\,dx + {}_a\int^b 9\,f(x)\,dx = -24$ unit^2 + 99 unit^2 = 75 unit^2.

Berlainan pula dengan Nurin, yang mana walaupun dia menggunakan kategori rumus, namun cara penyelesaian beliau berbeza dari lima peserta kajian yang lain. Tingkah laku beliau yang berbeza itu dipaparkan dalam Petikan 52.

Petikan 52: Sedutan daripada Protokol 6.3

P: … Jadi bagaimana kamu selesaikan?

R: Apabila ${}_0\int^a -2\,f(x)\,dx$ = luas P = 12. So pemalar -2 tu saya pindahkan ke sebelah kanan, maka ${}_0\int^a f(x)\,dx = 12 / (-2) = 6$ (sambil mengira)

$$\int_0^a -2 f(x)\,dx = 12$$
$$\int_0^a f(x)\,dx = -6$$

P: Bagaimana pula dengan kamiran kedua?

R: Cara yang sama juga macam tadi. Apabila ${}_a\!\int^b 9\, f(x)\, dx$ = luas Q = 11. So pemalar 9 tu saya pindahkan ke sebelah kanan, maka ${}_0\!\int^a f(x)\, dx = 11 / 9$ (sambil mengira)

$$\int_a^b 9 f(x)\,dx = 11$$
$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{11}{9}$$

P: Bagaimanakah kamu menambahkan dua kamiran ini?

R: (Sambil mengira)

$$\int_0^a f(x)\,dx + \int_a^b f(x)\,dx = \frac{-43}{9}$$

Dapat jawapan negatif.

Berdasarkan Petikan 52, Nurin menyatakan bahawa ${}_0\!\int^a -2\, f(x)\, dx$ adalah luas P iaitu 12 unit^2. Jelas beliau, untuk mendapatkan nilai ${}_0\!\int^a f(x)\, dx$, nilai luas P dibahagikan dengan pemalar -2 iaitu 12 unit^2 / (-2) memperolehi -6 unit^2. Hal yang sama juga berlaku ke atas kamiran kedua, yang mana Nurin menyatakan ${}_a\!\int^b 9\, f(x)\, dx$ adalah luas Q iaitu 11 unit^2. Maka, apabila 11 unit^2 dibahagikan dengan pemalar 9, akan memperolehi ${}_a\!\int^b f(x)\, dx$ = 11/9 unit^2. Akhir sekali, beliau menambahkan kedua-dua kamiran tentu, iaitu ${}_0\!\int^a -2\, f(x)\, dx + {}_a\!\int^b 9\, f(x)\, dx = -6 + (11/9) = -43/9$. Jawapan yang Nurin perolehi bernilai negatif.

Kesimpulan. Daripada hasil kajian, didapati semua peserta kajian memilih untuk menggunakan kategori rumus dalam menyelesaikan masalah berdasarkan operasi darab kamiran tentu dengan sebarang pemalar, iaitu ${}_a\!\int^b k\, f(x)\, dx = k\, {}_a\!\int^b f(x)\, dx$, dengan k adalah sebarang pemalar, dan melakukan operasi tambah antara dua kamiran tentu, iaitu $_a\int^c f(x)\ dx + {}_c\int^b f(x)\ dx$. Namun begitu, tiada seorang peserta kajian yang menyatakan luas kawasan yang bernilai positif atau negatif perlu berada dalam keadaan positif apabila mencari luas di bawah graf lengkung, yang mana lengkung $y = f(x) \geq 0$ dalam selang $[a, b]$ menandakan rantau terletak di sebelah atas paksi-x, dan lengkung $y = f(x) \leq 0$ dalam selang $[b, c]$ maka rantau terletak di sebelah bawah paksi-x.

Penyelesaian Masalah dengan Mencari Nilai Hampir Suatu Kamiran Tentu Dalam menyelesaikan masalah dengan mencari nilai hampir bagi suatu kamiran tentu pada satah-xy, peserta kajian memberikan satu kategori sahaja, iaitu rumus. Keterangan bagi kategori tersebut adalah:

(i) *Menyelesaikan masalah secara rumus*. Terdapat enam jenis respons iaitu:

a. Melukis beberapa bentuk trapezium dengan lebar setiap subselangnya yang sama di bawah graf lengkung pada paksi-x
b. Melukis beberapa bentuk trapezium dengan lebar setiap subselangnya yang sama di bawah graf lengkung pada paksi-y
c. Menggunakan formula bagi petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-x, iaitu $_a\int^b f(x)\ dx \approx (h/2)\ [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1})]$ dengan $h = (b - a)/n$
d. Menggunakan formula bagi petua trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-y, iaitu

$_c\int^d f(y)\, dy \approx (h/2)\, [x_0 + x_n + 2(x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1})]$ dengan $h = (d - c)/n$

e. Menggunakan formula bagi luas bentuk bagi setiap trapezium, iaitu A = ½ × (hasil tambah dua garis yang selari) × (tinggi trapezium), dan mencari hasil tambah bagi semua luas bentuk trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-x.

f. Menggunakan formula bagi luas bentuk bagi setiap trapezium, iaitu A = ½ × (hasil tambah dua garis yang selari) × (tinggi trapezium), dan mencari hasil tambah bagi semua luas bentuk trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-y.

Analisis cara penyelesaian hampir suatu kamiran tentu bagi pelajar lepasan menengah ditunjukkan dalam Jadual 4.13. Jadual ini menunjukkan satu kategori bagi cara penyelesaian hampir suatu kamiran tentu, huraian bagi kategori tersebut, dan peserta kajian yang menggunakan kategori tersebut.

Jadual 4.13

Penyelesaian Nilai Hampir bagi Kamiran Tentu

Kategori	Huraian	Peserta
Penyelesaikan masalah berdasarkan rumus	• Melukis beberapa bentuk trapezium dengan lebar setiap subselangnya yang sama di bawah graf lengkung pada paksi-x	Semua
	• Melukis beberapa bentuk trapezium dengan lebar setiap subselangnya yang sama di bawah graf lengkung pada paksi-y	Semua
	• Menggunakan formula bagi luas bentuk bagi setiap trapezium, iaitu A = ½ × (hasil tambah dua garis yang selari) × (tinggi trapezium), dan mencari hasil tambah bagi semua luas bentuk trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-x.	Semua

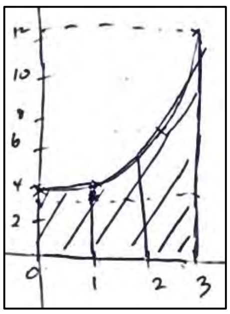
Jadual 4.13 (Sambungan)

Kategori	Huraian	Peserta
	• Menggunakan formula bagi luas bentuk bagi setiap trapezium, iaitu A = ½ × (hasil tambah dua garis yang selari) × (tinggi trapezium), dan mencari hasil tambah bagi semua luas bentuk trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada paksi-*y*	Semua

Penyelesaian Masalah secara Rumus. Hasil kajian ini mendapati semua peserta kajian menggunakan rumus dalam menyelesaikan masalah dengan mencari nilai hampir kamiran tentu pada satah-*xy*, iaitu melukis beberapa bentuk trapezium dengan lebar setiap subselangnya yang sama di bawah graf lengkung pada satah-*xy*, dan menggunakan formula bagi luas bentuk setiap trapezium, iaitu A = ½ × (hasil tambah dua garis yang selari) × (tinggi trapezium), dan mencari hasil tambah bagi semua luas bentuk trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada satah-*xy*. Sebagai contoh tingkah laku Zalikha dalam Petikan 53 menunjukkan cara beliau menyelesaikan masalah dengan mencari nilai hampir bagi suatu kamiran tentu pada paksi-*x*.

Petikan 53: Sedutan daripada Protokol 6.4

P: Ada cara lain tak untuk menyelesaikan masalah ini?
R: Ada. Saya nak potong luas kawasan ni kepada 3 bentuk trapezium (sambil melukis).



P: Kemudian, apa yang kamu lakukan?
R: Saya kira luas setiap satu trapezium (sambil mengira)

$$\left[\frac{1}{2}(3+4)(1)\right] + \left[\frac{1}{2}(4+7)(1)\right] +$$
$$\left[\frac{1}{2}(7+12)(1)\right]$$
$$= 3.5 +$$
$$= 18.5$$

So, jawapan yang saya dapat ialah 18.5 unit^2.

P: Apa pendapat awak dengan jawapan menggunakan petua asas kamiran tadi?
R: Kalau guna asas kamiran tadi, saya dapat 18 unit2. Tapi kalau guna luas trapezium, saya dapat 18.5 unit2. So jawapan berbeza.
P: Kenapa berbeza? Dan bagaimana pula untuk mendapatkan jawapan yang sama?
R: Berbeza sebab saya potong 3 trapezium je. Saya rasa kena potong lebih dari tiga baru dapat jawapan yang sama.

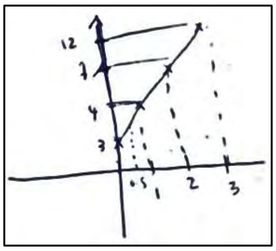
Berdasarkan Petikan 53, Zalikha menyatakan bahawa luas kawasan di bawah graf dipotong kepada tiga bentuk trapezium yang sama lebarnya. Beliau menggunakan formula bagi mencari luas kawasan bentuk trapezium, iaitu A = ½ × (hasil tambah dua garis yang selari) × (tinggi trapezium). Dari segi pengiraan beliau, setiap trapezium mempunyai luas kawasan, iaitu $A_1 = ½ × (3 + 4) × (1)$, $A_2 = ½ × (4 + 7) × (1)$, dan $A_3 = ½ × (7 + 12) × (1)$. Kemudian, Zalikha mencari hasil tambah bagi ketiga-tiga trapezium, dan memperolehi jawapan 18.5 unit^2. Beliau berpendapat jawapan berbeza diperolehi antara penyelesaian masalah menggunakan petua asas kamiran dengan penyelesaian masalah dalam mencari nilai hampir kamiran tentu kerana kurangnya bentuk trapezium yang sama saiz dilukis di bawah graf lengkung. Oleh itu, beliau menjelaskan lebih banyak bentuk trapezium perlu dilukis bagi mendapat jawapan yang sama nilainya.

Contoh tingkah laku Nurin pula dipaparkan dalam Petikan 54 menunjukkan cara beliau menyelesaikan masalah dengan mencari nilai hampir bagi suatu kamiran tentu pada paksi-*y*.

Petikan 54: Sedutan daripada Protokol 6.5

P: …Bagaimana pula pada paksi-*y*?

R: Saya nak potong luas kawasan ni kepada 2 bentuk trapezium dan 1 segi tiga (sambil melukis).



P: Apakah langkah kamu seterusnya?

R: Saya kira luas setiap trapezium dengan formula (sambil mengira)

$$\frac{1}{2}(1)(1) + \frac{1}{2}(3)(1+2) + \frac{1}{2}(5)(2+3)$$
$$= 17.5$$

Petikan 54 menunjukkan cara penyelesaiaan masalah yang dilakukan oleh Nurin dalam membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung kepada satu bentuk segi tiga, dan dua bentuk trapezium yang sama besar pada paksi-*y*. Beliau mengira luas segi tiga menggunakan formula luas segi tiga iaitu A = ½ × tinggi segi tiga × tapak segi tiga, yang mana A_1 = ½ × (1) × (1), dan luas kawasan bagi setiap trapezium yang dilukis, iaitu A_2 = ½ × (1 + 2) × (3), dan A_3 = ½ × (2 + 3) × (5). Kemudian, dengan hasil tambah dari luas kawasan sebentuk segi tiga dan dua bentuk trapezium tersebut, jawapan yang beliau perolehi ialah 17.5 unit^2. Nurin menjelaskan jawapan yang diperolehi daripada pembahagian menggunakan trapezium berlainan dari jawapan yang diperolehi menggunakan asas kamiran atas sebab bilangan trapezium yang terhad. Beliau berpendapat semakin banyak bentuk trapezium yang dilukis di bawah graf lengkung, maka makin hampir nilai jawapan yang diperolehi.

Kesimpulan. Sebagai kesimpulan, semua peserta kajian dominan menyelesaikan masalah berdasarkan bentuk geometri dengan melukis beberapa bentuk trapezium dengan lebar setiap subselangnya yang sama di bawah graf lengkung pada satah-*xy* dalam menjelaskan cara mereka menyelesaikan masalah dengan mencari nilai hampir bagi suatu kamiran tentu. Mereka lebih cenderung menggunakan rumus bagi mencari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium yang dilukis, iaitu A = ½ × (hasil tambah dua garis yang selari) × (tinggi trapezium), berbanding dengan rumus bagi petua trapezium tersendiri, iaitu ${}_a\int^b f(x)\,dx \approx (h/2)\,[y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1})]$ dengan lebar setiap subselang trapezium ialah $h = (b - a)/n$.

BAB 5: PERBINCANGAN, KESIMPULAN DAN IMPLIKASI

Pengenalan

Bab ini mengandungi enam bahagian utama, iaitu ringkasan kajian, ringkasan hasil kajian, perbincangan dan kesimpulan hasil kajian, implikasi kepada pedagogi, kurikulum matematik lepasan menengah, dan kajian lanjutan serta penutup. Dalam bahagian ringkasan kajian menerangkan tentang kandungan penting bagi Bab Satu, Dua, dan Tiga. Bahagian ringkasan hasil kajian pula, membentangkan ringkasan dalam bentuk naratif yang tersusun, padat, dan padu, yang disampaikan secara sistematik dengan berpandukan soalan kajian.

Seterusnya, dalam bahagian perbincangan membentangkan interpretasi daripada hasil kajian bagi pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu dengan berpandukan soalan kajian dan tinjauan kajian lepas dalam Bab Dua. Bagi bahagian kesimpulan pula membincangkan tentang kesimpulan hasil kajian dan dapatan kajian, dan mengenal pasti persamaan dan perbezaan antara hasil kajian yang diperoleh pengkaji dengan hasil kajian dari tinjauan kajian literatur melalui proses perbandingan dalam tema dan sub tema tertentu, dan antara keduanya. Perkara yang menjadi fokus dalam implikasi kajian ialah cadangan dan tindakan yang boleh dilakukan terhadap amalan pendidikan matematik dari segi pembelajaran dan pengajaran kalkulus, perkembangan kurikulum matematik lepasan menengah, dan kajian lanjutan berdasarkan hasil kajian dan tinjauan kajian literatur. Akhir sekali, bahagian penutup mengandungi refleksi dan mesej penting yang kukuh dibawa pengkaji terhadap pembelajaran kalkulus khususnya pengamiran tentu, teori yang digunakan, pengajaran dan pengalaman pengkaji dalam menghadapi cabaran dan dugaan dalam keadaan sebelum, semasa, dan selepas kajian ini dijalankan.

Ringkasan Kajian

Kajian ini mempunyai dua tujuan utama, iaitu yang pertama adalah untuk mengenal pasti pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu berdasarkan bahasa yang diguna pakai, dan tingkah laku secara lisan dan bukan lisan yang dipamerkan apabila mereka menjelaskan situasi membabitkan pengamiran tentu. Manakala, tujuan yang kedua pula adalah untuk mengenal pasti bagaimana pelajar ini menggunakan pemahaman mereka dalam mentafsir, membanding, membezakan dan menyelesaikan masalah berkaitan pengamiran tentu.

Terdapat dua puluh satu jenis tugasan tentang pengamiran tentu membabitkan simbol, bentuk dan ruang dijalankan ke atas enam orang pelajar lepasan menengah. Setiap pelajar melalui tiga sesi temu duga klinikal bagi tempoh enam bulan. Bagi menghasilkan respons terhadap tugasan yang diberikan, enam situasi masalah yang berbeza disediakan dalam konteks pemahaman iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan, komunikasi dan penyelesaian masalah. Analisis data kajian dari transkripsi bertulis yang disediakan pengkaji selepas temu duga klinikal dijalankan antara pengkaji dengan responden, melalui rakaman video, dokumen seperti hasil catatan dan tugasan pelajar, dan catatan pengkaji daripada pemerhatian beliau secara langsung terhadap tingkah laku pelajar. Analisis data bagi pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu dibentangkan dalam kajian kes bagi setiap pelajar dengan satu rumusan secara menyeluruh. Kemudian, analisis merentasi kajian kes yang merupakan analisis konseptual dilakukan dan dipaparkan dalam Bab Empat, dan seterusnya berguna untuk dijadikan perbincangan secara naratif dan sebagai kesimpulan dalam Bab Lima ini.

Kajian ini menggunakan reka bentuk kajian kes yang membantu pengkaji untuk mengumpul maklumat secara mendalam daripada perspektif dan tingkaj pelajar pelajar itu sendiri mengenai pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu secara mendalam dan terperinci. Selain itu, tinjauan literatur juga membantu dalam membekalkan maklumat, yang mana boleh dikategorikan kepada lima bahagian, iaitu kesukaran yang dihadapi oleh pelajar dalam pembelajaran tentang pengamiran tentu, penggunaan teknologi dalam pengajaran pengamiran tentu, penyelesaian masalah dalam pengamiran tentu, aplikasi penggunaan pengamiran tentu dalam pembelajaran subjek lain, dan akhir sekali pemahaman pelajar tentang pengamiran tentu.

Dapatan, Perbincangan, dan Kesimpulan Hasil Kajian

Dalam bahagian ini rumusan tentang hasil kajian dibuat berdasarkan soalan kajian. Oleh itu, ringkasan hasil kajian yang dijelaskan sebelum ini dibuat secara interpretasi dengan mengambil kira tinjauan literatur yang dilakukan dalam Bab Dua pada tahap yang lebih abstrak, konsisten, padat, dan ringkas.

Soalan 1: Apakah gambaran mental yang dimiliki oleh pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu?

Soalan kajian ini bertujuan untuk mencari gambaran mental pelajar atas konsep mereka tentang pengamiran tentu berdasarkan konteks masing-masing. Dalam kajian ini, pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan gambaran mental terdiri daripada gambaran mental tentang pengamiran tentu, dan simbol pengamiran tentu. Ia dirumuskan kepada empat kategori, iaitu gambaran mental berdasarkan definisi, aplikasi, tatatanda, dan numerik. Gambaran berdasarkan aplikasi merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah apabila memberi gambaran secara spontan tentang pengamiran tentu.

Berdasarkan kategori yang diberikan, pemikiran pelajar membabitkan beberapa ciri tertentu, iaitu (i) Gambaran Mental berdasarkan Definisi yang merangkumi konsep-konsep asas yang kaya dan komprehensif yang penting dalam membuat perkaitan dari aspek baru ke struktur pengetahuan pelajar yang sedia ada. Ia membolehkan pelajar memahami idea asas dan konsep dalam minda mereka tentang pengamiran tentu. Hanya tiga pelajar lepasan menengah sahaja yang memberi gambaran mental bagi kategori ini. (ii) Gambaran Mental berdasarkan Aplikasi merupakan gambaran berbentuk seperti alat untuk berfikir atau instrumen yang membantu mereka menggunakan minda dengan lebih tersusun mengenai kegunaan pengamiran tentu seperti mendapatkan jarak daripada halaju dan pecutan, mencari persamaan daripada kecerunan graf lengkung, mencari luas kawasan di bawah graf lengkung, dan menjanakan isi padu putaran. Terdapat empat daripada enam pelajar lepasan menengah yang memberi gambaran mental bagi kategori ini. Jalan kerja penyelesaian bagi menjawab soalan pengamiran tentu yang mereka gunakan merupakan salah satu perkara utama dalam mencetuskan minda pelajar yang memberi gambaran mental berdasarkan aplikasi. Ia merangkumi perolehan maklumat, menguji kefahaman, menimbulkan minat, dan menilai kepakaran pelajar dalam pengamiran tentu. (iii) Gambaran Mental berdasarkan Tatatanda merupakan suatu rekabentuk dalam minda yang menimbulkan ciri-ciri suatu simbol pengamiran tentu yang boleh dijadikan penyelesaian bagi suatu masalah pengamiran tentu. Didapati dua daripada semua pelajar lepasan menengah memberi gambaran mental bagi kategori ini. Penggunaan simbol yang mereka gunakan mempunyai kelemahannya di mana tahap pelajar untuk memahami konsep pengamiran tentu berkemungkinan rendah kerana sistem simbol yang digunakan dalam pengamiran tentu adalah terhad dan mempunyai rutin atau jalan kerja yang hampir sama, dan akhir sekali ialah (iv) Gambaran Mental berdasarkan Numerik pula merupakan gambaran pelajar menggunakan teknik kamiran berangka iaitu penyelesaian hampiran bagi mendapatkan luas di bawah graf fungsi, antaranya Petua Trapezium, dan Petua Simpson. Hanya tiga pelajar lepasan menengah sahaja yang menggunakan gambaran mental berdasarkan numerik ini.

Didapati pelajar lepasan menengah menghasilkan lebih daripada satu gambaran mental tentang pengamiran tentu dan gambaran tersebut adalah pada umumnya berasaskan kepada konsep atau idea mengenai pengamiran tentu. Daripada hasil kajian ini, pelajar mempunyai kebolehan dalam memberi gambaran mental yang pelbagai. Namun begitu, mereka didapati sukar untuk melakukan perkaitan yang wujud dari pengamiran tentu dengan aspek yang lain. Semua pelajar menghasilkan dua atau lebih gambaran mental tentang pengamiran tentu iaitu mendapatkan jarak daripada persamaan halaju dan pecutan, mencari persamaan daripada kecerunan graf lengkung, menentukan luas kawasan di bawah graf lengkung, yang mana selaras dengan beberapa kajian dari Tuan Salwani & Effandi (2012), Rubio & Gomez-Chacon (2011), Lois & Milevicich (2009), Akkoc, Yesildere, & Ozmantar (2007), Machin (2003), dan Oberg (2000). Selain itu, didapati hasil kajian tentang pelajar lepasan menengah mencari isi padu bongkah adalah secocok dengan kajian Hunter (2011), Tuan Salwani dan Effandi (2011), dan Dina dan Zolkepeli (2015) yang terjana apabila rantau dibatasi oleh lengkung, dan diputarkan melalui 2π radians di sekitar satah-*xy*, yang mana memerlukan pelajar mempunyai kemahiran yang baik dalam melakar graf.

Hasil kajian bagi konsep anti-pembezaan adalah selaras dengan hasil kajian Lois dan Milevicich (2009) yang mendapati pelajar memilih gambaran mental berdasarkan definisi, iaitu anti-pembezaan dalam memberi gambaran mental tentang pengamiran tentu. Satu penjelasan bagi dominasi gambaran mental membabitkan proses songsangan kepada pembezaan ialah pembelajaran mengenai anti pembezaan dalam bilik kuliah yang diberikan penekanan kepada pengamiran tentu, yang memberi tumpuan kepada aspek algebra. Pelajar didapati cenderung untuk cuai melakukan kesilapan yang kerap dalam mempermudahkan persamaan berdasarkan hukum asas algebra sebelum melakukan pengamiran tentu. Oleh itu, dapatan hasil kajian ini menepati kajian dari Egodawatte (2011) bahawa kebanyakan pelajar tidak menyambung pengajian matematik di peringkat lebih tinggi kerana mereka kurang berjaya dalam algebra, yang merupakan tunggak atau asas kepada pembelajaran kalkulus, khususnya pengamiran tentu. Tambah beliau lagi, pelajar mempunyai tanggapan yang salah dalam algebra, antaranya penyalahgunaan peraturan, kekeliruan dengan konsep yang dipelajari sebelum ini, masalah dalam operasi melibatkan algebra, tidak berupaya mengenalpasti kesinambungan amtara algebra dan aritmetik, tidak mengetahui konsep teras algebra, dan kurangnya kemahiran dalam metakognitif.

Selain itu, hasil kajian yang menunjukkan pelajar memberi gambaran pengamiran tentu sebagai luas kawasan di bawah graf lengkung adalah selari dengan hasil kajian Oberg (2000), Machin (2003), Akkoc, Yesildere, & Ozmantar (2007), Rosken dan Rolka (2007), Lois & Milevicich (2009), Lawrence (2011), Rubio & Gomez-Chacon (2011), Tuan Salwani & Effandi (2012), dan Dina dan Zolkepeli (2015). Ini menunjukkan pelajar membuat gambaran mental dengan mengaitkan pengetahuan dan pengalaman yang sedia ada tentang pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung berdasarkan teorem asas kalkulus, dan penjumlahan bagi beberapa luas kawasan trapezium yang dilukis di bawah graf lengkung.

Dapatan kajian ini juga mendapati semua pelajar mampu memberi gambaran dan apa yang terfikir oleh mereka tentang pengamiran tentu dengan tepat. Dapatan ini menunjukkan ia adalah berbeza dengan dapatan kajian dari Rasslan dan Tall (2002) bahawa kebanyakan pelajar tidak dapat menjelaskan konsep definisi tentang pengamiran tentu, dan tiada seorang pelajar dapat menyatakan teori yang betul mengenai pengamiran. Tambahan daripada hasil kajian ini juga menunjukkan pelajar hanya menggunakan pen dan kertas sahaja dalam memberi gambaran tentang pengamiran tentu. Rasslan dan Tall (2002) menyarankan pengajaran pengamiran tak tentu perlu merangkumi fungsi modulus dan fungsi bagi nilai integer, dengan memperkenalkan contoh-contoh yang pelbagai dalam menggalakkan pelajar menyatakan idea mereka bagi membina konsep yang mendalam. Hasil kajian juga didapati berbeza dengan Christina et al (2019) yang menunjukkan kebanyakan pelajar yang mempunyai pemahaman yang salah dan tidak tepat mengenai definisi kamiran tentu. Mereka menyarankan perlunye program pengajaran dan pembelajaran yang bukan hanya berfokuskan pada pemahaman prosedural atas bagaimana untuk menyelesaikan masalah kamiran, akan tetapi pemahaman konseptual pelajar mengenai kamiran tentu perlu difikirkan oleh pensyarah matematik.

Sekali lagi, hasil kajian ini berbeza dengan dapatan dari kajian lain yang mana pelajar berupaya atau mempunyai kebolehan sendiri dalam melakukan visualisasi tentang pengamiran tentu tanpa alat bantuan atau teknologi jika dibandingkan dengan kajian dari Lois dan Lois dan Milevicich (2009), Hunter (2011), Rubio dan Gomez-Chacon (2011), dan Tuan Salwani dan Effandi (2012) yang mana kajian mereka memberi tumpuan kepada penggunaan alat teknologi ke atas gambaran mental pelajar secara definisi, kaedah, skematik, dan proses ulangan pelajar dalam mempelajari pengamiran tentu. Ini menunjukkan bahawa pelajar lepasan menengah adalah peserta yang aktif semasa proses pembelajaran dalam kelas berlaku dan dapat membina pengetahuan mereka sendiri melalui interaksi dengan persekitaran mereka. Kesan teknologi membolehkan hasil kerja yang kreatif dan inovatif bagi pelajar dalam melakukan visualisasi sebagai sumber inspirasi utama, seterusnya dapat memainkan peranan penting dalam perkembangan idea dan konsep kalkulus lepasan menengah.

Soalan 2: Bagaimanakah cara pelajar lepasan menengah membuat perwakilan tentang pengamiran tentu?

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara perwakilan dianalisis berdasarkan mewakilkan pengamiran tentu pada satah-*xy*, yang dirumuskan kepada tiga kategori, iaitu perwakilan secara grafik, perwakilan secara berangka, dan perwakilan secara skematik. Daripada Jadual 4.2, perwakilan secara grafik dan berangka merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah.

Berdasarkan kategori yang diberikan, cara perwakilan pelajar melibatkan beberapa ciri tertentu: (i) Perwakilan secara grafik membabitkan melakar graf lengkung dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung yang dikehendaki pada satah-*xy*. Hal ini menunjukkan bahawa pelajar lepasan menengah membuat perwakilan secara langsung dalam bentuk lukisan dan gambar rajah. (ii) Perwakilan secara berangka membabitkan pembahagian luas kawasan di bawah graf lengkung dengan beberapa bentuk trapezium yang sama besar pada satah-*xy*, dan mencari hasil tambah bagi luas kawasan semua bentuk trapezium tersebut. Tingkah laku ini menunjukkan bahawa pelajar lepasan menengah membuat lakaran secara berperingkat dan bersistematik termasuklah menentukan bilangan selang, had bawah dan had atas kamiran, saiz sub selang, jadual nilai x dan $f(x)$, dan penggunaan formula bagi luas kawasan bentuk trapezium. (iii) Perwakilan secara skematik ialah perwakilan yang membabitkan penukaran masalah pengamiran tentu kepada suatu bentuk simbol pengamiran yang mudah difahami. Hal ini menunjukkan pelajar lepasan menengah membuat visualisasi dengan angka dan perkataan dalam ayat matematik berdasarkan pengetahuan mereka yang sedia ada.

Dapatan daripada hasil kajian ini menunjukkan semua pelajar lepasan menengah memilih menggunakan perwakilan secara grafik dalam melukis graf lengkung, yang mana perwakilan yang mereka lakukan adalah sejajar dengan kajian yang dijalankan oleh Rosken dan Rolka (2007), Lawrence (2011) dan Sevimli & Delice (2011) iaitu pendekatan utama dalam melakukan perwakilan tentang pengamiran tentu adalah dengan mencari dan mengira luas kawasan yang disempadani oleh suatu fungsi. Pelajar lepasan menengah melukis graf lengkung sebagai langkah pertama dalam pengamiran tentu yang selari dengan kajian Tuan Salwani & Effandi (2012), Rubio & Gomez-Chacon (2011), Lois & Milevicich (2009), dan Machin (2003) tentang pengamiran tentu iaitu pencarian luas kawasan yang disempadani oleh fungsi ini merupakan salah satu daripada beberapa tafsiran pengamiran tentu yang digunakan.

Hasil kajian juga mendapati semua pelajar membuat perwakilan secara berangka dalam membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung dengan petua trapezium pada satah-*xy*, yang mana sepadan dengan Oberg (2000), Akkoc, Yesildere, & Ozmantar (2007), dan Nik Azis (2008), iaitu pengamiran membabitkan proses membahagikan suatu luas kawasan di bawag graf lengkung kepada beberapa buah trapezium dengan permukaan yang rata dan kemudian pencarian luas bagi setiap trapezium yang kecil itu dilakukan lalu mencari hasil tambah semua luas tersebut untuk mendapat luas bagi keseluruhan kawasan.

Hasil kajian ini juga mendapati hanya seorang pelajar lepasan menengah memilih perwakilan secara berangka menggunakan teorem asasi kalkulus, dan dua orang sahaja yang melakukan perwakilan secara skematik dalam mewakilkan pengamiran tentu. Ia menunjukkan hasil kajian ini tidak menepati saranan daripada kajian Chih-Hsien (2012) bahawa penyelesaian pengamiran menggunakan teknik prosedural menunjukkan keperluan pelajar dalam mewakilkan kepada bentuk simbolik.

Soalan 3: Bagaimanakah cara pelajar lepasan menengah memberi makna kepada situasi yang membabitkan pengamiran tentu?

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka memberi makna kepada situasi pengamiran tentu dianalisis berdasarkan kepada tiga kategori, iaitu lakaran graf, hukum algoritma, dan bentuk geometri. Daripada Jadual 4.3, kategori hukum algoritma merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Berdasarkan kategori yang diberikan, cara pelajar memberi makna tentang pengamiran tentu melibatkan beberapa ciri tertentu: (i) Makna berasaskan grafik, yang mana pelajar melakar dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung. Hal ini menunjukkan bahawa pelajar lepasan menengah menggunakan pengalaman sedia ada dalam bentuk lakaran, (ii) Makna berasaskan hukum algoritma yang merangkumi jalan kerja pengamiran dengan menggunakan teorem asas kalkulus. Tingkah laku ini menunjukkan bahawa pelajar lepasan menengah menggunakan rumus kamiran yang dibina daripada pengalaman sendiri tentang cara melakukan pengamiran langkah demi langkah, dan (iii) Makna berasaskan bentuk geometri dengan membina beberapa bentuk trapezium yang sama saiz bagi menyelesaikan suatu masalah kamiran tentu. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar ini membuat pengiraan secara ketakterhinggan dalam menentukan makna tentang pengamiran tentu.

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka memberi makna kepada situasi pengamiran tentu pada satah-*xy* pula dianalisis berdasarkan kepada tiga kategori, iaitu grafik, hukum algoritma, dan bentuk geometri. Dalam Jadual 4.4, kategori hukum algoritma merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Berdasarkan kategori yang diberikan, cara pelajar memberi makna tentang pengamiran tentu pada satah-*xy* melibatkan beberapa ciri tertentu, iaitu (i) Makna berasaskan grafik, yang mana pelajar lepasan menengah memilih untuk melakar dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*. Hal ini menunjukkan bahawa mereka menggunakan pengalaman sedia ada dalam mempelajari bentuk graf fungsi, (ii) Makna berasaskan hukum algoritma yang menunjukkan jalan kerja pengamiran dengan menggunakan teorem asas kalkulus, dan (iii) Makna berasaskan bentuk geometri dengan menyelesaikan masalah secara efektif dan mempunyai pengetahuan yang mencukupi dalam membuat pengiraan kamiran tentu.

Akhir sekali, pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka memberi makna tentang luas kawasan di bawah graf lengkung dianalisis berdasarkan kepada dua kategori, iaitu logik, dan hukum algoritma. Daripada Jadual 4.5, kategori logik merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Berdasarkan kategori yang diberikan, cara pelajar memberi makna tentang pengamiran tentu tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy* melibatkan beberapa ciri tertentu, iaitu (i) Makna berasaskan logik dengan memberi tafsiran luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah atas dan di sebelah bawah paksi-*x*, dan luas kawasan di bawah graf lengkung di sebelah kanan dan di sebelah kiri paksi-*y* adalah bernilai positif. Hal ini menunjukkan bahawa mereka menguasai konsep dan pengetahuan asas mengenai luas kawasan bagi sebarang bentuk, dan (ii) Makna berasaskan hukum algoritma yang memberi tafsiran nilai luas kawasan sama ada positif atau negatif mengikut kedudukan luas kawasan bagi rantau yang berlorek pada suatu satah.

Sebagai kesimpulan, dapatan kajian mengenai makna bagi pengamiran tentu pada satah-*xy* oleh pelajar lepasan menengah mendapati tidak semua pelajar mampu memberi makna berdasarkan kategori grafik tentang pengamiran tentu adalah sama dengan hasil kajian daripada Rasslan dan Tall (2002), Rosken dan Rolka (2007), dan Christina et al (2019) yang menunjukkan bahawa pelajar mempunyai konsep definisi pengamiran tentu yang lemah, yang mana kebanyakan pelajar menghadapi masalah yang serius semasa menyelesaikan pengamiran tentu.

Selain itu, dapatan kajian ini sama dengan Sevimli dan Delice (2011), dan Chih-Hsien (2012) yang mana pelajar cenderung pada algoritma dan algebra membabitkan teorem asas kalkulus pada satah-*xy*. Namun begitu, hasil kajian ini tidak sejajar pula dengan kajian Dong-Hai (2011) yang berpendapat pelajar menghadapi kesulitan termasuk menentukan pemalar dan pembolehubah dalam pengamiran, menentukan had pengamiran, dan menukar satu pembolehubah yang lain.

Makna yang diberikan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung terhadap situasi berasaskan logik dalam menentukan suatu luas kawasan bernilai positif atau negatif oleh pelajar adalah sepadan dengan beberapa kajian daripada Herceg & Herceg

(2009), Lois & Milevicich (2009), Hunter (2011), dan Tuan Salwani & Effandi (2011; 2012), yang mana penggunaan teknologi dapat membantu pelajar bukan sahaja mempercepatkan pengiraan dan lukisan suatu graf lengkung, malah membolehkan pelajar diberikan masa yang optimum dalam membincangkan masalah pengamiran yang diberi, mencuba pelbagai kaedah penyelesaian, dan menganalisis dengan membezakan kedudukan luas kawasan yang bernilai positif atau negatif pada satah-*xy*.

Soalan 4: Bagaimanakah cara pelajar lepasan menengah membuat penaakulan dalam situasi yang membabitkan pengamiran tentu?

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka membuat hubung kait dan penaakulan tentang simbol pengamiran tentu dianalisis berdasarkan kepada dua kategori, iaitu berdasarkan imej, dan operasional. Daripada Jadual 4.6, dua kategori ini merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Berdasarkan kategori yang diberikan, cara pelajar membuat hubung kait dan penaakulan tentang simbol pengamiran tentu melibatkan beberapa ciri tertentu, iaitu (i) Penaakulan secara imej dengan melakar dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*. Hal ini menunjukkan bahawa pelajar lepasan menengah menggunakan teknik yang kompleks, strategi yang berkesan, dan pendekatan yang relevan dengan pengetahuan sedia ada mereka, dan (ii) Penaakulan secara operasional dengan menunjukkan jalan kerja pengamiran dengan menggunakan teorem asas kalkulus. Tingkah laku mereka ini menunjukkan bahawa pengetahuan mereka tentang simbol pengamiran tentu dan penggunaan rumus kamiran x^n bagi sebarang fungsi eksponen adalah sinonim dalam memahami idea-idea keselanjaran dan terbitan fungsi.

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka membuat penaakulan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy* pula dianalisis berdasarkan kepada dua kategori, iaitu berdasarkan imej, dan operasional. Daripada Jadual 4.7, dua kategori ini merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Berdasarkan kategori yang diberikan, cara pelajar membuat penaakulan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy* melibatkan beberapa ciri tertentu, iaitu (i) Penaakulan secara imej dengan melakar dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*. Tingkah laku mereka menunjukkan bahawa pelajar lepasan menengah dapat berfikir secara kritis dan memberi alasan secara logik dalam menghubungkaitkan pembelajaran dan idea pengamiran tentu dengan luas kawasan, dan (ii) Penaakulan secara operasional menunjukkan jalan kerja pengamiran dengan teorem asas kalkulus. Tingkah laku ini menunjukkan pelajar mempunyai kebolehan membuat refleksi dalam mengaitkan sesuatu kemahiran asas pengamiran tentu dengan jalan pengiraan.

Dapatan kajian daripada cara pelajar membuat penaakulan dalam pengamiran tentu menunjukkan semua pelajar melakar suatu graf lengkung pada satah-*xy* sebagai pemahaman mereka tentang pengamiran tentu. Hasil kajian ini tidak sepadan dengan beberapa dapatan kajian daripada Rasslan dan Tall (2002), Rosken dan Rolka (2007), Sealey (2008), Lois dan Milevicich (2009), Lawrence (2011), Rubio dan Gomez-Chacon (2011), Chih-Hsien (2012), Fergusan (2012), Tuan Salwani dan Effandi (2011, 2012), Yuzita, Wester dan Steinberg (2012), Christina et al (2019), dan Nourooz et al (2019) mendapati bahawa pelajar menghadapi masalah yang besar dengan tidak dapat membuat pertimbangan dalam mencari persamaan dan perbezaan antara pengamiran tentu dengan konsep luas kawasan di bawah graf lengkung.

Dapatan kajian ini juga menunjukkan semua pelajar mampu menaakul antara jalan pengiraan menggunakan teorem asas kalkulus dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan luas kawasan di bawah graf lengkung. Sekali lagi, dapatan kajian ini tidak sepadan dengan beberapa kajian dari Rosken dan Rolka (2007), dan Grundmeier, Hansen, dan Sousa (2013), dan Nourooz et al (2019) yang mendapati pemahaman pelajar tentang konsep pengamiran tentu tidak selari dengan kemahiran mereka dalam menyelesaikan pengamiran tentu secara operasional dan ini menyebabkan mereka tidak mampu membuat hubung kait dan penaakulan antara keduanya.

Soalan 5: Bagaimanakah cara pelajar lepasan menengah berkomunikasi dalam situasi yang membabitkan pengamiran tentu?

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka berkomunikasi dengan rakan yang tidak dapat hadir ke kelas untuk mempelajari tentang pengamiran tentu dianalisis berdasarkan kepada tiga kategori, iaitu bahasa matematik, kemahiran, dan grafik. Daripada Jadual 4.8, dua kategori iaitu kemahiran dan grafik merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Berdasarkan kategori yang diberikan, cara pelajar berkomunikasi dengan rakan tentang pengamiran tentu melibatkan beberapa ciri tertentu, iaitu (i) Komunikasi berdasarkan bahasa matematik. yang menunjukkan bahawa mereka mendalami cara mereka berfikir serta berinteraksi dalam memahami konsep pengamiran tentu. Di sini dapat dilihat pelajar mampu berfikir secara metemtik dan menjana idea dalam memberi penerangan daripada situasi pengamiran tentu, (ii) Komunikasi berdasarkan kemahiran yang menunjukkan pengetahuan sedia ada pada pelajar dalam berkomunikasi merangkumi operasi fungsi, dan teknik pengamiran yang berfokus kepada penyelesaian masalah dan bukan kepada jawapan sahaja, dan (iii) Komunikasi berdasarkan grafik yang menunjukkan bahawa mereka mempunyai kefahaman yang kukuh dalam berimaginasi bagi membincangkan konsep pengamiran tentu.

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka berkomunikasi dengan rakan yang tidak dapat hadir ke kelas untuk mempelajari tentang luas kawasan di bawah graf lengkung pula dianalisis berdasarkan kepada dua kategori, iaitu komunikasi berdasarkan grafik dan kemahiran. Dalam Jadual 4.9, dua kategori tersebut masing-masing merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Berdasarkan kategori yang diberikan, cara pelajar berkomunikasi dengan rakan tentang luas kawasan di bawah graf lengkung melibatkan beberapa ciri tertentu, (i) Komunikasi berdasarkan grafik yang menunjukkan bahawa mereka mengaplikasikan gaya lakaran berbentuk carta, graf, gambar rajah dan lain-lain dengan lebih berkesan dalam membincangkan tentang pengamiran tentu, dan (ii) Komunikasi berdasarkan kemahiran yang merangkumi kebolehan pelajar dalam memberi penerangan dengan berkesan dalam melambangkan tatatanda dan mewakilkan simbol pengamiran tentu dengan yang lain dengan betul bagi memastikan kemahiran yang ditunjukkan adalah jelas dan tepat.

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka berkomunikasi dengan rakan yang tidak dapat hadir ke kelas untuk mempelajari tentang cara menyelesaikan kamiran tentu dianalisis berdasarkan kepada satu kategori sahaja, iaitu komunikasi berdasarkan kemahiran. Dalam Jadual 4.10, berdasarkan kategori yang diberikan, cara pelajar berkomunikasi dengan rakan tentang cara menyelesaikan kamiran tentu melibatkan beberapa ciri tertentu iaitu komunikasi berdasarkan kemahiran dengan menjelaskan dengan yakin tentang teorem asas kalkulus dan memilih sifat-sifat asas kamiran yang boleh diguna pakai sebagai jalan kerja pengamiran tentu.

Dapatan kajian tentang cara pelajar lepasan menengah berkomunikasi dengan rakan mereka yang tidak dapat hadir ke kuliah tentang pengamiran tentu menunjukkan pelajar cenderung dan mampu menerangkan secara kemahiran dan visual. Ini sejajar dengan saranan daripada Sukatan Mata Pelajaran bagi subjek Matematik Tambahan Kemahiran Bersepadu Sekolah Menengah (2010) bahawa kemahiran berkomunikasi secara matematik ditekankan kepada pelajar agar dapat menyatakan konsep dan hasil kerja dengan menggunakan istilah dan ayat matematik yang betul dan tepat agar keupayaan pelajar dalam menterjemahkan dapat dipertingkatkan dalam situasi melibatkan model matematik dan sebaliknya.

Dapatan kajian ini juga mendapati pelajar mampu berkomunikasi dengan rakan mereka tentang pengamiran tentu dengan mencari luas kawasan di bawah graf lengkung. Namun, sekali lagi dapatan kajian ini tidak secocok dengan dapatan kajian lain iaitu kajian Rasslan dan Tall (2002), Rosken dan Rolka (2007), Sealey (2008), Lois dan Milevicich (2009), Lawrence (2011), Rubio dan Gomez-Chacon (2011), Chih-Hsien (2012), Fergusan (2012), Tuan Salwani dan Effandi (2011, 2012), Yuzita, Wester dan Steinberg (2012), dan Dina dan Zolkepeli (2015) mendapati bahawa pelajar mengalami kesukaran dalam penggunaan pengamiran tentu dengan konsep luas kawasan di bawah graf lengkung. Hal ini dapat diatasi sekiranya pelajar mempunyai pemahaman yang mendalam tentang pengamiran tentu dapat ditonjolkan dan didalami. Selain itu, ia juga membantu mereka dalam menyelesaikan masalah mencari luas kawasan di bawah graf lengkung, apatah lagi melibatkan penggunaan petua trapezium dalam jalan pengiraan mereka menggunakan kalkulator saintifik (Hasliza dan Faridah, 2014).

Soalan 6: Bagaimanakah cara pelajar lepasan menengah menyelesaikan masalah pengamiran tentu?

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan petua asas kamiran dianalisis berdasarkan kepada tiga kategori, iaitu grafik, transformasi dan rumus. Dalam Jadual 4.11, dua kategori iaitu transformasi dan rumus merupakan tingkah laku dominan dalam kalangan pelajar lepasan menengah. Berdasarkan kategori yang diberikan, cara pelajar menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan petua asas kamiran melibatkan beberapa ciri tertentu, iaitu

(i) Penyelesaian masalah secara grafik yang menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan petua asas kamiran berdasarkan lakaran graf lengkung dan melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*. Lima daripada enam pelajar lepasan menengah menyelesaikan masalah pengamiran tentu daripada hasil kajian menggunakan petua asas kamiran berdasarkan lakaran graf lengkung yang dibuat dan seterusnya melorekkan luas kawasan di bawah graf lengkung tersebut mengikut batasan yang dikehendaki pada satah-*xy*. Hal ini menunjukkan bahawa mereka berupaya menggunakan imej mental dalam melakukan visualisasi.

(ii) Penyelesaian masalah secara transformasi yang menggunakan simbol pengamiran tentu untuk mengubah soalan matematik pada satah-*xy*. Hasil kajian menunjukkan semua pelajar lepasan menengah menggunakan simbol pengamiran tentu untuk mengubah ayat matematik kepada simbol yang lebih mudah difahami. Tingkah laku ini menunjukkan mereka kreatif dalam memilih kaedah yang bersesuaian untuk memahami konsep pengamiran tentu, dan

(iii) Penyelesaian masalah secara rumus dengan menunjukkan jalan kerja pengamiran dengan menggunakan teorem asas kalkulus. Didapati daripada hasil kajian semua pelajar lepasan menengah menunjukkan jalan kerja pengamiran menggunakan teorem asas kalkulus. Hal ini menunjukkan bahawa asas dan komitmen mereka yang tinggi dalam cara belajar yang betul dan sistematik.

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka menyelesaikan masalah bagi sifat-sifat kamiran tentu pula dianalisis berdasarkan kepada satu kategori sahaja, iaitu rumus. Daripada Jadual 4.12, cara pelajar menyelesaikan masalah bagi sifat-sifat kamiran tentu melibatkan beberapa ciri tertentu, iaitu penyelesaian masalah secara rumus yang menyelesaikan masalah bagi sifat-sifat kamiran tentu berdasarkan operasi darab antara kamiran tentu dengan sebarang pemalar, iaitu ${}_a\int^b k\, f(x)\, dx = k\, {}_a\int^b f(x)\, dx$, dengan k adalah sebarang pemalar, dan operasi tambah antara dua kamiran tentu, iaitu ${}_a\int^c f(x)\, dx + {}_c\int^b f(x)\, dx$. Didapati daripada hasil kajian, semua pelajar lepasan menengah menyelesaikannya secara rumus.

Akhir sekali, pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu membabitkan cara mereka menyelesaikan masalah dengan mencari nilai hampir Kamiran Tentu pada satah-*xy* dianalisis berdasarkan kepada satu kategori sahaja, iaitu rumus. Daripada Jadual 4.13 menunjukkan semua pelajar lepasan menengah menyelesaikan masalah bagi sifat-sifat kamiran tentu melibatkan beberapa ciri tertentu, iaitu penyelesaian masalah secara rumus dengan mencari nilai hampir kamiran tentu secara melukis beberapa bentuk trapezium dengan lebar setiap subselangnya yang sama di bawah graf lengkung pada satah-*xy*, dan menggunakan formula bagi luas bentuk bagi setiap trapezium, iaitu $A = \frac{1}{2} \times$ (hasil tambah dua garis yang selari) × (tinggi trapezium), dan mencari hasil tambah bagi semua luas bentuk trapezium dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada satah-*xy*.

Secara keseluruhannya, cara pelajar lepasan menengah menyelesaikan masalah pengamiran tentu dengan petua asas kamiran dianalisis berdasarkan kepada tiga kategori, iaitu secara grafik, transformasi, dan rumus. Lima daripada semua pelajar lepasan menengah menggunakan kategori grafik, yang membabitkan melukis dan melorek luas kawasan di bawah graf lengkung pada satah-*xy*. Didapati juga semua pelajar lepasan menengah menggunakan rumus dalam menyelesaikan masalah iaitu teorem asa kalkulus sebagai jalan kerja pengamiran pada satah-*xy*. Semua pelajar lepasan menengah juga lebih cenderung menggunakan transformasi dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan aspek penggunaan simbol pengamiran tentu untuk mengubah soalan matematik pada satah-*xy*. Cara pelajar lepasan menengah menyelesaikan masalah bagi sifat-sifat kamiran tentu dikelaskan kepada satu kategori sahaja iaitu penyelesaian masalah secara rumus. Didapati semua pelajar menggunakan kategori ini yang melibakan aspek pendaraban kamiran tentu dengan sebarang pemalar, iaitu ${}_a\int^b k\, f(x)\, dx = k\, {}_a\int^b f(x)\, dx$, dengan k adalah sebarang pemalar, dan operasi penambahan antara dua kamiran tentu iaitu, ${}_a\int^c f(x)\, dx + {}_c\int^b f(x)\, dx$. Seterusnya, cara pelajar lepasan menengah menyelesaikan nilai hampir bagi kamiran tentu juga dikelaskan kepada satu kategori sahaja iaitu penyelesaian masalah secara rumus. Semua pelajar lepasan menengah melukis beberapara bentuk trapezium yang sama saian berserta lebar bagi setiap subselangnya yang sama panjang di bawah graf lengkung pada satah-*xy*, menggunakan formula bagi luas bentuk setiap trapezium, iaitu A = ½ × (hasil tambah bagi dua garis yang selari) × (tinggi trapezium), dan akhirnya mencari hasil penjumlahan bagi semua luas bentuk setiap trapezium tersebut dalam mencari penyelesaian hampir bagi kamiran tentu pada satah-*xy*.

Dapatan kajian mengenai cara pelajar lepasan menengah menyelesaikan masalah kamiran fungsi dengan menggunakan petua asas kamiran, mencari penyelesaian masalah bagi sifat-sifat kamiran tentu, dan mencari nilai hampir bagi suatu kamiran tentu pada satah-*xy*, mendapati mereka cenderung melakar suatu graf lengkung, mewakilkan soalan pengamiran tentu dengan simbol pengamiran tentu iaitu $_a\int^b f(x)\ dx$, dan menyelesaikan secara pengiraan berdasarkan teorem asas kalkulus. Dapatan ini adalah sama dengan dapatan kajian Jones (2010), Hunter (2011), Sevimli dan Delice (2011), dan Chih-Hsien (2012), yang mana pelajar mempunyai keupayaan dalam melakukan perwakilan dan menukarkannya kepada bentuk simbolik tentang pengamiran tentu, dan mendapat markah yang tinggi dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu.

Namun begitu, dapatan kajian ini tidak sama dengan hasil beberapa kajian Rasslan dan Tall (2002), Rosken dan Rolka (2007), Dong-Hai (2011), Yuzita, Wester dan Steinberg (2012), Hasliza dan Faridah (2014), Rohani, Riyan dan Effandi (2014), Christina et al (2019), dan Nourooz et al (2019) yang mendapati pelajar menghadapi kesukaran dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu dari segi memahami masalah, merancang strategi, melaksanakan strategi penyelesaian, dan menyemak semula jawapan pengamiran yang diperolehi. Ini mungkin disebabkan dapatan kajian mereka menunjukkan pelajar tidak mempunyai kefahaman yang kukuh terhadap konsep-konsep matematik yang asas terutamanya dalam pendekatan mencari luas kawasan bagi suatu bentuk trapezium menggunakan formula yang diberi, dan memasukkan nilai-nilai tertentu ke dalam suatu fungsi pengamiran, yang menjadi penyebab mereka lemah dalam menguasai pembelajaran matematik pada peringkat yang lebih tinggi (Rasslan dan Tall, 2002), khususnya pengamiran tentu. Tidak lupa juga kecuaian dan ketidakcekapan pelajar dalam menggunakan kalkulator saintifik yang melibatkan langkah-langkah penekanan terhadap sesuatu butang pada kalkulator tersebut yang merupakan faktor utama yang menyebabkan mereka tidak dapat memperolehi markah yang tinggi dalam peperiksaan akhir bagi subjek kalkulus (Hasliza dan Faridah, 2014). Bagi Rohani, Riyan dan Effandi (2014) pula, halangan kemahiran pelajar merupakan yang sering dialami dalam menyelesaikan masalah pengamiran, walaupun bentuk soalan pengamiran tersebut adalah mudah.

Sumbangan Kajian

Terdapat tiga sumbangan utama dalam kajian ini. Yang pertama, sumbangan dari segi kaedah dan teknik pengajaran pensyarah atau pendidik matematik di dalam kelas. Dengan hasil kajian yang diberikan, diharap agar pendidik dapat memperkenalkan konsep-konsep asas dan lanjutan bagi topik pengamiran tentu dengan lebih berkesan dan efisien agar pelajar dapat menyerap konsep tersebut dengan lebih baik dan difahami. Penggunaan peta konsep dalam mengajar topik pengamiran tentu digalakkan agar pelajar boleh membuat hubung kait antara subtopik dalam pengamiran tentu. Disarankan juga agar setiap pengajaran yang disampaikan dapat diselitkan juga peranan dan hubung kait topik pengamiran tentu dengan kehidupan seharian pelajar agar mereka dalam memahami dengan lebih jelas akan tanggungjawab mereka dalam menggunakan ilmu dan maklumat dari topik tersebut ketika mereka dewasa kelak.

Banyak kajian lepas tentang pengamiran tentu hanya bertumpukan kepada beberapa subskonstruk pemahaman sahaja iaitu gambaran mental, perwakilan, makna, dan penyelesaian masalah dalam pengamiran tentu dalam kalangan pelajar. Hasil kajian ini diharap dapat membuka mata pengkaji lain bahawa topik ini boleh dikaji dengan lebih lanjut pada cara pelajar menaakul dan cara mereka berkomunikasi dengan rakan mereka tentang pengamiran tentu. Di samping itu, kajian ini bukan sahaja untuk pelajar menengah atasan sahaja, malah boleh diguna pakai untuk mengkaji pemahaman pelajar lepasan menengah dan juga di kalangan pendidik itu sendiri tentang pengamiran tentu. Selama ini banyak kajian bertumpu kepada analisis kesilapan dalam bentuk kajian kuantitatif, namun hasil kajian ini membuktikan kajian mengenai pemahaman pelajar tentang pengamiran tentu boleh dilakukan secara kualitatif yang mana teori dan instrumen yang digunakan boleh dijadikan rujukan kepada pengkaji lain. Ada diselitkan juga kajian lepas mengenai penggunaan teknologi dalam pembelajaran pengamiran tentu yang boleh dijadikan sebagai panduan.

Daripada hasil kajian ini juga, pengkaji dapat memperluaskan idea pengamiran tentu kepada penulis buku-buku ilmiah dalam pendidikan matematik. Penulis buku tersebut dapat mengembangkan lagi cara penulisan nota penerangan mengenai pengamiran tentu dengan lebih jelas, di sampaing dapat menambahkan dan mengolah cara membina ayat dalam soalan penyelesaian masalah yang merujuk kepada aktiviti dan soalan kemahiran berfikir aras tinggi (kbat) yang sering diguna pakai dalam peperiksaan awam negara pada peringkat menengah atas tentang pengamiran tentu.

Kewujudan Tema Baru Berasaskan Dapatan Kajian. Daripada dapatan kajian yang dinyatakan di atas, pengkaji menemukan beberapa tema yang signifikan melalui cara mengaitkan hasil kajian dengan teori, kajian, polisi, dan amalan semasa atau lepas, dan mengekstrapolasi hasil kajian kepada amalan masa depan ke dalam bidang yang tidak diketahui atau belum pernah dialami (Nik Azis, 2014). Tema ini dibuat berdasarkan amatan dari pengkaji setelah perbincangan dengan pakar matematik ke atas dapatan kajian ini diperolehi, dipersetujui, dan dibentangkan sebagai sumbangan kajian agar menjadi lebih bermakna dan dapat memberi manfaat akan keperluan kajian ini, dan kajian lanjutan dilakukan. Tiga tema yang wujud tentang pengamiran tentu dikenal pasti dan diringkaskan dalam Jadual 5.1 yang berikut.

Jadual 5.1

Tema Baru Berasaskan Dapatan Kajian

Subkonstruk Pemahaman dalam Kajian	Kategori bagi Subkonstruk	Tema Baru yang Muncul
Gambaran Mental	Definisi Aplikasi Tatatanda Numerik	Peta Konsep
Perwakilan	Grafik Berangka Skematik	Visual
Makna	Grafik Hukum Algoritma Bentuk Geometri Logik	Hujah
Penaakulan	Imej Operasional	Hujah
Komunikasi	Bahasa Matematik Kemahiran Grafik	Hujah
Penyelesaian Masalah	Grafik Transformasi Rumus	Visual

Berdasarkan Jadual 5.1, timbulnya tiga tema baru tentang pengamiran tentu yang dibina pengkaji berdasarkan dapatan kajian yang telah dibincangkan sebelum ini. Tema yang dinyatakan oleh pengkaji ini merupakan sumbangan kajian yang boleh diguna pakai, iaitu (i) Peta Konsep, (ii) Visual, dan (iii) Hujah.

Peta Konsep. Dalam kajian ini, pelbagai gambaran mental yang dipunyai pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu. Tema peta konsep dipilih kerana ia merupakan salah satu cara pengurusan yang dibuat dalam pemikiran pelajar apabila diminta untuk memberi suatu gambaran. Pelajar lepasan menengah telah memberi gambaran berbentuk definisi, aplikasi, tatatanda dan numerik, yang merangkumi kesemua aspek dan konsep tentang pengamiran tentu. Menurut Novak dan Canas (2006), peta konsep merupakan satu alat untuk menguruskan dan memperkenalkan suatu pengetahuan dalam bentuk beberapa bulatan atau kotak yang mempunyai garis penyambung untuk menghubungkan antara dua konsep, dan terdapat perkataan pada garis yang menentukan hubungan konsep-konsep tersebut. Peta konsep menyediakan lakaran gambar, fakta dan konsep, dan perkaitan antaranya agar lebih tersusun dan mantap. Ia dapat membantu pelajar lebih fokus dalam membuat interpretasi dan mengenali konsep asas yang relevan serta cara penyelesaiannya yang memberi pendedahan kepada pemahaman mereka atas pengetahuan matematik (Fuata'I, 2004; Zahara, 2009), khususnya pengamiran tentu. Dalam kajian ini, pengamiran tentu berfungsi sebagai rangsangan pelajar untuk mengingati semula kandungan dan hubungan yang wujud dalam minda mereka.

Visual. Daripada dapatan kajian mengenai perwakilan dan penyelesaian masalah yang dilakukan pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu, pengkaji telah mewujudkan satu tema untuknya iaitu Visual. Penggunaan visual sebagai tafsiran dan pantulan terhadap gambar dan imej yang dipaparkan adalah semakin meningkat dalam pendidikan matematik (Chih-Hsein, 2015). Menurut Chih-Hsien (2012) lagi, visual menggalakkan pemikiran pelajar agar serba boleh dalam mempertimbangkan masalah secara holistik agar mudah dipecahkan kepada bahagian yang lebih kecil. Maslinah (2016) pula percaya bahawa pengetahuan dan kemahiran asas matematik adalah penentuan tahap kognitif dan keupayaan bervisualisasi bagi seseorang pelajar. Perwakilan yang mereka lakukan menimbulkan suatu visual yang menarik dan difahamkan boleh mempercepatkan daya serapan ilmu pelajar dalam mempelajari pengetahuan yang disampaikan (Wan Hanim Nadrah, 2015). Ia bertepatan dengan saranan KPM (2018), penggunaan visual yang bervariasi membantu pelajar dalam memahami konsep matematik dan hubungannya, mengutarakan dan berhujah akan pemikiran mereka, serta mengenal pasti perkaitan antara konsep matematik. Tema Visual dipilih kerana pelajar ini dapat memikirkan bagaimana mentafsir masalah pengamiran tentu dengan baik, memilih dan melaksanakan strategi penyelesaian dengan betul, dan membuat penilaian atau penyemakan semula. Walaupun jenis perwakilan visual pelajar adalah berbeza, namun keupayaan pelajar dalam mengubah ayat permasalahan matematik kepada simbol matematik dan lukisan bergambar merupakan elemen penting dalam pembelajaran pengamiran tentu. Namun begitu, keupayan melakukan visualisasi ini haruslah seiring dengan kebolehan pelajar dalam kemahiran asas pengamiran tentu.

Hujah. Hujah merupakan tema yang terbaik wujud kesan daripada dapatan kajian mengenai cara pelajar lepasan menengah memberi makna, membuat penaakulan, dan berkomunikasi dengan rakan mereka yang tidak dapat hadir semasa pembelajaran tentang pengamiran tentu berlaku. KSSM (2018) menyarankan penaakulan mampu memberi pengupayaan pemikiran dan intelektual apabila pelajar dibimbing dan dilatih untuk membuat dan mengesahkan konjektur, memberikan penerangan logikal, menganalisis, menilai dan memberi justifikasi terhadap semua aktiviti matematik. Oleh itu, tugas pensyarah perlu diubah dengan memberi galakan kepada pelajar untuk menanyakan soalan, dan memberi peluang serta ruang kepada pelajar memberi tafsiran atas idea-idea matematik yang mereka secara aktif (Tillema & Hackenberg, 2011). Hujah pelajar ini merangkumi penyampaian mereka dalam menerangkan idea dan strategi yang digunakan dalam pengamiran tentu secara lisan dan bukan lisan dapat diluahkan dengan baik dan jelas konsepnya. Penggunaan bahasa matematik, khususnya pengamiran tentu yang betul dan tidak formal memudahkan penerimaan ilmu yang disampaikan. Hasilnya tingkah laku dan penerimaan ilmu atau perkongsian yang diterima oleh rakan kepada pelajar akan berbeza dan mereka mudah memahami untuk mempelajari topik pengamiran tentu. Bagi mewujudkan suasana pedagogi yang berkesan, pelajar diberi ruang yang secukupnya untuk menghuraikan pernyataan dan mempersembahkan idea matematik sama ada percakapan, mendengar, melihat menulis, membaca, melukis dan gerak badan melalui teknik penyoalan yang bersesuaian bagi mereka untuk berhujah (Baharom, Ahmad Esa, Mohd Yusop, Jamaluddin, dan Sarebah, 2009; KPM, 2018). Namun begitu, kebolehan pelajar berkomunikasi sesama sendiri perlu diberi perhatian juga agar penyampaian tentang suatu pengetahuan matematik dapat disampaikan dengan bahasa mereka.

Impikasi Hasil Kajian

Hasil kajian ini memberikan implikasi kepada tiga spek iaitu implikasi kepada amalan pendidikan, kurikulum matematik lepasan menengah, dan kajian lanjut.

Implikasi kepada Pedagogi. Hasil kajian ini memberikan implikasi dalam pedagodi dalam pengamiran tentu, yang membabitkan pelajar dan pendidik dalam bilik kuliah. Implikasi ini merangkumi aspek pengajaran dan pembelajaran tentang pengamiran tentu, aplikasi teori yang digunakan kajian ini dalam bilik darjah, dan pengembangan serta kesedaran pengetahuan asas pelajar yang mendalam tentang pengamiran tentu. Didapati pelajar lepasan menengah lebih cenderung mencari luas kawasan yang dibatasi oleh rantau berlorek dengan menggunakan teorem asas kalkulus yang melibatkan penggunaan rumus kamiran x^n, iaitu mendapatkan fungsi anti terbitan F bagi f, dan diikuti dengan mencari nilai $F(b) - F(a)$, jelas menunjukkan sudah menjadi rutin yang biasa bagi pelajar menggunakan kaedah yang mungkin sesuai digunakan pada peringkat sekolah, tetapi menurut Ahmad Fauzi, Wong, S. L., dan Rohani (2009) bahawa kaedah ini tidak bersesuaian untuk diaplikasikan pada peringkat universiti kerana pendekatan pengajaran dan pembelajaran di universiti adalah jauh berbeza dengan di sekolah.

Hasil kajian ini memberi impak kepada pensyarah universiti, yang mana Breen dan O'Shea (2011) menyarankan bahawa pensyarah harus memberi banyak soalan yang sukar dan bukan rutin kepada pelajar untuk menyelesaikannya tanpa melihat contoh kerja yang biasa diselesaikan terlebih dahulu. Kandungan soalan pengamiran tentu yang diberi hendaklah mengandungi kemahiran kognitif dan psikomotor dan selari dengan kurikulum, kewajarannya, dan objektif pengajaran yang telah ditetapkan oleh pihak penggubal kurikulum pendidikan matematik pada peringkat universiti. Oleh itu, pensyarah boleh mempelbagaikan corak pengajaran kalkulus dalam menyampaikan kuliah dengan menunjuk ajar beberapa aplikasi kalkulus yang boleh digunakan dengan pengetahuan asas kalkulus yang sedia ada daripada pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu. Mereka harus menekankan aktiviti yang mendorong pelajar meneroka topik pengamiran, mengembangkan dan menyempurnakan idea, strategi, dan teknik mereka sendiri, di samping aktiviti yang mencabar harus dibuat dan mengelakkan perbandingan antara pelajar supaya pelajar dapat mengambil bahagian secara aktif dalam keseluruhan aktiviti dalam bilik kuliah mahupun tutorial. Peranan pensyarah harus bertukar kepada fasilitator, atau pemudah cara dan bukannya penyebar maklumat semata-mata. Corak pengajaran yang dimaksudkan hendaklah kombinasi antara bentuk visualisasi dan bukan visualisasi kerana ia mampu memberikan pemahaman yang lengkap (Rubio dan Gomez-Chacon, 2011) dalam kalangan pelajar lepasan menengah mempelajari tentang pengamiran tentu.

Daripada dapatan kajian, ia menjadi keutamaan kepada pensyarah juga untuk mengkaji semula cara pengajaran mereka tentang pengamiran tentu yang disampaikan kepada pelajar selama ini, yang mana penekanan lebih perlu dilakukan kepada cara pelajar membuat perwakilan dan hubungannya dengan konsep pengamiran tentu (Serhan, 2015). Akkoc, Yesildere, dan Ozmantar (2007) percaya dalam menyediakan guru matematik yang berpotensi semasa program pendidikan guru, aktiviti pengajaran mikro boleh menjadi titik permulaan untuk mengenal pasti pengetahuan sedia ada guru mengenai permasalahan yang dihadapi oleh pelajar mereka. Pendapat Ferrer (2016) pula menyatakan guru kalkulus harus melihat latar belakang pengetahuan dan kemahiran pelajar sebelum pengenalan topik matematik yang lebih kompleks, di samping juga dapat mempertimbangkan kajian literatur dalam penyelidikan dengan pengajaran dan pembelajaran matematik untuk kajian tersebut dalam memberikan pandangan mengenai sifat kesukaran pelajar mereka.

Di samping itu, dapatan kajian juga mendapati pelajar lepasan menengah kerap melakukan kesilapan dalam membuat pengiraan pengamiran dengan menggunakan kalkulator saintifik. Menurut Hasliza dan Faridah (2014), kesalahan penggunaan kalkulator yang paling ketara dilakukan pelajar adalah apabila mereka keliru akan kepentingan kurungan, penukaran memasukkan operasi, memasukkan nilai *x* ke dalam *f*(*x*), nilai had atas dan had bawah daripada simbol ${}_a\int^b$ dan bilangan jalur, *n,* dan saiz jalur, *h*, dalam formula Petua Trapezium. Walaupun jalan kerja bagi penyelesaian masalah bagi suatu pengamiran tentu perlu ditunjukkan dengan jelas, namun penggunaan kalkulator yang cermat, pantas dan tepat perlu dilatih kepada pelajar sebagai persediaan bagi menyemak jawapan.

Akhir sekali, perubahan pada pelaksanaan di peringkat lepasan menengah seperti di institusi pengajian tinggi perlu juga dilakukan, khususnya dalam bidang teknikal kejuruteraan. Menurut Salazar, D. A. (2016), pengukuhan asas yang kuat pada kemahiran prasyarat pelajar, khususnya mengenai aljabar mestilah merangkumi lima (5) unit mata pelajaran, yang mana pelajar bidang kejuruteraan dan sains komputer tidak boleh digabungkan dengan pelajar perniagaan dalam satu bilik kuliah matematik. Pelaksanaan yang bersyarat dan ketat terhadap dasar penerimaan pelajar baru mesti dipertimbangkan oleh pihak IPT. Oleh kerana sifat pembelajaran pelajar teknologi kejuruteraan adalah pendekatan pembelajaran berdasarkan pengalaman, pembelajaran aktif adalah pendekatan praktikal yang harus dipertimbangkan. Mengintegrasikan komputer dalam pembelajaran kalkulus harus dipertimbangkan secara serius kerana banyak kajian menunjukkan kesan positif strategi ini terhadap pemahaman pelajar (Tuan Salwani dan Effandi, 2015). Oleh itu, strategi baru harus dirancang dengan teliti dalam meningkatkan hasil pembelajaran pelajar dalam kalkulus.

Implikasi kepada Kurikulum Matematik Lepasan Menengah. Dapatan kajian ini telah memberikan beberapa kesan kritikal terhadap kurikulum pendidikan matematik lepasan menengah, perancang modul instruktif dan pendidik (Bibi et al,

2019) khususnya dalam kalkulus. Dapatan kajian mengenai penaakulan pelajar boleh dijadikan sebagai rujukan dalam penambahbaikan kurikulum matematik lepasan menengah, khususnya topik pengamiran tentu, yang mana turut memberi implikasi kepada penggubal kurikulum. Perlu diingat, penggubal dasar kurikulum matematik harus menambahkan masalah bukan rutin dalam kurikulum matematik baru.

Program terkini dan sedang rancak dilaksanakan dalam latihan pendidikan di institusi pengajian tertinggi, terutama dalam bidang kejuruteraan, iaitu sistem OBE (Outcome Based Education) bertujuan memberikan pendedahan kepada pensyarah atau penggubal kurikulum. Dalam Modul Asas Pembelajaran dan Pengajaran Pensyarah Institusi Pengajian Tinggi yang disediakan oleh Jabatan Pengajian Tinggi, Kementerian Pengajian Tinggi (2012) menyatakan terdapat dua idea utama dalam OBE, kurikulum sebagai produk, iaitu 1. Pendidikan yang berkualiti dalam menentukan dengan jelas apa-apa yang penting yang boleh semua pelajar lakukan dengan jayanya pada akhir pengalaman pembelajaran mereka, dan 2. Pendidikan yang berkualiti dengan memfokuskan dan menyusun segalanya dalam sistem pendidikan bagi memastikan pelajar dapat melakukan apa-apa yang penting dengan jayanya pada akhir pengalaman pembelajaran mereka.

Penambahbaikan dalam pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu merupakan bahagian yang penting dalam membantu pelajar mengatasi tahap kesukaran yang mereka hadapi supaya menjadi lebih bermakna dalam menyelesaikan masalah pengamiran tentu. Kementerian Pendidikan Malaysia khususnya perlu memikirkan semula dasar dan polisi pendidikan matematik, khususnya bidang kalkulus, yang bersesuaian terhadap punca kemerosotan pelajar yang mengambil mata pelajaran kalkulus agar subjek ini tidak lagi dianggap sukar dan menjemukan, yang boleh menyebabkan mereka kurang mempercayai keyakinan diri untuk menyelesaikan masalah dalam matematik (Ahmad Fauzi, Wong, S. L., dan Rohani, 2009). Penambahan kepada projek yang dicadangkan oleh Karaali (2011) perlu diambil kira kerana dipercayai projek sebegini memberi peluang kepada pelajar berfikir secara kritikal akan sebab dan kelebihan mereka perlu mengambil kursus kalkulus khususnya.

Implikasi kepada Kajian Lanjutan. Kajian ini telah mengenal pasti beberapa pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu. Kajian lanjutan boleh dilakukan ke atas pelajar pada peringkat ijazah pertama di institusi pengajian tinggi, terutama dalam bidang kejuruteraan. Banyak kajian telah dilakukan ke atas pelajar menengah rendah dan pelajar menengah atas, tetapi sedikit kajian di lakukan ke atas pelajar jurusan ijazah pertama yang mangambil jurusan kejuruteraan, yang mana subjek Kalkulus 1 dan Kalkulus 2 merupakan dua subjek teras mereka pada tahun pertama di universiti.

Keprihatinan utama pengkaji adalah untuk membantu pelajar mengatasi kesukaran mereka mengenai topik kamiran. Di sini, kita bukan sahaja dapat mengetahui cara kaedahnya berfungsi dengan baik, tetapi juga kita dapat memahami mengapa kaedah tersebut berfungsi dengan baik. Hasil kajian ini mendapati semua peserta kajian boleh menyelesaikan masalah kamiran tentu dengan menggunakan teorem asas kalkulus. Ini menunjukkan pelajar boleh menyelesaikan masalah kamiran, tetapi dengan pemahaman terhad bahawa mereka sebenarnya mencari luas kawasan di bawah graf lengkung dan kawasan ini merupakan had anggaran bagi kawasan tersebut (Grundmeier, Hansen, & Sousa, 2006). Egodawatte (2011) pula menyarankan penyelidikan mengenai kesilapan dan kesilapan pelajar adalah satu cara untuk memberikan sokongan sedemikian untuk kedua-dua guru dan pelajar. Tambah beliau, penyelidikan yang dilakukan mestilah mencirikan kesilapan dan kesilapan pelajar agar kaedah baru yang berkesan dapat direka bagi mengelakkan berlakunya kesilapan pelajar itu lagi.

Kajian lanjutan juga perlu dijalankan ke atas pensyarah universiti untuk mengenal pasti bagaimana pemahaman mereka berkembang dan corak pengajaran mereka yang pelbagai bagi membentuk pengalaman baru dalam kalangan pelajar mereka dengan pengetahuan asas pengamiran tentu yang sedia ada. Selain itu, cara pensyarah membuat hubung kait antara topik kamiran tentu dengan bidang lain seperti fizik dan mekanik perlu diambil kira agar penyampaian kuliah mereka menjadi lebih bermakna kepada pemahaman pelajar tentang kamiran tentu. Kajian Jones (2010) ke atas pelajar menunjukkan bahawa banyak pengetahuan boleh diperolehi dengan menyediakan alat yang berguna untuk memahami konsep pengamiran dalam konteks fizik. Oleh itu, tidak hairanlah sekiranya kajian yang sama boleh dilakukan ke atas pensyarah matematik, mahupun ke atas pelajar dalam memahami topik pengamiran yang boleh dikaitkan dengan bidang matapelajaran yang lain.

Secara umumnya, tidak semua pengkaji lepas melakukan kajian terhadap kesemua subkonstruk pemahaman seperti kajian ini iaitu Rasslan dan Tall (2002), Roskan dan Rolka (2007), Sevimli dan Delice (2011), Chih-Hsien (2012), dan Christina et al (2019) telah melakukan kajian dari segi subkonstruk pemahaman yang melibatkan gambaran mental, perwakilan, dan makna tentang pengamiran tentu. Manakala pengkaji seperti Jones (2010), Dong-Hai (2011), dan Hunter (2011) telah membuat kajian pemahaman berdasarkan penyelesaian masalah dalam pengamiran tentu. Oleh itu, kajian lanjutan perlu dilakukan dengan lebih mendalam ke atas subkonstruk pemahaman yang lain iaitu cara pelajar atau pensyarah membuat hubung kait pengamiran tentu dan pengamiran tak tentu dengan kehidupan seharian, dan cara mereka berkomunikasi dengan rakan sekelas mahupun rakan sekerja tentang konsep dan aplikasi pengamiran tentu dan pengamiran tak tentu.

Penutup

Sebagai penutup, kajian ini banyak memberi pengajaran dan pengalaman yang tidak akan dilupakan pengkaji sampai bila-bila kerana kajian tentang pengamiran tentu agak jarang dilakukan di Malaysia amnya, dan khususnya di peringkat lepasan menengah. Pelbagai cabaran dan dugaan perlu ditempuhi pengkaji agar dapat menghasilkan kajian yang boleh memberi impak yang besar ke atas pendidikan matematik, dan dapat memberi faedah dan manfaat kepada pihak Kementerian Pendidikan Malaysia, pihak Kementerian Pengajian Tinggi, penggubal kurikulum, pensyarah dan guru sekolah, serta penyelidik dalam memantapkan dasar dan polisi, corak pengajaran dan pembelajaran, mahupun kajian-kajian yang dilakukan dalam pendidikan matematik.

Teori konstruktivisme radikal sebagai pendukung teori bagi kajian ini juga telah memberikan satu impak yang besar kepada pengkaji dan dapatan kajian yang diperolehi daripada pemahaman yang dimiliki oleh pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu. Bagi pengkaji, teori ini melatih pengkaji mengenal erti kesabaran dalam menjalankan temu duga klinikal terutamanya dalam membentuk soalan kajian, memilih peserta kajian, memilih reka bentuk kajian, memilih teknik pengumpulan data, cara menganalisis data dan cara menginterpretasikan data yang relevan bagi menjawab soalan kajian. Secara tidak langsung, teori ini telah mengubah diri pengkaji sebagai salah seorang pendukung teori konstruktivisme radikal yang menjalankan kajian dalam pendidikan matematik di Malaysia.

RUJUKAN

Abadi. & Fiangga, S. (2018). Using historical perspective in designing discovery learning on Integral for undergraduate students. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Universitas Negeri Surabaya, Surabaya.

Afamasaga- -Fuata'i. (2004). Concept Maps & Vee Diagrams as Tools for Learning New Mathematics Topics. *Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping: Theory, Methodology, Technology.* (h. 1-9).

Ahmad Fauzi, M. A, Wong, S. L., & Rohani, A. T. (2009). Analisis kesukaran pembelajaran dalam matematik kalkulus. *Research Bulletin of Institute for Mathematical Research*. (h. 26-31). Universiti Putra Malaysia, Serdang.

Akkoc, H., Yesildere, S. & Ozmantar, F. (2007). Prospectives mathematics teachers' pedagogical content knowledge of definite integral: The problem of limit process. Dalam D. Kuchemann (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (h. 7-12). Turkiye.

Alexander, D. C., & Koeberlein, G. M. (2015). *Elementary geometry for college students* (ed. ke-6). USA: Cengage Learning.

Asiahwati, A., Zarita, Z., & Safian, U. (2007). The effectiveness of using computer algebra system (CAS) in the teaching and learning of "application of integration". Dalam Lim, C. S., Fatimah, S., Munirah, G., Hajar, S. Hashimah, M. Y., Gan, W. L., & Hwa, T. Y., *Fourth East Asia Regional Conference on Mathematics Education (EARCOME4)*, (h. 221-229). Universiti Sains Malaysia, Penang.

Ayebo, A., & Mrutu, A. (2019). An Exploration of Calculus Students' Beliefs about Mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(2), 385-392. University of Minnesota, USA.

Azizi, Y. & Elanggovan, M. S. (2010). *Kepentingan kefahaman konsep dalam matematik*. University Teknologi Malaysia, Johor.

Baharom, M., Ahmad, E., Mohd Yusop, A. H., Jamaluddin, H., & Sarebah, W. (2009). Komunikasi dalam matematik dalam kalangan kanak-kanak. *Persidangan Kebangsaan Pendidikan Sains dan Teknologi*, (h. 1-17).

Bello, I., Kaul, A., Britton, J. R. (2014). Topics in Contemporary Mathematics. Dalam Manivannan, S. (2017). *Pemahaman murid Tahun Lima tentang luas segi empat*. (Tesis Doktor Falsafah tidak diterbitkan). Universiti Malaya, Kuala Lumpur.

Bibi, A., Mushtaq, A., Wajeeha, S., Sharifah Norul Akmar, S. Z., Nabeel Abdallah, M. A., (2019). An Evolving Research to Tackle Teaching and Learning Challenges during Differential Equations Course: A Combination of Non-Routine Problems and Teacher Training. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 14 (3), (h. 647-656). Universiti Malaya, Kuala Lumpur.

Breen, S. & O'Shea, A. (2011, March). The use of mathematical tasks to develop mathematical thinking skills in undergraduate calculus courses – A Pilot Study. Dalam Smith, C. (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 31(1), (h. 43–48).

Brijlall, D. & Ndlovu, Z. (2013). High school learners' mental construction during solving optimisation problems in calculus: A South African case study. *South African Journal of Education*, 33(2).

Cardetti, F. & McKenna, P. J. (2012). Anatomy of a multi-section calculus semester: a student's-eye view. *PRIMUS*, 22(2), 134-151.

Cariani P. (2012) Infinity and the Observer: Radical Constructivism and the Foundations of Mathematics. *Constructivist Foundations* 7(2): 116–125.

Cavanagh, M. (2008). Reflections on measurement and geometry. *Area Measurement in Year 7*, 33(1), 55-58.

Chih, H. H. (2012). Engineering students' representational flexibility – the case of definite integral. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 10(3), 162-167.

Chih, H. H. (2015). Calculus Students' Visual Thinking of Definite Integral. *American Journal of Educational Research,* 3(4), 476-482

Christina, K. S., Isnaeni, U. M., & Nida, S. U. (2019). *The Existence of the Definite Integral: Students' Understanding*. Mathematics Education Department, Universitas Muhammadiyah Surakarta, Indonesia.

Creswell, J. W. (2008). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. 3rd edition. Los Angeles, CA: Penerbit Sage.

Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. 3rd edition. Los Angeles, CA: Penerbit Sage.

Dede, S. (2012). *Pemahaman Konseptual dan Pengetahuan Prosedural Materi Pertidaksamaan Linear Satu Variabel Siswa Kelas VII SMP*. Pontianak, Universitas Tanjungpura. Retrieved from September 18, 2013, from file:///C:/Users/GMI/ Downloads/145-473-1-PB.pdf

Denzin, NK. (1978). *Sociological Methods*. New York: McGraw-Hill.

Dina, S. N, & Zolkepeli, H. (2015). *Keberkesanan penggunaan perisian AUTOGRAPH dalam meningkatkan kemahiran komunikasi matematik dan pencapaian pelajar*. Master tesis. UKM.

Dong-Hai, N. (2011). *Facilitating students' application of the integral and the area under the curve concepts in physics problems*. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). Kansas State University, Manhattan, Kansas.

Egodawatte, G. (2011). *Secondary school students' misconceptions in algebra*. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). University of Toronto, Toronto.

Ely, R. (2012). Loss of dimension in the history of calculus and in student reasoning. *The Mathematics Enthusiast*, 9(3), 303-326.

Eraslan, A. (2005). A qualitative study: algebra honor students' cognitive obstacles as the explore concepts of quadratic functions. *Electronic theses, Treatises and Dissertations*. 557.

Ferguson, L. J. (2012). *Understanding calculus beyond computations: A descriptive study of the parallel meanings and expectations of teachers and users of calculus*. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). Indiana University, Bloomington, United States.

Ferrer, F. P. (2016). Investigating Students' Learning Difficulties in Integral Calculus. *International Journal of Social Sciences*, 2(1), 310-324. California, USA.

Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2005). *How to Design and Evaluate Research in Education*. (6th ed). US: Mc Graw Hill.

Grundmeier, T., Hansen, J. & Sousa, E. (2006). An exploration of definition and procedural fluency in integral calculus. *Primus: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 16(2), 178-191.

Haciomeroglu, E. S., Aspinwall, L., & Presmeg, N. C. (2009). Visual and analytic thinking in calculus. *Mathematics Teacher*, 103(2), 140-145.

Hackenberg, A. J. (2010). Students' reasoning with reversible multiplicative relationships. *Cognition and Instruction*, 28(4), 383-432. Indiana University, Bloomington.

Hasenbank, J. (2005). Multivariate calculus student perceptions: Homework, quizzes and motivation. *The Researcher*, 19-26.

Hasliza, H., & Faridah, I. (2014). *Mengenalpasti Kesalahan Lazim Dalam Topik Petua Trapezium dan Simpson*. Jabatan Matematik, Sains dan Komputer, Politeknik Tuanku Sultanah Bahiyah. Retrieved from February 4, 2019, from ecrim.ptsb.edu.my/

Herceg, D., & Herceg, D. (2009). The definite integral and computer. *The Teaching of Mathematics*, 12(1), 33-44.

Hoban, R. A. (2019). A resource for introducing students to the integral concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 50(4), 603-616, DOI: 10.1080/0020739X.2018.1480809.

Hunter, J. S. (2011). *The effects of graphing calculator use on high-school students' reasoning in integral calculus*. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). University of New Orleans, United States.

I U Machromah, M E R Purnomo, & C K Sari. (2019). Learning Calculus with Geogebra at College. *Journal of Physics: Conference Series* (h. 1-12).

Jensen, T. A. (2009). *A study of the relationship between introductory calculus students' understanding of function and their understanding of limit* (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). Montana State University, Bozeman, Montana.

Jones, S. R. (2010). *Applying mathematics to physics and engineering: Symbolic forms of the integral*. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). University of Maryland, Baltimore.

Karaali, G. (2011). An Evaluative Calculus Project: Applying Bloom's Taxonomy to the Calculus Classroom. in *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 21(8). (h. 719-731).

Kementerian Pelajaran Malaysia. (2012). *Modul asas pembelajaran dan pengajaran pensyarah Institusi Pengajian Tinggi*. Penerbit: UTHM.

Kementerian Pelajaran Malaysia. (2013). *Spesifikasi Kurikulum Matematik Tingkatan 5 KBSM*. Kuala Lumpur: Bahagian Pembangunan Kurikulum, Kementerian Pelajaran Malaysia.

Kementerian Pendidikan Malaysia. (2018). *Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran Tingkatan 4 dan 5 KSSM Matematik Tambahan*. Kuala Lumpur: Bahagian Pembangunan Kurikulum, Kementerian Pelajaran Malaysia.

Lawrence, B. A. (2011). *Constructivized Calculus in College Mathematics* (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). Columbia University, New York, United States.

Lincoln, YS. & Guba, EG. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Newbury Park, CA: Sage Publications.

Lois, A. & Milevicich, L. (2009). *The impact of technological tools in the teaching and learning of integral calculus*. Proceedings of CERME 6 (h. 1060-1069).

Mahavier, W. S. & Mahavier, W. T. (2008). Calculus: The importance of Precise Notation. *ProQuest Education Journals*, 18(4), 349-360.

Machin, M. C. (2003, Dec). Using derive to understand the concept of definite integral. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-16.

Mallet, D. G. (2011). An example of cognitive obstacles in advanced integration: The case of scalar line integral. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 00(00), 1-5.

Maslinah, L. (2016). Keberkesanan Kaedah Visualisasi: Meningkatkan Keupayaan Menyelesaikan Masalah Matematik Berayat. *Proceeding of International Seminar on Generating Knowledge Through Research* (ICECRS), UUM-UMSIDA, 1 (h. 687-698).

Merriam, S. B. (2009). *Qualitative Research: A guide to design and implementation*. (3rd. Ed.). Hoboken, NJ: Jossey-Bass.

Metaxas, N. (2007). Difficulties on understanding the indefinite integral. Dalam Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, (h. 265-272). Seoul: PME.

Moore, K. C. (2009). Trigonometry, technology and didactic objects. Dalam Swars, S. L., Stinson, D. W., & Lemons-Smith, S. (Eds.). *Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (h. 1480-1488). Georgia State University, Atlanta.

Mu, Y. T. (2017). Definite Integral Automatic Analysis Mechanism Research and Development Using the "Find the Area by Integration" Unit as an Example. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*. 13(7), (h. 2883-2896).

Muzangwa, J. & Chifamba, P. (2012). Analysis of errors and misconceptions in the learning of calculus by undergraduate students. *Acta Didactica Napocensia*, 5(2), 1-10.

Nik Azis, N. P. (1999). *Pendekatan konstruktivisme radikal dalam pendidikan matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.

Nik Azis, N. P. (2008). *Isu-isu kritikal dalam pendidikan matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.

Nik Azis, N. P. (2009). *Nilai dan etika dalam pendidikan matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.

Nik Azis, N. P. (2014). *Penghasilan disertasi berkualiti dalam pendidikan matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.

Nor Hasnida, C. G. & Effandi, Z. (2011). Students' procedural and conceptual understanding. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 5(7), 684 – 691.

Nourooz, H., Mohd Salleh, A., Hamidreza, K. (2019). Undergraduate Students' Difficulties in Solving Derivative and Integral Mathematical Problems. *Sains Humanika*. 11: 2. 65–74.

Novak, J. D. & Cañas, A. J. (2006). The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct Them. *Technical Report IHMC CmapTools* 2006-01, Florida Institute for Human and Machine Cognition.

Oberg, T. D. (2000). *An investigation of undergraduate calculus students' conceptual understanding of the definite integral*. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). University of Montana, United States.

Orhun, N. (2012). Graphical understanding in mathematics education: derivative functions and students' difficulties. *Proceedings of the International Conference on New Horizons in Education INTE* (h. 679-684).

Patton, MQ. (1999). Enhancing the quality and credibility of qualitative analysis. *HSR: Health Services Research*. 34 (5) Part II. pp. 1189-1208.

Rasslan, S. & Tall, D. (2002). Definitions and Images for the Definite Integral Concept. Dalam Cockburn, A. & NArdi, E. (Eds.), *Proceedings of the 26th PME*, 4, 89-96.

Rohani, A. B., Riyan, H., & Effandi, Z. (2014). Analisis kesilapan dalam pembelajaran pengamiran. *Jurnal Pendidikan Matematik*, 2(2), 14-30.

Rosken, B. & Rolka, K. (2007). *Integrating Intuition: The Role of Concept Image and Concept Definition for Students' Learning of Integral Calculus*. The Montana Mathematics Enthusiast, Monograph 3, 181-204.

Ross, A. A. (2006). *The effects of constructivist teaching approaches on middle school students' algebraic understanding*. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). Stephen F. Austin State University, Texas.

Rubio, B. S. & Gomez-Chacon, I. Mª (2011). Challenges with visualization. The concept of integral with undergraduate students. *Proceedings the Seventh*

Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-7), University of Rzeszow, Poland.

Salazar, D. A. (2016). Methods of groupıng ın a flıpped classroom model: Effects on students’ achıevement in differentıal calculus. International Journal of Advanced Research and Development, 1(5), (h. 44-50), Bahrain.

Sealey, V. L. (2006). Definite Integrals, Riemann Sums, And Area Under A Curve: What Is Necessary And Sufficient? *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, (h. 46-53), Mexico.

Sealey, V. L. (2008). *Calculus students’ assimilation of the riemann integral into a previously established limit structure*. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). Arizona State University, United States.

Serhan, D. (2015). Students’ understanding of the definite integral concept. *International Journal of Research in Education and Science* (*IJRES*), 1(1), 84-88.

Sevimli, E. & Delice, A. (2011). The investigation of the relationship between calculus students’ cognitive process types and representation preferences in definite integral problem. Dalam Smith, C. (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 31(3). University of Marmara, United Kingdom.

Sevimli, E. & Delice, A. (2012). May mathematical thinking type be a reason to decide what representations to use in definite integral problem? Dalam Smith, C. (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 32(2). University of Marmara, United Kingdom.

Seyed, H. A., Seyed, H. A. & Elahe, A. (2009). *The effectiveness of working memory and mathematics anxiety on students’ mathematics with different learning style in calculus word problem solving*. Teacher Training University & University of Mashhad, Iran.

Smart, A. (2010, April). A Student’s Symbolic and Hesitant Understanding of Introductory Calculus. Dalam Joubert, M. & Andrews, P. (Eds), *Proceedings of the British Congress for Mathematics Education* (h. 215-222). University of Ottawa, Canada.

Stake, R. (1995). The art of case study research (pp. 49-68). Thousand Oaks, CA: Sage.

Steffe, L. P. (2007). Radical Constructivism: A Scientific Research Program. *Constructivist Foundations*, 2(2-3), 41-49.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.

Tall, D. (2009). Dynamic mathematics and the blending of knowledge structures in the calculus. *Transforming Mathematics Education Through the Use of Dynamic Mathematics*. University of Warwick, United Kingdom.

Tillema, E., & Hackenberg, A. (2011). Developing Systems of Notation as A Trace of Reasoning. *For the Learning of Mathematics* 31, 3 (h. 29-35).

Tiwari, T. K. (2007, February). Computer graphics as an instructional aid in an introductory differential calculus course. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(1), 32-48.

Toh, T. L. (2009). On in-service mathematics teachers' content knowledge of calculus and related concepts. *The Mathematics Educator*, 12(1), 69-86.

Tuan Salwani, A. & Effandi, Z. (2015). Using Technology in Learning Integral Calculus. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 6(5), 144-148. Universiti Kebangsaan Malaysia, Malaysia.

Tuan Salwani, A. & Effandi, Z. (2012). Module for learning integral calculus with Maple: Lecturers' Views. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 11(3), 234-245.

Tuan Salwani, A. & Effandi, Z. (2011). Integrating computer algebra systems (CAS) into integral calculus teaching and learning at the university. *International Journal of Academic Research*, 3(3), 397-401.

Veloo, A. (2010). Hubungan di antara orientasi pembelajaran matematik (OPM) dengan pencapaian matematik. *Asia Pacific Journal Educators and Education*, 25, 33-51.

Von Glasersfeld, E. (1984). Aspects of radical constructivism and its educational recommendations. Dalam Watzlawick, P. (ed.), The invented reality (h. 17-40). New York: Norton.

Von Glasersfeld, E. (1996). Aspects of radical constructivism and its educational recommendations. Dalam L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin & B. Greer (Eds.), Theories of Mathematical Learning (h. 307-314). Hillsdale, NJ.

Von Glasersfeld, E. (1991). Knowing without metaphysics: Aspects of the radical constructivist position. Dalam Steier F. (ed.) *Research and reflexivity*. Sage, London, (h. 12–29).

Von Glasersfeld, E. (1991). Questions and Answers about Radical Constructivism. Dalam M. K. Pearsall (Ed.), *Scope, sequence, and coordination of secondary school science, Vol. II: Relevant research*, (h. 169–182). Washington, D.C.:

Wan Hanim Nadrah, W. M. (2015). *Kesan Kaedah Pembelajaran Visual Dalam Usaha Meningkatkan Kefahaman Pelajar Bagi Subjek Matematik* II. Universiti Tun Hussein Onn, Malaysia.

Wei, C. Y. (2007). Making mathematics accessible to most through innovative use of technology. In Lim, C. S., Fatimah, S., Munirah, G., Hajar, S. Hashimah, M. Y., Gan, W. L., & Hwa, T. Y. *Fourth East Asia Regional Conference on Mathematics Education (EARCOME4)*, (h. 17-23). USM, Penang

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and Methods* (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Yuzita, Y., Wester, M., & Steinberg, S. (2012). Alat bantuan pembelajaran berautomasi untuk kalkulus vektor: Pengamiran terhadap rantau satah. *Jurnal Teknologi Maklumat dan Multimedia Asia-Pasifik*, 1(1), 57-67.

Zahara, A. & Nurliah, J. (2009). Penggunaan Peta Konsep untuk Meningkatkan Pencapaian Mata Pelajaran Sejarah bagi Pelajar Tingkatan Dua. *Jurnal Pendidikan Malaysia*, 34(1), 3-15.

Zerr, R. J. (2010). Promoting students' ability to think conceptually in calculus. *Jurnal Pendidikan ProQuest*, 20(1), 1-20.