

**PEMAHAMAN MURID TINGKATAN LIMA TENTANG
KONSEP DALAM TOPIK JANJANG ARITMETIK**

SITI ZAHARAH BINTI EDWAR

**FAKULTI PENDIDIKAN
UNIVERSITI MALAYA
KUALA LUMPUR**

2020

PEMAHAMAN MURID TINGKATAN LIMA TENTANG KONSEP DALAM TOPIK
JANJANG ARITMETIK

SITI ZAHARAH BINTI EDWAR

DISERTASI DISERAHKAN SEBAGAI MEMENUHI SEBAHAGIAN KEPERLUAN BAGI
IJAZAH SARJANA PENDIDIKAN (PENDIDIKAN MATEMATIK)

FAKULTI PENDIDIKAN
UNIVERSITI MALAYA
KUALA LUMPUR

2020

UNIVERSITI MALAYA
PERAKUAN KEASLIAN PENULISAN

Nama: **SITI ZAHARAH BINTI EDWAR**

No. Matrik: **PGM140008**

Nama Ijazah: **SARJANA PENDIDIKAN (PENDIDIKAN MATEMATIK)**

Tajuk Kertas Projek/Laporan Penyelidikan/Disertasi/Tesis (“Hasil Kerja ini”):

PEMAHAMAN MURID TINGKATAN LIMA TENTANG KONSEP DALAM TOPIK JANJANG ARITMETIK

Bidang Penyelidikan:

KURIKULUM DAN PENGAJARAN (PENDIDIKAN MATEMATIK)

Saya dengan sesungguhnya dan sebenarnya mengaku bahawa:

- (1) Saya adalah satu-satunya pengarang/penulis Hasil Kerja ini;
- (2) Hasil Kerja ini adalah asli;
- (3) Apa-apa penggunaan mana-mana hasil kerja yang mengandungi hakcipta telah dilakukan secara urusan yang wajar dan bagi maksud yang dibenarkan dan apa-apa petikan, ekstrak, rujukan atau pengeluaran semula daripada atau kepada mana-mana hasil kerja yang mengandungi hakcipta telah dinyatakan dengan sejelasnya dan secukupnya dan satu pengiktirafan tajuk hasil kerja tersebut dan pengarang/penulisnya telah dilakukan di dalam Hasil Kerja ini;
- (4) Saya tidak mempunyai apa-apa pengetahuan sebenar atau patut semunasabahnya tahu bahawa penghasilan Hasil Kerja ini melanggar suatu hakcipta hasil kerja yang lain;
- (5) Saya dengan ini menyerahkan kesemua dan tiap-tiap hak yang terkandung di dalam hakcipta Hasil Kerja ini kepada Universiti Malaya (“UM”) yang seterusnya mula dari sekarang adalah tuan punya kepada hakcipta di dalam Hasil Kerja ini dan apa-apa pengeluaran semula atau penggunaan dalam apa jua bentuk atau dengan apa juga cara sekalipun adalah dilarang tanpa terlebih dahulu mendapat kebenaran bertulis dari UM;
- (6) Saya sedar sepenuhnya sekiranya dalam masa penghasilan Hasil Kerja ini saya telah melanggar suatu hakcipta hasil kerja yang lain sama ada dengan niat atau sebaliknya, saya boleh dikenakan tindakan undang-undang atau apa-apa tindakan lain sebagaimana yang diputuskan oleh UM.

Tandatangan Calon

Tarikh:

Diperbuat dan sesungguhnya diakui di hadapan,

Tandatangan Saksi

Tarikh:

Nama:

Jawatan:

ABSTRAK

Janjang Aritmetik merupakan tajuk yang sangat penting bagi murid Tingkatan Lima yang mengambil matapelajaran elektif Matematik Tambahan. Tujuan kajian ini dijalankan adalah untuk mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik. Seramai empat orang murid Tingkatan Lima dipilih dalam kajian ini menggunakan kaedah persampelan bertujuan. Mereka belajar di sebuah sekolah menengah di Selangor. Kajian ini dijalankan berlandaskan teori konstruktivisme radikal. Kajian kes digunakan bagi mengumpulkan data melalui empat sesi temu bual klinikal yang melibatkan gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah. Setiap sesi temu duga dirakam dengan alat perakam video. Data kajian dalam bentuk jawapan bertulis dan lakaran ditranskripkan ke bentuk tulisan mengikut kategori. Seterusnya analisis merentas kes dijalankan untuk mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik secara kolektif. Hasil kajian mendapati gambaran mental tentang janjang aritmetik yang dimiliki oleh murid adalah pelbagai dan boleh dikelaskan kepada tiga tema: (i) situasi harian pola (ii) pola (iii) formula atau cara manual. Di samping itu, cara murid mewakili janjang aritmetik boleh dikelaskan kepada dua tema: (i) bahan konkrit (ii) naratif bahasa. Dalam pada itu, makna janjang aritmetik yang diberikan oleh murid dikelaskan kepada satu tema iaitu perbandingan. Murid mempamerkan tiga tema dalam penyelesaian masalah janjang aritmetik iaitu: (i) susunan (ii) graf garis lurus (iii) formula atau cara manual. Implikasi dapatan kajian ini dapat membantu antara lain dari segi pedagogi kepada guru dan pensyarah dalam mengajar tajuk janjang aritmetik dalam usaha untuk mengetahui, menarik minat dan meningkatkan pemahaman murid tentang konsep dalam topik janjang aritmetik.

FORM FIVE STUDENTS' UNDERSTANDING OF CONCEPTS IN THE TOPIC OF ARITHMETIC PROGRESSION

ABSTRACT

Arithmetic progression is a very important topic for Form Five students taking Additional Mathematics. The purpose of this study was to find out Form Five students' understanding of concepts in the topic of arithmetic progression. Four Form Five students were selected in this study through purposive sampling method. They studied at secondary school in Selangor. This study is based on radical constructivism theory. The case study were used to collected data through four clinical interview sessions involving mental pictures, representation, meaning and problem solving. Each interview session was recorded with a video recorder. The data collected in the form of written answers and sketches by the students are transcribed into categories. Subsequent cross-case analyzes were conducted to find out the Form Five students' understanding of the concepts in the arithmetic progression topic collectively. The study found that mental pictures of arithmetic progression that students had were varied and could be classified into three themes: (i) daily situations (ii) patterns (iii) formulas or manual method. In addition, the way students represent arithmetic progression can be divided into two themes: (i) concrete materials (ii) narrative of mentions. Meanwhile, the meaning of arithmetic progression given by a student is comparison. Pupils exhibit three themes in solving arithmetic progression problems: (i) arrangement (ii) graph increase (iii) formula or manual method. Implications of the findings of this study can be helpful in terms of pedagogy for teachers and lecturers in teaching arithmetic progression in an effort to discover, interest and enhance students' understanding of concepts in arithmetic progression.

PENGHARGAAN

Bersyukur kepada Tuhan dengan mengucapkan alhamdulillah, kerana dapat saya menyempurnakan disertasi kajian ini yang bertajuk Pemahaman Murid Tingkatan Lima tentang Konsep dalam Topik Janjang Aritmetik. Saya banyak terhutang budi kepada mereka yang banyak membantu saya sehingga berjaya ke tahap ini. Saya ingin mengucapkan terima kasih yang tidak terhingga kepada mereka yang banyak membantu saya untuk menyiapkan disertasi kajian ini.

Pada kesempatan ini, saya merakamkan setinggi-tinggi penghargaan dan ribuan terima kasih kepada penyelia saya, Profesor Madya Datin Dr. Sharifah Norul Akmar Binti Syed Zamri atas bimbingan, nasihat, tunjuk ajar, kesabaran, dan dorongan yang diberikan kepada saya sepanjang tempoh penghasilan disertasi ini. Pengalaman melaksanakan proses kajian di bawah bimbingan beliau amat bermakna kepada saya. Ucapan terima kasih juga diucapkan kepada semua pensyarah yang memberi ilmu pengetahuan dan membimbing saya sepanjang tempoh belajar di Universiti Malaya.

Teristimewa saya tujukan kepada kedua ibu bapa saya iaitu Encik Edwar Bin Zainal Abidin dan Puan Faswita Binti Agus kerana berkat doa, dorongan dan sokongan yang tidak putus-putus mengharapakan kejayaan saya dalam menyiapkan disertasi kajian ini disamping menamatkan pengajian dengan jayanya. Tidak dilupakan rakan-rakan seperjuangan yang banyak membantu dan memberi sokongan sepanjang saya berada di Universiti Malaya. Segala bantuan dan dorongan yang saya terima daripada pelbagai pihak sepanjang pengajian saya di Universiti Malaya sentiasa menjadi kenangan manis yang tidak dapat dilupakan sampai bila-bila.

SENARAI KANDUNGAN

Borang Perakuan	ii
Abstrak	iii
Abstract	iv
Penghargaan.....	v
Senarai Kandungan.....	vi
Senarai Rajah	x
Senarai Jadual	xi
Senarai Lampiran	xiii
BAB 1: PENGENALAN	
1.1 Latar belakang.....	1
1.2 Pernyataan Masalah.....	5
1.3 Kerangka Teori.....	10
1.4 Tujuan dan Soalan Kajian.....	15
1.5 Definisi Istilah.....	16
1.6 Limitasi dan Delimitasi.....	20
1.7 Signifikan Kajian.....	23
1.8 Rumusan.....	24
BAB 2: TINJAUAN LITERATUR	
2.1 Pengenalan	25
2.2 Konstruktivisme Radikal	25
2.3 Kajian lepas Konstruktivisme Radikal	31
2.4 Kerangka Konseptual.....	36
2.5 Konsep Pemahaman.....	39
2.6 Janjang Aritmetik	46
2.6.1 Konsep janjang aritmetik.....	46
2.6.1.1 Konsep Janjang Aritmetik mengikut Perspektif Dewasa.....	51

2.6.1.2	Konsep Janjang Aritmetik mengikut Perspektif Murid.....	54
2.6.2	Kesukaran Mempelajari Janjang Aritmetik	58
2.6.2.1	Perspektif Dewasa.....	58
2.6.2.2	Perspektif Murid.....	60
2.6.3	Perkaitan Janjang Aritmetik dengan Konsep Matematik yang Lain	63
2.6.4	Amalan Pengajaran dan Pembelajaran Janjang Aritmetik.....	67
2.7	Rumusan	73

BAB 3: METODOLOGI KAJIAN

3.1	Pengenalan.....	76
3.2	Reka Bentuk Kajian	76
3.3	Peserta Kajian	81
3.4	Kaedah Pengumpulan Data	84
3.5	Instrumentasi	87
3.5.1	Temu Duga Pertama	91
3.5.2	Temu Duga Kedua	94
3.5.3	Temu Duga Ketiga	97
3.5.4	Temu Duga Keempat	99
3.6	Kesahan	102
3.7	Kredibiliti	103
3.8	Kajian Rintis	104
3.9	Kaedah Analisis Data	113
3.10	Rumusan	115

BAB 4: ANALISIS DATA

4.1	Pengenalan	117
4.2	Gambaran Mental.....	119
4.2.1	Gambaran Mental Janjang Aritmetik.....	119
4.2.2	Gambaran Mental tentang Sebutan.....	125
4.2.3	Gambaran Mental tentang Beza Sepunya.....	130

4.2.4	Gambaran Mental tentang Sebutan Tertentu.....	133
4.2.5	Gambaran Mental tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama.....	138
4.2.6	Gambaran Mental tentang Hasil Tambah n Sebutan Tertentu	142
4.2.7	Ringkasan Gambaran Mental tentang Janjang Aritmetik.....	150
4.2.8	Rumusan Gambaran Mental tentang Janjang Aritmetik..... secara keseluruhan	151
4.3	Perwakilan.....	151
4.3.1	Perwakilan tentang Janjang Aritmetik.....	152
4.3.1a	Ringkasan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik	165
4.3.2	Perwakilan tentang Hasil Tambah Janjang Aritmetik.....	165
4.3.2a	Ringkasan Perwakilan tentang Hasil Tambah Janjang Aritmetik.....	175
4.3.3	Rumusan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik	175
	secara keseluruhan	
4.4	Makna Janjang Aritmetik.....	176
4.4.1	Makna Janjang Aritmetik Berdasarkan Bentuk Nombor	177
4.4.2	Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan	182
4.4.3	Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk	188
4.4.4	Ringkasan Tugas Makna Janjang Aritmetik	196
4.4.5	Rumusan Makna Janjang Aritmetik secara keseluruhan	196
4.5	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik.....	197
4.5.1	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf.....	197
4.5.2	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil	203
	Tambah n Sebutan Pertama	
4.5.3	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan	208
	Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu	
4.5.4	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang	214
	Jarak Seorang Pejalan Seorang Pejalan Kaki	
4.5.5	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik mencari Bilangan	221
	Gula gula	
4.5.6	Ringkasan Tugas Penyelesaian Masalah	224
	Janjang Aritmetik	

4.5.7	Rumusan Tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik225 secara keseluruhan	225
4.6	Rumusan Keseluruhan bagi Gambaran Mental, Perwakilan, Makna dan.....226 Penyelesaian Masalah tentang Janjang Aritmetik	226
BAB 5: PERBINCANGAN		
5.1	Pengenalan.....228	228
5.2	Ringkasan Kajian.....228	228
5.3	Rumusan dan Perbincangan Hasil Kajian.....231	231
5.4	Kesimpulan Kajian.....255	255
5.5	Tema Baru yang Muncul Berdasarkan Hasil Dapatan Kajian.....260	260
5.6	Implikasi Kajian.....262	262
5.6.1	Implikasi Amalan Pendidikan.....262	262
5.6.1.1	Amalan Bilik Darjah262	262
5.6.1.2	Perkembangan Kurikulum.....268	268
5.6.2	Implikasi kepada Kajian Lanjutan.....272	272
5.7	Penutup.....275	275
	Rujukan.....276	276
	Lampiran291	291

SENARAI RAJAH

Rajah 2.1: Kerangka Konseptual tentang Janjang Aritmetik	37
Rajah 3.1: Pelan Bilik untuk Sesi Temu Duga Klinikal.....	87
Rajah 4.5.1: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf....	199
Rajah 4.5.2: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n sebutan Pertama	203
Rajah 4.5.3: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu	208
Rajah 4.5.4: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki	215
Rajah 4.5.5: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula	222

SENARAI JADUAL

Jadual 3.1	Temu Duga untuk mengetahui Pemahaman Konsep dalam Janjang Aritmetik	89
Jadual 3.2	Ringkasan Tugas dan Subtugas Temu Duga untuk mengetahui pemahaman konsep dalam Janjang Aritmetik	90
Jadual 3.3	Instrumen Asal dan Penambahbaikan	107
Jadual Analisis Data bagi Gambaran Mental		
Jadual 4.2.1	Gambaran Mental tentang Janjang Aritmetik	120
Jadual 4.2.2	Gambaran Mental tentang Sebutan	126
Jadual 4.2.3	Gambaran Mental tentang Beza Sepunya	130
Jadual 4.2.4	Gambaran Mental tentang Sebutan Tertentu	133
Jadual 4.2.5	Gambaran Mental tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama	138
Jadual 4.2.6	Gambaran Mental tentang Hasil Tambah n Sebutan Tertentu.....	142
Jadual 4.2.7	Ringkasan Gambaran Mental tentang Janjang aritmetik	150
	secara keseluruhan	
Jadual 4.2.8	Rumusan Gambaran Mental tentang Janjang	151
	aritmetik secara keseluruhan	
Jadual Analisis Data bagi Perwakilan		
Jadual 4.3.1	Perwakilan tentang Janjang Aritmetik	152
Jadual 4.3.1a	Ringkasan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik	165
Jadual 4.3.2	Perwakilan Hasil Tambah Janjang Aritmetik	166
Jadual 4.3.2a	Ringkasan Perwakilan Hasil Tambah Janjang Aritmetik	175
Jadual 4.3.3a	Ringkasan Perwakilan Janjang Aritmetik dan	176
	Hasil Tambah Janjang Aritmetik	
Jadual 4.3.3b	Rumusan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik secara.....	176
	Keseluruhan	
Jadual Analisis Data bagi Makna		
Jadual 4.4.1	Makna Janjang Aritmetik Berdasarkan Bentuk Nombor	177
Jadual 4.4.2	Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan.....	182
Jadual 4.4.3	Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk	189
Jadual 4.4.4	Ringkasan Makna Janjang Aritmetik berdasarkan	196
	Bentuk Nombor, Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan dan Bentuk	
Jadual 4.4.5	Rumusan Makna Janjang Aritmetik secara keseluruhan	197
Jadual Analisis Data bagi Penyelesaian Masalah		
Jadual 4.5.1	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Pertama.....	198
	dalam Bentuk Graf	
Jadual 4.5.2	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang	204
	Hasil Tambah n Sebutan Pertama	
Jadual 4.5.3	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang	209
	Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan	
Jadual 4.5.4	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang	215
	Jarak Seorang Pejalan Kaki	
Jadual 4.5.5	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan	222
	Gula-gula	

Jadual 4.5.6	Ringkasan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik.....	224
Jadual 4.5.7	Rumusan Penyelesaian Masalah tentang Janjang Aritmetik secara Keseluruhan	225
Jadual 4.6	Rumusan Keseluruhan bagi Gambaran Mental, Perwakilan Makna dan Penyelesaian Masalah tentang Janjang Aritmetik	226
Rumusan Hasil Kajian		
Jadual 5.3.1	Rumusan Keseluruhan Gambaran Mental Janjang Aritmetik	232
Jadual 5.3.2	Rumusan Keseluruhan Perwakilan Janjang Aritmetik	240
Jadual 5.3.3	Rumusan Keseluruhan Makna Janjang Aritmetik	245
Jadual 5.3.4	Rumusan Keseluruhan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik ...	251

Universiti Malaya

SENARAI LAMPIRAN

Lampiran A: Protokol Temuduga Klinikal	291
Lampiran B: Pengesahan Protokol Temu Duga Murid oleh Panel Pakar	317
Lampiran C: Pengesahan Protokol Temu Duga Murid oleh Panel Pakar	318
Lampiran D: Surat kelulusan Bahagian Perancangan Dan Penyelidikan Dasar Pendidikan	319
Lampiran E: Surat kelulusan Jabatan Pendidikan Negeri Selangor	320
Lampiran F: Surat Kebenaran Ibu Bapa Murid	321

Universiti Malaya

BAB 1

PENGENALAN

1.1 Latar Belakang

Janjang Aritmetik merupakan topik yang penting bagi murid Tingkatan Lima yang mengambil subjek elektif Matematik Tambahan yang terdapat didalam Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah (KBSM, 2002). Topik janjang aritmetik ini diajar dalam bab satu dalam tajuk janjang. Terdapat dua jenis janjang yang dipelajari oleh murid Tingkatan Lima pada tajuk Janjang ini, iaitu Janjang Aritmetik dan Janjang Geometri. Pada kajian ini pengkaji ingin menyiasat pemahaman murid Tingkatan Lima tentang Konsep dalam Topik Janjang Aritmetik. Ketika ini, murid diajar bagi membezakan dan menentukan ciri-ciri janjang aritmetik, menentukan sebutan tertentu, bilangan sebutan dan hasil tambah suatu janjang aritmetik menggunakan rumus (Huraian Sukatan Pelajaran Matematik Tambahan [HSP], 2002).

Matlamat KBSM (2002) dalam memperkenalkan janjang aritmetik adalah untuk menarik minat dan mempertingkatkan pengetahuan murid secara berkesan agar dapat menyelesaikan masalah dalam matematik dan mengaplikasikannya dalam kehidupan seharian. Objektif utama KBSM memperkenalkan janjang aritmetik ini antaranya topik ini mempunyai perkaitan dengan bidang lain seperti, nombor dan bentuk. Murid dapat memperkembangkan kebolehan berfikir, menghubungkan dan menterjemahkan pembelajaran matematik dalam kehidupan seharian.

Bidang kajian ini adalah pembelajaran aritmetik sekolah menengah. Janjang aritmetik telah diajar bermula peringkat prasekolah sehingga peringkat universiti (KPM, 2002, 2003, 2006a, 2011, 2016; *National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM], 2000). Pada peringkat prasekolah dan sekolah rendah

tumpuan yang diberikan adalah dari segi mengenal bentuk corak, pola nombor dan pengiraan yang mudah (KPM, 2011, 2012, 2015 2016; Steffe, von Glasersfeld, Richards & Cobb 1983). Pada peringkat sekolah menengah dan universiti, tumpuan diberikan kepada aktiviti pengiraan dan penyelesaian masalah (KPM, 2002, 2011, 2012; Irwan, 2008; Nurulain & Hasliza, 2013; Zazskis & Liljedahl, 2002 & 2015, Carol, 2011, Budi Harwati, 2015).

Topik janjang aritmetik adalah sangat penting, kerana diajar kepada murid dari pelbagai peringkat umur dalam sistem pendidikan. Pada peringkat sekolah rendah murid mempelajari konsep awal tentang janjang ketika berada di Tahun Empat dan Lima dalam bab satu iaitu Pola Nombor. Murid Tahun Empat diajar untuk menyusun urutan nombor secara tertib menaik atau menurun, membandingkan dua atau tiga nombor dalam urutan yang sama, mengelaskan urutan nombor secara tertib menaik atau menurun untuk mencari pola urutan nombor dan akhir sekali, melengkapkan urutan nombor yang kosong (KSSR, 2014). Bagi murid Tahun Lima, mereka mempelajari cara mengelas, melengkapkan pola bagi urutan nombor genap dan ganjil. Selain daripada itu murid mempelajari cara menambah beberapa nombor dalam urutan nombor yang sama (KSSR, 2014). Bagi murid Tingkatan Dua mereka mempelajari tajuk Pola dan Jujukan dengan mengenal bentuk pola yang melibatkan bentuk corak dan jenis nombor antaranya nombor genap dan ganjil. Seterusnya murid mempelajari operasi yang melibatkan pola suatu jujukan iaitu tambah, tolak, darab atau bahagi, melanjutkan jujukan, menentukan sebutan tertentu bagi suatu jujukan, dan menyelesaikan masalah yang melibatkan jujukan (KSSM, 2016).

Janjang aritmetik dilihat begitu penting kerana mengalami suatu transformasi daripada KBSM (2011) kepada KSSM (2017). Dimana pada awalnya konsep janjang aritmetik hanya diajar secara dasar sahaja iaitu mengenal pasti urutan dan pola nombor sewaktu murid di Tingkatan Satu, tetapi pada tahun 2017 topik janjang diajar kepada murid Tingkatan Dua secara terperinci bagi tajuk Pola dan Jujukan (KPM, 2016). Matlamat KSSM dalam memperkenalkan tajuk Pola dan Jujukan kepada murid adalah sebagai langkah awal untuk murid membina konsep yang kukuh tentang janjang aritmetik supaya murid mampu berfikir secara kreatif, inovatif, berketerampilan dan berupaya menangani cabaran selaras dengan perkembangan sains dan teknologi.

Pemahaman murid tentang konsep dalam janjang aritmetik adalah sangat penting terutama kepada murid yang mengambil subjek Matematik Tambahan bagi menghadapi Peperiksaan Sijil Pelajaran Malaysia (SPM), mereka haruslah memperoleh keputusan yang baik agar dapat bersaing dengan murid lain untuk mendapatkan tempat di Institusi Pengajian Tinggi nanti, kerana hampir setiap tahun topik tentang janjang aritmetik ini ditanya sebanyak tiga soalan (Kertas soalan SPM sebenar, 2008-2019). Selain daripada itu, janjang aritmetik dilihat begitu penting kerana merupakan asas bagi mempelajari subtopik seterusnya iaitu janjang geometri. Sekiranya murid menghadapi masalah dalam janjang aritmetik, mereka tidak dapat menguasai janjang geometri (Huraian Sukatan Pelajaran; Matematik Tambahan Tingkatan Lima [HSP], 2002; KPM, 2002).

Dalam kajian lepas, beberapa isu kritikal telah dibincangkan, tiga daripadanya ialah; (1) kesukaran dalam pembelajaran janjang aritmetik bagi murid sekolah menengah; (2) kekurangan penggunaan dan aplikasi teknologi dalam

pembelajaran janjang aritmetik; (3) cara pengajaran guru tentang topik janjang aritmetik.

Bagi isu kesukaran dalam pembelajaran janjang aritmetik bagi murid sekolah menengah, terdapat satu himpunan kajian yang telah dijalankan. Antaranya ialah, salah konsep, keliru ketika melakukan pengecaman jujukan sama ada janjang aritmetik atau bukan, salah faham ketika membaca kehendak soalan, tidak dapat mengaitkan soalan dengan situasi harian diberi, menggunakan formula yang salah, memasukkan nilai yang salah ke dalam formula, lemah dalam pengiraan, sukar mengaitkan dan menghubungkan janjang aritmetik dengan konsep lain seperti ungkapan algebra dan persamaan linear dan kelemahan visualisasi janjang aritmetik dalam bentuk lain selain nombor. Secara khususnya, lima fokus yang membabitkan isu ini adalah seperti berikut: (1) salah konsep (Erikson, 2010); (2) keliru ketika melakukan pengecaman jujukan atau susunan nombor yang diberi itu ialah janjang aritmetik atau bukan (Liljedhal, 2004); (3) kelemahan visualisai janjang aritmetik dalam bentuk lain selain nombor (Mor & Sendova, 2003); (4) kelemahan dalam mengaitkan dan menghubungkan janjang aritmetik dengan konsep lain seperti dalam ungkapan algebra dan persamaan linear (Bishop, 2000; Lamb, L. L., Bishop, J. P., Phillip, R. A., Whitacre, I., & Schappelle, B. P, 2018); (5) kesilapan dalam memasukkan nilai yang berkaitan pada rumus (Nurulain & Hasliza, 2013).

Bagi isu kekurangan penggunaan dan aplikasi teknologi dalam pembelajaran janjang aritmetik secara khususnya beberapa fokus yang membabitkan isu ini adalah seperti; perisian permainan komputer (Irwan, 2008; Pareto, Arvemo, Dahl, Haake, Gulz, 2011; Hung, Hwang, Lee & Su, 2012), program pengajaran (Erbas & Yenmez, 2011), Video (Papadopoulos & Dagdilelis, 2008), kelemahan murid dalam penggunaan kalkulator (Budi Harwati, 2015), penggunaan bahan konkrit (Carol,

2011; Vig, Murray & Star, 2014), dan penggunaan model dalam pembelajaran (Othman & Nasser, 2010).

Seterusnya isu ketiga berkaitan pengajaran guru tentang topik janjang aritmetik. Terdapat beberapa fokus kajian, lima daripadanya adalah seperti berikut: kaedah mengajar guru memberi kesan kepada pembelajaran murid (Chiu, 2010; Lamb & Fullarton, 2002; Joakim, 2008), minat murid terhadap matematik bergantung kepada kualiti dan pengalaman mengajar yang dimiliki oleh seorang guru. Guru perlu menguasai konsep matematik dengan baik dan mampu menyelesaikan pelbagai soalan termasuk masalah yang melibatkan kehidupan seharian (Croninge, King Rice, Rathbun, & Nishio, 2007; Abdul Razak, 2001). Guru sebagai pembimbing dan memberi kesempatan kepada murid untuk membina pemahaman tentang tajuk yang dipelajari (Chatarina, 2014; Anderson, 2004; Widad 1988). Seterusnya guru digalakkan mempelbagaikan kaedah mengajar menggunakan teknologi terkini agar dapat membantu pelajar menguasai konsep matematik dengan lebih berkesan (Irwan, 2008; Hanushek, 1997) dan tidak bergantung hanya pada buku teks dan papan putih yang menyebabkan murid kurang meminati subjek tersebut (Adam & Ismat, 1989; Mohd Ali, 2004). Penggunaan alat bantu mengajar yang konkrit memberi dorongan positif kepada murid untuk belajar kerana matematik sering dianggap susah kerana melibatkan pelbagai konsep dan formula (Teppo & van Heuvel-Panhuizen, 2014; Hedges, Laine, & Greenwald, 1994).

1.2 Pernyataan Masalah

Kajian ini tertumpu kepada isu kesukaran dalam pembelajaran janjang aritmetik bagi murid sekolah menengah. Antara justifikasi bagi pemilihan isu ini ialah pemahaman tentang konsep dalam janjang aritmetik adalah sangat penting dalam pendidikan kerana selalu ditanya dalam Peperiksaan SPM bagi kertas Matematik Tambahan.

Pemahaman tentang konsep dalam janjang aritmetik ini perlu dikuasai oleh murid Tingkatan Lima bagi mempelajari subtopik seterusnya iaitu janjang geometri (HSP, 2002). Konsep janjang aritmetik ini diajar seawal murid berada di peringkat prasekolah dengan pendedahan awal cara melanjutkan nombor, mengenal pola bagi bentuk corak yang mudah berdasarkan ciri yang mudah dilihat seperti bilangan dan warna. Proses pengajaran dan pembelajaran tentang janjang ini mengalami perluasan konsep seiring dengan peningkatan tahap pendidikan murid sehinggalah mereka berada di Tingkatan Dua dengan mempelajari tajuk pola dan jujukan (KSSR, 2014; KSSM, 2016). Selain daripada itu konsep janjang aritmetik ini juga perlu dipelajari oleh pelajar di peringkat pengajian tinggi antaranya Tingkatan Enam, Matrikulasi, Politeknik, Kolej dan Universiti (Nurulain & Hasliza, 2013, Tohir, Abidin, Dafiki dan Hobrin; Matsuura & Harless, 2012). Maka pengetahuan janjang aritmetik ini dilihat begitu penting dalam pendidikan matematik (Lefevre, Clarke & Stringer, 2002).

Konsep janjang aritmetik ini juga mempunyai perkaitan dengan konsep matematik yang lain seperti ungkapan algebra, persamaan linear dan pembinaan graf sehinggakan guru matematik sering menggunakan set induksi dalam pengajaran janjang aritmetik menggunakan contoh dari ungkapan algebra, persamaan linear dan pembinaan graf, kerana memudahkan murid untuk memahami janjang aritmetik (Matsuura & Harless, 2012; Hong & Triet, 2017). Pemahaman konsep yang baik dalam janjang aritmetik membantu murid untuk menguasai topik lain dengan mudah (Carol, 2011; Cooper & William 2001; Bishop, 2000; Matsuura & Harless, 2012; Othman & Nasser, 2010; Hong & Triet, 2017). Janjang aritmetik juga sering dikaitkan dengan kehidupan seharian, yang membantu murid memahami dan menyelesaikan soalan berbentuk situasi harian (Thomas, 2016; Van Merriënboer &

Sweller, 2002; Lappan, 2014; Sinclair, Zazkis & Liljedhal, 2003; Charlesworth, 2000; Pareto et al, 2011; NCTM, 2000; Van De Walle, Karp & Williams, 2012). Penguasaan konsep dalam janjang aritmetik dapat meningkatkan keyakinan murid untuk mengharungi rintangan dalam mencapai kejayaan yang cemerlang untuk diri, masyarakat dan negara (KPM, 2002).

Fokus kajian ini ialah pemahaman murid sekolah menengah tentang konsep dalam janjang aritmetik. Dua konstruk utama dalam kajian ini, iaitu konstruk pemahaman dan konstruk matematik. Konstruk pemahaman melibatkan empat subkonstruk, iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah. Manakala konstruk matematik melibatkan enam subkonstruk iaitu, janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.

Berdasarkan himpunan penyelidikan lepas, konsep di dalam janjang aritmetik boleh dikategorikan mengikut fokus kajian antaranya: salah konsep dalam janjang aritmetik yang melibatkan murid di peringkat sekolah menengah dan universiti (Irwan, 2008; Nurulain & Hasliza, 2014; Erikson, 2010), keliru ketika melakukan pengecaman ciri pada jujukan atau susunan yang melibatkan nombor atau bentuk lain yang diberi itu ialah janjang aritmetik atau bukan (Liljedhal, 2004; Matsuura & Harless, 2012; Clark & Eads, 1954; Brainerd, 1979; Zazkis & Liljedahl, 2002; Melihan Unlu, 2018; Gilmore, 2006; Steen, 1988 Project Maths Development 2009), kelemahan visualisasi janjang aritmetik dalam bentuk lain selain nombor (Mor & Sendova, 2003; Gilmore, 2006; Melihan Unlu, 2018; Carol, 2011; Othman & Nasser, 2010; Hong & Triet, 2017; Crossfield, 1997; Steen, 1988; Brainerd; 1979; Aunola et al, 2004; Matsuura & Harless, 2012; Radford, 2010). Lemah dalam mengaitkan janjang aritmetik dengan konsep matematik yang lain seperti ungkapan

algebra, persamaan linear, pembinaan graf dan situasi harian (Cooper & William, 2001; Bishop, 2000; Thomas, 2016; Van Merriënboer & Sweller, 2002; Lappan, 2014; Sinclair, Zazkis & Liljedhal, 2003; Charlesworth, 2000; Pareto et al, 2011; NCTM, 2000; Van De Walle, Karp & Williams, 2012). Seterusnya kesilapan dalam menggunakan rumus antaranya memasukkan nilai yang salah (Nurulain & Hasliza, 2013; Zazkis & Liljedhal 2002; Project Maths Development Team, 2012; Arif, 2016; Tohir, Abidin, Dafiki & Hобрin, 2018; Orton & Orton, 1999).

Kajian lepas di Malaysia dan Barat tentang janjang aritmetik lebih bertumpu kepada mengkaji proses penyelesaian masalah berasaskan behaviourisme dan kognitivisme berbanding menyiasat pemahaman konsep janjang aritmetik yang dimiliki oleh murid menggunakan konstruktivisme radikal. Oleh sebab itu persoalan dari perspektif murid tentang apakah pemahaman yang dimiliki oleh murid dan bagaimana mereka menggunakan konsep pemahaman yang dikuasai untuk menjawab masalah berkaitan dengan janjang aritmetik berlandaskan konstruktivisme radikal masih belum terjawab sepenuhnya.

Kekurangan penyelidikan lepas yang dijalankan di Malaysia untuk mengkaji janjang aritmetik dikalangan murid sekolah menengah menyebabkan pemahaman konsep yang dimiliki oleh murid dalam janjang aritmetik masih belum terjawab. Dalam konteks pengajaran dan pembelajaran topik janjang aritmetik telah dipelajari oleh murid di Tingkatan Lima. Pada ketika ini murid telah pun mempunyai pendedahan awal tentang konsep janjang kerana telah belajar ketika berada di Tahun Empat, Lima dan Tingkatan Dua. Oleh sebab itu mereka sesuai dijadikan peserta kajian (Yin, 2009) dalam menjawab soalan kajian untuk mengetahui pemahaman yang dimiliki oleh murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik, kerana mempunyai pengalaman belajar topik pola dan jujukan sehingga janjang

aritmetik secara berperingkat-peringkat. Jarak masa yang diambil bagi mengembangkan konsep tentang janjang ini juga terlalu jauh. Ini menyebabkan murid lupa dan kurang meminati untuk belajar tajuk ini (Zarina & Iskandar, 2010).

Pada peringkat luar negara dan tempatan kajian tentang janjang aritmetik yang dijalankan lebih tertumpu untuk menguji kecekapan murid dalam mengenal pasti ciri pola suatu janjang dan melanjutkan janjang dalam bentuk nombor. Kajian yang dijalankan masih kurang menggunakan konstruktivisme radikal yang melibatkan reka bentuk kajian kes dan pengumpulan data melalui kaedah temu duga klinikal. Sehubungan dengan itu, pengetahuan mendalam tentang konsep dalam janjang aritmetik masih kurang dan ini mewujudkan jurang kajian dalam tajuk ini yang mendorong kajian ini untuk dijalankan.

Dengan pelaksanaan kajian ini, diharap dapat memberikan maklumat mendalam tentang pemahaman yang dimiliki oleh murid mengenai janjang aritmetik supaya guru, pensyarah dan pelbagai pihak berkait dapat mengemukakan pelbagai strategi berkesan dalam membantu murid untuk memahami topik ini. Kajian ini juga sesuai bagi memperoleh maklumat tentang pemahaman janjang aritmetik dalam kalangan murid sekolah menengah kerana pembelajaran janjang aritmetik pada masa kini hanya memberikan penekanan terhadap kemahiran murid tanpa mengetahui dan menguasai konsep di dalamnya (Corto, 1999; Wun, Sharifah & Lim, 2010; Nurulain & Hasliza, 2014; Irwan, 2008). Kajian ini juga menemukan kesilapan, miskonsepsi dan kesukaran yang dihadapi murid dalam mempelajari topik ini. Hasil kajian ini juga diharap dapat merapatkan jurang dalam kajian lepas terutama di Malaysia tentang janjang aritmetik. Kajian ini berlandaskan konstruktivisme radikal yang sesuai digunakan bagi mengetahui tentang pembinaan pemahaman sesuatu konsep matematik murid berdasarkan pengalaman lalu (von Glasersfeld, 1995). Menurut von

Glaserfeld (1987) konstruktivisme radikal adalah teori yang sesuai untuk mendapatkan jawapan dalam kajian ini. Dalam kerangka teori dibincangkan mengenai teori dan andaian yang menjadi tunjang penyelidikan kajian ini.

1.3 Kerangka Teori

Konstruktivisme radikal digunakan sebagai teori kajian ini dalam mengetahui pemahaman yang dimiliki oleh murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik. Konstruktivisme radikal ialah sebuah teori psikologi Barat moden yang berlandaskan falsafah epistemologi tentang proses mengetahui sesuatu dengan cara yang rasional (von Glaserfeld, 1995). Pada asasnya, konstruktivisme radikal mengkaji bagaimana seseorang bertindak untuk berfikir dalam membina pengetahuan tentang sesuatu yang ingin dipelajari (Nik Aziz 1999; Von Glaserfeld, 2008). Menurut Nik Azis (1999) kaedah pedagogi dalam pendidikan matematik dibangunkan oleh Steffe dengan mementingkan bagaimana manusia mengetahui. Dalam bidang pendidikan Matematik dan Sains pendekatan konstruktivisme radikal telah berjaya meningkatkan pemahaman, tahap pemikiran dan keseronokan murid terhadap subjek tersebut (Steffe & Gale, 1995; von Glaserfeld, 2008; Gagnon & Collay, 2001) dan menarik perhatian ramai golongan profesional di Barat dan juga Malaysia terutama dalam bidang pendidikan matematik dan sains (Steffe & Gale, 1995; Treagust, Duit & Fraser, 1996; Von Glaserfeld, 2008; Nik Azis, 1999; KPM, 2001; Uma, 2016). Menurut Lee, (2007), Tobias dan Duffy (2009) konstruktivisme radikal sesuai digunakan bagi mengatasi masalah pembelajaran pelajar.

Konstruktivisme radikal sangat sesuai digunakan bagi kajian ini untuk mengetahui pemahaman konsep dalam janjang aritmetik murid Tingkatan Lima kerana teori konstruktivisme radikal menggunakan pendekatan secara mendalam untuk mengkaji pemahaman murid tentang bagaimana mereka bertanggungjawab

untuk bertindak, berfikir dan berusaha dalam membina pengetahuan dan konsep tentang apa yang mereka pelajari (Nik Azis, 1999; Von Glasersfeld, 2008). Oleh itu teori ini sangat membantu pengkaji dalam pembinaan soalan kajian dan pengumpulan data yang berkaitan dan berguna semasa temu duga klinikal dijalankan bagi menjawab soalan kajian (Nik Azis, 2014).

Sebanyak empat subkonstruk pemahaman dikaji dalam kajian ini iaitu, gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah. Sebanyak enam subkonstruk matematik dikaji dalam kajian ini iaitu; janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Subkonstruk pemahaman yang pertama ialah gambaran mental iaitu penelitian tentang perkara yang tergambar, terlintas difikiran ataupun yang dimiliki oleh murid tentang perkataan atau perkara yang disebut oleh pengkaji yang terdiri daripada enam subkonstruk matematik iaitu janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.

Subkonstruk yang kedua ialah perwakilan yang merujuk kepada bagaimana murid mewakilkan semula pengalaman mereka yang lepas tentang janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Murid boleh membuat perwakilan dalam bentuk model, lukisan, ataupun penceritaan.

Subkonstruk yang ketiga ialah makna yang merujuk kepada keupayaan murid dalam memberikan makna tentang janjang aritmetik. Dalam kajian ini murid diminta untuk memberi makna, menterjemah, dan mentafsir kandungan kad yang ditunjukkan kepada mereka.

Subkonstruk yang keempat ialah penyelesaian masalah yang merujuk kepada cara yang digunakan oleh murid untuk mengatasi gangguan yang diberikan kepada

mereka dengan menggunakan semua konsep bermula dari gambaran mental, perwakilan dan makna yang difahami tentang janjang aritmetik.

Von Glasersfeld (2000) menyatakan bahawa konstruktivisme adalah teori untuk mengetahui di mana pengetahuan hanya boleh diperolehi melalui pengalaman. Melalui pengubahsuaian pengalaman dan pengetahuan lepas secara asimilasi dan akomodasi, murid membina pengetahuan baru yang lebih berdaya maju secara aktif. Maka perlakuan dan pertuturan murid perlu ditafsirkan bagi mengetahui cara seseorang murid memahami janjang aritmetik (Nik Azis, 1999).

Menurut Von Glasersfeld (1995) setiap murid perlu membentuk pengetahuan sendiri melalui pengalaman terpilih untuk mewujudkan struktur konseptual yang menjadi asas pengetahuan mereka tentang janjang aritmetik kerana pengetahuan baru tidak boleh dipindahkan daripada guru kepada murid hanya melalui percakapan sahaja. Ibarat seseorang menuang air ke dalam botol yang kosong. Murid harus membina makna, konsep dan pengetahuan berdasarkan kepada pengalamannya sendiri (Nik Azis, 1999; Tobias & Duffy, 2009; McBrien & Brandt, 1997; Briner, 1999; Brooks & Brooks, 1973; Sushkin, 1999). Dalam proses pembelajaran guru menjadi fasilitator yang membimbing murid (Raman, 2006; Lee, 2007). Sebahagian penyelidik membuat kesimpulan pendekatan konstruktivisme radikal sesuai digunakan bagi mengatasi masalah pembelajaran dan meningkatkan prestasi murid dalam pelajaran (Lee, 2007; Tobias & Duffy, 2009).

Behaviourisme dan Kognitivisme tidak sesuai digunakan bagi menjawab persoalan dalam kajian ini yang bertujuan mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik. Behaviourisme ialah teori berlandaskan falsafah realisme dan matlamat utama pembelajaran matematik adalah untuk menguasai kemahiran matematik, khususnya kemahiran pengiraan. Teori ini

mengukur perkaitan dua hubungan iaitu rangsangan dengan gerak balas dan lebih menekankan kemahiran penyelesaian masalah berbanding memahami sesuatu konsep, iaitu tingkah laku murid (rangsangan dan gerak balas) yang dapat diperhatikan dan diukur dan bukannya keupayaan mental seperti yang didukung oleh konstruktivisme radikal (Kamarudin & Siti Hajar, 2003). Pembelajaran menurut behaviourisme ialah proses mengubah tingkah laku murid yang dapat diperhatikan dan diukur terhadap perkara atau peristiwa yang berlaku di persekitaran (Skinner, 1974, 2011; Harzem, 2004; Akinsami, 2008). Selain daripada itu ilmu pengetahuan guru terus dipindahkan kepada murid, secara pasif. Walau bagaimanapun, pengetahuan ini dilihat mempunyai objektif, berfakta dan bersifat mutlak. Pengajaran guru juga mestilah dirancang berpandukan objektif perlakuan yang boleh diukur atau diperhatikan oleh murid. Dalam teori pembelajaran behaviourisme, penekanan diberikan terhadap perkara yang boleh dilihat dan diukur daripada tingkah laku murid dan bukannya pemahaman murid terhadap janjang aritmetik seperti pengetahuan sedia dan perubahan yang berlaku dalam minda semasa pengajaran berlaku (Gardner, 2000).

Kognitivisme yang diperkembangkan daripada Behaviourisme juga tidak sesuai digunakan bagi kajian ini kerana memahami proses mental yang berlaku dengan memerhatikan rangsangan dan gerak balas tingkah laku murid (Faridah, 2009). Menurut Nik Azis (1999) murid bertindak terhadap rangsangan luar dengan menggunakan maklumat yang tersimpan dalam mental mereka bagi tujuan untuk memahaminya. Matlamat utama Kognitivisme adalah murid dapat menguasai kemahiran untuk memperoleh, memproses, menyimpan, dan menggunakan maklumat matematik dengan berkesan tanpa perlu memahaminya (Akinsami, 2008). Kesimpulannya perubahan tingkah laku murid dianggap sebagai proses pembelajaran

dalam Behaviourisme manakala Kognitivisme melihat proses mental mempengaruhi perubahan tingkah laku murid (Gagne, 1984; Akinsami, 2008; Putnam, Lampert & Peterson, 1990). Kesimpulannya kedua-dua teori ini tidak menepati kesesuaian kajian Pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam Janjang Aritmetik.

Kajian tentang pemahaman konsep janjang aritmetik dalam kalangan murid Tingkatan Lima ini mempunyai beberapa andaian berlandaskan konstruktivisme radikal yang menjadi tunjang dalam kajian ini. Enam daripadanya ialah:

1. Pengetahuan janjang aritmetik telah dibina dari pengalaman lepas oleh murid.
2. Pengetahuan dan pengalaman lepas boleh digunakan untuk membina pengetahuan baharu oleh murid (Nik Azis, 1999)
3. Murid boleh membina pengetahuan baharu tentang janjang aritmetik melalui aktiviti mengkaji, menyiasat serta mengenal pasti hubungan diberikan (Nik Azis, 1999).
4. Murid telah mempelajari konsep janjang aritmetik semasa kajian ini dijalankan.
5. Tugas temu bual merupakan perwakilan yang mencakupi tentang pengetahuan janjang aritmetik yang asas di peringkat sekolah menengah.
6. Peserta kajian memberi respons dalam sesi temu bual.

Andaian bertindak sebagai panduan untuk menyempitkan skop kajian supaya kajian lebih terkawal dan melicinkan proses menjalankan kajian, memudahkan proses mengumpul dan menganalisis data serta memudahkan pengkaji untuk mentafsir data. Oleh sebab itu konstruktivisme radikal sangat sesuai digunakan bagi kajian ini untuk mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik. Teori ini membantu murid mengembangkan kemampuan

berfikir dengan menggalakkan murid menjawab pelbagai soalan atau memberi idea sebagai panduan untuk mengenal pasti, meningkatkan serta mengembangkan pemahaman murid tentang konsep janjang aritmetik secara lengkap.

1.4 Tujuan dan Soalan Kajian

Kajian ini dijalankan bagi mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik. Secara khususnya, terdapat empat objektif kajian seperti berikut:

1. Menyasat apakah gambaran mental murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik.
2. Mengetahui bagaimana murid Tingkatan Lima mewakili tentang konsep dalam janjang aritmetik.
3. Menentukan makna yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik.
4. Mengkaji bagaimana murid Tingkatan Lima menyelesaikan masalah yang melibatkan janjang aritmetik.

Untuk mencapai objektif tersebut, terdapat empat soalan kajian yang telah dikenal pasti:

1. Apakah gambaran mental murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik?
2. Bagaimanakah murid Tingkatan Lima mewakili tentang konsep dalam janjang aritmetik?
3. Apakah makna konsep dalam janjang aritmetik yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima?
4. Bagaimanakah murid Tingkatan Lima menyelesaikan masalah yang melibatkan janjang aritmetik?

Reka bentuk kajian kes dan temu duga klinikal digunakan dalam mengumpul data untuk menjawab soalan kajian. Seramai empat orang murid Tingkatan Lima dijadikan sampel kajian. Kajian ini menggunakan pendekatan konstruktivisme radikal.

1.5 Definisi Istilah

Terdapat beberapa istilah psikologi dan matematik yang digunakan dalam kajian ini. Istilah psikologi ialah pemahaman yang melibatkan empat subkonstruk iaitu; gambaran mental, perwakilan, makna, dan penyelesaian masalah. Istilah matematik ialah janjang aritmetik yang melibatkan enam subkonstruk iaitu; janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.

1.5.1 Pemahaman

Konsepsi atau idea murid tentang sesuatu perkara dirujuk sebagai pemahaman (von Glasersfeld, 1995) yang boleh dikenal pasti berdasarkan proses mental yang melibatkan pemikiran murid seperti gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik berdasarkan pelaksanaan aktiviti yang khusus yang mendorong dan mencabar murid untuk menjelaskan sesuatu perkara (Steffe, 2009)

Pemahaman murid tentang janjang aritmetik dalam kajian ini menggunakan definisi istilah yang dikemukakan oleh Steffe (2009) dengan menggunakan empat subkonstruk pemahaman iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah.

1.5.1.1 Gambaran mental

Gambaran mental menurut Nik Azis (1999) merujuk imej yang terbentuk secara automatik apabila sesuatu perkataan dinyatakan. Pengkaji

menggunakan definisi gambaran mental yang didefinisikan oleh Nik Azis (1999) dalam kajian ini gambaran mental didapati apabila murid ditanya tentang janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.

1.5.1.2 Perwakilan

Perwakilan merujuk pembinaan pengetahuan baharu berdasarkan perwakilan pengalaman lepas yang pernah dialami (von Glasersfeld, 1995). Murid dalam kajian ini mewakilkan subkonstruk janjang aritmetik dengan menghasilkan lukisan atau model atau penceritaan menggunakan bahan-bahan yang disediakan oleh pengkaji seperti biji kacang tanah, duit syiling dan klip kertas.

1.5.1.3 Makna

Makna ialah tafsiran yang diberikan oleh murid tentang situasi tertentu menggunakan pengetahuan sedia ada (von Glasersfeld, 1995). Nik Azis (1999) makna merujuk keupayaan murid dalam memberikan makna tentang perkara yang dikaji. Dalam kajian ini, murid diminta memberikan makna tentang janjang aritmetik.

1.5.1.4 Penyelesaian masalah

Penyelesaian Masalah merujuk usaha yang digunakan murid untuk mengatasi konflik tertentu berdasarkan tugas yang diberikan (Nik Azis, 2014). Dalam kajian ini murid menyelesaikan masalah yang diberi dengan menggunakan semua konsep yang difahami tentang janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu, pada gambaran mental, perwakilan dan makna untuk menyelesaikan masalah.

1.5.2 Janjang Aritmetik

Janjang aritmetik menurut buku teks Matematik Tambahan Tingkatan Lima (2012) bermaksud suatu jujukan nombor dengan setiap sebutan diperoleh dengan menambahkan satu pemalar kepada sebutan sebelumnya. Menurut Zazkis dan Liljedhal (2002) janjang aritmetik bermaksud siri nombor yang melibatkan beberapa nombor yang menunjukkan beza sepunya yang sama antara nombor bersebelahan atau berturutan di dalam siri nombor tersebut. Gilmore (2006) mengatakan janjang aritmetik bermaksud hubungan yang melibatkan suatu siri nombor dimana nombor yang seterusnya memberikan nombor yang lebih besar berbanding nombor yang pertama didalam siri tersebut. Janjang aritmetik adalah sebarang janjang dengan nilai beza sepunya yang tetap bagi sebutan yang bersebelahan (Matsuura & Harless, 2012). Definisi Zazkis dan Liljedhal (2002) digunakan dalam kajian ini kerana konsep asas yang luas dalam janjang aritmetik melibatkan sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu dan hasil tambah janjang aritmetik.

1.5.2.1 Jujukan

Set nombor atau objek yang disusun mengikut pola tertentu (Buku Teks Matematik Tingkatan Dua, KPM, 2017).

1.5.2.2 Pola

Pola ialah aturan atau corak tertentu dalam senarai nombor atau objek (KPM, 2016). Dalam kajian ini pola ditakrifkan sebagai aturan atau corak tertentu dalam senarai nombor atau objek (KPM, 2017).

1.5.2.3 Sebutan

Sebutan merupakan satu nombor yang berkembang dari nombor sebelumnya dalam urutan yang betul (Fuson, 1982). Dalam kajian ini sebutan ditakrifkan sebagai nombor-nombor atau corak yang terkandung dalam suatu siri

atau jujukan. Sebutan pada suatu jangjang ditulis sebagai T (Zazkis & Liljedhal, 2002; Project Maths Development Team, 2012).

1.5.2.4 Sebutan pertama

Sebutan pertama adalah nombor pertama di dalam jangjang aritmetik dan ditulis sebagai a_1 (Zazkis & Liljedhal, 2002, Project Maths Development Team, 2012).

1.5.2.5 Nilai beza sepunya

Nilai beza sepunya adalah nilai tetap yang perlu ditambah atau ditolak untuk mendapatkan nombor selepas itu (Matsuura & Harless, 2012). Zazkis dan Liljedhal (2002) menyatakan nilai beza sepunya adalah nilai pemalar yang wujud diantara nombor yang bersebelahan dalam sesuatu jangjang aritmetik dan ditulis sebagai d .

1.5.2.6 Sebutan tertentu dalam suatu jangjang aritmetik

Sebutan tertentu dalam suatu jangjang aritmetik adalah sebutan pada urutan nombor ke n dalam jangjang aritmetik tersebut. Sebutan tertentu ditulis sebagai T_n (Zazkis & Liljedhal, 2002, Project Maths Development Team, 2012). Menurut Warren (2015) sebutan tertentu dalam suatu jangjang aritmetik adalah kedudukan tertentu suatu nombor pada jujukan nombor tersebut. Menurut Olive (2001) sebutan tertentu ialah satu nombor pada kedudukan tertentu yang terkandung dalam senarai nombor-nombor atau jujukan nombor. Bennett (1988) mengatakan sebutan tertentu dalam suatu jangjang aritmetik ialah apabila suatu jujukan nombor itu berkembang, kemudian murid diminta untuk mencari sebutan pada kedudukan tertentu didalam jujukan nombor tersebut.

1.5.2.7 Bilangan sebutan dalam sesuatu jangjang aritmetik

Suatu jangjang yang terdiri daripada beberapa nombor atau unsur didalamnya (Warren, 2015).

1.5.2.8 Jangjang aritmetik tidak keterhinggaan

Jangjang aritmetik yang tidak boleh dilanjutkan sehingga sebutan ke n . (Project Maths Development Team, 2012).

1.5.2.9 Jangjang aritmetik keterhinggaan

Jangjang aritmetik yang boleh dilanjutkan sehingga sebutan ke n . (Project Maths Development Team, 2012).

1.5.2.10 Hasil tambah sebutan

Jumlah nombor atau sebutan yang terkandung pada satu jangjang (von Glasersfeld, 1995; Steffe, 1994; Olive, 2001).

1.5.2.11 Jangjang aritmetik dalam bentuk mudah

Jangjang aritmetik dalam bentuk mudah adalah jangjang aritmetik melibatkan nombor sahaja didalam jangjang tersebut seperti; 7, 13, 19, 25, ... (Project Maths Development Team, 2012).

1.5.12 Jangjang aritmetik dalam bentuk algebra

Jangjang aritmetik dalam bentuk algebra melibatkan nombor bersama anu seperti; $10x^2, 15x^2, 20x^2, 25x^3$ (Project Maths Development Team, 2012).

1.6 Limitasi dan Delimitasi

Beberapa limitasi dalam kajian ini, tiga daripadanya ialah reka bentuk kajian, teknik persampelan dan teknik pengumpulan data. Limitasi pertama berkaitan dengan reka bentuk kajian yang merupakan kajian kes. Kelemahan kajian kes adalah hasil kajian tidak dapat digeneralisasikan secara statistik. Ini disebabkan hasil kajian bergantung kepada interpretasi dan kesimpulan pengkaji sendiri, sedangkan, pengkaji tidak dapat

mengetahui secara sah apa yang terkandung dalam pemikiran murid. Reka bentuk kajian ini bergantung kepada kejujuran murid semasa menjalani temu duga. Menurut Stake (1995) pembaca boleh membuat generalisasi naturalistik dalam menentukan bagaimana hasil kajian dapat diaplikasikan kepada individu yang mempunyai persamaan maklumat dengan peserta kajian ini. Hasil kajian tidak boleh digeneralisasi kepada populasi kerana bilangan peserta kajian yang terlibat adalah sedikit.

Teknik persampelan merupakan limitasi kedua. Teknik persampelan bertujuan digunakan dalam kajian ini, bagi memilih sampel berdasarkan ciri yang sama seperti murid merupakan murid Tingkatan Lima di sekolah yang sama, tahap pemikiran murid ini dijangkakan pada aras yang hampir sama dan mampu memberikan jawapan mudah jika dibandingkan dengan murid lain. Oleh sebab itu pemilihan sampel adalah secara tidak rawak dan tidak mewakili populasi yang menjadi kelemahan teknik persampelan ini.

Instrumen kajian merupakan limitasi ketiga. Kaedah temu duga klinikal digunakan bagi mengumpulkan maklumat dalam bentuk deskriptif iaitu secara lisan. Pengkaji mentafsir segala maklumat dari segi percakapan dan perbuatan murid semasa kajian dijalankan (Rodwell, 1995) berdasarkan kepada protokol yang sistematik. Bagi menjalankan temu duga klinikal, hanya soalan pertama disoal, soalan yang seterusnya adalah bergantung kepada respons murid. Kelemahan temu duga klinikal ini adalah data yang dikumpul adalah berbentuk subjektif.

Cara bagi mengatasi ketiga-tiga limitasi ini adalah yang pertama huraian perlulah dibuat secara individu dan generalisasi statistik tidak perlu dibuat. Kedua kajian yang dilakukan adalah kajian kes yang hanya merentasi kes yang dikaji.

Generalisasi dari sampel ke populasi tidak perlu dibuat. Data yang dikumpul membantu pengkaji mengetahui apa yang difikirkan oleh murid.

Seterusnya, kajian ini mempunyai beberapa delimitasi. Tiga daripada delimitasi adalah berkait dengan topik kajian, sampel yang digunakan dalam kajian dan juga teknik pengumpulan data. Delimitasi pertama adalah berkaitan dengan pemilihan tajuk janjang aritmetik. Janjang aritmetik dipilih sebagai tajuk kajian berbanding dengan tajuk janjang geometri. Delimitasi kedua adalah pemilihan sampel kajian yang dipilih adalah empat murid Tingkatan Lima dari sekolah harian dan bukannya dari sekolah berasrama Penuh. Delimitasi ketiga adalah berkaitan kaedah pengumpulan data secara temu duga klinikal dalam kajian ini berbanding menganalisis data lain seperti ujian prestasi, ujian diagnostik dan kajian tinjauan.

Cara bagi mengatasi ketiga-tiga delimitasi ini adalah pertama, topik janjang aritmetik ini dipilih berbanding janjang geometri kerana janjang aritmetik merupakan tunjang dan asas kepada topik yang seterusnya iaitu janjang geometri. Pemahaman awal tentang tajuk janjang aritmetik ini dapat mengelakkan murid menjadi keliru terhadap janjang geometri dan akhirnya menyumbang kepada atitud negatif terhadap matematik. Cara bagi mengatasi delimitasi kedua yang berkaitan dengan teknik persampelan bertujuan digunakan adalah sampel yang dipilih berlandaskan ciri yang sama seperti murid Tingkatan Lima di sekolah yang sama. Persampelan bertujuan ini juga berkeupayaan memberi maklumat yang ingin dikaji secara terperinci. Cara mengatasi delimitasi ketiga yang berkaitan dengan teknik pengumpulan data secara temu duga klinikal dan bukannya ujian prestasi, ujian diagnostik dan kajian tinjauan kerana pengkaji dapat meneliti pemahaman murid melalui, reaksi tingkah laku dan jawapan murid semasa temu duga klinikal melalui rakaman video, catatan pengkaji dan juga murid.

1.7 Signifikan Kajian

Kajian ini memberikan pelbagai faedah kepada pelbagai pihak antaranya penggubal kurikulum, guru atau pensyarah dan penyelidik. Kajian ini dijangka memberikan maklumat kepada penggubal kurikulum bagi menyediakan sukatan pelajaran berkaitan dengan janjang aritmetik yang lebih berkualiti. Penggubal kurikulum juga dapat membuat penambahbaikan dalam menyediakan huraian sukatan pelajaran Matematik Tambahan Tingkatan lima. Seterusnya, memastikan standard pengajian diperteguhkan selaras dengan piawaian antarabangsa. Maklumat yang diperolehi juga dapat digunakan untuk memperkenalkan strategi-strategi berkesan dalam usaha membantu murid memahami janjang aritmetik.

Kajian ini menambah koleksi sumber rujukan guru untuk mengetahui pemahaman murid tentang janjang aritmetik secara lebih terperinci. Selain itu, kajian ini juga diharap dapat memberikan idea kepada guru dalam mempelbagaikan strategi pengajaran dan meneliti pemahaman murid Tingkatan Lima dalam janjang aritmetik dan seterusnya membantu guru dalam menyediakan lebih banyak aktiviti bagi mengatasi halangan-halangan yang wujud.

Seterusnya, manfaat kajian ini terhadap penyelidik lain berkaitan tajuk janjang aritmetik. Walaupun tajuk janjang aritmetik ini merupakan satu tajuk kepada Aritmetik, tetapi tajuk ini banyak dikaitkan dengan tajuk-tajuk penting yang lain seperti dalam ungkapan algebra. Maka kajian yang lebih mendalam tentang tajuk ini adalah perlu dan dijangka dapat memberikan sedikit sumber berkait dengan tajuk janjang aritmetik serta menjadi panduan kepada pengkaji lain yang ingin mengkaji tentang janjang aritmetik memandangkan literatur yang berkaitan dengan pemahaman janjang aritmetik adalah terlalu sedikit di kaji dalam konteks dalam negara. Oleh itu dengan kajian ini telah menambah jumlah kajian yang berkaitan

dengan janjang aritmetik yang dapat memberi gambaran yang lebih jelas kepada pengkaji lain bagi meneruskan kajian yang lebih mendalam berkaitan dengan tajuk ini.

1.8 Rumusan

Bab Satu merupakan asas kepada kajian ini dan memfokuskan sebanyak lapan bahagian yang penting dalam bab ini iaitu latar belakang, pernyataan masalah, kerangka teori, tujuan dan soalan kajian, definisi istilah, limitasi dan delimitasi, signifikan kajian dan rumusan. Beberapa isu kritikal dalam bidang kajian dibincangkan. Salah satu isu kritikal dipilih sebagai masalah kajian oleh pengkaji dan justifikasi bagi pemilihan masalah tersebut diberikan. Teori konstruktivisme radikal digunakan sebagai kerangka teori dan andaian teori terhadap kajian dijalankan. Seterusnya tujuan dan soalan kajian dinyatakan. Definisi istilah yang digunakan dalam kajian ini diterangkan. Limitasi dan delimitasi dalam kajian ini dibincangkan. Akhir sekali, signifikan kajian kepada peningkatan kualiti pendidikan matematik dibincangkan.

Seterusnya perbincangan tentang tinjauan literatur dalam Bab 2, metodologi kajian dalam Bab 3, hasil kajian dalam Bab 4 dan akhir sekali Bab 5 membincangkan perbincangan, kesimpulan dan implikasi kajian. Kemudian semua rujukan disenaraikan dibahagian rujukan. Bahagian terakhir di bahagian lampiran disertakan segala contoh kajian kes, laporan atau dokumen tambahan lain jika ada.

BAB DUA

TINJAUAN LITERATUR

2.1 Pengenalan

Bahagian ini mengandungi enam bahagian tentang pengenalan, perbincangan tentang teori konstruktivisme radikal, perbincangan tentang istilah psikologi yang melibatkan pemahaman, perbincangan tentang istilah matematik yang melibatkan janjang aritmetik, perbincangan tentang kajian lepas yang relevan dan rumusan. Bahagian pertama membincangkan mengenai pengenalan Bab Dua. Bahagian kedua membincangkan konstruktivisme radikal dan kerangka konseptual. Bahagian ketiga pula menghuraikan istilah psikologi yang digunakan, iaitu konstruk pemahaman dan juga subkonstruk yang relevan. Bahagian keempat membincangkan tentang istilah matematik yang digunakan iaitu konsep janjang aritmetik dan juga subkonstruk yang relevan. Bahagian kelima membincangkan kajian relevan berkaitan dengan pemahaman konsep janjang aritmetik manakala bahagian terakhir pula merumuskan keseluruhan bab ini.

2.2 Konstruktivisme Radikal

Teori dalam kajian ini ialah konstruktivisme radikal. Konstruktivisme ialah suatu pendekatan psikologi yang berasal dari gagasan epistemologi genetik yang dikemukakan oleh Jean Piaget (1967). Dalam bidang psikologi sebanyak tiga jenis konstruktivisme telah diperkenalkan. Satu daripadanya ialah konstruktivisme radikal. Menurut von Glasersfeld (1995) konstruktivisme radikal ialah suatu pendekatan falsafah epistemologi tentang bagaimana seseorang manusia di dunia ini bertindak untuk mempelajari sesuatu perkara dengan cara yang rasional, dimana setiap seseorang itu bertanggungjawab untuk membina pengetahuan dan pemahaman

mereka sendiri terhadap sesuatu perkara tanpa mengambilnya terus atau meniru dari persekitaran (von Glasersfeld, 1995; Nik Azis, 1999). Konstruktivisme radikal dimajukan dari sudut epistemologi oleh von Glasersfeld, dan dimantapkan oleh Steffe dari aspek metodologi dalam pendidikan matematik (Nik Azis, 1999). Idea utama konstruktivisme radikal adalah melibatkan pembinaan pengetahuan oleh individu (von Glasersfeld, 1990). Terdapat dua konsep penting berhubung pembinaan pengetahuan. Pertama murid membina pemahaman baru berasaskan apa yang mereka telah ketahui daripada pengalaman lepas. Pengetahuan lampau murid mempengaruhi pengetahuan baru yang akan dibina atau dimodifikasikan. Konsep kedua adalah pembelajaran merupakan sesuatu yang aktif dan tidak pasif. Sekiranya murid menghadapi sesuatu yang tidak konsisten atau bercanggah dengan pemahaman semasa, pemahaman tersebut boleh dimodifikasikan untuk akomodasi pengalaman baru (Norlemi & Sharifah, 2007).

Setiap insan perlu membentuk pengetahuan mereka sendiri menerusi pengalaman terpilih untuk mewujudkan struktur konseptual yang membentuk asas pengetahuan mereka tentang janjang aritmetik. Pengetahuan baru tidak boleh dipindahkan daripada guru kepada murid hanya melalui percakapan sahaja. Sebaliknya murid harus membina makna, konsep dan pengetahuan dengan berlandaskan kepada pengalamannya sendiri (Nik Azis, 1999; Tobias & Duffy, 2009; Raman, 2006; Lee, 2007; McBrien & Brandt, 1997; Briner, 1999; Brooks & Brooks, 1973; Sushkin, 1999). Menurut beliau untuk mengetahui sesuatu perkara seseorang murid membina asas pengetahuan yang disebut sebagai skim. Di dalam mental, skim akan berfungsi untuk membina, menyusun dan mengorganisasikan persekitaran dan pengalaman murid untuk membentuk sesuatu pengetahuan atau pemahaman (von Glasersfeld, 1987).

Pembelajaran menurut konstruktivisme radikal ialah proses penyesuaian pengetahuan yang dimiliki bagi mengatasi sesuatu gangguan seperti perkara yang berlaku diluar jangkaan, perkara yang tidak tercapai atau berbeza daripada yang diinginkan (Nik Azis, 1999). Implikasi pandangan yang berasaskan konstruktivisme radikal, murid membina realiti mereka sendiri secara aktif. Realiti tidak berada di dalam persekitaran luar dan menanti untuk ditemui, tetapi realiti itu merupakan hasil aktiviti murid itu sendiri (Nik Azis, 1996). Pembelajaran melalui konstruktivisme radikal mengukuhkan pemahaman murid tentang sesuatu konsep dan menjana idea kerana mereka terlibat aktif dalam pembinaan pengetahuan baru (KPM, 2001).

Bagi membantu pengkaji untuk mengumpul data yang relevan bagi menjawab soalan kajian, Konstruktivisme radikal telah dipilih sebagai landasan kajian ini (Nik Azis, 2014). Selain daripada reka bentuk kajian, teknik pengumpulan data, penganalisan data dan pentafsiran data berbanding dengan kognitivisme dan behaviourisme. Selain daripada itu pembinaan kerangka konseptual berlandaskan konstruktivisme radikal memastikan kajian ini tidak tersasar daripada tujuan dan objektif kajian ini. Kerangka konseptual adalah sangat penting kerana memaparkan perhubungan yang terlibat antara konstruk dan subkonstruk pemahaman dan jangjang aritmetik dalam kajian ini.

Kaedah temu duga klinikal iaitu reka bentuk kajian berdasarkan konstruktivisme radikal digunakan dalam kajian ini membolehkan pengkaji berinteraksi terus dan menumpukan perhatian terhadap segala tingkah laku, percakapan, penulisan dan riak wajah murid semasa temu duga dijalankan. Oleh sebab itu, teori ini sesuai digunakan bagi mengetahui secara mendalam pengetahuan yang dimiliki oleh murid yang terlibat dalam kajian ini (Nik Azis, 1999a, 2014).

Bagi kognitivisme temu duga berfikir atau bercakap nyaring digunakan. Murid diminta memaklumkan semua perkara yang dilihat dan perasaan yang terdetik dihati semasa menyelesaikan tugas tertentu (Chi, Bassok, Lewis, Reimann & Glaser, 1989; Nik Azis, 2014). Proses mental yang terlibat ketika murid menggunakan pengetahuan untuk menyelesaikan masalah diteliti, bermula dengan proses penerimaan pengetahuan, mengumpul, memproses, menyimpan dan mengeluarkan kembali maklumat tersebut bagi menyelesaikan masalah (Ertmer & Newby, 1993). Proses mental ialah pemrosesan maklumat yang tersimpan dalam stor ingatan jangka pendek atau panjang individu (Nik Azis, 1999a), dimana pengetahuan murid diketahui berdasarkan tingkah laku yang dilakukan bagi mengatasi sesuatu masalah (Gagne, Wager, Golas, & Keller, 2005). Behaviourisme pula melihat pemahaman murid tentang sesuatu perkara dinilai berdasarkan tingkah laku yang mengutamakan pembelajaran yang melibatkan kemahiran-kemahiran tertentu yang dapat diperhatikan dan diamati. Sebaliknya bagi pemahaman yang dimiliki murid menurut konstruktivisme radikal diketahui melalui pemerhatian, penyzoalan, dan penilaian ketika temu duga klinikal dijalankan (Nik Azis, 2014; von Glasersfeld, 1983).

Dalam aspek pengumpulan data, konstruktivisme radikal mengumpul data kualitatif yang sangat mendalam dengan maklumat secara lisan atau bukan lisan melalui temu duga klinikal yang dijalankan. Menurut Nik Azis (2014) dan von Glasersfeld (1995) ini membantu pengkaji mengumpul data yang relevan bagi menjawab soalan kajian berdasarkan kerangka konseptual yang telah dibina bagi mengetahui pemahaman yang dimiliki murid tentang konsep matematik yang dikaji. Pengumpulan data deskriptif bagi kognitivisme dilakukan secara formal iaitu maklumat seperti ujian bertulis, soal selidik, lisan, tugas makmal dan penyelesaian masalah (Gagne et al, 2005; Mayer, 1996).

Pengkaji menganalisis data kualitatif berlandaskan konstruktivisme radikal menggunakan teknik analisis protokol bertulis yang melibatkan beberapa peringkat iaitu transkripsi kepada bentuk bertulis, catatan dan interaksi lisan semasa temu duga dijalankan antara pengkaji dengan murid. Kaedah analisis kandungan digunakan dalam teknik analisis protokol bertulis bagi meneliti kategori dan tema yang tersirat dan tersurat dalam sesuatu protokol bertulis. Data berbentuk lisan dan bukan lisan adalah sangat penting untuk dianalisis bagi mengetahui pemahaman yang dimiliki oleh murid tentang konsep matematik yang dikaji (Steffe, 1991; Nik Azis, 2014). Oleh sebab itu dalam analisis protokol bertulis, segala perwatakan dan tingkah laku murid membawa makna yang tersirat (Nik Azis, 2014) yang membentuk kajian kes berdasarkan tema tertentu. Analisis merentasi murid dilaksanakan bagi menentukan pemahaman murid tentang konsep matematik yang dikaji.

Kekuatan keempat konstruktivisme radikal adalah kelebihan cara data ditafsirkan berbanding dengan kognitivisme dan behaviourisme. Teori ini mentafsir data yang diperolehi dalam bentuk pemerhatian terhadap pengetahuan sedia ada murid berdasarkan aktiviti yang dijalankan, bahasa dan interaksi yang dilakukan oleh murid tersebut (Nik Azis, 2014; Steffe, 2010). Data yang ditafsir menggunakan kognitivisme memfokuskan kepada proses kognitif tentang maklumat konkrit dan interpretasi data yang membabitkan pola kesilapan ketika penyelesaian masalah yang dilakukan oleh murid (Nik Azis, 1999a; Mayer, 1996). Behaviourisme pula mentafsir data yang boleh diperhatikan iaitu tingkah laku rangsangan dan tindak balas murid.

Penggunaan teori konstruktivisme radikal ini telah digunakan secara meluas oleh murid lain selain matematik. Teori ini membolehkan murid belajar dengan cara yang lebih bermakna, mendalam dan isi kandungan pelajaran akan lebih difahami, kerana guru merangka aktiviti yang membolehkan murid turut terlibat dengan lebih

aktif dalam pembelajaran, serta memberikan pertimbangan kepada pengetahuan sedia ada murid.

Konstruktivisme radikal membawa beberapa implikasi dan impak terhadap pembelajaran matematik. Pengajaran tidak dilihat sebagai transmisi pengetahuan daripada guru kepada murid, malahan pengetahuan perlu dibina sendiri oleh murid berasaskan pengalaman lalu. Sehubungan itu, guru perlu mengetahui pengetahuan lalu yang telah dikuasai oleh murid dan menyediakan prasarana pembelajaran dengan pengalaman baru. Dalam konteks ini, guru tidak boleh mengandaikan semua murid memahami sesuatu dengan cara yang sama. Murid mungkin perlu pengalaman yang berbeza untuk meningkatkan tahap pemahaman yang berbeza. Adalah penting bagi murid untuk mengaplikasikan pemahaman semasa dalam situasi baru untuk membina pengetahuan baharu. Peranan guru antara lain adalah memastikan pengalaman pembelajaran, mempraktikkan penyelesaian masalah yang berguna untuk murid serta menggalakkan interaksi kumpulan dan pembelajaran kolaboratif (Norlemi & Sharifah, 2007). Jika pengetahuan baru dibina secara aktif, maka masa diperlukan untuk membina pengetahuan tersebut. Masa yang mencukupi mempermudah murid untuk membuat refleksi terhadap pengalaman baharu. Pengalaman tersebut sama ada secocok atau tidak dengan pemahaman semasa (tidak semestinya betul) yang mungkin menyediakan murid dengan pandangan yang lebih baik tentang sesuatu perkara (Norlemi & Sharifah, 2007; Peressini et al 2004).

Secara kesimpulannya konstruktivisme radikal dipilih bagi menjalankan kajian ini, dengan reka bentuk kajian kes yang bertumpu kepada pengetahuan yang dimiliki murid tentang cara mereka menggunakan pengetahuan tersebut bagi menangani masalah tugas pada situasi yang berbeza. Selain daripada itu proses mengumpul data bagi menjawab soalan kajian memudahkan pengkaji. Mengikut

konstruktivisme radikal pengetahuan murid tidak dipindahkan atau diserap dari persekitaran kerana murid terlibat sepenuhnya dalam pembinaan pengetahuan mereka sendiri dalam konteks interaksi sosial. Terdapat beberapa kajian lepas yang turut menggunakan konstruktivisme radikal sebagai teori kajian dengan reka bentuk kajian kes bagi memahami pemahaman yang dimiliki oleh murid tentang konsep matematik antaranya Faridah (2009), Nik Azis (1987), Nik Suryani (2002), Norton, (2000, 2004), Sharifah Norul Akmar (1997), Hoi (2018), Steffe, (2002) dan Manivannan (2017).

2.3 Kajian lepas menggunakan konstruktivisme radikal

Beberapa himpunan kajian terdahulu dalam negara yang telah dilaksanakan menjadikan konstruktivisme radikal sebagai teori kajian dalam mengkaji pemahaman aritmetik di peringkat sekolah. Antaranya, kajian yang dijalankan oleh Manivannan (2017) terhadap murid Tahun Lima bagi mengenal pasti pemahaman dan cara mereka menggunakan pemahaman tersebut untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan tentang luas segi empat. Seramai lima orang murid Tahun Lima yang dipilih menggunakan kaedah persampelan bertujuan untuk kajian kes ini. Tujuh sesi temu duga klinikal dijalankan pada setiap murid bagi mengumpul data menggunakan alat perakam video. Hasil dapatan kajian mendapati sebanyak dua idea utama yang diberikan murid dalam memberi makna kepada luas segi empat iaitu kuantiti dan pengukuran jarak atau panjang sisi.

Vastala (2018) menggunakan teori konstruktivisme radikal bagi mengetahui pemahaman murid Tingkatan Empat terhadap pendaraban matriks. Lima subkonstruk pemahaman digunakan iaitu gambaran mental, perwakilan, pentafsiran, makna dan penyelesaian masalah. Seramai tiga responden yang memenuhi kriteria

tertentu telah dipilih oleh pengkaji melalui kaedah persampelan bertujuan variasi maksima.

Kajian yang dijalankan oleh Wun, Sharifah dan Lim (2010) dalam kajian mereka untuk mengkaji pengetahuan bakal guru tentang pembinaan rumus luas kawasan bagi segi empat tepat, paralelogram, segi tiga, dan trapezium. Teknik temu duga klinikal dijalankan bagi mengumpul data kajian. Kajian ini melibatkan lapan orang bakal guru. Bakal guru diminta untuk menunjukkan bagaimana pelajar Tingkatan Satu membangunkan rumus luas kawasan bagi segi empat tepat, paralelogram, segi tiga, dan trapezium. Hasil kajian mendapati kesemua bakal guru tersebut kurang menguasai pengetahuan konsep untuk menyokong pembinaan rumus luas kawasan segi empat tepat, paralelogram, segi tiga, dan trapezium. Kesemua lapan bakal guru itu hanya menghafal rumus dan gagal untuk menunjukkan bagaimana pembinaan rumus tersebut. Hal ini terjadi mungkin disebabkan mereka mempunyai masalah untuk memahami konsep pembinaan rumus tersebut. Bagi pembinaan rumus luas paralelogram seramai lima orang bakal guru dapat menunjukkan pembinaan rumus tersebut dengan mengubah secara mental parallelogram kepada segi empat tepat. Ini menunjukkan bahawa mereka memahami hubungan antara formula paralelogram dengan segi empat tepat. Dapatan kajian ini mendapat persetujuan kerana menyamai penemuan kajian terdahulu (Baturo & Nason, 1996; Cavanagh, 2008). Implikasi kajian ini mendapati guru matematik perlu menyusun aktiviti dengan memberi peluang kepada murid untuk menyiasat dan membentuk rumus luas bagi segi empat tepat, paralelogram, segi tiga dan trapezium dengan cara yang bermakna. Ini adalah sejajar dengan cadangan dalam Spesifikasi Kurikulum Matematik Tingkatan Satu (KPM, 2003).

Kajian yang dijalankan oleh Ovelyn, Baharom, Norizah dan Molod (2013) untuk mengkaji keberkesanan Modul Pengajaran Geografi bagi mengatasi masalah pembelajaran pelajar luar Bandar. Konstruktivisme radikal digunakan sebagai teori kajian ini. Kajian eksperimental dan kajian kes digunakan dalam reka bentuk kajian ini. Tujuh puluh orang pelajar dipilih sebagai sampel kajian menggunakan persampelan bertujuan. Sampel kajian dibahagikan kepada kumpulan rawatan dan kumpulan kawalan secara sama banyak. Pembelajaran berpusatkan guru diaplikasikan kepada kumpulan kawalan manakala penggunaan Modul Pengajaran Geografi diaplikasikan terhadap kumpulan rawatan. Modul Pengajaran Geografi terdiri daripada tiga fasa utama iaitu skema kognitif, asimilasi dan akomodasi. Pengkaji mengumpul data melalui ujian pra dan pos, pemerhatian terhadap murid, dan analisis dokumen. Hasil dapatan kajian mendapati penggunaan Modul Pengajaran Geografi berjaya melibatkan murid secara aktif dan meningkatkan kemahiran berfikir dalam pembinaan pengetahuan.

Konstruktivisme radikal juga digunakan untuk mengenal pasti skim pembahagian nombor bulat yang dimiliki oleh murid Tahun Empat dengan menggunakan subkonstruk gambaran mental, perwakilan, makna dan juga penyelesaian masalah. Bagi mengumpul data daripada tujuh orang subjek, lima sesi temu duga klinikal yang membabitkan dua belas jenis aktiviti bermasalah dilaksanakan (Faridah, 2009).

Lau, Singh, dan Hwa (2009) dalam mengkaji interaksi guru dengan murid untuk membina pengetahuan matematik turut menggunakan konstruktivisme radikal dalam kajian mereka. Mereka meneliti pengajaran seorang guru matematik dalam satu kelas Tingkatan Empat. Aspek yang dikaji adalah bagaimana murid membuat

hubung kait, menyatakan gambaran dalam pemikiran mereka dan membina pengetahuan matematik yang baru berdasarkan kepada pengetahuan sedia ada.

Fan (2011) turut mengaplikasikan konstruktivisme radikal dalam mengkaji pemahaman tentang pembahagian pecahan oleh murid Tingkatan Satu. Bagi menilai pemahaman murid tersebut Fan menggunakan empat subkonstruk iaitu gambaran mental, perwakilan, perbandingan dan penyelesaian masalah. Tingkah laku yang dipamerkan oleh murid semasa menjalani temu duga dapat membantu Fan dalam memahami bentuk pemikiran murid secara umum tentang konsep pecahan seterusnya bentuk pemikiran dirumuskan bagi membentuk pemahaman murid tentang pembahagian pecahan.

Selain daripada itu terdapat kajian lepas di luar negara mengaplikasikan konstruktivisme radikal sebagai teori kajian. Eriksson (2011) mengkaji sejauh mana perbezaan konseptual murid Gred 1 Satu tentang aritmetik berkembang dari awal persekolahan sehingga Gred yang seterusnya berdasarkan kaedah pengajaran guru. Dalam kajian ini aspek pemahaman murid tentang skim pengiraan nombor direkodkan pada dua gred yang berlainan iaitu murid Gred 1 dan murid Gred 3. Dua orang guru dipilih untuk melaksanakan kaedah pengajaran yang berbeza. Guru pertama menggunakan kaedah pengajaran tradisional menggunakan buku teks bagi murid Gred 1 bagi mendapatkan gambaran mental mereka tentang nombor. Guru kedua pula menggunakan kaedah pengajaran berpusatkan murid terhadap murid Gred 3 bagi meningkatkan konseptual murid tentang skim pengiraan

Kajian oleh de Lima dan Tall (2006a), mengkaji pemahaman murid tentang persamaan. Melalui kajian ini bagaimana murid menterjemah konsep persamaan dan penyelesaian masalah dikenal pasti. Kajian ini dilaksanakan melalui tiga peringkat iaitu menggunakan soal selidik, tugas penyelesaian masalah serta temu duga.

Seramai 77 orang murid berumur 15 hingga 16 tahun terlibat dalam kajian mereka manakala hanya 15 orang murid dipilih untuk ditemu duga.

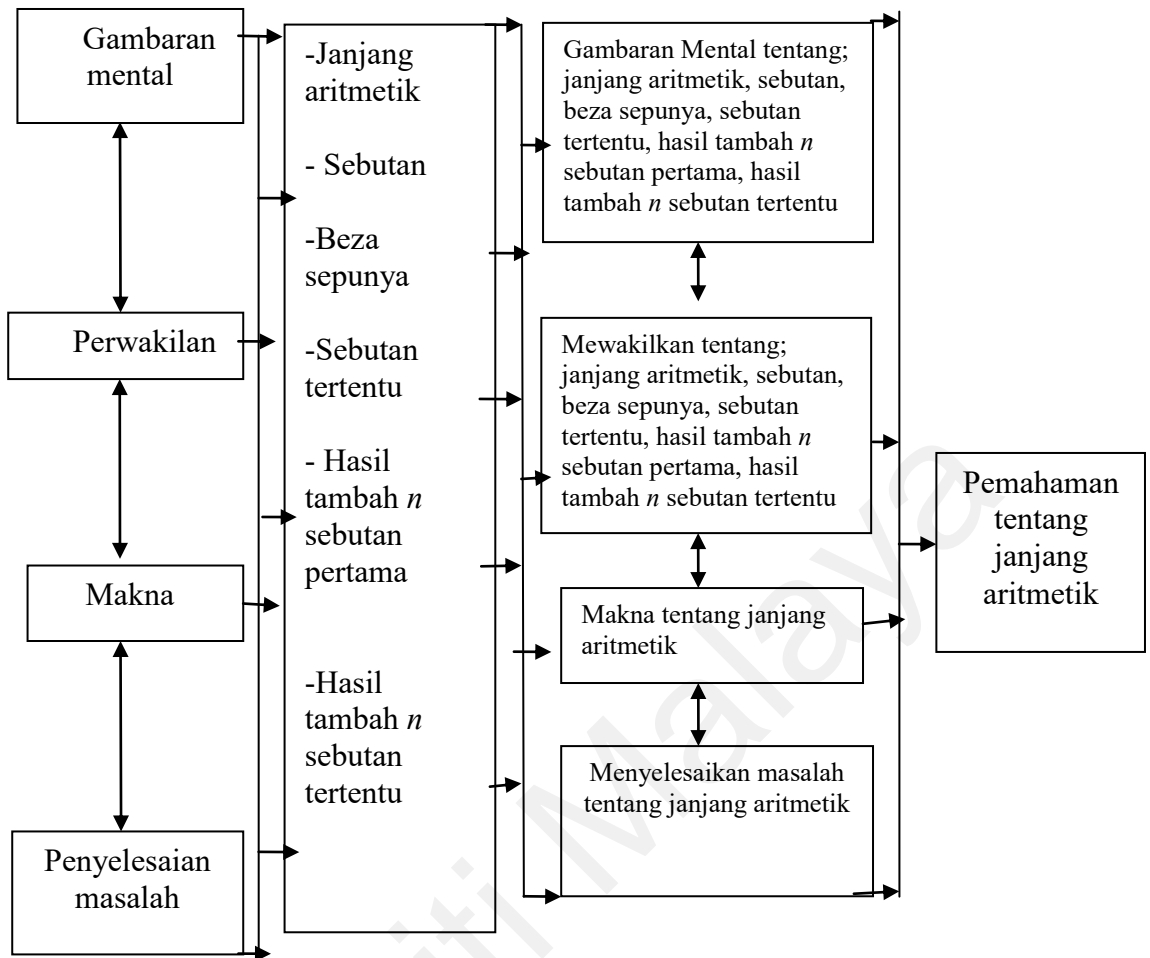
Kesimpulannya, konstruktivisme radikal telah digunakan pada kajian yang lepas bagi mengkaji secara mendalam beberapa aspek yang berkaitan dengan pemahaman seseorang individu tentang sesuatu perkara. Antaranya aspek yang diberi tumpuan ialah pengetahuan yang dimiliki oleh murid tentang konsep matematik, cara murid membina pengetahuan yang dimiliki dan cara murid mengaplikasikan pengetahuan tentang konsep matematik untuk menangani situasi matematik dalam pembelajaran harian.

Tujuan kajian ini dilaksanakan adalah untuk mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik secara mendalam. Antara aspek yang diberi keutamaan dalam kajian ini ialah pengetahuan yang dimiliki oleh murid tentang janjang aritmetik dan cara mereka menggunakan pengetahuan tersebut dalam menyelesaikan tugas pada situasi yang berbeza. Konstruktivisme radikal sesuai digunakan dalam kajian ini yang memfokuskan pemahaman murid tentang konsep dalam janjang aritmetik. Reka bentuk kajian kes dan temu duga klinikal diaplikasikan dalam kajian ini untuk mengumpul data secara mendalam dan terperinci. Bagi memastikan kajian ini berjalan dengan lancar dan mencapai tujuan utamanya, kerangka konseptual berdasarkan konstruktivisme radikal digunakan bagi menjawab persoalan kajian ini. Kerangka konseptual dibina berdasarkan subkonstruk pemahaman seperti gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah bagi mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik. Kerangka konseptual pada Rajah 2.1 memaparkan perkaitan beberapa perkara yang terlibat antara konstruk dan subkonstruk bagi pemahaman dan matematik.

2.4 Kerangka Konseptual

Menurut von Glasersfeld (1995) pemahaman merujuk konsepsi murid tentang sesuatu perkara, yang tidak dapat diperhatikan secara langsung tetapi ditafsirkan melalui proses mental seseorang menggunakan beberapa aktiviti khusus bagi membolehkan individu bertindak balas untuk menjelaskan sesuatu mengikut keadaan yang disediakan. Kerangka konseptual menurut Miles dan Huberman (1994), Creswell (2012) dan Nik Azis (2014) ialah carta grafik yang terdiri daripada satu himpunan konsep dan aspek penting yang menjelaskan tentang hubungan dan saling perkaitan konstruk dan subkonstruk yang terlibat dalam pemahaman dan janjang aritmetik yang penting bagi mencapai tujuan kajian.

Bagi memudahkan kajian, kerangka konseptual telah dibentuk berdasarkan kepada himpunan unsur yang terdiri daripada subkonstruk pemahaman iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah. Enam subkonstruk janjang aritmetik terdiri daripada janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Hubungan dan saling perkaitan antara subkonstruk pemahaman dan janjang aritmetik membentuk soalan kajian yang membantu pengkaji mencapai tujuan kajian. Hubungan antara unsur-unsur ini dipaparkan dalam Rajah 2.1. Aplikasi penggunaan kerangka konseptual yang melibatkan subkonstruk pemahaman dari konstruktivisme radikal digunakan dalam kajian ini, bagi mengenal pasti pemahaman yang dimiliki oleh murid tentang matematik telah dilaksanakan oleh beberapa pengkaji yang lepas. (Hoi Sim Min, 2018; Faridah, 2009; Nik Suryani, 2002; Fan, 2011; Vastala, 2018).



Rajah 2.1: Kerangka konseptual bagi kajian tentang pemahaman murid Tingkatan Lima Tentang konsep Janjang Aritmetik berlandaskan konstruktivisme radikal.

Melalui fokus pertama kajian ini tentang subkonstruk gambaran mental, gambaran awal murid tentang unsur yang dinyatakan dapat diteliti apabila pengkaji menyebut perkataan tentang janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Pada tugas ini murid perlu menyatakan apa sahaja yang tergambar difikiran mereka apabila mendengar perkataan tersebut.

Fokus kedua kajian pula berkaitan dengan membuat perwakilan janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Melalui fokus kedua ini, pengkaji dapat mengetahui bagaimana murid mewakilkan subkonstruk janjang aritmetik melalui tindakan mental iaitu mengingat kembali pengalaman atau pengetahuan lepas murid tentang janjang aritmetik dan seterusnya digunakan untuk mewakilkan pembinaan semula konsep tersebut semasa temu duga dijalankan sama ada dalam bentuk lukisan, pembinaan model menggunakan bahan konkrit atau secara penceritaan.

Seterusnya, kajian ini memberikan fokus kepada makna yang dilakukan oleh murid tentang janjang aritmetik. Dalam kajian ini murid memberi makna atau mentafsir beberapa senarai nombor dan corak yang manakah menunjukkan ciri-ciri sebuah janjang aritmetik yang terdapat pada kad tertentu.

Fokus terakhir kajian adalah penyelesaian masalah yang melibatkan janjang aritmetik yang melibatkan aktiviti tugasan untuk menyelesaikan masalah, konflik atau gangguan yang dialami murid ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan janjang aritmetik. Pada tugasan ini murid menyelesaikan masalah yang diberi dengan menggunakan semua konsep yang difahami tentang; janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu pada gambaran mental, perwakilan dan makna untuk menyelesaikan masalah.

Sebanyak lima soalan telah dibentuk dan diberikan kepada murid. Murid perlu menyelesaikan masalah tersebut dan penjelasan diberikan bagi meneliti bagaimana mereka menyelesaikan masalah tersebut. Melalui fokus ini juga, perkara yang mengganggu murid dalam memahami janjang aritmetik dapat dikenal pasti.

Gabungan kelima-lima fokus kajian ini dijangkakan dapat membantu pengkaji mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep janjang aritmetik. Data yang diperoleh dapat memberikan gambaran tentang tujuan kajian ini dilaksanakan. Walau bagaimanapun, ianya tidak memenuhi keseluruhan tujuan kajian memandangkan hanya empat subkonstruk pemahaman yang dikaji dalam kajian ini.

2.5 Konsep Pemahaman

von Glasersfeld (1995) menyatakan pemahaman menurut konstruktivisme radikal dirujuk sebagai keupayaan individu membina pengetahuan baharu yang lebih maju berdasarkan pengalaman lepas tentang pengetahuan tersebut. Pengetahuan sedia ada murid pada pengalaman lepas menentukan kualiti pengetahuan baharu yang bakal dibina (Nik Azis; 1999a & 2008). Menurut Steffe (2002) pemahaman tidak boleh diperhatikan dan dinilai begitu sahaja tetapi perlu ditafsirkan melalui proses mental yang berlaku pada minda seseorang. Oleh sebab itu aktiviti atau tugas spesifik diperlukan supaya proses mental dalam konteks individu berinteraksi secara verbal atau tidak dalam menjelaskan sesuatu penyelesaian tugas pada situasi tertentu dapat ditafsir. Konstruktivisme radikal melihat pembelajaran sebagai proses memperolehi fakta, kemahiran, konsep dan strategi. Oleh sebab itu bagi mengetahui proses mental dan pengetahuan konsep matematik yang dimiliki oleh seseorang murid, konteks gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah digunakan (von Glasersfeld, 2001).

Guru perlu membina satu struktur pemahaman untuk memahami murid tanpa mengubah idea asal murid. Pemahaman merupakan sesuatu yang sangat berguna untuk diketahui dalam dunia yang sentiasa berubah dan sukar diramalkan ini.

Pembelajaran dengan pemahaman membantu murid untuk mengembangkan keyakinan terhadap kebolehan matematik mereka.

Menurut Priyo (2011) pemahaman yang tidak mantap mengakibatkan murid mengalami kesukaran dalam menyelesaikan soalan matematik. Ini disebabkan murid tidak menguasai konsep yang terdapat dalam matematik kerana lebih cenderung untuk menghafal konsep tersebut daripada memahaminya sehingga apabila menyelesaikan soalan matematik, murid tidak menemukan jawapan sebenarnya.

Terdapat tiga jenis pemahaman iaitu; instrumental, relasional, dan logikal. Pemahaman instrumental ialah keupayaan menggunakan hukum, teori, prosedur atau peraturan untuk menyelesaikan masalah tanpa mengetahui bagaimana ianya berfungsi. Pemahaman seperti ini adalah seperti pembelajaran melalui hafalan. Pemahaman relasional merupakan keupayaan untuk menaakul tentang hukum, teori, prosedur ataupun peraturan daripada hubungan matematik yang umum. Manakala pemahaman logikal merupakan keupayaan untuk menentukan hubungan simbol dan notasi matematik dengan idea matematik yang relevan serta menggabungkan idea bagi menyatakan hujah yang logik.

Bagi pendokong behaviourisme, pemahaman ditafsirkan selaras dengan perubahan tingkah laku yang terhasil. Antaranya Anderson dan Roth (1989) yang mentafsirkan pemahaman sebagai kesediaan murid untuk menjawab soalan serta kebolehan murid untuk mengingat. Manakala Folk (2006) menyatakan tafsiran pemahaman adalah berbeza bergantung kepada penggunaan guru itu sendiri. Ini kerana guru mentafsirkan pemahaman berdasarkan kepada perkembangan muridnya dan keupayaan murid semasa menyelesaikan masalah. Folk (2006) juga menyatakan murid mentafsirkan pemahaman terhadap matematik sebagai keupayaan mereka

untuk mengelaskan pengetahuan kepada senarai fakta untuk dihafal bagi menyelesaikan sesuatu tugas.

Berbeza dengan pendokong teori kognitivisme. Menurut Newton (2001), pemahaman ditafsirkan sebagai proses mental dan juga hasil mental. Pemahaman sebagai proses mental membentuk konsep, berkeupayaan untuk membantu proses berfikir dan bertindak secara fleksibel bergantung kepada apa yang diketahui individu. Bagi proses mental, pemahaman boleh digambarkan sebagai pengetahuan tentang struktur sesuatu topik bagi memenuhi sesuatu tujuan. Newton (2000) turut menyatakan bahawa pemahaman merupakan keupayaan untuk membuat hubung kait antara fakta dan idea, serta mengetahui perkaitan dan pola. Pemahaman juga terhasil sekiranya murid dapat membuat perkaitan antara maklumat yang baharu dengan pengetahuan sedia ada untuk menyelesaikan masalah yang diberi (English, 2001).

Tafsiran pemahaman yang dinyatakan oleh Hiebert dan Carpenter (1992) serta Sierpinska (1994) pemahaman dapat dikenal pasti melalui bilangan serta kekuatan hubungan yang dibina oleh murid. Semakin banyak hubungan atau perkaitan yang dapat dibuat, itu bermakna murid semakin faham. Pemahaman menurut mereka didefinisikan berdasarkan tiga andaian iaitu pengetahuan diwakilkan secara dalaman. Perwakilan dalaman adalah berstruktur. Andaian kedua, terdapat hubungan antara perwakilan dalaman dan perwakilan luaran. Andaian ketiga, perwakilan dalaman sering berhubungkait (Hiebert & Carpenter, 1992). Melalui hubungan ini Hiebert dan Carpenter berpendapat murid mempunyai perwakilan dalaman tentang hubung kait dengan definisi konsep dan seterusnya mempunyai pemahaman yang mendalam dalam konsep tersebut (Signe, 2002). Walaupun kebanyakan Pendidikan Matematik tidak mengetahui bagaimana murid mewakilkan konsep matematik. Hiebert dan Carpenter menyatakan penyelesaian soalan

matematik dipengaruhi oleh perwakilan luar (gambar, simbol dan sebagainya) yang terbit daripada soalan yang dikemukakan.

Stylianides dan Stylianides (2007) turut menyatakan bahawa pembelajaran matematik melalui perkaitan yang dibuat antara idea, memudahkan pemindahan pengetahuan sedia ada kepada situasi yang baharu. Sementara itu, Haylock (2008) menyatakan bahawa pemahaman melibatkan penelitian hubung kait yang dilakukan antara simbol matematik kepada komponen pengalaman matematik.

Secara ringkasnya, pendokong teori kognitivisme mentafsirkan pemahaman sebagai proses membuat hubung kait, manakala konsep matematik diajar kepada murid sebagai jaringan hubungan antara simbol, bahasa, pengalaman konkrit dan gambar. Walau bagaimanapun, dengan penggunaan konstruktivisme radikal dalam kajian ini, istilah pemahaman yang ditafsirkan adalah berdasarkan kepada pengetahuan murid yang dikenal pasti melalui pemikiran mereka berdasarkan beberapa subkonstruk yang telah dipilih.

Secara kesimpulannya pengkaji menggunakan, definisi pemahaman yang dikemukakan oleh Steffe (2009) dalam menjalankan kajian ini, kerana pemahaman murid tentang jangjang aritmetik dapat diketahui melalui beberapa cara, iaitu dengan menggunakan tugas dari temu duga klinikal yang mengandungi konstruk pemahaman dan subkonstruknya iaitu; gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah. Menerusi setiap konteks ini, pemahaman murid tentang konsep dalam jangjang aritmetik dapat diperolehi.

Terdapat beberapa kajian lepas yang mengkaji aspek pemahaman dengan menggunakan teori yang sama seperti kajian oleh Barmby, Harries, Higgins, dan Suggate (2009). Kajian mereka adalah untuk mengenal pasti pemahaman murid tentang pendaraban dengan menggunakan rajah yang memfokuskan perkaitan di

antara gambaran mental tentang konsep dan penjelasan yang dikaitkan kepada komponen pemahaman. Kajian mereka turut mengkaji rajah yang boleh digunakan bagi memudahkan pembinaan pemahaman murid tentang pendaraban.

Kajian yang dijalankan oleh Manivannan (2017) ke atas lima orang murid Tahun Lima yang dipilih menggunakan kaedah persampelan bertujuan adalah untuk mengenal pasti pemahaman tentang luas segi empat dan cara mereka menggunakan pemahaman tersebut untuk menyelesaikan masalah berkaitan luas segi empat itu. Empat aspek subkonstruk pemahaman digunakan dalam kajian ini iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah.

Kajian kes yang dijalankan oleh Uma (2016) bagi meneliti pemahaman tentang pendaraban nombor perpuluhan yang dimiliki oleh murid Tahun Lima melibatkan lima subkonstruk pemahaman dalam konstruktivisme radikal iaitu gambaran mental, perwakilan, pentafsiran, makna dan penyelesaian masalah. Sebanyak lima tugas disediakan bagi menjawab persoalan kajian iaitu: pendaraban nombor perpuluhan, operasi pendaraban, pendaraban, nombor perpuluhan, makna pendaraban nombor perpuluhan dan penyelesaian masalah melibatkan nombor perpuluhan.

Dalam pada itu, Fan (2011) turut menjalankan kajiannya tentang pemahaman murid membabitkan pembahagian pecahan. Beliau turut menyenaraikan beberapa aktiviti yang digunakan bagi meneliti pemahaman murid tentang pecahan wajar antaranya seperti perbandingan dan pentafsiran. Kajian beliau turut mengaplikasikan kaedah temu duga bagi mengumpul maklumat daripada empat orang murid yang telah dipilih.

Kevin (2012) melaksanakan eksperimen terhadap pemahaman pengukuran sudut dalam kalangan pelajar yang mengambil kalkulus permulaan. Kajian ini

dijalankan terhadap tiga orang pelajar sepenuh masa di sebuah Universiti di Amerika. Setelah sesi pengajaran, temu duga klinikal dijalankan untuk mengetahui pemahaman mereka. Hasil kajian mendapati pelajar memahami pengukuran sudut dalam konteks objek geometri.

Kajian tentang pemahaman turut dilaksanakan terhadap pelajar peringkat kolej seperti kajian oleh Zailina (2004). Kajian Zailina ini adalah berkait dengan pemahaman pelajar kolej tentang persamaan polinomial. Walau bagaimanapun, dalam kajiannya, pemahaman telah ditafsirkan berdasarkan kepada definisi pemahaman yang dinyatakan oleh Skemp.

2.5.1 Kajian berkaitan subkonstruk pemahaman

Dalam kajian ini, pengkaji hanya memilih empat subkonstruk pemahaman untuk mengetahui pemahaman murid tentang konsep dalam janjang aritmetik iaitu melalui gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah agar dapat menjawab persoalan kajian. Terdapat banyak kajian yang dijalankan menggunakan subkonstruk yang dipilih oleh pengkaji.

Kajian yang dijalankan oleh Hoi (2018) bertujuan mengenal pasti pemahaman tentang pembahagian nombor bulat yang dipunyai oleh guru matematik Tahun Enam. Lima sesi temu duga klinikal dijalankan yang melibatkan subkonstruk pemahaman iaitu; gambaran mental, perwakilan, makna, penaakulan dan penyelesaian masalah. Hasil kajian yang diperoleh antaranya; gambaran mental yang dimiliki oleh guru matematik tentang pembahagian nombor bulat boleh dikelaskan kepada lima kategori. Perwakilan dikelaskan kepada empat kategori dan makna dua kategori.

Suzieleez dan Tajularipin (2006) menggunakan tugas berdasarkan gambaran mental dan perwakilan dalam mengenal pasti konsepsi pelajar lepasan

SPM tentang fungsi. Hasil kajian mendapati pelajar memberikan empat jenis gambaran mental bagi fungsi matematik dan enam jenis perwakilan dalam menggambarkan fungsi matematik. Gambaran mental subjek dilihat dalam lima aspek yang berbeza dan perwakilan diberikan dalam bentuk simbol, jadual dan gambar.

Rafiah (2003) dan Tengku (2001) menggunakan tiga subkonstruk daripada konstruktivisme radikal dalam kajian mereka. Rafiah dalam kajiannya untuk mengenal pasti pemahaman murid tentang konsep kebarangkalian mengaplikasikan gambaran mental, makna dan penyelesaian masalah. Tengku bagi mengenal pasti pemahaman murid tentang Teorem Pithagoras menggunakan subkonstruk gambaran mental, perwakilan dan makna.

Fan (2011) turut menjalankan kajiannya tentang pemahaman murid Tingkatan Satu membabitkan pembahagian pecahan yang terdiri dua tujuan utama. Tujuan pertama, mengenal pasti corak pemikiran murid tentang jenis pecahan dan makna bahagi secara lisan dan bukan lisan, Tujuan kedua mengenal pasti corak pemikiran murid ketika menyelesaikan permasalahan bahagi antara nombor bulat dan pecahan atau sebaliknya. Beliau menyenaraikan beberapa aktiviti yang digunakan bagi meneliti pemahaman murid berdasarkan subkonstruk pemahaman iaitu; gambaran mental, perwakilan, perbandingan, pentafsiran dan penyelesaian masalah.

Kajian yang dijalankan oleh Roselah (2015) memberi penekanan khusus kepada makna yang dibina oleh pelajar Diploma Sains Aktuari dengan tujuan kajian untuk mengenal pasti konsepsi matematik. Pengetahuan pelajar dalam makna matematik dan makna pembelajaran matematik dikenal pasti. Hasil kajian menunjukkan pelajar mentafsir makna matematik sebagai pengetahuan yang mengandungi kandungan yang khusus, memiliki kebenaran mutlak dan lain-lain lagi.

Makna pembelajaran matematik pula ditafsir sebagai satu bentuk aktiviti menerima maklumat dari persekitaran bilik darjah.

Kajian yang dijalankan oleh Roslina, Subahan dan Effandi (2010) bagi menentukan kejayaan hubungan antara perwakilan dengan penyelesaian masalah matematik mendapati kebolehan pelajar membina perwakilan yang bersesuaian dengan masalah yang diberikan membantu mereka menyelesaikan masalah dengan jayanya.

Pemilihan subkonstruk bagi kajian yang mengkaji konstruk pemahaman bagi menjawab soalan kajian adalah bergantung kepada objektif dan soalan kajian yang dijalankan. Setiap subkonstruk membolehkan pengkaji mendapatkan maklumat yang berlainan mengikut soalan kajian. Sebagai contoh untuk mengetahui cara murid mewakili sesuatu konsep, subkonstruk perwakilan digunakan. Maka dalam kajian ini, pengkaji menggunakan subkonstruk pemahaman yang terdiri daripada gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah untuk mengetahui pemahaman murid tentang konsep janjang aritmetik.

2.6 Janjang Aritmetik

Bahagian ini memfokuskan tentang konsep dalam janjang aritmetik. Tinjauan kajian tentang pemahaman konsep janjang aritmetik dan kesukaran mempelajari janjang aritmetik dari perspektif dewasa dan murid turut dibincangkan berdasarkan kajian lepas. Seterusnya bahagian ini membincangkan perkaitan janjang aritmetik dengan konsep matematik yang lain. Akhir sekali amalan pengajaran dan pembelajaran melibatkan janjang aritmetik.

2.6.1 Konsep Janjang Aritmetik

Janjang aritmetik merupakan topik dalam tajuk janjang dalam subjek Matematik Tambahan bagi Murid Tingkatan Lima (KPM, 2002). Konsep janjang

aritmetik ini diajar seawal murid berada di peringkat prasekolah sehingga peringkat tertinggi dalam pendidikan. Pada peringkat prasekolah dan sekolah rendah murid diajar tentang melanjutkan nombor, bentuk, corak dalam pola yang mudah berdasarkan ciri-ciri yang mudah dilihat seperti bilangan, warna dan bentuk (KSSR, 2014). Pembelajaran tentang konsep jangjang ini mengalami perluasan konsep seiring dengan peningkatan umur dan tahap pendidikan murid sehinggalah mereka berada di Tingkatan Dua dengan mempelajari tajuk pola dan jujukan (KSSM, 2016). Pada ketika ini murid diajar untuk mengenal pola dalam pelbagai bentuk antaranya pelbagai jenis nombor, bentuk corak, operasi yang terlibat pada pola, melanjutkan jujukan, menentukan sebutan tertentu bagi suatu jujukan, dan menyelesaikan masalah yang melibatkan jujukan (KSSM, 2016). Bagi murid Tingkatan Lima mereka diajar antaranya untuk, membezakan dan menentukan ciri-ciri jangjang aritmetik, menentukan sebutan tertentu, bilangan sebutan dan hasil tambah suatu jangjang aritmetik menggunakan rumus (KBSM, 2002). Bagi pelajar di peringkat pengajian tinggi antaranya Tingkatan Enam, Matrikulasi, Politeknik, Kolej dan Universiti, pembelajaran jangjang aritmetik berfokuskan kepada penyelesaian masalah dan kemahiran penggunaan formula dalam menyelesaikan masalah (Nurulain & Hasliza, 2013, Tohir, Abidin, Dafiki dan Hobrin; Matsuura & Harless, 2012). Selain daripada itu pengetahuan jangjang aritmetik ini dilihat begitu penting dalam pendidikan kerana terdapat perkaitan dengan topik matematik yang lain seperti ungkapan algebra dan persamaan linear (Lefevre, Clarke & Stringer, 2002, KPM 2002).

Terdapat enam unsur penting dalam membentuk pemahaman tentang jangjang aritmetik iaitu, pemahaman murid tentang jangjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Banyak kajian lepas dilaksanakan dan memfokuskan kepada bagaimana murid

mentafsir dan melanjutkan janjang aritmetik yang diberikan (Voyer, 2009; Eriksson, 2010; Zazkis & Liljedahl, 2002; Throndsen, 2011; Aunola et al, 2004; Jordan et al, 2009).

Aspek pertama yang diberi perhatian dalam kajian ini adalah konsep tentang janjang aritmetik. Penguasaan konsep janjang aritmetik oleh murid dapat ditingkatkan sekiranya murid telah menguasai operasi asas aritmetik iaitu operasi tambah dan tolak seperti membilang, melanjutkan jujukan dengan melihat perbandingan antara nombor (Throndsen, 2011; Aunola et al, 2004; Jordan et al, 2009). Penguasaan yang baik terhadap janjang aritmetik adalah apabila murid dapat menguasai operasi asas dalam pengiraan aritmetik yang melibatkan penambahan atau penolakan urutan nombor sama ada secara kedepan atau kebelakang dengan saiz urutan yang betul (Throndsen, 2011; Aunola et al, 2004).

Menurut Warren (2005) kecenderungan murid berfikir untuk melanjutkan pola nombor dengan betul dapat ditingkatkan melalui penggunaan bahan konkrit. Melalui penggunaan bahan bantu mengajar yang konkrit membantu murid melihat dengan lebih jelas perkembangan pola dan jujukan nombor seterusnya membantu murid melengkapkan nombor yang tiada didalam jujukan tersebut. Penggunaan alat bantu mengajar pada awal pembelajaran dan pengajaran amat digalakkan kerana dapat membantu murid membina pengetahuan dan pemahaman melalui pengalaman menggunakan bahan konkrit ketika belajar. Askew dan William (1995) juga dalam kajian mereka menggunakan pelbagai pendekatan dalam kajian mereka untuk mengetahui tahap kebolehan murid sekolah memahami pola nombor. Mereka menggunakan kaedah pemerhatian terhadap murid dalam penggunaan alat bantu mengajar yang konkrit seperti kepingan blok kayu, benang dan biji manik pelbagai

warna. Pada awal pembelajaran murid dibimbing, setelah itu murid perlu membentuk pola nombor dengan menggunakan peralatan yang disediakan.

Gadzichowski (2012) dalam menjadikan janjang aritmetik sebagai salah satu aspek dalam perkembangan kognitif, beliau menyarankan antara langkah awal yang perlu diajar kepada murid-murid adalah jenis corak dan pola nombor matematik bermula dengan tahap yang mudah sehingga tahap yang lebih sukar.

Crossfield (1997) menyatakan selama enam tahun mengajar pelbagai bentuk jujukan nombor, beliau menggunakan pelbagai bahan konkrit bagi memudahkan murid melihat ciri dan bentuk jujukan nombor antaranya, janjang aritmetik, janjang geometri, jujukan kuasa dua, jujukan nombor genap dan jujukan nombor ganjil. Dalam pengajarannya beliau menggunakan spanduk warna yang besar yang tercatat didalamnya pelbagai jenis jujukan nombor beserta penerangan konsepnya. Spanduk yang besar itu digantung pada dinding di dalam kelas bagi memudahkan murid-murid untuk melihatnya. Beliau juga mendedahkan murid dengan penggunaan bahan konkrit iaitu bebola warna bagi mewakili setiap sebutan pada jujukan nombor. Beliau turut mendedahkan muridnya dengan penggunaan kalkulator saintifik bagi mengira sebutan yang seterusnya dalam suatu jujukan nombor.

Ramai pendidik bersetuju bahawa kebolehan mengecam pola memberi kesan terhadap keupayaan kognitif murid-murid (Hendricks, 2006; Papic, 2007). Cadangan tugas memadankan objek satu kepada satu dan menyusun objek dengan cara membandingkan saiz objek yang sama dalam induksi pembelajaran tajuk pola nombor kepada murid-murid telah berjaya menarik minat dan meningkatkan kefahaman mereka (Brainerd, 1979). Pembelajaran janjang aritmetik menekankan murid untuk melanjutkan urutan nombor dengan membilang secara menaik atau menurun berdasarkan pola tertentu.

Menurut Fuson (1982) pengiraan yang melibatkan janjang aritmetik adalah ibarat pengiraan melengkapkan butiran manik yang terputus dari rantainya. Menurut Siegler dan Shrager (1984) dalam menyelesaikan atau melengkapkan urutan nombor yang kosong murid-murid boleh menggunakan strategi berdasarkan pengiraan ke hadapan atau ke belakang dengan menggira menggunakan jari dalam membuat perhitungan.

Menurut John Olive (2001) murid perlu membina pemahaman terhadap janjang aritmetik melalui pembinaan struktur matematik dan operasi pengiraan semasa aktiviti pembelajaran. Murid tidak pandai dengan sendirinya, tetapi mereka memerlukan bimbingan dan pengalaman yang disediakan oleh guru kepada mereka. Aktiviti asas yang perlu dibina oleh murid ialah menguasai proses pengiraan, iaitu penambahan dan penolakan. Menurut Steffe, von Glasersfeld, Richards dan Cobb (1983) aktiviti asas yang membawa kepada pembinaan janjang aritmetik adalah aktiviti mengira atau hitungan. Walau bagaimanapun, aktiviti mengira tidak berlaku sekaligus bagi murid. Dalam kajian yang dilakukan, mereka mendapati aktiviti pengiraan awal yang dilakukan oleh murid berlaku dalam lima fasa aktiviti yang berperingkat.

Kajian yang dijalankan tentang pemahaman murid mengenai jujukan nombor memberi peluang kepada pengkaji untuk melihat bagaimana murid di sekolah rendah dan menengah mengenali, menerangkan, melanjutkan dan mencipta pola jujukan nombor yang dianggap mempunyai nilai yang besar bagi asas bidang algebra (Cooper & William, 2001; Hale, 1981; NCTM, 1989).

Arslan dan Yazgan (2015) dalam kajiannya mendapati pelajar lebih selesa untuk melukis sebagai strategi dalam menyelesaikan soalan dalam mencari pola bagi sesuatu jujukan yang melibatkan nombor atau corak.

Berdasarkan kepada himpunan kajian yang lalu, banyak kajian dijalankan berkaitan dengan aritmetik tetapi bilangan kajian yang dilaksanakan berfokus kepada janjang aritmetik adalah sedikit terutamanya dalam konteks dalam negara. Berdasarkan kepada pembacaan kajian yang telah dilakukan berkaitan dengan konsep janjang aritmetik dapat disimpulkan sekiranya murid dapat menguasai operasi asas dalam pengiraan, mereka dapat menguasai konsep janjang aritmetik dengan baik (Thronsdon, 2011; Aunola et al, 2004; Jordan et al, 2009; Steffe, von Glasersfeld, Richards & Cobb, 1983; Fuson, 1982). Seterusnya pemahaman konsep tentang janjang aritmetik dapat dibina dengan mendedahkan murid dengan penggunaan pelbagai bahan konkrit sebagai alat bantu belajar. Penggunaan bahan konkrit membolehkan murid melihat pola nombor atau corak pola yang wujud dalam membuat perkaitan atau hubungan dalam mengecam ciri-ciri sebuah janjang aritmetik dan membantu murid membuat peralihan kepada konsep algebra (Vig, Murray & Star, 2014; Teppo & van Heuvel-Panhuizen, 2014; Ulrich, 2012; Cooper & William, 2001; Hale, 1981; NCTM, 1989). Oleh itu beberapa kajian yang lepas tidak menjawab semua persoalan dalam kajian ini tentang gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah yang dimiliki oleh murid tentang konsep dalam janjang aritmetik.

2.6.1.1 Konsep Janjang Aritmetik mengikut Perspektif Dewasa

Pemahaman tentang konsep janjang aritmetik menurut Liljedhal (2004) ialah janjang aritmetik mempunyai pola nombor yang mempunyai ciri-ciri sepunya khas yang tertentu. Pola nombor itu juga tidak boleh berulang dan tidak boleh dipindahkan kepada bentuk yang lain sebagai contoh 3, 7, 11, 15, 19, ... Menurut Liljedhal (2004) 2, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 2, bukanlah pola nombor tetapi menunjukkan corak nombor atau urutan nombor yang sentiasa berulang kerana ia

boleh dipindahkan kepada bentuk lain yang mempunyai maksud yang sama. Oleh itu pelajar perlu menguasai terlebih dahulu konsep pola nombor sebelum mereka memahami dan menguasai konsep jangjang aritmetik.

Sejak kebelakangan ini, kajian lalu telah mengkaji dan menganalisis tentang miskonsepsi murid dan kurangnya pengetahuan mereka dalam matematik (Yilmaz, 2007). Kajian yang dijalankan mendapati antara punca miskonsepsi murid terhadap matematik ialah sesi pembelajaran dan pengajaran hanya berpusatkan kepada guru sahaja, kurangnya pengetahuan guru tentang kurikulum, tiada kesinambungan antara subjek dan konsep yang diajar. Selain daripada itu guru tidak memberi perhatian kepada pengetahuan lepas murid serta gaya pembelajaran yang tidak sesuai dan mengajar konsep yang salah kepada murid (Cepni, Ayvaci & Keles, 2000).

Kajian yang dijalankan oleh Zazkis dan Liljedahl (2002) merupakan kajian lanjutannya pada kajiannya pada tahun 2001. Aspek yang diberi perhatian dalam kajian ini adalah penguasaan konsep beza sepunya dan sebutan dalam jangjang aritmetik. Seramai 20 daripada 64 orang peserta kajian terlibat dalam kajian ini. Peserta kajian merupakan pelajar perguruan yang mendaftar subjek Asas Matematik. Subjek tersebut merupakan kursus awal yang sangat penting bagi pelajar yang sedang mengikuti pengajian perguruan. Tajuk pertama bagi subjek Asas Matematik ini adalah Jangjang Aritmetik. Dapatan kajian mendapati pelajar dapat menentukan jangjang yang diberi adalah jangjang aritmetik atau bukan, dengan membandingkan nilai beza sepunya antara nombor yang berturutan. Apabila diminta memberi contoh, pelajar memberikan contoh jangjang yang melibatkan nombor gandaan yang semakin meningkat atau menurun. Selain daripada itu mereka juga berjaya melanjutkan jangjang aritmetik apabila hanya dua maklumat diberikan iaitu sebutan pertama dan nilai beza sepunya.

Clements dan Sarama (2007) mendapati keupayaan murid mengenal pasti sebutan pertama dan sebutan selanjutnya membentuk pemikiran analogi dalam memahami turutan pada jangkauan situasi yang berbeza serta membantu murid membuat generalisasi dalam janjang aritmetik.

Kajian yang dijalankan oleh Nurulain dan Hasliza (2014) terhadap pelajar Kejuteraan di sebuah Politeknik Tempatan mendapati kebanyakan pelajar kurang memahami konsep penting dalam janjang aritmetik antaranya mencari nilai beza sepunya yang sering menyumbang kepada kesilapan ketika menjawab soalan kertas matematik.

Kajian yang dijalankan oleh Tohir, Abidin, Dafiki dan Hobrin (2018) untuk menganalisis kemahiran pemikiran kreatif dalam generalisasi janjang aritmetik terhadap sekumpulan pelajar yang mengikuti Program Sarjana Matematik di Fakulti Pendidikan mendapati pelajar yang aktif dalam pembelajaran lebih memahami konsep lebih baik dan ingatan mereka mampu mengekalkan konsep itu lebih lama sehingga membolehkan mereka menggunakan konsep tersebut untuk menyelesaikan permasalahan lain

Kajian yang dijalankan oleh Arif Hardiyanti (2016) untuk mengetahui kesulitan pelajar sekolah menengah atas dalam menyelesaikan permasalahan tentang janjang aritmetik dan janjang geometri menunjukkan pengiraan janjang aritmetik secara manual dan penggunaan kalkulator perlulah dikuasai oleh pelajar, supaya mereka dapat menunjukkan jalan kira dan jawapan yang betul tanpa kehilangan markah.

Budi Harwati (2015) telah menerapkan model pembelajaran STAD iaitu model pembelajaran kooperatif terhadap 36 orang pelajar yang merupakan peserta kajian untuk mempelajari hasil tambah janjang aritmetik dan hasil tambah janjang

geometri. Pengumpulan data kajian menggunakan kuiz, ujian dan pemantauan terhadap pelajar dilakukan terus kepada peserta kajian. Hasil kajian mendapati penggunaan STAD telah menarik minat dan meningkatkan pencapaian peserta kajian dalam menentukan hasil tambah janjang aritmetik dan janjang geometri.

Himpunan kajian yang lalu berkaitan konsep janjang aritmetik berdasarkan perspektif dewasa dapat disimpulkan konsep janjang aritmetik itu dapat dibina sekiranya pelajar dapat menguasai ciri-ciri asas yang penting dalam janjang aritmetik. Dalam proses pengajaran guru memainkan peranan penting dalam mempengaruhi minat dan prestasi pelajar dalam janjang aritmetik. Konsep dalam janjang aritmetik perlu dikuasai dengan baik oleh pelajar kerana terdapat perkaitan dengan konsep matematik yang lain seperti algebra yang dapat membantu pelajar mengukuhkan pemahaman mereka tentang janjang aritmetik dan konsep matematik yang lain. Selain daripada itu pelajar juga perlu menguasai pengiraan secara manual atau penggunaan kalkulator bagi memperolehi jawapan yang betul. Akhir sekali sekiranya pelajar tidak menguasai konsep dalam janjang aritmetik, mereka akan mengalami kesulitan untuk memahami soalan dan menyelesaikan masalah yang diberi. Oleh itu sebahagian kajian lepas telah menjawab beberapa persoalan dalam kajian ini iaitu pelajar perlu menguasai sesuatu konsep dalam janjang aritmetik iaitu nilai beza sepunya dan sebutan. Selain itu juga, pelajar perlu cekap dalam melakukan pengiraan secara manual dan kalkulator.

2.6.1.2 Konsep Janjang Aritmetik mengikut Perspektif Murid

Thronsen (2011) mengkaji hubungan antara kemahiran asas murid sekolah rendah dalam menyelesaikan masalah penambahan dan penolakan serta kecekapan metakognitif dan keyakinan motivasi murid. Tujuan kedua kajian ini adalah untuk menyiasat kemahiran asas matematik yang dimiliki murid pada

pelbagai peringkat. Seramai 27 orang murid Tahap Dua dari kelas yang sama terlibat dalam kajian ini. Mereka dibahagikan kepada tiga kumpulan berdasarkan markah ujian prestasi mereka iaitu kumpulan pencapaian; terbaik, baik dan tidak begitu baik. Data kajian dikumpulkan melalui ujian yang dijalankan pada dua tempoh masa yang berlainan iaitu musim luruh dan musim bunga. Kemahiran aritmetik peserta kajian diukur melalui ujian yang dijalankan. Penggunaan strategi, kecekapan metakognitif dan motivasi peserta kajian diperoleh melalui temu duga yang dijalankan. Hasil kajian mendapati murid dari kumpulan berbeza menunjukkan kemahiran asas matematik yang berbeza dalam beberapa aspek penting dalam pembelajaran sendiri. Hasil kajian mendapati usaha pembelajaran secara sendiri untuk meningkatkan kemahiran asas aritmetik murid perlu dilakukan secara kognitif, metakognitif dan aspek motivasi perlu diberikan terutamanya kepada murid yang menunjukkan prestasi yang sangat rendah.

Kajian yang dijalankan oleh Hong dan Triet (2017) bagi menyiasat keberkesanan pembelajaran menggunakan kaedah eksplorasi berpandu untuk mengajar topik janjang aritmetik di sekolah tinggi Viet adalah lebih berkesan berbanding pengajaran menggunakan kaedah tradisional. Guru membantu pelajar membina pengetahuan secara aktif melalui pertanyaan atau penemuan dalam janjang aritmetik. Hasil kajian mendapati pelajar memahami ciri-ciri hubungan nombor dalam janjang aritmetik dan mereka berjaya mencari sebutan tertentu bagi suatu janjang aritmetik.

Thomas (2016) konteks yang digunakan dalam kurikulum janjang aritmetik adalah apabila murid dapat menggabungkan konsep dalam janjang aritmetik kepada situasi kehidupan seharian. Maka guru yang menggunakan kurikulum ini lebih

berkeyakin untuk mengajar janjang aritmetik yang sebenarnya banyak diaplikasikan dalam kehidupan seharian.

Sharifah dan Adlina (2014) mendapati pemahaman dan pemikiran murid prasekolah tentang janjang ini boleh dimulakan dengan pengenalan pola nombor. Pemahaman murid tentang pola nombor ini dapat ditingkatkan melalui dua cara, iaitu mengenal pola menggunakan warna, kerana kelihatan lebih menarik. Seterusnya pengetahuan murid dikembangkan dengan menggunakan pelbagai jenis pola seperti melibatkan bentuk, objek, huruf dan nombor. Kedua guru mendedahkan aspek pola menggunakan aturan selangan paling mudah dicam oleh murid prasekolah seperti ABBABB. Seterusnya pengetahuan tentang pola yang lebih sukar diajarkan kepada murid seperti aturan selangan pertambahan atau pengurangan.

Menurut Clark & Eads (1954) tajuk janjang aritmetik ini telah diajar kepada murid sekolah rendah dan menengah bawah pada awal pengajaran subjek matematik. Guru perlu membina konsep pemahaman janjang aritmetik kepada murid terlebih dahulu dengan mendedahkan kepada mereka tentang pengalaman atau situasi harian yang sering berlaku di persekitaran mereka. Sebagai contoh guru meminta murid berbaris mengikut ketinggian bermula dengan paling rendah, sederhana dan paling tinggi. Kaedah ini dapat membantu murid untuk melihat susunan atau janjang yang berlaku dalam kehidupan harian mereka. Apabila murid dapat menerangkan apa yang mereka faham tentang perkaitan situasi harian dengan janjang aritmetik itu, barulah konsep sebenar tajuk janjang aritmetik ini diperkenalkan kepada murid.

Kajian yang dijalankan oleh Irwan (2008) terhadap 64 orang murid Tingkatan Lima bagi mengkaji keberkesanan penggunaan perisian ProTerm untuk meningkatkan kefahaman mereka dalam topik janjang aritmetik menunjukkan peningkatan prestasi sebelum dan selepas penggunaan perisian tersebut berdasarkan

prestasi ujian pra dan pos. Murid juga dilihat menunjukkan minat dan seronok ketika pembelajaran janjang aritmetik menggunakan perisian ProTerm berbanding kaedah tradisional.

Voyer (2009) mengkaji penggunaan situasi model oleh murid dalam kajiannya untuk menyelesaikan soalan aritmetik jenis berayat berdasarkan Teori Pemrosesan Maklumat. Hasil kajian mendapati situasi model yang dibina itu memberi kesan kepada prestasi murid dalam menyelesaikan soalan aritmetik jenis berayat. Murid yang lemah dalam aritmetik memberi jawapan yang berbeza daripada maklumat yang diberikan dalam soalan manakala murid yang dapat menguasai aritmetik dapat memberikan jawapan yang baik. Oleh itu pemahaman murid dalam menyelesaikan soalan aritmetik dalam bentuk berayat adalah dipengaruhi oleh kemahiran dalam aritmetik dan jenis maklumat yang terkandung dalam situasi model yang dibina.

Kajian oleh Sullivan dan Clarke (1992) mendapati sekumpulan murid diajar operasi tambah, tolak, darab dan bahagi, selepas itu murid dilihat mampu mencari dan mewakili pelbagai jenis pola dan jujukan yang boleh terwujud. Murid juga dapat menyatakan hubungan yang wujud diantara pola tersebut.

Menurut Bolden, Barmby, Rained dan Gardner (2014) mendapati murid - murid perlu memahami ciri-ciri sesuatu janjang aritmetik agar mereka dapat membezakan dan mengenal pasti janjang nombor yang diberi adalah janjang aritmetik atau bukan. Pemahaman murid terhadap janjang aritmetik ini dapat dimulakan sejak prasekolah dengan mengajar topik pola. Melalui pembelajaran pola murid didedahkan dengan pelbagai jenis pola yang mudah berdasarkan bentuk objek, warna, huruf dan nombor. Murid-murid menyusun dan mengembangkan janjang berdasarkan pola daripada dimensi dan aturan yang berbeza (KPM, 2010).

Pendedahan awal topik pola ini amat penting bagi membina pemahaman murid dengan lebih mendalam bagi topik pola nombor dan janjang aritmetik.

Kajian yang dijalankan bermula dari peringkat prasekolah sehingga sekolah menengah banyak dijalankan di luar negara tetapi sedikit sahaja dijalankan dalam negara berkaitan pemahaman murid tentang konsep dalam janjang aritmetik. Kebanyakan kajian lepas tidak menjadikan janjang aritmetik sebagai tajuk atau tujuan utama kajian mereka.

2.6.2 Kesukaran murid mempelajari Janjang Aritmetik

Beberapa kajian lepas yang telah dijalankan menunjukkan tahap pemahaman murid terhadap janjang aritmetik adalah lemah. Berikut merupakan kajian yang dijalankan dikategorikan mengikut perspektif dewasa dan perspektif murid (Moyer & Landauer, 1967; Mulligan (2002).

2.6.2.1 Kesukaran mempelajari Janjang Aritmetik mengikut Perspektif Dewasa

Kajian yang dijalankan oleh Tohir, et al (2018) untuk menganalisis kemahiran pemikiran kreatif dalam generalisasi janjang aritmetik terhadap sekumpulan pelajar yang mengikuti Program Sarjana Pendidikan Matematik menggunakan kaedah belajar berasaskan penyelidikan dalam kajian ini. Teknik analisis data operasi yang diambil dari model Analisis Miles dan Huberman digunakan dalam kajian ini. Dapatan kajian mendapati pelajar yang terlibat secara aktif dalam proses pembelajaran lebih memahami konsep dan mampu mengingat konsep yang dipelajari itu lebih lama sehingga membolehkan mereka menggunakan konsep tersebut untuk menyelesaikan permasalahan lain. Selain daripada itu kebanyakan pelajar menghadapi masalah untuk menyelesaikan dan mengeneralisasikan formula fungsi yang diberi membentuk sebuah janjang aritmetik. Kesukaran ini disebabkan, mereka tidak biasa dengan pembelajaran berasaskan

penyelidikan berpandu. Hanya sebilangan kecil pelajar yang dapat menyesuaikan diri dengan pembelajaran berasaskan penyelidikan berpandu ini dengan cepat dan baik, kebanyakan dari mereka adalah kurang kreatif. Pembelajaran ini adalah berdasarkan pengalaman lampau pelajar belajar tentang topik janjang aritmetik.

Liljedhal (2004) dalam kajian kali ini yang merupakan lanjutan dari kajian sebelum ini, mendapati pelajar yang sedang mengikuti pengajian perguruan ragu dalam menentukan sama ada nombor dalam janjang tersebut adalah janjang aritmetik atau bukan kerana kurangnya penguasaan pedagogi matematik dan kandungan pola nombor tersebut. Setelah beberapa sesi temu duga klinikal, tinjauan dan penilaian bertulis dijalankan terhadap pelajar tersebut, beliau mendapati mereka mengalami kekeliruan dalam membezakan pola nombor bagi janjang aritmetik dengan corak nombor. Pola nombor bagi janjang aritmetik menunjukkan nombor dalam janjang itu mempunyai ciri-ciri sepunya antaranya janjang nombor tersebut boleh dilanjutkan dengan menambah 4 kepada nombor sebelumnya, sebagai contoh 1, 5, 9, 13, ... Corak nombor pula ialah nombor yang sentiasa berulang-ulang yang dapat dilihat dengan jelas seperti 2, 3, 4, 2, 3, 4.

Kajian yang dijalankan di Malaysia tentang janjang aritmetik adalah tidak banyak. Antara pengkaji tempatan yang telah menjalankan kajian tentang janjang aritmetik ialah, Nurulain dan Hasliza (2014) untuk mengenal pasti kesilapan yang dilakukan oleh pelajar yang mengambil kursus Kejuruteraan Semester Tiga. Hampir 70.6% pelajar memilih untuk menjawab soalan berkaitan janjang aritmetik pada peperiksaan akhir matematik. Kebanyakan pelajar ini sering menunjukkan kaedah dan penggunaan formula yang salah dalam menyelesaikan soalan janjang aritmetik yang berbentuk permasalahan berayat. Selain daripada itu kebanyakan pelajar politeknik tersebut tidak mempunyai pemahaman yang mendalam tentang janjang

aritmetik ketika mereka berada di Tingkatan Lima. Kelemahan dalam menyelesaikan soalan berbentuk penyelesaian masalah dan mengira menyebabkan pelajar sukar memahami dan menyelesaikan soalan janjang aritmetik (Ali, 1998).

Mulyono (1999) mendapati kesalahan yang sering dilakukan pelajarnya ketika menyelesaikan soalan matematik antaranya ialah tidak memahami makna simbol, nilai tempat dan keliru tentang operasi matematik seperti salah pengiraan dan menunjukkan penyelesaian jawapan yang mengelirukan.

Sebagai kesimpulan, kajian lepas yang dijalankan menunjukkan kesukaran mempelajari janjang aritmetik berdasarkan perspektif dewasa disebabkan kebanyakan pelajar sering menunjukkan miskonsepsi atau kekeliruan dan tidak mempunyai konsep pemahaman yang kukuh tentang janjang aritmetik antaranya murid tidak memahami konsep pola nombor dengan corak nombor untuk menentukan ciri-ciri janjang aritmetik. Murid juga mengalami kesukaran untuk memahami dan menjawab soalan yang berbentuk penyelesaian masalah kerana kurang kreatif dan tidak terlibat aktif dalam proses pembelajaran ataupun belajar menggunakan kaedah tradisional yang berpusatkan guru.

2.6.2.2 Kesukaran mempelajari Janjang Aritmetik mengikut Perspektif Murid

Salah satu penyebab kesukaran murid dalam memahami janjang aritmetik adalah disebabkan, kebanyakan murid ini tidak dapat menguasai operasi tambah atau tolak semasa mereka diperingkat sekolah rendah (Thronsdén, 2010; Mulligan, 2002). Pengiraan merupakan kemahiran fungsional yang paling asas bagi matematik. Asas penambahan dan penolakan adalah aspek utama yang ditekankan kepada murid ketika di sekolah rendah, namun kejayaan atau kegagalan murid dalam matematik sering ditakrifkan dengan pencapaian prestasi mereka terhadap ujian pencapaian piawaian. Walau bagaimanapun, ujian ini tidak memberikan apa-apa

maklumat mengenai proses mental yang mungkin dapat membantu kepada peningkatan pencapaian murid (Ashcraft, 1992).

Kajian Barmby (2009) mendapati murid mengalami kesukaran dalam melanjutkan janjang aritmetik. Kajian oleh Gota Eriksson (2010) pemahaman murid terhadap topik janjang aritmetik adalah tidak sama kerana tahap kognitif bagi setiap murid adalah berbeza. Terdapat murid yang sangat pandai, sederhana dan lemah. Beliau juga mendapati kebanyakan guru mengajar tajuk janjang aritmetik menggunakan kaedah tradisional yang sesuai untuk murid yang pandai dan sederhana sahaja sehingga mengabaikan murid yang lemah.

Kesukaran murid memahami nombor integer dan operasi yang terlibat dalam integer adalah disebabkan kebanyakan murid tidak menguasai pemahaman konsep dalam integer dan sering menunjukkan kesalahan ketika menyusun nombor integer dari kecil kepada besar atau sebaliknya. Oleh itu penggunaan perwakilan model dalam pembelajaran adalah sangat berguna bagi mengatasi kesukaran murid dalam mempelajari integer. Penggunaan garis nombor dan bahan konkrit seperti bola kecil berwarna dalam pembelajaran integer, sangat membantu murid untuk memahami operasi tambah dan tolak dalam integer. Murid juga dapat dibimbing untuk membandingkan susunan nombor dalam integer (Vig, Murray & Star, 2014; Teppo & van Heuvel-Panhuizen, 2014; Ulrich, 2012)

Mor dan Sendova (2003) dalam kajiannya untuk melihat keupayaan murid yang berumur antara 11 sehingga 15 tahun dalam mengeneralisasikan janjang aritmetik menggunakan sebuah program perisian komputer animasi yang bernama "*ToonTalks*". Di dalam program ini, terdapat pelbagai aktiviti dan latihan tentang topik-topik yang terdapat dalam matematik antaranya topik janjang aritmetik. Hasil

kajian mendapati murid mampu mengenal pasti jangjang aritmetik tetapi menghadapi kesukaran untuk mengeneralisasikan jangjang tersebut dengan perkataan.

Menurut Bishop (2000) murid mengalami masalah dalam menyelesaikan jangjang aritmetik secara algebra adalah disebabkan mereka tidak dapat menghubungkan nombor dan anu dalam jangjang tersebut. Kajian lepas yang dijalankan oleh Moyer dan Landauer (1967) mendapati murid menghadapi kesukaran untuk menyelesaikan soalan yang berkaitan jangjang aritmetik pada aras sederhana dan tinggi.

Kajian yang dijalankan oleh Arif (2016) untuk mengetahui kesulitan pelajar sekolah menengah atas dalam menyelesaikan permasalahan tentang jangjang aritmetik dan jangjang geometri. Tiga orang pelajar yang terdiri daripada pelajar berprestasi tinggi, sederhana dan lemah terlibat dalam kajian ini. Data dikumpul melalui ujian dan temu duga yang dijalankan. Setiap pelajar pada tahap tersebut ada menunjukkan kesalahan dan kecuaiian ketika menjawab soalan jangjang aritmetik dan jangjang geometri antaranya, ada dikalangan pelajar tersebut menulis jalan kira yang kurang tepat sehingga menyebabkan mereka kehilangan markah, walaupun mereka faham dan tahu kehendak soalan. Selain daripada itu beliau mendapati terdapat pelajar yang masih belum menguasai sepenuhnya konsep dalam jangjang aritmetik antaranya, mereka terlupa nilai a pada formula ialah sebutan pertama pada baris nombor jangjang aritmetik. Pelajar juga tidak menguasai konsep asas untuk mencari nilai beza sepunya iaitu sebutan selepas tolak sebutan sebelum bagi sebutan yang berturutan pada suatu jangjang aritmetik. Apabila diberikan soalan untuk mencari hasil tambah sebutan bagi suatu jangjang aritmetik, mereka dapat menyelesaikan secara manual tetapi apabila menggunakan formula, pelajar memberikan jawapan yang salah kerana mereka keliru untuk memasukkan nilai yang betul pada formula tersebut. Selain

daripada itu apabila diberi suatu baris nombor, terdapat pelajar mengalami kesukaran untuk mencari sebutan tertentu, kerana keliru sama ada perlu menggunakan formula jajang aritmetik atau jajang geometri. Pelajar juga menunjukkan kesukaran dalam menukarkan soalan yang berbentuk penceritaan atau penyelesaian masalah kepada ayat matematik sehingga menyebabkan mereka keliru untuk menentukan langkah penyelesaian sehingga pelajar tidak menemukan maklumat dari soalan itu antaranya nilai sebutan pertama a dan nilai beza sepunya d .

Sebagai kesimpulan, kajian lepas yang dijalankan menunjukkan kesukaran mempelajari jajang aritmetik berdasarkan perspektif murid menjawab beberapa persoalan dalam kajian ini. Antaranya murid tidak menguasai operasi asas dalam matematik iaitu menambah atau menolak. Murid juga tidak menguasai konsep pemahaman yang kukuh tentang jajang aritmetik dan menghadapi kekeliruan tentang simbol sehingga menyebabkan mereka mengalami kesukaran dalam menyelesaikan soalan tentang jajang aritmetik.

2.6.3 Perkaitan jajang aritmetik dengan konsep lain dalam matematik

Beberapa kajian lepas yang mengkaji tentang pemahaman murid mengenai jujukan nombor memberi peluang kepada pengkaji untuk melihat bagaimana murid di sekolah rendah dan menengah mengenali, menerangkan, melanjutkan dan mencipta jujukan nombor berdasarkan pola tertentu yang dianggap mempunyai nilai yang besar bagi asas bidang algebra (Lamb et al, 2018; Hale, 1981; National Council of Teachers of Mathematics, 1989). Pemahaman murid tentang konsep dan operasi yang melibatkan integer merupakan asas kepada algebra (Lamb et al, 2018). Schoenfeld dan Arcavi (1988) dengan meminta murid untuk memerhati dan menghuraikan pola bagi jujukan nombor secara lisan, dapat membantu murid membuat peralihan dari aritmetik kepada algebra.

Satu kajian lain telah dijalankan oleh Cooper dan William (2001) bagi mengkaji kesan peralihan daripada pembelajaran aritmetik kepada algebra mendapati kesukaran yang wujud semasa proses peralihan ini adalah berpunca daripada masalah yang berkaitan dengan hukum-hukum operasi, simbol kesamaan dan juga operasi terhadap makna pemboleh ubah.

Kajian yang dijalankan oleh Bryant, D.P., Bryant, B.R., Dougherty, B., Roberts, G., Pfannenstiel, K.H. & Lee, J. (2020) keberkesanan penggunaan modul intervensi integer bagi murid yang menghadapi kesukaran dalam memahami integer. Murid dibahagikan kepada dua kumpulan iaitu kumpulan rawatan dengan kaedah pembelajaran menggunakan modul intervensi integer dan kumpulan kawalan menggunakan kaedah pembelajaran biasa. Reka bentuk kajian ini adalah secara rawak dengan melibatkan seramai 908 orang murid Gred 7 yang terdiri daripada 29 buah sekolah dengan melibatkan 187 kelas yang terlibat secara sukarela dan telah mendaftar pada awal tahun sesi persekolahan tahun 2016 sehingga 2018. Data dikumpul selama dua tahun iaitu 2016 sehingga 2017 dan 2017 sehingga 2018. Guru yang mengajar kumpulan rawatan ini dibimbing dan disertakan skrip pembelajaran yang mengandungi perkara-perkara yang perlu diajar serta soalan tambahan untuk murid. Tujuan skrip pembelajaran tersebut adalah supaya guru tidak tersasar dari objektif utama yang perlu disampaikan kepada murid. Hasil kajian mendapati penggunaan modul intervensi integer ini meningkatkan pencapaian murid dengan sangat baik. Murid dilihat berusaha menyelesaikan soalan integer bersama dengan murid lain dalam kumpulan kecil. Mereka berkomunikasi menggunakan ayat matematik yang tepat dan mencuba pelbagai kaedah alternatif dalam menjawab soalan tersebut.

Matsuura dan Harless (2012) dalam kajiannya terhadap sekumpulan pelajar bidang perguruan untuk mengkaji pendekatan pengajaran persamaan linear berdasarkan pemahaman pelajar tentang jangjang aritmetik. Pengkaji melihat konsep persamaan linear mempunyai perkaitan dengan konsep jangjang aritmetik. Kaedah pertama pengajaran adalah dengan mendedahkan pelajar untuk mengetahui dan mengenal pasti pelbagai jenis jangjang aritmetik dan ciri-cirinya. Kaedah kedua guru membimbing pelajar untuk menterjemahkan pemahaman mereka tentang jangjang aritmetik kepada pemahaman persamaan linear. Sebanyak dua kali tempoh 40 minit diperlukan untuk memperkenalkan jangjang aritmetik. Tiga kali tempoh 40 minit diperlukan untuk pelajar menterjemahkan apa yang mereka pelajari tentang jangjang aritmetik kepada pemahaman persamaan linear. Tujuan utama kajian ini adalah untuk membiasakan pelajar dengan jangjang aritmetik. Pada awal pengajaran guru memperkenalkan jangjang aritmetik dalam bentuk perwakilan secara visual, iaitu menggunakan bentuk sebuah segi empat sama. Selepas itu guru memperkenalkan simbol-simbol yang digunakan dalam jangjang aritmetik. Setelah pelajar mengetahui pola nombor yang mewakili jangjang tersebut itu ialah jangjang aritmetik, mereka perlu mewakilkan jangjang tersebut ke dalam bentuk persamaan linear. Pelajar juga mampu menterjemahkan pemahaman mereka tentang jangjang aritmetik kepada pemahaman tentang persamaan linear dengan mewakilkan hubungan tersebut melalui pembinaan graf. Graf yang dibina itu ialah graf garis lurus atau graf linear. Nilai pada paksi y adalah seragam dengan nilai pemboleh ubah yang lain memandangkan nilai beza sepunya adalah seragam. Kecerunan bagi graf garis lurus ini juga adalah seragam. Dari konsep jangjang aritmetik ini, pelajar dapat memahami persamaan linear.

Menurut Carol (2011) ramai pelajar sudah biasa dengan pola yang melibatkan nombor dalam mewakili jangjang aritmetik. Walau bagaimanapun, apabila mereka

diberi perwakilan secara visual yang bukan melibatkan nombor dalam pola, ia menyukarkan pelajar untuk membuat perkaitan antara perwakilan visual dan perwakilan simbolik daripada pola tersebut. Penerokaan pelbagai bentuk pola dalam konteks perwakilan visual dan perwakilan simbolik, membolehkan pelajar menguasai pemahaman yang lebih mendalam tentang janjang aritmetik dan algebra. Ia memberi peluang kepada pelajar untuk menguasai penyelesaian masalah, penaakulan, komunikasi, perhubungan, merancang dan menganalisis perwakilan yang merupakan tema yang terdapat dalam NCTM (2006).

Thomas (2016) dalam penyediaan kurikulum bagi pengajaran janjang aritmetik menggunakan tugas penyelesaian masalah sebagai kaedah pengajaran. Kurikulum pengajaran ini dibina bagi menyokong pelajar dalam membuat perkaitan antara perhubungan linear dengan situasi kehidupan sebenar yang melibatkan janjang aritmetik. Tujuan pembelajaran janjang aritmetik adalah untuk membina pemahaman konsep yang merupakan suatu tugas yang kompleks dan memerlukan kerja eksplisit dari pihak guru. Satu tugas yang kompleks itu ditakrif sebagai “ kategori tugas pembelajaran penyelesaian masalah yang melibatkan situasi harian yang dihadapi pelajar (Van Merriënboer & Sweller, 2002). Menurut Bishop (2000) murid mengalami masalah dalam menyelesaikan janjang aritmetik secara algebra kerana mereka tidak dapat menghubungkan nombor dan anu dalam janjang tersebut

Kajian lepas yang dijalankan menunjukkan konsep janjang aritmetik ini adalah sangat penting dan mempunyai perkaitan dengan konsep matematik yang lain, antaranya konsep dalam penggiraan matematik iaitu operasi asas seperti menambah dan menolak, ungkapan algebra, persamaan linear dan pembinaan graf linear. Murid yang mengalami kesukaran dalam penggiraan menambah atau menolak menunjukkan kesukaran dalam memahami janjang aritmetik. Seterusnya

penguasaan yang baik tentang ungkapan algebra membantu murid dalam memahami janjang aritmetik dalam bentuk ungkapan algebra. Penguasaan yang baik tentang persamaan linear juga membantu murid mengungkapkan masalah dalam situasi harian kepada bentuk janjang aritmetik dan sebaliknya.

2.6.4 Amalan pengajaran dan pembelajaran Janjang Aritmetik

Terdapat beberapa amalan yang boleh digunakan oleh pengubal kurikulum, pensyarah dan guru untuk mengajar topik janjang aritmetik kepada murid atau pelajar bermula dari peringkat terendah sehingga peringkat tertinggi dalam pendidikan. Budi Harwati (2015) telah menerapkan model pembelajaran STAD iaitu model pembelajaran kooperatif kepada 36 orang pelajar yang merupakan peserta kajian untuk mempelajari hasil tambah janjang aritmetik dan hasil tambah janjang geometri. Hasil kajian mendapati penggunaan STAD dapat meningkatkan kemampuan dan minat pelajar dalam pembelajaran janjang aritmetik dan janjang geometri dalam menentukan hasil tambah janjang aritmetik dan hasil tambah janjang geometri.

Mor dan Sendova (2003) dalam kajiannya untuk melihat keupayaan murid yang berumur antara 11 sehingga 15 tahun dalam mengeneralisasikan janjang aritmetik menggunakan sebuah program perisian komputer animasi yang bernama "*ToonTalks*". Di dalam program ini, terdapat pelbagai aktiviti dan latihan tentang topik-topik yang terdapat dalam matematik antaranya topik janjang aritmetik. Hasil kajian mendapati murid mampu mengenal pasti janjang aritmetik tetapi menghadapi kesukaran untuk mengeneralisasikan janjang tersebut dengan perkataan.

Menurut Clark & Eads (1954) guru perlu membina konsep pemahaman janjang aritmetik kepada murid terlebih dahulu dengan mendedahkan pengalaman atau situasi harian yang sering berlaku di persekitaran mereka. Guru boleh bertanya

soalan kepada murid mengikut tahap pembelajaran murid atau memulakan soalan paling mudah, diikuti sederhana, dan soalan susah yang memerlukan murid menggabungkan segala pemahaman konsep tentang janjang aritmetik yang dimiliki dengan situasi kehidupan seharian.

Murid haruslah terlibat secara aktif dalam aktiviti pembelajaran untuk membangunkan konsep matematik dan membina kemahiran kritikal ketika menyelesaikan sesuatu masalah (NCTM, 2000). Guru perlu menggalakkan aktiviti yang berpusatkan murid di dalam kelas atau bilik darjah. Sebagai contoh penggunaan butiran manik dalam mempelajari operasi penambahan dan penolakan. Iaitu apabila dua manik ditambah kepada beberapa manik untuk menjadi lima manik dan seterusnya menjadi lapan manik.

Selain daripada itu penerokaan pelbagai jenis pola dalam konteks perwakilan visual dan perwakilan simbolik, membolehkan pelajar menguasai pemahaman yang lebih mendalam tentang janjang aritmetik dan algebra. Ia memberi peluang kepada pelajar untuk menguasai penyelesaian masalah, penaakulan dan menganalisis perwakilan yang terdapat dalam NCTM (2006). Menurut Teppo dan van den Heuvel-Panhuizen (2014) penggunaan garis nombor sebagai perwakilan dalam mengajar operasi penambahan dan pengurangan bagi nombor integer sangat membantu dalam membina konsep yang mendalam kepada murid.

Pengajaran janjang aritmetik perlu dilakukan dengan cara mendedahkan pelajar dengan tugas menggunakan bahan konkrit yang dapat membantu mereka membina pemahaman tentang janjang aritmetik. Antara tugasannya, pelajar diberikan perwakilan visual secara geometri tentang janjang aritmetik, kemudian mereka diminta untuk menulis dalam bentuk simbol atau ungkapan algebra tentang perwakilan tersebut. Kemudian pelajar perlu melanjutkan janjang sehingga sebutan

tertentu dan mencari sebutan ke- n bagi janjang aritmetik tersebut. Guru yang memberi peluang kepada pelajar mengaplikasikan pengetahuan mereka dengan cara yang berbeza, membantu dalam pembinaan pemahaman konsep yang lebih mendalam. Seorang pelajar berkongsi pengalamannya semasa mengambil Ujian Negeri, beliau tidak menghafal konsep mencari sebutan dalam janjang aritmetik, tetapi memahami konsep itu yang menyebabkan beliau boleh menjawab soalan yang diberikan (Carol, 2011).

Kajian oleh Eriksson (2011) mengkaji sejauh mana perbezaan konseptual tentang aritmetik berkembang dari awal persekolahan Gred 1 sehingga Gred yang seterusnya berdasarkan kaedah pengajaran guru. Dalam kajian ini aspek pemahaman murid tentang skim pengiraan nombor direkodkan pada dua gred yang berlainan iaitu murid Gred 1 dan Gred 3. Dua orang guru dipilih untuk melaksanakan kaedah pengajaran yang berbeza. Guru pertama menggunakan kaedah pengajaran tradisional menggunakan buku teks terhadap murid Gred 1 bagi mendapatkan gambaran mental mereka tentang nombor. Guru kedua pula menggunakan kaedah pengajaran berpusatkan kepada murid Gred 3 bagi meningkatkan konseptual mereka tentang skim pengiraan nombor. Pelbagai konseptual dan kandungan yang berbeza dalam pengajaran ditunjukkan oleh guru. Hasil kajian mendapati kaedah yang digunakan guru dalam menyediakan pengalaman pembelajaran matematik dilihat telah mempengaruhi pencapaian murid dalam ujian matematik.

Kajian yang dijalankan oleh Zazkis dan Liljedahl (2002) menekankan konsep janjang aritmetik iaitu beza sepunya dan sebutan terhadap peserta kajian yang terdiri daripada 20 orang pelajar yang mengikuti pengajian dibidang perguruan. Kajian ini menggunakan Teori Bidang Konseptual Vergnaud (1996) yang membolehkan penyelidik mengkaji pelbagai jenis skim yang dimiliki pelajar berdasarkan pelbagai

fenomena situasi yang berbeza dalam janjang aritmetik. Penggunaan teori ini tidak terhad kepada satu topik tertentu tetapi boleh diperluaskan untuk menyiasat pembelajaran individu pada mana-mana aspek. Teori konseptual ini juga mengkaji perkembangan kognitif yang berlaku dari kedua-dua perspektif iaitu situasi matematik (aktiviti pelajar) dan perspektif konsep yang terlibat dalam analisis situasi. Analisis kajian mendapati pelajar dapat menentukan janjang yang diberi adalah janjang aritmetik atau bukan, dengan membandingkan nilai beza sepunya antara nombor yang berturutan. Apabila diminta memberi contoh, pelajar memberikan contoh janjang yang melibatkan nombor gandaan yang semakin meningkat atau menurun. Selain daripada itu mereka juga berjaya melanjutkan janjang aritmetik apabila hanya dua maklumat yang diberikan iaitu sebutan pertama dan nilai beza sepunya.

Bennet (1988) mendapati pembelajaran yang berlaku di Australia pada peringkat awal pengenalan janjang aritmetik adalah melibatkan eksplorasi urutan nombor yang menggunakan kaedah penggunaan bentuk, warna, pergerakan, perasaan dan bunyi yang berulang-ulang dan berkembang. Selepas itu murid diminta menyalin, menyambung urutan nombor atau mengisi tempat kosong bagi sebutan tertentu di dalam urutan nombor tersebut. Pembelajaran ini adalah amat penting kerana ia merupakan langkah awal bagi mendedahkan murid untuk mengenal janjang aritmetik dan algebra dalam bentuk corak visual.

Kajian yang dijalankan oleh Irwan (2008) menunjukkan keberkesanan penggunaan perisian ProTerm dapat meningkatkan minat dan kefahaman murid Tingkatan Lima dalam mencari sebutan dan sebutan tertentu dalam janjang aritmetik (KBSM, 2002). Penggunaan perisian komputer menyediakan peluang kepada murid

untuk belajar dengan lebih konkrit serta berupaya meningkatkan kemahiran penggunaan komputer mereka (Trumper & Gelbman, 2001).

Kajian yang dijalankan oleh Hong dan Triet (2017) dalam kajiannya untuk menyiasat keberkesanan pembelajaran menggunakan kaedah eksplorasi berpandu untuk mengajar topik janjang aritmetik di sekolah tinggi Viet Nam mendapati penggunaan kaedah pembelajaran eksplorasi berpandu lebih berkesan daripada pengajaran menggunakan kaedah tradisional. Ini kerana guru berperanan membantu pelajar membina pengetahuan melalui pertanyaan atau penemuan secara aktif dalam proses pembinaan pengetahuan.

Thomas (2016) menggunakan reka bentuk kurikulum pengajaran berasaskan penyelidikan persekitaran kelas, dimana setiap pelajar mengikuti struktur pembelajaran sebanyak tiga fasa, iaitu pelancaran, penerokaan dan meringkaskan kandungan pelajaran menggunakan proses pembelajaran kolaboratif (Lappan, 2014). Reka bentuk kurikulum pelajaran ini dimulakan pada bahagian pertama yang utama iaitu fasa pelancaran. Semasa fasa ini guru memperkenalkan masalah berdasarkan pengetahuan sedia ada murid. Antara kaedah yang digunakan pada fasa ini ialah guru menayangkan video atau melibatkan pelajar dengan aktiviti singkat tentang masalah topik yang dikaji. Kemudian guru membincangkan pembukaan masalah dengan pelajar bagi membantu mereka memahami konteks keadaan. Jika perlu guru mentakrifkan perbendaharaan kata atau frasa yang diperlukan dalam pelajaran ini. Pada fasa ini juga pelajar sering menanyakan pelbagai soalan supaya mereka dapat melibatkan diri dalam permasalahan yang dikaji. Selepas masalah diperkenalkan, pelajar memulakan fasa kedua iaitu fasa penerokaan pelajaran. Pada fasa ini pelajar perlu bekerjasama dengan ahli kumpulan mereka untuk merancang strategi bagi menjawab soalan. Ketika ini banyak soalan yang harus dijawab oleh pelajar bagi

membantu dan membimbing mereka untuk mempelajari kandungan masalah dengan lebih mendalam. Pada fasa ini, guru membimbing pelajar dengan meminta mereka membandingkan idea yang ada dalam kumpulan mereka dan memberikan alasan untuk semua strategi yang dirancang oleh mereka. Guru tidak menyediakan sebarang penyelesaian segera kepada pelajar. Pelajar mestilah bergantung kepada ahli kumpulan mereka untuk menentukan penyelesaian kepada masalah yang diberi. Pada fasa terakhir iaitu meringkaskan, pelajar digalakkan membentangkan strategi penyelesaian mereka di hadapan kelas untuk dinilai. Perbincangan dilakukan sekiranya pelajar menunjukkan pelbagai kaedah yang berbeza atau kesilapan ketika menyelesaikan masalah. Akhir sekali guru meminta pelajar untuk membuat kesimpulan perkara yang dipelajari.

Pasukan Pembangunan Projek Matematik (2009) dalam kajian mereka, mempunyai tiga matlamat iaitu, membolehkan pelajar memahami konsep siri aritmetik, menggunakan dan memanipulasi formula yang sesuai dan mengaplikasikan pengetahuan pelajar kepada aplikasi urutan dan siri aritmetik. Objektifnya untuk membolehkan pelajar; memahami konsep siri aritmetik dalam proses hitungan dan mencari jumlah n sebutan pertama bagi suatu siri aritmetik. Akhir sekali murid dapat menentukan persamaan dan perbezaan urutan dan siri aritmetik.

Matlamat pembelajaran dan pengajaran topik jajang aritmetik ini dilihat mengalami suatu penambahbaikan daripada KBSM (2002) kepada KSSM (2017). Matlamat KSSM (2017) dalam memperkenalkan tajuk Pola dan Jujukan sebagai dasar pengenalan kepada topik jajang aritmetik yang akan dipelajari semasa murid berada di Tingkatan Lima (KBSM, 2002). Berdasarkan himpunan kajian lepas pembelajaran jajang aritmetik banyak menggunakan kajian eksperimental dan

memfokuskan kepada penyelesaian masalah dalam janjang aritmetik. Kajian tentang pemahaman kurang dibincangkan dalam kajian lepas. Data banyak dikumpul melalui ujian pra dan ujian pos, manakala temu duga pula digunakan untuk meneliti pandangan responden kajian. Dalam kajian eksperimental, bilangan sampel yang terlibat adalah lebih daripada 30 orang, manakala dalam kajian kes pula, bilangan sampel hanya antara tiga hingga lapan orang sahaja.

Sebagai kesimpulan pengkaji lepas, pengubal kurikulum, guru dan pensyarah telah mengaplikasikan pelbagai amalan dalam pengajaran dan pembelajaran dalam mengajar topik janjang aritmetik kepada murid dengan lebih berkesan bagi meningkatkan prestasi murid dalam ujian matematik. Pembelajaran tentang janjang aritmetik ini telah bermula dari peringkat prasekolah dengan topik pola matematik yang menggunakan pelbagai dimensi, corak dan warna. Pendekatan kaedah pembelajaran dan pengajaran serta aplikasi bahan bantu mengajar dan penggunaan bahan konkrit dalam mengajar topik janjang aritmetik ini dapat menarik minat murid untuk belajar berbanding kaedah tradisional yang berpusatkan guru yang telah lama diamalkan sejak dahulu. Oleh itu guru perlu lebih kreatif dalam penyampaian pembelajaran serta menguasai sepenuhnya konsep dalam janjang aritmetik agar tidak menyumbang kekeliruan kepada murid semasa belajar topik ini.

2.7 Rumusan

Sebagai kesimpulan, kajian yang lepas telah mengenal pasti beberapa pengetahuan asas tentang janjang aritmetik yang boleh dijadikan maklumat latar belakang dalam kajian ini. Kajian lepas telah membekalkan beberapa maklumat asas untuk dijadikan panduan bagi pelaksanaan kajian ini. Antaranya ialah teori kajian yang sesuai dijadikan landasan bagi kajian ini di samping kaedah pengumpulan data bagi menjawab soalan kajian ini.

Kajian lepas telah menganalisis pemahaman murid tentang janjang aritmetik. Kaedah guru mengajar, penyediaan peluang dan pengalaman kepada murid dalam mempelajari janjang aritmetik serta kesukaran murid mempelajari janjang aritmetik menyediakan beberapa maklumat asas. Antaranya kaedah mengumpul data yang sesuai untuk digunakan dalam kajian ini iaitu temu duga klinikal yang berlandaskan konstruktivisme radikal. Pemahaman murid tentang janjang aritmetik dapat dikenal pasti dengan memberi tumpuan pada subkonstruk pemahaman seperti gambaran mental, perwakilan, pemberian makna dan penyelesaian masalah.

Kajian lepas yang mengkaji tentang pemahaman murid dalam konsep janjang aritmetik adalah masih kurang dijalankan terutamanya dalam konteks negara. Kajian lepas juga didapati membekalkan maklumat yang masih terhad, terutamanya dari kalangan murid Tingkatan Lima di dalam negara dalam memahami konsep dalam janjang aritmetik. Maka, kajian ini perlu dijalankan bagi memperoleh lebih banyak maklumat tentang janjang aritmetik dari perspektif murid itu sendiri.

Kajian lepas telah menjawab beberapa soalan kajian dan sebahagian soalan kajian masih belum dijawab. Antara soalan kajian yang telah dijawab adalah bagaimana murid menyelesaikan masalah dalam janjang aritmetik, dimana murid perlu menguasai operasi asas dalam matematik iaitu penambahan dan penolakan bagi memudahkan murid untuk memahami konsep asas dalam janjang aritmetik yang dapat membantu melanjutkan janjang aritmetik sehingga sebutan tertentu. Pemahaman yang kukuh terhadap konsep janjang aritmetik membantu murid dalam menentukan penyelesaian yang tepat dan mengurangkan kekeliruan apabila menggunakan formula yang terdapat dalam janjang aritmetik. Selain itu penguasaan kemahiran menggira secara manual dan penggunaan kalkulator perlu dititikberatkan

oleh semua murid bagi membantu mereka menyelesaikan soalan janjang aritmetik dengan lebih efisien.

Soalan kajian yang belum terjawab adalah apakah gambaran mental yang dimiliki oleh murid dan bagaimanakah murid mewakili dan memberikan makna tentang janjang aritmetik. Ini kerana kajian lepas lebih menumpukan bagaimana murid menyelesaikan soalan tentang janjang aritmetik agar mendapat keputusan yang lebih baik tanpa mengambil berat penguasaan pemahaman konsep asas yang penting dalam janjang aritmetik. Pemahaman konsep yang kukuh dapat membantu murid dalam memahami pelbagai bentuk soalan dalam janjang aritmetik selain mengurangkan kekeliruan dan kesalahan semasa menjawab soalan tentang janjang aritmetik.

Seterusnya, Bab 3 membincangkan metodologi kajian antaranya reka bentuk kajian, populasi dan sampel, kaedah pengumpulan data, instrumentasi, kajian rintis, kaedah analisis data dan rumusan.

BAB TIGA

METODOLOGI KAJIAN

3.1 Pengenalan

Bab Tiga membincangkan metodologi bagi kajian ini. Bab Tiga terbahagi kepada lapan bahagian utama, iaitu pengenalan, reka bentuk kajian, populasi dan sampel, kaedah pengumpulan data, instrumentasi, kajian rintis, kaedah analisis data dan rumusan. Bahagian pertama, kandungan penting Bab Tiga digariskan, manakala jenis reka bentuk kajian dan justifikasi bagi penggunaan reka bentuk tersebut dihuraikan dalam bahagian kedua. Bahagian ketiga menjelaskan tentang populasi, lokasi sampel kajian dan kaedah persampelan yang digunakan. Bahagian keempat pula membincangkan tentang jenis data dan kaedah pengumpulan data yang digunakan. Bahagian kelima membincangkan jenis, tujuan dan kandungan instrumen kajian yang digunakan. Bahagian keenam pula menghuraikan kajian rintis dan penggunaan hasil kajian tersebut. Akhir sekali, kaedah analisis data dihuraikan dalam bahagian ketujuh, manakala rumusan tentang perkara penting yang terkandung dalam Bab Tiga pula dinyatakan dalam bahagian kelapan.

3.2 Reka Bentuk Kajian

Reka bentuk kajian merupakan perancangan mengenai bagaimana satu kajian itu dilaksanakan (Bogdan & Biklen, 2003). Reka bentuk kajian merupakan proses perjalanan kajian dari awal proses iaitu mengenal pasti persoalan kajian sehingga penamat iaitu membuat rumusan kajian (Yin, 2003). Kajian ini adalah pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik yang mana merupakan kajian deskriptif yang berbentuk kajian kes. Kajian kes sesuai dijalankan bagi kajian ini, kerana pengkaji dapat mengkaji sesuatu kes secara mendalam,

tentang pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik lebih dekat, dan bertumpu kepada proses inkuri terhadap pengetahuan individu dalam konteks pengalaman khusus (Stake, 1995, 2005; Johnson, 1975). Reka bentuk kajian kes membekalkan maklumat dan maklum balas yang menyeluruh dari peserta kajian bagi menjawab persoalan kajian melalui kaedah temu duga klinikal (Fraenkel & Wallen, 2008). Menurut Gomm, Hammersley, dan Foster (2000), kajian kes sesuai digunakan bagi menjalankan kajian untuk menyelidik sesuatu kes secara mendalam dan terperinci. Kajian kes merupakan teknik yang paling sesuai bagi membantu pengkaji memahami pengetahuan yang dipunyai oleh murid (Nik Azis, 1996).

Merriam (2002) menyatakan bahawa kajian kes merupakan satu bentuk kajian dalam sistem tertutup bagi mengenal pasti makna dan pemahaman sesuatu keadaan atau subjek. Semasa menjalankan kajian kes, pengkaji dianggap sebagai instrumen utama dalam proses mengumpul dan menganalisis data. Selain itu, beliau juga menjelaskan bahawa proses untuk menjalankan kajian kes bermula dengan memilih kes untuk dikaji. Istilah kes yang dinyatakan oleh Merriam merupakan entiti tertentu seperti individu, tempat, program, proses, masyarakat, dan sistem tertutup yang memiliki sifat unik pada pandangan pengkaji.

Menurut Yin (2003) kajian kes ialah satu bentuk kajian inkuri empirikal, yang dijalankan bagi mengenal pasti sesuatu peristiwa yang tidak jelas. Kajian inkuri bermaksud strategi perlaksanaannya adalah pelbagai, termasuklah reka bentuk kajian, teknik pengumpulan data dan kaedah menganalisis data. Yin kemudiannya menyimpulkan bahawa keperluan menjalankan kajian kes berkait rapat dengan soalan kajian yang selalunya dikaitkan dengan mengenal pasti “bagaimana dan

mengapa” sesuatu kes berlaku dengan kawalan yang terhad dan fokus kajian adalah berlandaskan fenomena semasa dalam konteks kehidupan sebenar.

Menurut Stake (2005) kajian kes bukanlah hanya sebuah kajian kualitatif, tetapi merupakan kajian yang dijalankan secara analitik dan holistik. Stake menegaskan bahawa kajian kes boleh bersifat ringkas dan juga kompleks. Beliau juga berpendapat bahawa kajian kes merupakan satu bentuk kajian untuk menilai semula teori, mencadangkan aspek tertentu dalam situasi kompleks untuk dijadikan penyelidikan, dan membuktikan dalam konteks tidak digeneralisasikan kepada populasi kajian. Namun begitu, kebolehan hasil kajian untuk digeneralisasikan kepada populasi bukanlah sebab utama sesuatu kajian itu dilaksanakan. Walau bagaimanapun, kajian kes ditafsirkan sedikit berbeza oleh Cresswell (2008), iaitu sebagai salah satu bentuk kajian etnografi yang berkaitan dengan program, peristiwa, atau aktiviti yang melibatkan individu. Beliau juga menegaskan bahawa kajian kes menyelidiki sesuatu dengan mendalam bagi mengenal pasti “apa”, “mengapa” dan “bagaimana” sesuatu kes itu berlaku.

Kemunculan kajian kes adalah disebabkan oleh keinginan yang timbul untuk memahami sesuatu fenomena sosial yang kompleks. Penggunaan kajian kes turut membolehkan penyelidik mengekalkan ciri-ciri sesuatu fenomena nyata secara menyeluruh dan bermakna. Pemilihan kajian kes juga adalah bagi menyelidik sesuatu peristiwa terkini. Menurut Yin (2009), kajian kes dan kajian sejarah mempunyai teknik yang sama. Walau bagaimanapun terdapat dua sumber yang membuatkan kajian kes lebih unik iaitu pemerhatian terus terhadap sesuatu peristiwa yang dikaji dan temu duga yang dilakukan terhadap individu yang terlibat dalam kajian.

Reka bentuk kajian kes menggunakan pelbagai sumber seperti pemerhatian langsung secara terperinci, temu bual dan hasil kerja murid yang kaya dengan

maklumat bagi membantu pengkaji untuk menjawab soalan kajian. Justeru itu, pengkaji memilih kajian kes sebagai reka bentuk kajian kerana ia sesuai digunakan untuk mengetahui dengan lebih mendalam pemahaman murid tentang konsep dalam janjang aritmetik.

Terdapat kajian lepas yang menggunakan kajian kes yang berlandaskan konstruktivisme radikal untuk meneliti skim, konsepsi, atau pemahaman yang dimiliki oleh murid tentang konsep matematik (Fan, 2011; Nik Azis & Faridah, 2011; Nik Suryani, 2002; Sharifah Norul Akmar, 2004; Steffe & Olive, 2010; Hoi Sim Min 2018). Sehubungan itu bagi mengenal pasti pemahaman yang dimiliki oleh murid tentang konsep dalam janjang aritmetik dengan teliti, mendalam dan terperinci, kajian kes yang berlandaskan konstruktivisme radikal sesuai dijalankan.

Definisi kajian kes menurut Yin telah dipilih oleh pengkaji sebagai reka bentuk kajian. Ciri-ciri kajian kes yang dinyatakan oleh Yin adalah bersesuaian dengan kajian kes yang dijalankan oleh pengkaji. Pertama pengkaji ingin mengetahui dengan lebih mendalam pemahaman murid tentang janjang aritmetik. Kedua strategi perlaksanaannya menurut Yin adalah pelbagai dan sistematik, termasuklah reka bentuk kajian, teknik pengumpulan data dan kaedah menganalisis data. Strategi pelaksanaan ini dapat membantu pengkaji untuk mengumpul data yang relevan bagi menjawab soalan kajian, menganalisis data bagi melihat hubung kait antara komponen-komponen yang penting dan menginterpretasi hasil kajian dengan lebih baik bagi menjawab soalan kajian.

Kekuatan unik kajian kes ini menyebabkan kajian kes berupaya untuk menjelaskan sesuatu fenomena yang kompleks berdasarkan pelbagai bukti seperti pemerhatian, temu bual, hasil kerja murid, dokumen dan artifak. Kajian kes juga membekalkan penjelasan yang mendalam dan terperinci tentang sesuatu fenomena

dalam konteks yang khusus. Seterusnya kajian kes membekalkan kefleksibelan kepada pengkaji dan membolehkan soalan yang tajam dan mencungkil idea atau pendapat dikemukakan (Nik Azis, 2014). Kajian kes juga berguna dalam membina makna dan memahami proses dalam mengetahui sesuatu peristiwa atau tindakan yang berlaku. Berdasarkan kekuatan yang dikenal pasti, pengkaji memilih reka bentuk kajian kes berasaskan aspek kesesuaian dan kerelevanan seperti berikut: (a) pengkaji dapat mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik secara mendalam dan terperinci, (b) pengkaji dapat meneliti pemahaman murid dalam konteks temu duga klinikal, yang mana penjelasan yang terperinci dan kaya dengan maklumat dapat diperoleh dari peserta kajian, (c) pengkaji dapat menekankan kepada persoalan bagaimana murid Tingkatan Lima menyelesaikan situasi masalah yang membabitkan janjang aritmetik dan persoalan mengapa murid mengemukakan gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah melibatkan janjang aritmetik dalam cara tertentu.

Kelemahan kajian kes yang dinyatakan oleh Yin (2009) antaranya pengkaji yang menjalankan kajian kes kurang berdisiplin dan tidak mengikut prosedur yang sistematik semasa menjalankan kajian kes serta mempunyai pandangan yang berat sebelah bagi mempengaruhi hasil dan kesimpulan kajian. Selain itu, kajian kes juga dilaporkan sebagai satu kajian yang memerlukan masa yang panjang dan hasilnya juga adalah melalui dokumen yang tidak dapat difahami dan besar. Selain itu menurut Nik Azis (2014) hasil kajian tidak boleh di generalisasi daripada sampel kepada populasi yang ditetapkan dan analisis data sering kali mengambil masa yang panjang. Sehubungan dengan itu cara bagi mengatasi kelemahan kajian kes, pengkaji perlulah mematuhi analisis protokol yang telah ditetapkan dengan mengikuti prosedur secara sistematik dan berdisiplin. Pengkaji juga perlulah bersifat adil dan

bertanggungjawab ketika menjalankan kajian iaitu bermula dari proses mengumpul data, menganalisis data dan menginterpretasi data agar tidak berlaku bias. Kajian kes ini juga bukan bertujuan membuat generalisasi hasil kajian kepada populasi murid Tingkatan Lima sekolah menengah, maka kaedah persampelan kebarangkalian atau persampelan rawak tidak digunakan.

Secara ringkasnya, kajian ini dijalankan menggunakan reka bentuk kajian kes, memandangkan pengkaji ingin mendapatkan penjelasan yang mendalam tentang pemahaman murid selaras dengan maksud yang dinyatakan oleh Yin (2009) namun aspek yang dikaji adalah kognisi murid melalui pembinaan pengetahuan, bukan seperti yang dinyatakan oleh Stake (2005) mengenai kajian dari aspek perkembangan psikologi dan bukan juga kajian jenis etnografi seperti pernyataan Creswell (2008).

3.3 Peserta Kajian

Peserta bagi kajian ini adalah murid Tingkatan Lima di sekolah menengah kebangsaan. Kajian ini menggunakan pendekatan persampelan bukan kebarangkalian, iaitu kaedah persampelan bertujuan dalam pemilihan peserta kajian. Kaedah pemilihan peserta kajian dibuat berdasarkan persetujuan bertulis daripada pihak sekolah, murid dan ibu bapa dan atas nasihat guru matematik sekolah. Tujuan peserta kajian dipilih menggunakan persampelan bertujuan adalah disebabkan sampel kajian yang dipilih dapat memberikan maklumat yang penting yang tidak dapat diperolehi sekiranya sampel yang lain dipilih (Maxwell, 1996). Sampel kajian juga yang dipilih menggunakan kaedah persampelan bertujuan untuk memberikan maklumat yang terperinci, mendalam dan kaya (Creswell, 2008; Bogdan & Biklen, 2003; Patton, 1990). Di samping itu juga, hasil kajian ini bukanlah bertujuan untuk digeneralisasikan kepada keseluruhan populasi Tingkatan Lima, oleh itu kaedah persampelen kebarangkalian tidak digunakan (Merriam, 2002).

Kedua, peserta dan lokasi yang dipilih adalah mengikut kesesuaian kajian (Cresswell, 2008). Misalnya, peserta kajian dipilih berdasarkan kepada keupayaan, kesanggupan, komitmen dan motivasi mereka untuk memberikan maklumat yang dikehendaki. Kaedah persampelan bertujuan juga sesuai untuk digunakan sebagai pemilihan peserta yang mempunyai kriteria khusus. Di samping itu juga, kaedah ini dipilih kerana ianya dapat memberikan maklumat secukupnya bagi menjawab persoalan kajian.

Ketiga, persampelan bertujuan digunakan dalam kajian ini adalah berasaskan kepada andaian bahawa pengkaji dapat memahami dan menumpukan kajian secara mendalam pada kes yang spesifik (Merriam, 2002). Pemilihan kaedah persampelan bertujuan adalah kerana kaedah ini boleh digunakan secara meluas dalam reka bentuk kajian kualitatif serta membantu pengkaji untuk menjawab soalan kajian. Kaedah persampelan ini turut memberi tumpuan kepada ciri-ciri khusus dalam populasi yang menarik perhatian pengkaji. Di samping itu, kaedah ini juga dapat memberikan justifikasi kepada pengkaji untuk membuat generalisasi berdasarkan kepada peserta kajian yang dipilih. Walau bagaimanapun, kaedah ini juga menyebabkan pengkaji tidak dapat berlaku adil. Pengkaji juga sukar meyakinkan pembaca mengenai pemilihan peserta kajian sama ada mereka benar-benar sesuai.

Kajian ini dijalankan di sebuah sekolah menengah dalam daerah Petaling Perdana. Bilangan murid dalam sekolah adalah lebih kurang 1200 orang murid. Sekolah ini merupakan sekolah gred A yang mempunyai 99 orang guru, dengan majoriti murid adalah berbangsa Melayu dari Tingkatan Satu sehingga Tingkatan Lima. Proses pengajaran dan pembelajaran di sekolah ini berlangsung dalam dua sesi iaitu sesi pagi dan petang. Pemilihan lokasi ini dibuat berasaskan kepada alasan

praktis, iaitu kawasan tersebut berupaya memberikan maklumat yang kaya berkaitan dengan soalan kajian serta memudahkan proses pengumpulan data.

Menurut Schatzman dan Strauss (1973), persampelan bertujuan adalah suatu keperluan secara praktikal yang dibentuk oleh masa pengkaji itu sendiri, kerangka yang dibina oleh pengkaji, minat yang ditimbulkan oleh pengkaji, serta halangan yang wujud. Walaupun bilangan peserta kajian yang kecil dan tidak mewakili populasi, namun implikasi kajian ini bukan semata-mata berdasarkan bilangan peserta kajian, tetapi ianya bergantung kepada konteks yang dikaji dan objektif kajian.

Empat orang murid dalam kalangan murid Tingkatan Lima dipilih menjadi peserta kajian ini iaitu seorang perempuan dan tiga orang lelaki. Peserta kajian terdiri daripada murid yang berbangsa Melayu, Cina dan India. Dalam kajian ini faktor jantina dan jenis kaum bukanlah satu pemboleh ubah dalam kajian ini. Pemilihan ini hanyalah sekadar untuk memperkayakan data. Pemilihan peserta kajian dibuat oleh guru matematik dan memenuhi kriteria seperti persetujuan dan kesanggupan murid untuk ditemu duga beberapa kali dalam jangka masa yang ditentukan, murid boleh melibatkan diri secara aktif dalam temu duga serta berminat menjadi peserta kajian. Pengkaji juga mengandaikan bahawa murid yang dipilih dapat berkomunikasi dengan baik agar dapat memberikan penjelasan tentang respons terhadap soalan bermasalah yang diberikan. Pemilihan murid berdasarkan kepada kebolehan dalam memberikan penjelasan tentang respons adalah sangat penting kerana penjelasan tersebut merupakan unsur utama dalam menentukan pengetahuan yang dimiliki oleh murid (Aida Suraya, 1999). Selain itu, peserta kajian yang dipilih juga terdiri daripada murid dengan pelbagai pencapaian dengan andaian pengkaji bahawa murid

yang memiliki pencapaian matematik yang berbeza akan menunjukkan pemahaman yang berbeza tentang janjang aritmetik.

3.4 Kaedah Pengumpulan Data

Data yang dikumpulkan dalam kajian kes ini adalah data kualitatif jenis deskriptif yang bersumberkan temu duga klinikal yang terdiri daripada perbualan atau komunikasi secara lisan atau bukan lisan dan hasil tugas yang mengandungi catatan oleh peserta kajian dibuat rakaman video dan audio. Pemerhatian terhadap segala tingkah laku dan hasil kerja peserta kajian direkod dan disimpan melalui pengambilan gambar, rakaman video dan audio. Menurut Yin (2009), data untuk kajian kes boleh diperolehi daripada pelbagai sumber seperti temu bual, dokumentasi, pemerhatian langsung, pemerhatian terhadap peserta, dan artifak fizikal. Kaedah temu duga klinikal digunakan dalam kajian ini kerana kelebihanannya dari segi menilai soalan yang hendak ditanya semasa temu duga, di samping dapat mentafsir dan menganalisis pemahaman murid semasa temu duga sedang berlangsung.

Temu duga klinikal melibatkan pengumpulan data yang kaya daripada teknik penyoalan yang fleksibel terhadap individu secara bersemuka, berdasarkan kepada jadual temu duga separa struktur dan penyoalan yang selebihnya adalah bergantung kepada respon individu yang terlibat (Aida Suraya, 1999) dan ianya bukanlah satu kaedah untuk memungut data yang baharu (Schoenfeld, 2002). Pemilihan temu duga untuk mengumpul data adalah kerana kekuatannya dalam memberikan tumpuan secara langsung kepada topik yang dikaji (Yin, 2009). Temu duga klinikal juga membolehkan pengkaji mengenal pasti pengetahuan yang dimiliki oleh murid tentang konsep tertentu mengikut kaca mata murid.

Selain itu juga, teknik temu duga klinikal digunakan secara meluas untuk mengumpul data bagi mengenal pasti pengetahuan yang dimiliki oleh seseorang

murid tentang sesuatu konsep (Aida Suraya, 1999). Sehubungan dengan itu, sekiranya penyelidik mengandaikan bahawa pemahaman murid tentang sesuatu konsep adalah pelbagai, maka temu duga klinikal menyediakan kaedah untuk meninjau dan menyelidik pemahaman yang berbeza antara murid dengan murid yang lain (Confrey, 1980). Kejayaan sesuatu temu duga klinikal juga bergantung kepada soalan bermasalah dan soalan tambahan yang digunakan semasa temu duga dijalankan.

Kaedah temu duga klinikal ini telah digunakan oleh Piaget bagi menyiasat pengembangan konsep matematik dalam kognisi manusia. Kaedah ini telah membantu beliau untuk mendapatkan maklumat secara mendalam. Temu duga yang digunakan oleh Piaget merangkumi tiga aspek penting; pemerhatian sebenar, penyoalan, dan pemerhatian klinikal (Nik Azis, 2008). Piaget (1929) menegaskan bahawa semua berkenaan pemikiran dimulai dengan pemerhatian sebenar yang berlaku seawal kajian bermula. Ini adalah kerana semua tingkah laku, sama ada lisan atau bukan lisan merupakan data. Perkara yang ditumpukan oleh pengkaji pada masa ini adalah cara seseorang itu berfikir. Pemerhatian juga boleh membantu pengkaji mengawal perjalanan suatu temu duga. Pengkaji seterusnya memulakan sesi temu duga melalui penyoalan. Peringkat terakhir adalah pemerhatian klinikal yang merujuk kepada pemeriksaan terhadap bahasa lisan dan bahasa bukan lisan yang dipamerkan oleh murid untuk ditakrifkan sebagai sebahagian daripada pemahaman mereka tentang perkara yang disoal.

Secara umumnya, temu duga membabitkan pemerhatian, pertanyaan, dan juga penilaian. Fungsi atau proses pemikiran (kognisi) peserta kajian merupakan fokus bagi kajian ini. Untuk memudahkan pemerhatian dan penganalisan data, sesi temu duga dirakam dengan menggunakan perakam video kerana menurut Yin (2009)

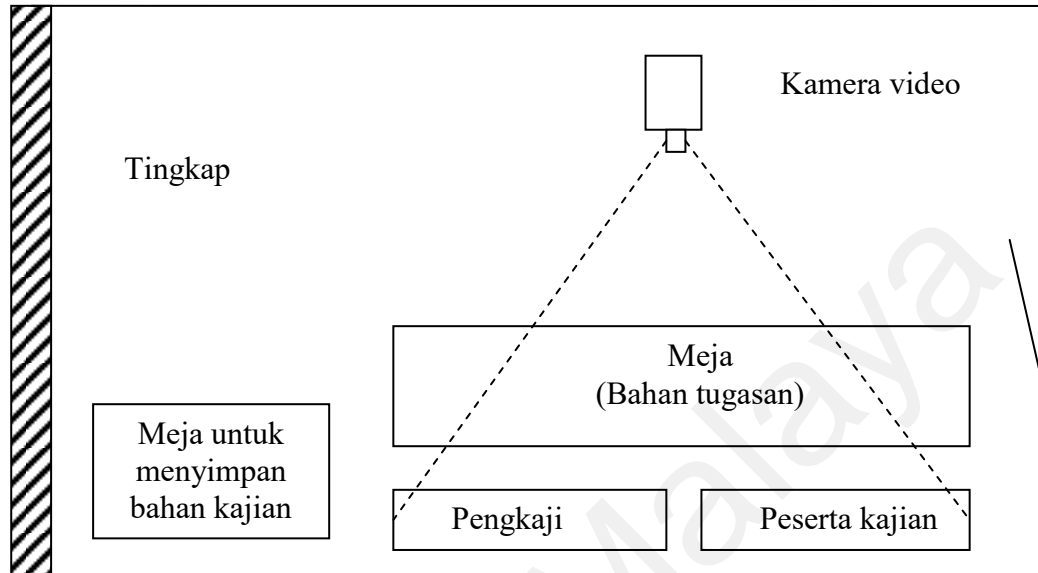
penggunaan perakam menjadikan pemilihan temu duga lebih tepat. Walau bagaimanapun, persetujuan daripada peserta kajian tentang penggunaan alat perakam harus diperoleh terlebih dahulu. Memandangkan respons peserta kajian adalah sukar untuk dijangkakan, maka pengumpulan data melalui temu duga klinikal dianggap sesuai bagi kajian yang memberikan tumpuan kepada pengetahuan yang dimiliki kerana bentuk penyolaan dalam temu duga klinikal adalah fleksibel yang tidak terlalu bergantung kepada satu set soalan yang tersedia (Ginsburg, Kossan, Schwartz, & Swanson, 1983).

Persoalan yang dikemukakan semasa temu duga membolehkan pengkaji merumus dan menguji andaian tentang pengetahuan matematik yang dimiliki oleh peserta kajian. Penilaian pula membolehkan pengkaji menyemak dan membuat pertimbangan tentang respons yang diberikan oleh peserta kajian.

Menurut konstruktivisme radikal, teknik temu duga klinikal boleh digunakan untuk mengenal pasti pemahaman matematik yang dimiliki oleh murid dan cara mereka menggunakan pemahaman tersebut bagi menyelesaikan masalah tertentu. Menurut Nik Azis (1999), tingkah laku adalah penting kerana pengkaji boleh membuat inferens daripadanya tentang kemungkinan yang berlaku dalam pemikiran peserta kajian.

Bagi kajian ini, temu duga dijalankan di dalam bilik sumber sekolah. Temu duga dijalankan pada waktu petang selepas persekolahan sesi pagi berakhir bagi mengelakkan gangguan kepada sesi pembelajaran pelajar. 45 sehingga 50 minit diperuntukkan bagi setiap sesi temu duga untuk seorang peserta kajian. Peralatan dalam bilik sumber pula disediakan oleh pihak sekolah termasuklah, dua buah meja, sebuah meja kecil, dan dua buah kerusi, manakala alat perakam audio dan juga

kamera video adalah kepunyaan pengkaji sendiri. Pelan temu duga adalah seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 3.1 di bawah.



Rajah 3.1 : Pelan Bilik untuk sesi temu duga klinikal

3.5 Instrumentasi

Kajian kes ini menggunakan empat tugas untuk digunakan sebagai protokol temu duga yang berbeza sebagai instrumen utama untuk pengumpulan data. Tugas temu duga dibentuk dengan menggabungkan idea pengkaji sendiri dan diubahsuai daripada beberapa kajian lepas (Matsuura & Harless, 2012; Voyer, 2009; Eriksson, 2010; Zazkis & Liljedahl, 2002) serta beberapa laman sesawang ilmiah. Kandungan aktiviti temu duga yang berkaitan dengan janjang aritmetik dirujuk dari Huraian Sukatan Pelajaran; KBSM, KSSM, buku teks matematik tingkatan; satu, dua, buku teks matematik tambahan tingkatan lima, buku-buku kerja dan kajian-kajian lepas dari dalam dan luar negara.

Pemurnian instrumen kajian dilakukan dalam beberapa peringkat semasa dan selepas kajian rintis dilaksanakan. Tujuan pemurnian instrumen kajian dijalankan

adalah bagi memastikan instrumen yang dibina dapat menjawab soalan kajian, relevan dan sesuai digunakan pada peringkat umur sekolah menengah. Oleh itu pengkaji telah menjalankan kajian rintis kepada dua orang murid Tingkatan Lima dan dua orang panel pakar terhadap instrumen yang telah dibina. Panel pakar yang ditemui pengkaji merupakan seorang Pensyarah Matematik di IPTA, manakala panel pakar yang kedua merupakan seorang Pegawai Matematik SISC+ di pejabat Pelajaran daerah Petaling Perdana yang juga merupakan guru cemerlang Matematik Tambahan. Selepas menjalankan analisis temu duga kepada dua orang murid dan dua orang panel pakar matematik, barulah pengkaji dapat memilih dan memperbaiki kandungan instrumen yang tepat supaya pemahaman murid Tingkatan Lima tentang topik janjang aritmetik dapat dilakukan dengan baik.

Bagi mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik sejumlah dua puluh sub-instrumen digunakan untuk pengumpulan data iaitu protokol temu duga pertama yang mempunyai enam tugas bagi mengenal pasti gambaran mental yang dimiliki oleh murid tentang: janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Tugas kedua iaitu protokol temu duga kedua mempunyai enam tugas bagi mengenal pasti perwakilan yang dimiliki oleh murid tentang: janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Protokol temu duga ketiga adalah untuk mengenal pasti makna yang diberikan oleh murid tentang janjang aritmetik yang membentuk tiga sub-instrumen iaitu: (i) Makna Janjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor (ii) Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan, (iii) Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk. Protokol temu duga yang keempat adalah penyelesaian masalah janjang aritmetik untuk melihat bagaimana murid

menyelesaikan masalah yang melibatkan jangjang aritmetik yang membentuk lima sub-instrumen iaitu: (i) Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik dalam Bentuk Graf (ii) Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama (iii) Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu (iv) Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik tentang jarak seorang pejalan kaki (v) Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik mencari bilangan gula-gula.

Pada keseluruhannya, terdapat empat aktiviti utama yang dibina bagi menjawab empat soalan kajian. Misalnya aktiviti gambaran mental dibina bagi menjawab soalan kajian pertama mengenai gambaran mental murid. Aktiviti perwakilan dibentuk bagi menjawab soalan kajian kedua mengenai perwakilan yang dilakukan oleh murid. Aktiviti makna dibina bagi menjawab soalan kajian ketiga mengenai makna yang diberikan oleh murid dan aktiviti penyelesaian masalah dibina bagi menjawab soalan kajian keempat mengenai penyelesaian masalah jangjang aritmetik. Senarai instrumen, tujuan kajian serta penerangan ringkas tentang tugas ada diletakkan pada Jadual 3.1 dan senarai protokol Temu Duga Klinikal dan penerangan ada diletakkan pada Jadual 3.2 seperti berikut.

Jadual 3.1:

Temu Duga untuk Mengetahui Pemahaman konsep dalam Jangjang Aritmetik.

Persoalan kajian	Nama Instrumen dan Tujuan
Apakah gambaran mental yang dimiliki oleh murid Tingkatan Lima tentang :	Penjelasan oleh peserta kajian tentang seberapa banyak gambaran mental yang dimilikinya tentang:
(i) jangjang aritmetik	(i) jangjang aritmetik
(ii) sebutan,	(ii) sebutan,
(iii) beza sepunya,	(iii) beza sepunya,
(iv) sebutan tertentu,	(iv) sebutan tertentu,
(v) hasil tambah n sebutan pertama	(v) hasil tambah n sebutan pertama
(vi) hasil tambah n sebutan tertentu.	(vi) hasil tambah n sebutan tertentu.

Jadual 3.1 (sambungan)

Persoalan kajian	Nama Instrumen dan Tujuan
<p>Bagaimanakah murid Tingkatan Lima mewakili:</p> <ul style="list-style-type: none"> (i) jangjang aritmetik (ii) sebutan, (iii) beza sepunya, (iv) sebutan tertentu, (v) hasil tambah n sebutan pertama (vi) hasil tambah n sebutan tertentu. 	<p>Penjelasan oleh peserta kajian tentang model atau lukisan yang dibina tentang:</p> <ul style="list-style-type: none"> (i) jangjang aritmetik (ii) sebutan, (iii) beza sepunya, (iv) sebutan tertentu, (v) hasil tambah n sebutan pertama (vi) hasil tambah n sebutan tertentu.
<p>Bagaimanakah murid Tingkatan Lima memberi makna tentang jangjang aritmetik.</p>	<p>Penjelasan makna tentang jangjang aritmetik oleh peserta kajian melibatkan tiga tugas berdasarkan:</p> <ul style="list-style-type: none"> (i) Bentuk Nombor (ii) Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan (iii) Bentuk
<p>Bagaimanakah murid Tingkatan Lima menyelesaikan masalah membabitkan jangjang aritmetik.</p>	<p>Penjelasan oleh peserta kajian tentang strategi yang digunakan dalam penyelesaian masalah jangjang aritmetik yang melibatkan lima tugas iaitu:</p> <ul style="list-style-type: none"> (i) Bentuk Graf (ii) Hasil Tambah n Sebutan Pertama (iii) Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu (iv) Jarak Seorang Pejalan Kaki (v) Mencari Bilangan Gula-gula.

Jadual 3.2 :

Ringkasan Tugas dan Subtugas Temu Duga untuk Mengetahui Pemahaman Konsep dalam Jangjang Aritmetik.

Protokol	Tugas dan Subtugas	Penerangan
Temu duga Pertama:	<p>Gambaran mental tentang: jangjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama, hasil tambah n sebutan tertentu.</p>	<p>Peserta kajian diminta menggambarkan sebanyak mungkin perkataan yang disebut oleh pengkaji. Penjelasan peserta kajian boleh secara verbal, simbolik dan visual atau kesemuanya. Segala soalan yang ditanya pengkaji adalah berdasarkan jawapan yang diberikan oleh peserta kajian. Jawapan yang berkaitan dan relevan diterima. Pengkaji terus bertanyakan soalan kepada peserta kajian sehingga mereka tiada idea untuk dikatakan tentang: jangjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.</p>

Jadual 3.2 (sambungan)

Protokol	Tugasan dan Subtugasan	Penerangan
Temu duga Kedua:		
	Mewakulkan tentang: janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama, hasil tambah n sebutan tertentu.	Peserta kajian diminta membuat perwakilan menggunakan model atau lukisan atau kedua-duanya sekali dengan menggunakan bahan atau peralatan tulis yang disediakan oleh pengkaji, tentang janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Soalan terus ditanya sehingga peserta kajian tiada idea untuk diperkatakan lagi.
Temu duga Ketiga:		
	Pemberian makna tentang janjang aritmetik.	Peserta kajian diminta untuk memberi makna tentang janjang aritmetik yang melibatkan tiga tugasan. Pada setiap tugasan pengkaji memberikan beberapa keping kad. Kemudian mereka perlu menyatakan makna kandungan pada setiap kad yang ditunjukkan. Pengkaji menanya pelbagai soalan kepada peserta kajian untuk mengetahui makna yang diberikan oleh mereka tentang janjang aritmetik. Jawapan yang berkaitan dan relevan diterima. Pengkaji terus meminta pandangan dan jawapan peserta kajian sehingga mereka tiada jawapan untuk diberi lagi.
Temu duga Keempat:		
	Penyelesaian masalah melibatkan janjang aritmetik.	Peserta kajian diminta menyelesaikan masalah yang melibatkan janjang aritmetik yang melibatkan lima tugasan. Dalam setiap tugasan yang diberikan, mereka perlu menjawab soalan yang diberikan, kemudian penjelasan peserta kajian diperlukan bagi setiap soalan.

3.5.1 Temu Duga Pertama

Temu duga pertama bertumpu kepada penelitian gambaran mental yang dimiliki oleh peserta kajian tentang perkataan yang disebut oleh pengkaji. Perkara yang diberi fokus dalam instrumen gambaran mental ialah penjelasan peserta kajian tentang seberapa banyak imej yang terbentuk secara spontan dalam fikiran mereka apabila perkataan berikut disebut oleh pengkaji iaitu; janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Pengkaji bertanya kepada peserta kajian perkara yang dibayangkan

oleh mereka apabila pengkaji menyebut perkataan tersebut. Pengkaji terus bertanya sehingga tiada lagi imej yang tergambar difikiran peserta kajian lagi. Temu Duga pertama mempunyai enam aktiviti berlainan mengenai gambaran mental bermula janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.

3.5.1.1 Gambaran mental tentang janjang aritmetik

Tugasan ini dibentuk untuk mengetahui gambaran yang terlintas difikiran peserta kajian tentang janjang aritmetik. Dalam tugasan ini peserta kajian diminta memberikan seberapa banyak gambaran yang dimiliki tentang *janjang aritmetik*, apabila pengkaji menyebut perkataan *janjang aritmetik*. Peserta kajian juga diminta memberikan contoh yang berkaitan secara lisan dan berpeluang untuk menulis atau melukis dalam usaha menerangkan dengan menggunakan peralatan yang disediakan. Sekiranya peserta kajian menghadapi masalah dalam menyatakan gambaran mereka tentang *janjang aritmetik*, pengkaji meminta peserta kajian memberitahu gambaran mereka apabila pengkaji menyebut perkataan *kereta*. Apabila peserta kajian telah dapat menyatakan gambaran mereka tentang kereta, barulah pengkaji memulakan semula pertanyaan tentang gambaran mereka mengenai *janjang aritmetik*. Pengkaji terus menyoal dan meminta pandangan serta jawapan peserta kajian tentang *janjang aritmetik* sehingga mereka tiada idea atau jawapan untuk dipersembahkan lagi.

3.5.1.2 Gambaran mental tentang sebutan

Bagi mengenal pasti gambaran mental peserta kajian tentang sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik, mereka diminta menyatakan apakah yang tergambar difikiran apabila mendengar pengkaji menyebut perkataan *sebutan*. Peserta kajian mungkin memberi jawapan dalam pelbagai bentuk sama ada dalam

bentuk lisan ataupun lukisan. Segala jawapan yang diberikan peserta kajian perlu diberi penjelasan. Jawapan yang berkaitan dan relevan adalah diterima. Pengkaji terus menyoal dan meminta pandangan serta jawapan peserta kajian tentang *janjang aritmetik* sehingga mereka tiada idea atau jawapan untuk dipersembahkan lagi.

3.5.1.3 Gambaran mental tentang beza sepunya

Dalam aktiviti ini peserta kajian diminta menjelaskan apakah yang tergambar difikiran mereka apabila pengkaji menyebut perkataan *beza sepunya*. Selepas itu peserta kajian diminta untuk memberikan seberapa banyak contoh dalam menerangkan tentang *beza sepunya*. Setiap contoh yang diberikan mereka perlu disertai dengan penjelasan. Pengkaji terus mencungkil dan menanya peserta kajian tentang gambaran yang dimiliki tentang beza sepunya.

3.5.1.4 Gambaran mental tentang sebutan tertentu

Peserta kajian ditanya apakah yang tergambar difikiran mereka apabila mendengar perkataan *sebutan tertentu*. Kemudian mereka juga diminta memberi contoh serta penjelasan tentang apa yang terbayang dalam fikiran apabila mendengar perkataan *sebutan tertentu*. Setiap soalan yang ditanya oleh pengkaji adalah berdasarkan jawapan yang diberikan oleh peserta kajian. Jawapan yang berkaitan dan relevan diterima. Pengkaji terus mencungkil dan menanya jawapan peserta kajian tentang gambaran yang dimiliki berkaitan dengan *sebutan tertentu* sehingga mereka tiada jawapan untuk diterangkan lagi.

3.5.1.5 Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan Pertama

Peserta kajian ditanya apakah yang tergambar difikiran mereka apabila mendengar perkataan *hasil tambah n sebutan pertama*. Kemudian mereka diminta memberi penjelasan serta contoh tentang apa yang terbayang dalam fikiran apabila mendengar perkataan tersebut. Setiap soalan yang ditanya oleh pengkaji adalah

berdasarkan jawapan yang diberikan oleh peserta kajian. Pengkaji terus mencungkil dan menanya jawapan yang diberikan peserta kajian tentang gambaran yang dimiliki berkaitan dengan *hasil tambah n sebutan pertama* sehingga mereka tiada jawapan untuk diterangkan lagi.

3.5.1.6 Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan tertentu

Dalam aktiviti ini peserta kajian ditanya apakah yang tergambar difikiran mereka apabila mendengar perkataan *hasil tambah n sebutan tertentu*. Jawapan yang diberikan oleh mereka mungkin dalam bentuk penjelasan, lukisan, simbol atau formula yang berkaitan dengan soalan yang ditanya. Setiap soalan yang ditanya oleh pengkaji adalah berdasarkan jawapan yang diberikan oleh peserta kajian. Jawapan yang lain dari jawapan yang disediakan adalah diterima sekiranya berkaitan dan relevan. Pengkaji terus mencungkil dan menanya jawapan peserta kajian tentang gambaran yang dimiliki berkaitan dengan *hasil tambah n sebutan tertentu* sehingga mereka tiada jawapan untuk diterangkan lagi.

3.5.2 Temu Duga Kedua

Temu duga kedua memberi fokus pada perwakilan. Perwakilan merujuk mewakili semula pengalaman mereka yang lepas tentang janjang aritmetik, dimana peserta kajian telah mempelajari tajuk janjang aritmetik di sekolah. Dalam tugas ini, peserta kajian diminta untuk membuat perwakilan dalam bentuk model atau lukisan menggunakan bahan-bahan yang disediakan oleh pengkaji seperti biji kacang tanah, guli, batang ais krim dan alat tulis seperti pen, pensil, pensil warna dan kertas lukisan. Terdapat enam aktiviti yang berlainan dalam temu duga ini iaitu perwakilan tentang *janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu*.

3.5.2.1 Perwakilan janjang aritmetik

Pengkaji meminta peserta kajian membaca situasi pada **kad 1** yang tercatat seperti di bawah:

Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah pada waktu guru mengajar tajuk janjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan kamu apa itu janjang aritmetik?

Selepas itu pengkaji meminta peserta kajian menyediakan model atau lukisan dalam usaha mereka untuk menunjukkan dan menerangkan tentang *janjang aritmetik* kepada rakannya yang tidak hadir ke sekolah. Peserta kajian boleh menggunakan bahan-bahan yang disediakan seperti biji kacang tanah, guli, batang ais krim dan alat tulis seperti pen, pensil, pensil warna dan kertas lukisan untuk menyediakan model tentang *janjang aritmetik*. Setiap model atau lukisan yang dibina perlu diberi penjelasan oleh peserta kajian. Pengkaji turut meminta peserta kajian membina model atau lukisan yang lain untuk menerangkan *janjang aritmetik*. Pengkaji turut meminta peserta kajian menyatakan cara yang dirasakan terbaik dalam menerangkan *janjang aritmetik* kepada rakannya. Jawapan peserta kajian yang berkaitan dan relevan diterima. Pengkaji terus bertanya soalan sehingga mereka tiada model atau lukisan dan penerangan yang hendak diperkatakan lagi.

3.5.2.2 Perwakilan sebutan

Dalam tugas ini pengkaji meletakkan **kad 2** yang tercatat didalamnya sebuah situasi lanjutan dari kad pertama. Situasi pada kad kedua tercatat seperti di bawah:

Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah, salah satu perkara yang diajar selain janjang aritmetik, guru ada juga menerangkan tentang sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan tentang sebutan?

Pengkaji meminta peserta kajian menyediakan model atau lukisan dalam usaha mereka menunjukkan dan menerangkan tentang *sebutan* kepada rakannya yang tidak hadir ke sekolah. Pelbagai bahan disediakan seperti biji kacang tanah, guli, batang ais krim dan alat tulis seperti pen, pensil, pensil warna dan kertas lukisan boleh digunakan oleh peserta kajian untuk menyediakan model tentang *sebutan*. Setiap model atau lukisan yang dibina perlu diberi penjelasan. Pengkaji turut meminta peserta kajian membina model atau lukisan yang lain untuk menerangkan *sebutan*. Pengkaji turut meminta mereka menyatakan cara yang dirasakan terbaik dalam menerangkan tentang *sebutan* kepada rakannya. Jawapan peserta kajian yang berkaitan dan relevan diterima. Pengkaji terus bertanya soalan sehingga mereka tiada model atau lukisan dan penerangan yang hendak diperkatakan lagi.

3.5.2.3 Perwakilan beza sepunya

Pengkaji meminta peserta kajian membaca situasi pada **kad 3** yang tercatat seperti di bawah:

Selain janjang aritmetik dan sebutan, guru juga ada menerangkan tentang beza sepunya. Bagaimanakah kamu tunjukkan tentang beza sepunya kepada rakan?

Pengkaji meminta peserta kajian menyediakan model atau lukisan dalam usaha mereka menunjukkan dan menerangkan tentang *beza sepunya* kepada rakannya yang tidak hadir ke sekolah. Peserta kajian boleh menggunakan bahan-bahan yang disediakan seperti biji kacang tanah, guli, batang ais krim dan alat tulis seperti pen, pensil, pensil warna dan kertas lukisan untuk menyediakan model tentang *beza sepunya*. Setiap model atau lukisan yang dibina perlu diberi penjelasan oleh peserta kajian. Pengkaji turut meminta mereka membina model atau lukisan yang lain untuk menerangkan *beza sepunya*. Pengkaji turut meminta peserta kajian menyatakan cara yang dirasakan terbaik dalam menerangkan *beza sepunya* kepada

rakannya. Jawapan peserta kajian yang berkaitan dan relevan diterima. Pengkaji terus bertanya soalan sehingga mereka tiada model atau lukisan dan penerangan yang hendak diperkatakan lagi.

Bagi aktiviti tugas perwakilan **kad 4, 5 dan 6** adalah sama seperti aktiviti tugas pada **kad 1, 2 dan 3** bagi mendapatkan perwakilan peserta kajian tentang *sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan perwakilan hasil tambah n sebutan tertentu*. Kad bagi aktiviti tugas **4, 5 dan 6** adalah ditunjukkan seperti berikut:

Kad 4

Selain jangjang aritmetik, sebutan dan beza sepunya, guru kamu juga ada menerangkan tentang sebutan tertentu dalam jangjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan tentang sebutan tertentu?

Kad 5

Selain jangjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, guru kamu juga ada menerangkan tentang hasil tambah n sebutan pertama. Bagaimanakah kamu terangkan tentang hasil tambah n sebutan pertama?

Kad 6

Selain jangjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama guru anda juga ada menerangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu. Bagaimanakah kamu terangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu?

Temu duga ketiga memberi fokus kepada pemberian makna. Makna merujuk keupayaan peserta kajian dalam memberikan makna tentang *jangjang aritmetik*. Terdapat tiga tugas dalam temu duga ketiga ini iaitu: (i) Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor (ii) Makna Jangjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan, (iii) Makna Jangjang Aritmetik tentang Bentuk. Dalam setiap tugas ini peserta kajian ditunjukkan dengan beberapa keping kad yang tercatat beberapa senarai nombor di dalamnya. Kemudian mereka diminta untuk memberi

makna, menterjemah serta mentafsir kandungan senarai nombor yang terdapat pada kad itu yang menunjukkan ciri-ciri sebuah *janjang aritmetik*.

3.5.3.1 Makna Janjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor

Tugasan ini dibentuk untuk melihat keupayaan peserta kajian dalam memberi makna tentang *janjang aritmetik*. Dalam tugasan ini pengkaji menunjukkan dua keping kad iaitu **Kad A** dan **Kad B** kepada peserta kajian. Kemudian mereka diminta untuk membaca dengan kuat senarai nombor yang terdapat pada kad tersebut. Seterusnya pengkaji meminta peserta kajian menyatakan ciri-ciri nombor yang terkandung pada setiap kad itu, sehingga tiada ciri untuk dinyatakan lagi. Selepas itu pengkaji meminta mereka mengenal pasti senarai nombor kad yang menunjukkan ciri sebuah *janjang aritmetik*. Setiap jawapan yang diberikan oleh peserta kajian mesti dijelaskan. Mereka juga diminta memberikan contoh yang berkaitan secara lisan dan berpeluang untuk menulis atau melukis dalam usaha menerangkan dengan menggunakan peralatan yang disediakan. Pengkaji terus menyoal dan meminta pandangan serta jawapan peserta kajian tentang senarai nombor pada kad yang menunjukkan ciri sebuah *janjang aritmetik* sehingga mereka tiada jawapan dan penjelasan untuk dihuraikan lagi.

3.5.3.2 Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan

Dalam tugasan ini pengkaji menunjukkan dua keping kad iaitu **Kad C** dan **Kad D** kepada peserta kajian. Kemudian mereka diminta untuk membaca dengan kuat senarai nombor yang terdapat pada kad tersebut. Seterusnya pengkaji meminta mereka menyatakan ciri-ciri yang terkandung pada setiap kad itu, sehingga mereka tiada ciri untuk dinyatakan lagi. Selepas itu pengkaji meminta peserta kajian mengenal pasti senarai nombor kad manakah yang menunjukkan ciri sebuah *janjang aritmetik yang terhingga* dan *tidak terhingga*. Setiap jawapan yang diberikan oleh

peserta kajian mesti dijelaskan. Mereka juga diminta memberikan contoh yang berkaitan secara lisan dan berpeluang untuk menulis atau melukis dalam usaha menerangkan dengan menggunakan peralatan yang disediakan. Pengkaji terus menyoal dan meminta pandangan serta jawapan peserta kajian tentang senarai nombor pada kad yang menunjukkan ciri sebuah *janjang aritmetik terhingga* dan *janjang aritmetik yang tidak terhingga* sehingga mereka tiada jawapan dan penjelasan untuk dihuraikan lagi.

3.5.3.3 Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk

Pengkaji menunjukkan kepada peserta kajian sekeping kad iaitu **Kad E** yang mengandungi sepuluh rajah berbentuk di dalamnya. Kemudian mereka diminta untuk membaca dengan kuat bentuk yang terdapat pada setiap rajah dalam kad tersebut. Seterusnya pengkaji meminta mereka menyatakan ciri-ciri yang terkandung pada setiap rajah pada kad itu, sehingga tiada ciri untuk dinyatakan lagi. Selepas itu pengkaji meminta peserta kajian mengenal pasti bentuk pada rajah manakah menunjukkan ciri sebuah *janjang aritmetik* dan bukan ciri *janjang aritmetik*. Setiap jawapan yang diberikan oleh peserta kajian mesti dijelaskan. Peserta kajian juga diminta memberikan contoh dan penerangan yang berkaitan secara lisan atau lukisan tentang jawapan yang diberi. Pengkaji terus menyoal dan meminta pandangan serta jawapan peserta kajian tentang bentuk manakah menunjukkan ciri sebuah *janjang aritmetik* dan bukan ciri *janjang aritmetik* sehingga tiada jawapan dan penjelasan dapat dihuraikan lagi.

3.5.4 Temu Duga Keempat

Temu duga keempat melibatkan aktiviti tugas untuk menyelesaikan masalah, konflik atau gangguan yang dialami peserta kajian ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan janjang aritmetik. Dalam kajian ini, penyelesaian masalah

merujuk cara yang digunakan untuk mengatasi gangguan yang terhasil ketika memberi respons terhadap tugas yang diberikan kepada mereka. Peserta kajian menyelesaikan masalah yang diberi dengan menggunakan semua konsep yang difahami tentang *janjang aritmetik*, *sebutan*, *beza sepunya*, *sebutan tertentu*, *hasil tambah n sebutan pertama* dan *hasil tambah n sebutan tertentu* pada gambaran mental, perwakilan dan makna untuk menyelesaikan masalah. Temu duga keempat ini mempunyai lima tugas yang membabitkan aktiviti penyelesaian masalah janjang aritmetik iaitu: (i) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf (ii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama (iii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu (iv) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang jarak seorang pejalan kaki (v) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik mencari bilangan gula-gula.

3.5.4.1 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf

Pengkaji memberikan soalan pertama kepada peserta kajian tentang situasi harian, mengenai seorang pekebun yang sedang membeli sebatang pokok, dengan ketinggian 12 cm. Selepas seminggu ketinggian pokok itu bertambah sebanyak 10 cm. Setiap minggu ketinggian pokok itu bertambah sebanyak 10 cm. Oleh itu peserta kajian perlu menyatakan ketinggian pokok dari minggu pertama, kedua, ketiga, keempat dan kelima. Pengkaji turut meminta peserta kajian menentukan sama ada ketinggian pokok itu menunjukkan corak peningkatan yang sama atau tidak. Selepas itu peserta kajian perlu menggunakan kertas graf bagi mewakili ketinggian pokok tersebut dari minggu pertama sehingga minggu kelima. Setiap jawapan yang diberikan perlu diberi penjelasan. Pengkaji turut

meminta mereka menyatakan dua maklumat awal yang diperolehi berdasarkan sinerio pekebun yang membeli pokok itu.

3.5.4.2 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama

Dalam tugas ini pengkaji memberikan soalan kedua kepada peserta kajian tentang situasi harian, mengenai sebuah sekolah yang mempunyai murid dari enam jenis Tingkatan yang berbeza. Iaitu Tingkatan 1 ada seramai 130 orang murid, Tingkatan 2 seramai 210 murid, Tingkatan 3 seramai 290 orang murid dan seterusnya bilangan murid setiap Tingkatan membentuk suatu janjang aritmetik. Peserta kajian diminta untuk mencari jumlah semua murid di sekolah itu dan menerangkan jawapan mereka.

3.5.4.3 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu

Dalam tugas ini pengkaji memberikan soalan ketiga kepada peserta kajian tentang situasi harian, mengenai sebuah LRT yang membawa seramai 125 orang penumpang pada pengangkutan pertama. Pada pengangkutan kedua LRT itu membawa seramai 150 orang penumpang dan pada pengangkutan ketiga LRT itu membawa seramai 175 orang penumpang dan seterusnya bilangan penumpang meningkat membentuk ciri suatu janjang aritmetik. Pada soalan ini terdapat dua sub-soalan yang perlu diselesaikan oleh peserta kajian iaitu: (i) menentukan bilangan penumpang pada pengangkutan ketujuh (ii) menentukan jumlah penumpang pada pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh. Pengkaji meminta peserta kajian menjelaskan setiap jawapan yang diberi.

3.5.4.4 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki

Dalam tugas ini pengkaji memberikan soalan keempat mengenai situasi harian tentang seorang pejalan kaki yang sudah berjalan sejauh 5 km pada hari

pertamanya menjalani latihan iaitu pada 1 Ogos, kemudian dia memutuskan untuk meningkatkan jarak perjalanannya sebanyak 0.1 km pada setiap hari. Dalam soalan ini terdapat empat sub-soalan iaitu: (i) Berapakah jarak perjalanannya pada 3 Ogos (ii) Adakah jarak perjalanannya membentuk janjang aritmetik? (iii) Berapakah jarak perjalanan pada 16 Ogos? (iv) Berapakah jumlah jarak perjalanannya pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos? Setelah peserta kajian selesai menjawab soalan, pengkaji meminta mereka menjelaskan setiap jawapan yang diberikan.

3.5.4.5 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang mencari Bilangan gula-gula.

Tugasan yang terakhir ini pengkaji memberikan soalan kelima kepada peserta kajian tentang Mira yang mempunyai sebanyak 200 biji gula-gula coklat di dalam lacinya. Dia mula memakan sebanyak 8 biji gula-gula pada setiap hari iaitu bermula pada 1 Jun. kemudian peserta kajian diminta untuk menentukan pada tarikh apakah dalam bulan Jun gula-gula Mira hanya tinggal 40 biji sahaja. Setelah peserta kajian selesai menjawab soalan, pengkaji meminta mereka menjelaskan jawapan yang diberikan.

3.6 Kesahan

Kesahan merupakan aspek penting dalam pembinaan instrumen. Kesahan adalah berkaitan dengan penentuan tentang apa yang diukur oleh sesuatu instrumen. Instrumen yang sah adalah instrumen yang melakukan apa yang ia bermaksud untuk melakukannya dan mengukur apa yang ia patut mengukur. Kesahan kandungan instrumen dalam kajian ini diperoleh melalui beberapa peringkat semakan. Permulaan pemilihan dan pembentukan kandungan instrumen adalah berdasarkan kajian literature. Beberapa soalan yang telah digunakan oleh pengkaji lepas diteliti. Pengkaji kemudiannya membentuk soalan yang mempunyai ciri yang hampir sama dengan soalan kajian lepas. Seterusnya, kandungan instrumen disemak oleh penyelia

kajian yang merupakan seorang pensyarah berpengalaman dalam bidang pendidikan matematik dan juga psikologi pendidikan. Setiap kali semakan dibuat, beberapa perubahan dilakukan bagi memastikan instrumen benar-benar dapat mengukur semua subkonstruk pemahaman dan subkonstruk janjang aritmetik.

Bagi memastikan instrumen yang dibina ini relevan dan sesuai untuk digunakan di peringkat umur sekolah menengah, instrumen kajian turut disemak oleh dua orang panel pakar matematik yang berpengalaman. Panel pakar pertama adalah seorang pensyarah matematik yang berpengalaman di Universiti Malaya. Panel pakar yang kedua adalah pegawai matematik SISC+ matematik di Pejabat Pelajaran Daerah, Petaling Perdana. Beliau juga merupakan guru cemerlang Matematik Tambahan dan pernah berkhidmat sebagai guru matematik tambahan di sekolah menengah lebih 15 tahun.. Bagi memastikan kekonsistenan instrumen yang digunakan, satu siri ujian dilakukan terhadap kelompok peserta kajian yang sama. Setiap soalan diuji sebanyak dua kali dalam masa yang berbeza. Jawapan yang diberikan oleh peserta kajian pula adalah sama bagi setiap tugas dalam instrumen tersebut.

3.7 Kredibiliti

Bagi meningkatkan kredibiliti, pengkaji dalam kajian ini telah menggunakan beberapa cara untuk membolehkan hasil kajian adalah munasabah dan secocok dengan data yang dikumpulkan. Berkaitan itu, kredibiliti bagi sesuatu kajian boleh dilihat dari aspek kecocokan antara pendapat peserta kajian dengan pendapat yang dianggap oleh pengkaji sebagai dimiliki oleh peserta kajian (Nik Azis, 2014). Dalam kajian ini, pengkaji menggunakan penyegitigaan data untuk mempertingkatkan kredibiliti hasil kajian, iaitu penyegitigaan dilaksanakan antara pemerhatian secara langsung, pengumpulan data melalui temu duga klinikal, dan hasil tugas oleh

peserta kajian semasa sesi temu duga klinikal sebagai dokumen yang mengandungi penulisan, lukisan, lakaran, simbol, dan cara penyelesaian tertentu. Seterusnya, semasa sesi temu duga klinikal dijalankan, pendapat atau respons yang sama atau berbeza diberikan oleh setiap peserta kajian dalam setiap sesi temu duga didapati berdasarkan alasan tertentu yang menunjukkan kekonsistenan dalam idea yang dimiliki atau perubahan dalam idea mereka. Dalam situasi tersebut, pengkaji menggunakan penyoalan lelaran (*iterative*), iaitu menyusun semula soalan mengikut keadaan dan mengemukakan soalan susulan.

Dalam kajian ini, pengkaji turut memberi ruang masa dan menggalakkan setiap peserta kajian untuk memberi respons sepanjang sesi temu duga dijalankan bagi mengurangkan bias dan persepsi pengkaji. Setiap peserta kajian menjawab masalah yang dikemukakan oleh pengkaji dengan menggunakan idea, pendapat, alasan, cara, tingkah laku lisan, dan bukan lisan dari perspektif atau kaca mata peserta kajian sendiri yang bersifat realiti pengalaman yang dilalui masing-masing. Pengkaji menjelaskan kepada peserta kajian bahawa kebebasan diberi kepada mereka untuk berhenti daripada melibatkan diri dalam kajian ini pada bila-bila masa. Pengkaji turut menjaga kerahsiaan bagi segala maklumat yang dikumpulkan daripada peserta kajian, dan menekankan bahawa tidak ada jawapan yang salah bagi soalan yang ditanya oleh pengkaji.

3.8 Kajian Rintis

Kajian rintis merupakan kajian awal yang dilakukan sebelum kajian sebenar dijalankan bagi membantu pengkaji untuk mengetahui kesesuaian prosedur temu duga dan instrumen kajian yang digunakan keatas peserta kajian (Fraenkel & Wallen, 1996). Terdapat dua aktiviti pengumpulan input dan data yang dilakukan sebelum kajian sebenar, iaitu; pengumpulan data dari panel pakar dan pengumpulan data

daripada peserta kajian rintis. Kajian rintis yang dijalankan daripada kumpulan fokus melibatkan dua orang murid Tingkatan Lima yang bersekolah dalam daerah Petaling Perdana. Kajian rintis juga melibatkan dua orang panel pakar iaitu seorang pensyarah matematik yang berpengalaman dan seorang pegawai matematik di Pejabat Pelajaran Daerah, Petaling Perdana. Tujuan kajian rintis dijalankan adalah untuk membiasakan penemu duga dengan teknik temu duga berstruktur dan menganggarkan masa yang diperlukan bagi setiap sesi temu duga. Tujuan kajian rintis juga termasuk menilai kesesuaian isi kandungan instrumen dan soalan matematik yang dikemukakan dalam mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik.

Temu duga berstruktur dijalankan terhadap dua orang panel pakar di bilik masing-masing iaitu di bilik pensyarah dan di bilik pegawai matematik yang bersih dan selesa agar kedua-dua panel pakar dapat meneliti dan membuat penilaian terhadap setiap instrumen dan soalan matematik yang dibina dalam keadaan selesa. Analisis kekuatan dan kelemahan temu duga antara panel pakar dan pengkaji dijalankan. Pengkaji memberikan instrumen protokol temu duga yang dibina kepada dua panel pakar tersebut. Kedua-dua panel pakar telah membaca dan membuat penilaian terhadap instrumen protokol temu duga. Selepas itu, borang penilaian tentang instrumen protokol temu duga diberi kepada kedua-dua panel pakar untuk dijawab, dinilai dan ditambahbaikkan oleh pengkaji nanti.

Temu duga dua orang murid kajian rintis ini dijalankan di bilik yang sama dengan kajian sebenar. Murid diberi masa selama 40 minit untuk membaca dan menilai soalan instrumen dengan cara menyelesaikan aktiviti dan tugas yang terkandung di dalamnya. Selepas itu protokol temu duga dijalankan antara pengkaji dan murid. Pengkaji mengemukakan instrumen yang disediakan kepada murid.

Rakaman audio dan video dijalankan semasa temu duga antara pengkaji dengan murid.

Kajian rintis melibatkan aktiviti mencuba kaedah dan teknik kajian yang dibentuk serta protokol temu duga yang disediakan. Selain itu, pengkaji juga dapat memastikan kesesuaian soalan bermasalah yang dikemukakan dari segi istilah, struktur ayat, bahasa yang digunakan, sama ada mudah difahami atau mengelirukan, tahap kesukaran serta teknik menyoal peserta kajian yang sesuai. Dengan itu, penambahbaikan kepada soalan bermasalah dapat dilakukan sebelum menjalankan sesi temu duga yang sebenar. Menurut Blaxter, Hughes dan Tight (2001), pengkaji mungkin berfikir bahawa mereka mengetahui perkara yang mereka lakukan dengan cukup baik, tetapi kebergunaan kajian rintis tidak dapat dinafikan. Selepas menjalankan protokol temu duga, pengkaji telah mendapat maklumat tentang tingkah laku peserta kajian apabila diajukan dengan soalan yang disediakan. Ini dapat memberikan pelbagai maklumat dalam menyediakan soalan susulan bagi memperbaiki masalah temu duga yang telah disediakan. Soalan yang didapati tidak sesuai berdasarkan kepada respons yang diberikan oleh murid diperbaiki. Kajian rintis turut membantu pengkaji dari segi logistik yang berkait dengan anggaran masa dan penstrukturan ayat. Pengkaji dapat menganggar masa yang diperuntukkan untuk setiap peserta kajian bagi menjawab setiap sesi temu duga yang dijalankan.

Kesimpulannya, kajian rintis ini merupakan satu versi kajian utama yang dijalankan lebih awal bagi menentukan sama ada komponen ujian dapat berfungsi secara koheran dan padu. Kajian rintis turut direka bagi menangani beberapa isu logistik serta mengumpul maklumat sebelum kajian utama dijalankan, bagi meningkatkan kualiti dan keberkesanan kajian. Segala aspek yang diperolehi dari

kajian rintis ini digunakan sebagai penambahbaikan instrumen kajian yang dipaparkan dalam Jadual 3.3.

Jadual 3.3 :
Instrumen Asal dan Penambahbaikan

Instrumen dan Sub-instrumen Asal	Perubahan
<p>1. Gambaran Mental</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pengkaji meminta murid untuk menyebut perkataan yang terdapat pada kad yang ditunjukkan kepada mereka iaitu: <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0; text-align: center;"> <i>Janjang aritmetik</i> </div> - Selepas itu pengkaji menyoal murid tentang gambaran yang terlintas dalam fikiran mereka - apabila pengkaji menunjukkan perkataan yang tertulis pada kad tersebut. - Murid diminta untuk menjelaskan jawapan mereka sama ada secara verbal atau simbolik, atau kedua-duanya sekali. - Seterusnya untuk mendapatkan gambaran mental tentang konsep yang lain, pengkaji menunjukkan kepada murid kad yang bertulis perkataan seperti berikut: <ul style="list-style-type: none"> ○ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0; text-align: center;"> <i>Sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik</i> </div> ○ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0; text-align: center;"> <i>Beza sepunya dalam janjang aritmetik</i> </div> ○ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0; text-align: center;"> <i>Sebutan tertentu ke-n dalam suatu janjang aritmetik</i> </div> ○ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0; text-align: center;"> <i>Hasil tambah suatu janjang aritmetik</i> </div> - Sekiranya murid tidak dapat memberi gambaran tentang kad yang ditunjukkan kepada mereka, pengkaji meminta murid menggambarkan apa yang mereka terbayang apabila pengkaji bertanya tentang kereta. - Setelah murid dapat menyatakan gambaran tentang kereta, barulah pengkaji menanya semula gambaran murid tentang kad-kad yang ditunjukkan kepada mereka. - Pengkaji terus bertanya soalan untuk setiap konsep yang tercatat pada kad sehingga murid tidak dapat memberikan sebarang gambaran lain tentang perkataan yang terdapat pada kad itu. 	<ul style="list-style-type: none"> - Perkataan bagi setiap tugas mesti selaras, jika pengkaji menggunakan ayat <i>menyebut</i>, untuk tugas lain juga harus menggunakan perkataan yang sama iaitu <i>menyebut</i>, tidak boleh ada yang guna perkataan <i>tunjukkan kad</i> dan sebagainya. Arahan soalan harus selaras. - Pengkaji tidak menggunakan kad, tetapi pengkaji menyebut perkataan janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Diubah kepada (tugasan diubah suai) <i>Apabila saya sebut janjang aritmetik, apa yang kamu bayangkan?</i> - Tujuan pengubahsuaian agar mendapat lebih banyak respons daripada murid. - Tidak menggunakan ayat <i>„murid diminta untuk menjelaskan</i>. Perkataan <i>menjelaskan</i> sesuai kepada guru, kerana murid keliru nak jelaskan bagaimana. Maka soalan ditukar kepada <i>murid diminta menjelaskan jawapan mereka berserta dengan contoh</i>. - Pembetulan perkataan: <ul style="list-style-type: none"> (i) <i>sebutan tertentu ke n dalam suatu janjang aritmetik</i> kepada <i>sebutan tertentu</i>. (ii) <i>hasil tambah suatu janjang aritmetik</i> kepada <i>hasil tambah n sebutan pertama</i>. (iii) Penambahan satu lagi subkonstruk matematik iaitu <i>hasil tambah n sebutan tertentu</i>. - Setiap soalan atau yang berkaitan disertakan dengan beberapa jawapan yang mungkin diberikan oleh murid atau pengkaji mencatat jawapan atau takrifan istilah yang relevan juga diterima, sekiranya murid memberi jawapan yang lain dari yang dicatatkan oleh pengkaji.

Jadual 3.3 (sambungan)

Instrumen dan Sub-instrumen Asal	Perubahan
<p>2. Perwakilan</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pengkaji meminta murid membaca situasi yang ditulis pada sekeping kad seperti yang ditunjukkan dibawah: <p style="text-align: center;">Kad 1</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><i>Andaikan rakan anda tidak hadir ke sekolah pada waktu guru mengajar tajuk janjang aritmetik. Bagaimanakah anda akan terangkan kepada rakan anda tentang janjang aritmetik?</i></p> </div> <ul style="list-style-type: none"> - Berdasarkan situasi yang tertulis pada kad diatas, murid diminta untuk menerangkan kepada rakannya yang tidak hadir ke sekolah tentang janjang aritmetik. - Pengkaji meminta murid untuk menjelaskan dengan menggunakan cara lain, sekiranya rakannya masih kurang jelas tentang janjang aritmetik. - Murid diminta menerangkan mengapa mereka menggunakan cara tersebut yang dianggap cara terbaik untuk menerangkan kepada rakannya tentang janjang aritmetik. - Pengkaji meminta murid menyatakan jika terdapat cara lain untuk mereka menerangkan kepada rakannya tentang janjang aritmetik. - Pengkaji terus bertanya soalan sehingga murid tidak dapat memberikan cara lain untuk menerangkan tentang janjang aritmetik kepada rakannya. - Seterusnya murid diminta untuk menerangkan kepada rakannya yang tidak hadir ke sekolah tentang konsep yang lain iaitu: <ul style="list-style-type: none"> o Sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik (kad 2) o Beza sepunya dalam janjang aritmetik (kad 3) o Sebutan tertentu ke-n dalam suatu janjang aritmetik (kad 4) o Hasil tambah suatu janjang aritmetik (kad 5) <p style="text-align: center;">Kad 2</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><i>Andaikan rakan anda tidak hadir ke sekolah, salah satu perkara yang diajar selain janjang aritmetik, guru anda ada juga menerangkan tentang sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik. Bagaimanakah anda akan terangkan kepada rakan anda tentang sebutan dalam janjang aritmetik?</i></p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> - Perkataan lama: <i>Bagaimanakah anda terangkan kepada rakan anda tentang janjang aritmetik?</i> diubah kepada perkataan baru: <i>Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan kamu apa itu janjang aritmetik?</i> - Semua perkataan pada kad tersebut diubah dari <i>anda</i> kepada <i>kamu</i> dan dari <i>terangkan</i> kepada <i>tunjukkan</i>. <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><i>Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah pada waktu guru mengajar tajuk janjang aritmetik. Bagaimanakah kamu akan tunjukkan kepada rakan tentang janjang aritmetik?</i></p> </div> <ul style="list-style-type: none"> - Penggunaan perkataan <i>anda</i> atau <i>kamu</i> kepada murid mesti selaras. Tidak digalakkan menggunakan kedua-duanya sekali. Pilih satu sahaja untuk digunakan iaitu sama ada perkataan <i>anda</i> atau <i>kamu</i> yang lebih sesuai bagi sesi temuduga ini nanti. - Perkataan <i>terangkan</i> diubah kepada <i>tunjukkan</i>, kerana dengan perkataan <i>tunjukkan</i> murid digalakkan untuk membina model atau melukis bagi setiap perwakilan yang diuji iaitu: <i>janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.</i>

Jadual 3.3 (sambungan)

Instrumen dan Sub-instrumen asal	Perubahan
<p style="text-align: center;">Kad 4</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><i>Selain dari jangjang aritmetik, sebutan dan beza sepunya, guru anda juga ada menerangkan tentang sebutan tertentu ke-n dalam jangjang aritmetik. Bagaimanakah anda terangkan tentang sebutan ke-n dalam jangjang aritmetik?</i></p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> - Pembedulan perkataan <i>sebutan tertentu ke n dalam suatu jangjang aritmetik</i> kepada <i>sebutan tertentu</i>. - Pembedulan perkataan <i>hasil tambah suatu jangjang aritmetik</i> kepada <i>hasil tambah n sebutan pertama</i>. - Penambahan satu lagi subkonstruk matematik iaitu <i>hasil tambah n sebutan tertentu</i>.
<p style="text-align: center;">Kad 5</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><i>Selain dari jangjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu ke-n, guru anda juga ada menerangkan tentang hasil tambah suatu jangjang aritmetik. Bagaimanakah anda terangkan tentang hasil tambah suatu jangjang aritmetik?</i></p> </div>	<p style="text-align: center;">Kad 6</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><i>Selain jangjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama guru juga ada menerangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu. Bagaimanakah kamu terangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu kepada rakan?</i></p> </div>

3. Makna Pertama: Jangjang Aritmetik

- Pengkaji menunjukkan dua keping kad iaitu kad A dan B. Pada setiap kad tersebut terdapat senarai nombor seperti yang ditunjukkan pada rajah dibawah ini.

KAD A

P: 20, 24, 28, 32, 36, x , y , ...

KAD B

Q: 1, 3, 7, 9, 11, ...

- Murid diminta untuk menerangkan ciri senarai nombor yang tercatat pada kad A dan kad B.
- Kemudian murid perlu menentukan nilai x dan y .
- Selepas itu pengkaji meminta murid untuk fokus pada kad A dan menyatakan ciri lain yang boleh dikaitkan dengan kad A .
- Pengkaji akan terus meminta penjelasan dari murid, sehingga murid tidak ada idea untuk dihuraikan lagi.

- Pengkaji mengubah kandungan nombor pada kad A dan B, kepada nombor perpuluhan dan pecahan agar ada kelainan.

KAD A

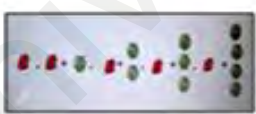


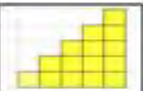
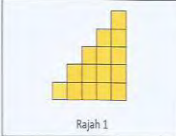


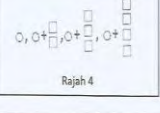
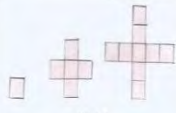
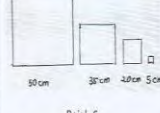
P: 4.2, 5.5, 6.8, 8.1, x , y , ...

KAD B

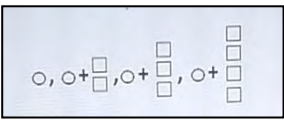
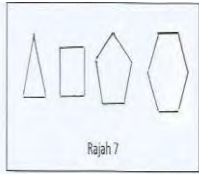

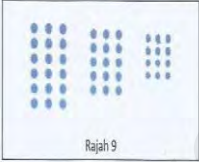
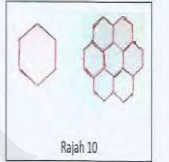
Q: $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, m, n, \dots$

- Kad B, diletakkan juga nilai m dan n supaya tidak nampak terlalu berbeza dengan kad A yang terdapat x dan y .
- Setiap soalan atau yang berkaitan disertakan dengan beberapa jawapan yang mungkin diberikan oleh murid atau pengkaji mencatat jawapan atau takrifan istilah yang relevan juga diterima, sekiranya murid memberi jawapan yang lain dari yang dicatatkan oleh pengkaji.

Jadual 3.3 (sambungan)

Instrumen dan Sub-instrumen	Perubahan
<p>4. Makna Kedua : Janjang Aritmetik</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pengkaji meminta murid memerhatikan senarai nombor yang tercatat pada kad C dan kad D. - Murid diminta untuk menyatakan ciri persamaan yang terdapat pada kad C dan D. - Selepas itu pengkaji meminta murid menyatakan perbezaan bagi senarai nombor yang terkandung pada kad C dan D. - Murid diminta menerangkan jawapan mereka. - Murid diminta menghuraikan lagi jawapan mereka tentang kad C dan D. - Soalan akan terus ditanya sehingga murid tiada idea untuk dihuraikan lagi. <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>KAD C</p> <p>3, 6, 9, 12, 15, 18</p> </div> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>KAD D</p> <p>5, 10, 15, 20, 25, 30, ...</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> - Nilai jujukan nombor pada kad D diubah kepada kad dibawah. <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>KAD D</p> <p>83, 77, 71, 65,...</p> </div> <p>Ini kerana sebelum pengubahsuaian dilakukan nilai beza sepunya bagi kad C dan D adalah positif. Nilai jujukan nombor pada kad D yang baru bernilai negatif.</p>
<p>5. Makna Ketiga : Janjang Arimetik</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pengkaji menunjukkan sekeping kad E, yang mengandungi enam rajah didalamnya. - Pengkaji meminta murid memilih rajah yang menunjukkan ciri-ciri janjang aritmetik - Murid diminta memberi penjelasan terhadap jawapan mereka. - Pengkaji meminta murid menjelaskan rajah yang tidak dipilih oleh mereka. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>Rajah 1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Rajah 2</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>Rajah 3</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Rajah 4</p> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> - Penambahan enam rajah kepada sepuluh rajah dalam kad E. - Beberapa gambarajah ditukarkan kepada bentuk yang lain iaitu gambarajah 1 dan 6. - Berikut ialah perubahan rajah-rajah yang terdapat pada kad E. <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center; width: 45%;">  <p>Rajah 1</p> </div> <div style="text-align: center; width: 45%;">  <p>Rajah 2</p> </div> <div style="text-align: center; width: 45%;">  <p>Rajah 3</p> </div> <div style="text-align: center; width: 45%;">  <p>Rajah 4</p> </div> <div style="text-align: center; width: 45%;">  <p>Rajah 5</p> </div> <div style="text-align: center; width: 45%;">  <p>Rajah 6</p> </div> </div>


Jadual 3.3 (sambungan)

Instrumen dan Sub-instrumen	Perubahan
	 <p>Rajah 7</p>  <p>Rajah 8</p>  <p>Rajah 9</p>  <p>Rajah 10</p>
Rajah 5	Rajah 6


6. **Penyelesaian masalah janjang aritmetik (PMJA)**
- Pengkaji memberi lima soalan yang berbentuk penyelesaian masalah untuk diselesaikan oleh murid.
 - Setelah kelima-lima soalan itu telah dijawab oleh murid, barulah murid diminta untuk memberi penjelasan kepada pengkaji semasa temu duga.
- Pernyataan diubah, dimana, pengkaji memberi satu demi satu soalan untuk diselesaikan oleh murid.
- Penjelasan jawapan oleh murid dilakukan setelah murid selesai menjawab satu soalan dan bukannya kelima-lima soalan.
- 6(a) **Soalan pertama:**
Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf
- Tiada perubahan. Soalan dikekalkan.
- (a) Seorang pekebun membeli sebatang pokok dengan ketinggian 12 cm. Selepas seminggu tumbuhan itu bertambah ketinggiannya sebanyak 10 cm pada setiap minggu. Sekiranya pada minggu pertama pokok itu mempunyai ketinggian 12 cm.
- (i) Apakah ketinggian bagi pokok itu bermula dengan minggu pertama, minggu kedua, minggu ketiga, keempat dan kelima. Adakah pertambahan ketinggian pokok itu mempunyai corak yang sama?
 - (ii) Boleh kamu gunakan kertas graf untuk mewakili corak pertambahan ketinggian pokok itu di (i)
 - (iii) Boleh anda terangkan jawapan anda di (i) dan (ii)?
 - (iv) Apakah dua maklumat awal yang kamu perolehi berdasarkan sinerio pekebun yang membeli pokok itu?



Jadual 3.3 (sambungan)

Instrumen dan Sub-instrumen	Perubahan
<p>6(b) Penyelesaian masalah janjang aritmetik</p> <p>Soalan kedua: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang hasil tambah n sebutan pertama.</p> <p>(b) Di sebuah sekolah mempunyai murid dari enam jenis tingkatan, iaitu tingkatan satu adalah seramai 130 orang pelajar, tingkatan dua seramai 210 pelajar dan pelajar tingkatan tiga seramai 290 orang pelajar dan seterusnya bilangan pelajar setiap tingkatan membentuk suatu janjang aritmetik. Berapakah jumlah kesemua pelajar di sekolah tersebut?</p>	<p>- Tiada perubahan. Soalan dikekalkan.</p>
<p>6(c) Penyelesaian masalah janjang aritmetik</p> <p>Soalan ketiga: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang sebutan tertentu dan hasil tambah n sebutan tertentu.</p> <p>(c) Sebuah LRT membawa seramai 125 orang penumpang pada pengangkutan pertama. Pada pengangkutan kedua LRT itu membawa seramai 150 orang penumpang dan pada pengangkutan ketiga LRT itu membawa seramai 175 orang penumpang dan seterusnya bilangan penumpang meningkat membentuk suatu janjang aritmetik. Berapakah jumlah penumpang pada pengangkutan pertama sehingga pengangkutan ketujuh?</p> 	<p>- Pembetulan pada soalan asal dan penambahan satu soalan baharu</p> <p>(Soalan asal)</p> <p>(i) Berapakah jumlah penumpang pada pengangkutan pertama sehingga pengangkutan ketujuh?</p> <p>(Soalan yang telah diubah suai)</p> <p>(i) Berapakah bilangan penumpang pada pengangkutan ketujuh?</p> <p>(Satu soalan baharu)</p> <p>(ii) Berapakah jumlah penumpang pada pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh?</p>
<p>6(d) Penyelesaian masalah janjang aritmetik</p> <p>Soalan keempat: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang jarak seorang pejalan kaki</p> <p>Seorang pejalan kaki sudah berjalan sejauh 5 km pada hari pertamanya menjalani latihan iaitu pada 1 Ogos, kemudian dia memutuskan untuk meningkatkan jarak perjalanannya sebanyak 0.1 km pada setiap hari.</p> <p>(i) Berapakah jarak perjalanannya pada 3 Ogos?</p> <p>(ii) Adakah ia merupakan janjang aritmetik? Terangkan jawapan anda?</p> <p>(iii) Berapakah jarak perjalanannya pada 16 Ogos?</p>	<p>- Penambahan satu soalan, iaitu soalan yang keempat:</p> <p>(iv) Berapakah jumlah jarak perjalanannya pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos?</p>

Jadual 3.3 (sambungan)

Instrumen dan Sub-instrumen	Perubahan
<p>6(e) Penyelesaian masalah janjang aritmetik (PMJA)</p> <p>Soalan kelima: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan gula-gula</p> <p>(i) Pada 1 Jun, Mira mempunyai sebanyak 200 biji gula-gula coklat di dalam lacinya. Dia mula memakan sebanyak 8 biji gula-gula pada setiap hari, bermula pada 1 Jun itu. Pada tarikh apakah dalam bulan Jun gula-gula Mira hanya tinggal 40 biji sahaja?</p> 	<p>- Tiada perubahan. Soalan dikekalkan.</p>

3.9 Kaedah Analisis Data

Penganalisan data dalam kajian ini menggunakan analisis protokol bertulis berdasarkan kaedah temu duga klinikal yang diperkenalkan oleh Piaget (1929) bagi menganalisis pemahaman peserta kajian (Nik Azis, 2014). Data kajian yang dikumpulkan antaranya rakaman video, pemerhatian secara langsung, catatan pengkaji dan juga catatan serta lukisan atau model yang dilakukan oleh peserta kajian semasa menjalani temu duga. Data kajian ini dianalisis secara lima peringkat.

Pertama ialah peringkat pengumpulan data kualitatif melalui temu duga klinikal. Data-data dikumpulkan dalam bentuk lakaran dalam kertas, catatan dan rakaman video. Peringkat kedua iaitu peringkat membabitkan transkripsi data di mana data komunikasi daripada rakaman video dan audio temu duga klinikal ditranskripsikan kepada bentuk teks bertulis. Sementara itu, data pemerhatian yang melibatkan tingkah laku yang dapat didengar dan juga tingkah laku bukan lisan murid seperti, mengangguk, menggelengkan kepala, mengetuk pensel, mengangkat bahu, dan mengerut dahi semasa menyelesaikan tugas turut ditranskripsikan dalam bentuk bertulis. Data daripada pemerhatian dan catatan semasa temu duga oleh

pengkaji diteliti dan dianalisis bagi memastikan tiada maklumat yang tercacir. Ini adalah kerana menurut Steffe (1991), komunikasi verbal dan bukan verbal merupakan data yang penting bagi mengenal pasti pemahaman individu tentang perkara tertentu. Namun begitu, hanya data yang relevan bagi menjawab soalan kajian sahaja yang diambil dan ditranskripsikan. Artifak fizikal seperti pen, pensel, dan kertas turut dicatatkan. Ini memberikan gambaran yang jelas kepada pembaca tentang situasi semasa data diperoleh. Catatan dan hasil kerja peserta kajian turut dilampirkan bagi membolehkan pembaca meneliti cara peserta kajian menyelesaikan tugas-jang aritmetik.

Peringkat ketiga pula melibatkan penyusunan maklumat yang telah ditranskripsi. Maklumat dalam transkripsi disusun dalam satu susunan yang logik mengikut urutan tugas-jang dalam protokol temu duga. Seterusnya, pengkaji mengelompokkan data di bawah beberapa tema berdasarkan kepada soalan kajian dan juga kerangka konseptual. Tujuannya adalah untuk memerihalkan pengetahuan yang dimiliki oleh peserta dalam konteks yang tertentu semasa menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep yang dikaji.

Peringkat keempat, pengkaji menjalankan analisis merentasi kes di mana pengetahuan berpola yang dimiliki oleh semua peserta kajian tentang pemahaman jang-jang aritmetik dikenal pasti. Analisis merentasi kes dibuat terhadap pola berfikir dan corak tingkah laku yang telah dikenal pasti mengikut kelompok tema yang tertentu. Analisis merentasi kes dilakukan terhadap semua rumusan yang telah dibentuk secara menyeluruh. Analisis ini bertujuan untuk memudahkan pembaca mengetahui pemahaman yang dimiliki oleh murid tanpa merujuk kepada penulisan protokol. Selain itu, analisis ini turut membolehkan satu rangka umum dibentuk tentang pengetahuan yang dimiliki oleh peserta tentang konsep jang-jang aritmetik.

Pada peringkat terakhir, satu rumusan tentang pemahaman janjang aritmetik dilakukan berdasarkan sintesis dan generalisasi pola tingkah laku dan corak pemikiran yang telah dikenal pasti. Dalam kajian ini, tingkah laku lisan dan bukan lisan peserta kajian diberikan perhatian semasa mereka memberikan makna tentang konsep janjang aritmetik dan juga semasa menyelesaikan masalah melibatkan janjang aritmetik.

3.10 Rumusan

Bab tiga secara keseluruhannya membincangkan tujuan kajian dijalankan adalah untuk mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik. Reka bentuk kajian kes digunakan dalam kajian ini telah menyokong penelitian lebih mendalam dan terperinci tingkah laku peserta kajian dalam seting semula jadi yang membabitkan pengetahuan yang dimiliki dan digunakan dalam menjawab persoalan kajian seperti apa, bagaimana, dan mengapa. Kaedah temu duga klinikal yang dimajukan oleh konstruktivisme radikal digunakan dalam kajian ini untuk mengumpul data secara lisan dan bukan lisan yang diperhatikan pada peserta kajian apabila mereka memberi makna dan menyelesaikan masalah matematik berkaitan janjang aritmetik. Dalam perkara ini, pengkaji boleh menggunakan rakaman video dan audio untuk mengumpul data temu duga klinikal bagi memudahkan proses analisis data dijalankan.

Dalam kajian ini, data temu duga klinikal dianalisis dengan menggunakan kaedah analisis kandungan kualitatif jenis sumatif bagi meneliti pentafsiran tema dan pola yang tersurat dan tersirat dalam protokol bertulis serta membincangkan perkara yang timbul sebagai kategori tertentu yang membabitkan pemahaman tentang janjang aritmetik berlandaskan konstruktivisme radikal. Hasil daripada inkuiri kualitatif yang

dilakukan oleh pengkaji dalam kajian ini bagi membentuk pemahaman yang mendalam tentang pengetahuan janjang aritmetik yang dimiliki oleh peserta kajian.

Pengkaji dapat membentuk kategori bagi setiap subkonstruk pemahaman membabitkan gambaran mental, perwakilan, makna, dan penyelesaian masalah. Seterusnya, kesimpulan umum tentang pengetahuan yang dipunyai oleh murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik dijelaskan. Bagaimanapun dapatan kajian ini tidak dapat dibuat generalisasi kepada seluruh populasi murid Tingkatan Lima tetapi boleh dijadikan panduan terutama bagi sampel yang mempunyai ciri yang hampir sama dengan peserta kajian. Tambahan, kajian ini bertujuan untuk menjelaskan fenomena dalam pendidikan matematik berdasarkan konstruktivisme radikal yang digunakan. Segala pentafsiran dan analisis yang dibuat adalah dari perspektif pengkaji berasaskan konstruktivisme radikal. Seterusnya, analisis merentas kes yang membabitkan rumusan respons semua peserta kajian, pola tingkah laku yang khusus, persamaan dan perbezaan dalam respons, kategori bagi subkonstruk pemahaman dibincangkan dalam Bab 4.

BAB EMPAT

ANALISIS DATA

4.1 Pengenalan

Bab Empat membincangkan analisis merentasi kes yang dijalankan terhadap empat peserta kajian untuk mengenal pasti pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik. Analisis ini dibahagikan kepada empat bahagian yang utama, iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah yang membabitkan janjang aritmetik.

Bagi gambaran mental, terdapat enam instrumen yang digunakan untuk pengumpulan dan penganalisan data dimana, peserta kajian diminta untuk menggambarkan apa yang terlintas difikiran mereka apabila sebuah kad yang mengandungi perkataan tersebut ditunjukkan kepada mereka iaitu: janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.

Bagi tugas perwakilan, sebuah kad yang mengandungi situasi tertentu diberi. Kemudian peserta diminta untuk mewakili pengalaman mereka tentang janjang aritmetik sama ada dalam bentuk model, lukisan, catatan ataupun penceritaan. Dibawah perwakilan terdapat enam instrumen yang digunakan untuk pengumpulan dan penganalisan data iaitu: janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.

Bagi tugas makna, terdapat tiga instrumen yang digunakan bagi mengenal pasti makna yang diberikan oleh peserta kajian tentang janjang aritmetik iaitu: (i) Makna Janjang Aritmetik sebagai Bentuk Nombor (ii) Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan (iii) Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk.

Tugasan yang keempat adalah penyelesaian masalah janjang aritmetik yang terdiri daripada lima instrumen yang digunakan untuk melihat bagaimana peserta kajian menyelesaikan masalah yang melibatkan janjang aritmetik iaitu: (i) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf (ii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama (iii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu (iv) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki (v) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula.

Peserta kajian terdiri daripada latar belakang yang berbeza. Terdapat empat peserta kajian yang merupakan murid Tingkatan Lima di sebuah sekolah di daerah Petaling Perdana. Peserta pertama adalah Ashley (bukan nama sebenar) yang berumur 17 tahun 5 bulan semasa kajian ini dijalankan. Beliau berasal dari kawasan Bandar. Bapanya bekerja sebagai pengedar peralatan perubatan dan ibunya seorang suri rumah. Beliau adalah anak kedua daripada tiga orang adik beradik. Dalam Peperiksaan Akhir tahun pada 2017, beliau mendapat markah 83 peratus dalam peperiksaan Matematik Tambahan.

Peserta kedua adalah Sunther (bukan nama sebenar) yang berumur 17 tahun 2 bulan semasa kajian ini dijalankan. Beliau berasal dari kawasan bandar. Bapanya bekerja sendiri dan ibunya seorang suri rumah. Beliau adalah anak tunggal Dalam Peperiksaan Akhir tahun pada 2017, beliau mendapat markah 42 peratus dalam peperiksaan Matematik Tambahan.

Peserta ketiga adalah Daniel (bukan nama sebenar) yang berumur 17 tahun 3 bulan semasa kajian ini dijalankan. Beliau berasal dari kawasan bandar. Bapanya seorang jurutera kimia di sebuah syarikat minyak iaitu Petron Malaysia dan ibunya

seorang pensyarah bahasa di sebuah Universiti Tempatan. Beliau adalah anak kedua daripada lima adik beradik. Dalam Peperiksaan Akhir tahun pada 2017, beliau mendapat markah 84 peratus dalam peperiksaan Matematik Tambahan.

Peserta keempat adalah Man (bukan nama sebenar) yang berumur 17 tahun 5 bulan semasa kajian ini dijalankan. Beliau berasal dari kawasan bandar. Bapanya seorang jurutera dan ibunya seorang setiausaha di sebuah syarikat. Beliau adalah anak sulung daripada tiga adik beradik. Dalam Peperiksaan Akhir tahun pada 2017, beliau mendapat markah 40 peratus dalam peperiksaan Matematik Tambahan.

4.2 Gambaran Mental

Gambaran mental ialah penjelasan peserta kajian tentang seberapa banyak imej yang terbentuk secara spontan dalam fikiran mereka apabila perkataan berikut disebut oleh pengkaji iaitu; janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Terdapat enam instrumen yang digunakan untuk pengumpulan dan penganalisan data dimana, peserta kajian diminta untuk menggambarkan apa yang terlintas difikiran mereka apabila sebuah kad yang mengandungi perkataan tersebut ditunjukkan kepada mereka iaitu: janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.

4.2.1 Gambaran Mental tentang Janjang Aritmetik

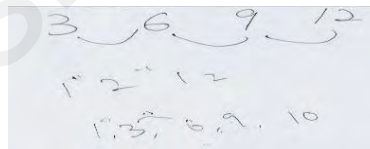
Dalam tugas ini, gambaran mental mengenai janjang aritmetik dikelaskan kepada empat kategori iaitu sebagai: (i) Pola (ii) Situasi harian (iii) Formula (iv) Ungkapan algebra. Jadual 4.2.1 menunjukkan ringkasan gambaran mental tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

4.2.1.1 Gambaran Mental Janjang Aritmetik sebagai Pola

Gambaran mental tentang janjang aritmetik dalam kategori sebagai pola dalam kajian ini membabitkan corak susunan nombor dan keadaan beberapa nombor dalam satu baris. Tiga orang peserta kajian iaitu Ashley, Sunther dan Daniel memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Tingkah laku Ashley dan Sunther dalam Petikan 4.2.1.1a (Ashley) dan 4.2.1.1b (Sunther) menunjukkan gambaran mental mengenai janjang aritmetik dalam kategori pola.

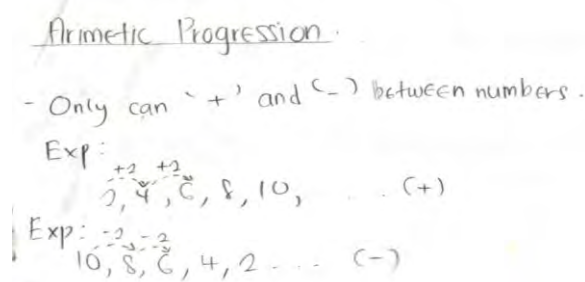
Petikan 4.2.1.1a (Ashley)

- P: Apabila saya sebut janjang aritmetik, apa yang kamu bayangkan?
A: Corak, yang boleh membantu kita untuk menerangkan sesuatu situasi. Contohnya saya ada RM1, esok ibu akan beri RM 1 lagi, dan seterusnya jadi wang saya akan menjadi RM1, RM2, RM3,.... maka ada pengulangan corak.
P: Boleh jelaskan lebih lagi, corak yang macam mana?
A: Hari pertama, kedua, ketiga (ermmm....). Jika saya tulis (menulis) RM3, RM 6, RM 9, RM 12, ... Jika dilihat corak nombor itu secara umum, ia kelihatan seperti susunan nombor secara rawak. Janjang aritmetik itu sebenarnya dilanjutkan dengan menambah tiga. Itulah coraknya. Janjang aritmetik membantu kita mengumpulkan nombor-nombor itu.



Petikan 4.2.1.1b (Sunther)

- P: Apabila saya sebut janjang aritmetik, apa yang kamu bayangkan?
S: Antara satu nombor dengan nombor yang lain. Hanya melibatkan operasi tambah atau tolak. Sebagai contoh 2, 4, 6, ..., menambah dua untuk mendapatkan nombor seterusnya. Satu lagi contoh 10, 8, 6, 4, 2, ... menolak 2 untuk mendapatkan nombor seterusnya.



- P: Boleh terangkan lebih jelas lagi?

S: *„Arithmetics progression only can add or minus between a numbers to get a next number’* (Murid memberi jawapan dalam Bahasa Inggeris). (selepas itu murid menerangkan dalam Bahasa Melayu). Antara satu nombor dengan nombor yang lain, kita hanya boleh tambah atau tolak sahaja.

Berdasarkan Petikan 4.2.1.1a (Ashley), peserta kajian menggambarkan janjang aritmetik sebagai suatu corak pola yang membantu menerangkan sesuatu situasi. Iaitu ibu memberi wang sebanyak RM 1 pada setiap hari. Wang tersebut dikumpulkan setiap hari dan membentuk corak nombor dan terdapat pengulangan corak iaitu menambah RM1, menjadi RM1, RM2, RM3, ... Selain daripada itu peserta kajian juga menggunakan contoh yang sama tetapi nilai yang berbeza iaitu ibu memberi wang RM 3, 6, 9, 12. Beliau turut menyatakan corak nombor itu seperti susunan nombor secara rawak dan boleh dilanjutkan dengan menambah 3. Akhir sekali beliau menyatakan janjang aritmetik membantu mengumpulkan nombor-nombor tersebut.

Dalam Petikan 4.2.1.1b (Sunther) peserta kajian menggambarkan janjang aritmetik sebagai hubungan antara satu nombor dengan nombor yang lain. Peserta kajian memberi dua contoh susunan nombor iaitu 2, 4, 6, ..., dan 10, 8, 6, 4, 2, ... Beliau menerangkan bagi 2, 4, 6, ..., nilai 2 perlu ditambah untuk mendapatkan nombor seterusnya dan bagi 10, 8, 6, 4, 2, ... nilai 2 perlu ditolak untuk mendapatkan nombor seterusnya.

4.2.1.2 Gambaran Mental Janjang Aritmetik menggunakan Situasi Harian

Gambaran mental tentang janjang aritmetik dalam kategori sebagai situasi harian dalam kajian ini membabitkan perkaitan janjang aritmetik dalam keadaan persekitaran atau situasi sebenar dalam kehidupan seharian. Dua orang peserta kajian iaitu Sunther dan Daniel memberikan gambaran mental dalam kategori

ini. Sebagai contoh tingkah laku Sunther dalam Petikan 4.2.1.2 (Sunther) menunjukkan gambaran mental mengenai jangjang aritmetik dalam kategori situasi harian.

Petikan 4.2.1.2 (Sunther)

- P: Ada lagi tak yang kamu bayangkan selain apa yang kamu nyatakan tadi?
S: Jangjang aritmetik selalunya adalah soalan KBAT (kemahiran Beraras Tinggi) yang ditanya pada soalan SPM kertas 2. Kadang –kadang soalan bagi T_n tetapi kena cari sebutan pertama atau beza sepunya antara dua sebutan yang berturutan.
P: ada lagi ?
S: Tiada

Berdasarkan Petikan 4.2.1.2 (Sunther) apabila ditanya lagi tentang gambaran yang terlintas di fikiran tentang jangjang aritmetik, beliau menyatakan topik jangjang aritmetik sering ditanya dalam kertas 2 SPM dalam bentuk soalan KBAT. Kadang-kadang dalam soalan nilai bagi T_n diberi, tetapi murid kena mencari nilai sebutan pertama atau beza sepunya antara dua sebutan yang berturutan.

4.2.1.3 Gambaran Mental Jangjang Aritmetik sebagai Formula

Gambaran mental tentang jangjang aritmetik dalam kategori sebagai formula dalam kajian ini membabitkan formula yang terdapat dalam jangjang aritmetik, antaranya formula untuk mencari sebutan tertentu dan mencari hasil tambah suatu sebutan. Dua orang peserta kajian iaitu Sunther dan Daniel memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Tingkah laku mereka dalam Petikan 4.2.1.3a (Sunther) dan 4.2.1.3b (Daniel) menunjukkan gambaran mental mengenai jangjang aritmetik dalam kategori formula.

Petikan 4.2.1.3a (Sunther)

- P: Apa lagi yang kamu terbayangkan bila saya sebut jangjang aritmetik?
S: Formula. (murid menulis sesuatu dengan sangat panjang).
P: Apa lagi terlintas atau tergambar tentang jangjang aritmetik?
S: T_n ialah sebutan ke berapa, T ialah sebutan, n bilangan nombor, a ialah simbol bagi sebutan pertama dan d ialah sebutan yang terakhir.

Formula

① $T_n = a + (n-1)d$
 ② $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$

S_n = sum of numbers
 a = first term
 n = number
 d = last term
 T_n = terms of numbers

Petikan 4.2.1.3b (Daniel)

- P: Apa lagi yang tergambar difikiran kamu tentang jangjang aritmetik?
 D: Mencari hasil tambah jangjang aritmetik menggunakan formula.

Berdasarkan Petikan 4.2.1.3a (Sunther) apabila ditanya lagi tentang gambaran yang terlintas di fikiran tentang jangjang aritmetik, peserta kajian menggambarkan formula. Beliau menggambarkan dua bentuk formula iaitu formula mencari sebutan tertentu bagi suatu jangjang aritmetik iaitu $T_n = a + (n-1)d$ dan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$. Peserta kajian turut menerangkan maksud setiap simbol di dalam formula tersebut, antaranya menyatakan simbol T_n ialah sebutan ke berapa, T ialah sebutan, n bilangan nombor, a ialah simbol bagi sebutan pertama dan d ialah sebutan yang terakhir. Dalam petikan 4.2.1.3b (Daniel) menggambarkan jangjang aritmetik sebagai mencari hasil tambah jangjang aritmetik menggunakan formula.

4.2.1.4 Gambaran Mental Jangjang Aritmetik sebagai Ungkapan Algebra

Gambaran mental tentang jangjang aritmetik dalam kategori sebagai ungkapan algebra dalam kajian ini membabitkan jangjang aritmetik menggunakan pemboleh ubah atau anu bersama dengan nombor. Seorang peserta kajian iaitu Man memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Tingkah laku Man dalam petikan 4.2.1.4 (Man) menunjukkan gambaran mental mengenai jangjang aritmetik dalam ungkapan algebra.

Petikan 4.2.1.4 (Man)

- P: Apa yang terlintas difikiran kamu apabila saya sebut janjang aritmetik?
- M: Janjang aritmetik dalam bentuk ungkapan algebra.
- P: Boleh bagi contoh?
- M: $15a, 30a, 45a$ Untuk menentukan ia adalah janjang aritmetik, kita perlu bandingkan beza sepunya. Jika nilai beza sepunya adalah sama, maka janjang itu adalah janjang aritmetik. Untuk mencari beza sepunya pertama sebutan kedua tolak dengan sebutan pertama. Beza sepunya kedua pula, sebutan ketiga tolak dengan sebutan kedua.
- P: Boleh kamu tunjukkan?

$$\begin{aligned} &15a, 30a, 45a \\ d_1 &= 30a - 15a \\ &= 15a \\ d_2 &= 45a - 30a \\ &= 15a \\ d_1 &= d_2 \\ \therefore 15a, 30a, 45a &\text{ ialah } \\ &\text{janjang aritmetik} \end{aligned}$$

Berdasarkan Petikan 4.2.1.4 (Man) peserta kajian menggambarkan janjang aritmetik dalam bentuk ungkapan algebra. Beliau memberi contoh suatu janjang aritmetik bersama dengan pemboleh ubah. Selain daripada itu untuk menentukan sama ada janjang itu adalah janjang aritmetik atau bukan, nilai beza sepunya antara sebutan yang berturutan mestilah sama.

Kesimpulan. Kesemua peserta kajian mempunyai lebih dari satu gambaran mental apabila mereka diminta memberi gambaran tentang perkataan janjang aritmetik yang disebut oleh pengkaji. Gambaran mental bagi semua peserta kajian dikelaskan kepada empat kategori iaitu sebagai: (i) Pola (ii) Situasi harian (iii) Formula (iv) Ungkapan algebra.

4.2.2 Gambaran Mental tentang Sebutan

Dalam tugas ini, gambaran mental mengenai sebutan dikelaskan kepada tiga kategori iaitu sebagai: (i) Situasi harian (ii) Kedudukan (iii) Formula atau cara

manual. Jadual 4.2.2 menunjukkan ringkasan gambaran mental tentang sebutan yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.2.2
Gambaran mental tentang sebutan

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.2.2.1	Situasi harian	<ul style="list-style-type: none"> Memberi contoh pada iklan <ul style="list-style-type: none"> Untuk membeli barang ada beberapa terma, syarat dan perkara-perkara kecil di dalamnya yang perlu dipatuhi. Tingkat yang terdapat pada suatu bangunan yang membentuk janjang aritmetik. <ul style="list-style-type: none"> Sekurang-kurangnya ada tiga sebutan Pilihanraya. Memberi contoh Amerika akan mengadakan pilihan raya empat tahun sekali bagi menggantikan presiden yang lama. 	Ashley Daniel
4.2.2.2	Kedudukan	<ul style="list-style-type: none"> Menyatakan sebutan ialah tempat bagi meletakkan nombor-nombor yang berturutan dalam baris. <ul style="list-style-type: none"> Memberi contoh 2, 4, 6, 8, 10 Menyatakan 6 adalah sebutan ketiga bagi baris nombor tersebut. Bilangan gula-gula pada suatu kedudukan. 	Sunther Man
4.2.2.3	Formula atau cara manual	<ul style="list-style-type: none"> Boleh guna formula. Menyatakan formula $T_n = a + (n-1)d$ 	Man

4.2.2.1 Gambaran Mental Sebutan menggunakan Situasi Harian

Gambaran mental tentang sebutan dalam kategori menggunakan situasi harian dalam kajian ini menggunakan contoh peristiwa atau perkara yang berlaku dalam kehidupan seharian. Dua orang peserta kajian iaitu Ashley dan Daniel memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Tingkah laku mereka dalam petikan 4.2.2.1a (Ashley) dan 4.2.2.1b (Daniel) menunjukkan gambaran mental mengenai sebutan menggunakan situasi harian.

Petikan 4.2.2.1a (Ashley)

P: Apabila saya sebut sebutan, apa yang kamu bayangkan?

A: *Term*, macam kita lihat diluar ada iklan membeli dan menjual barang ada tercatat *term and condition*. Sesuatu benda yang hendak dijual diluar, ada perkara-perkara kecil didalamnya seperti peraturan. Sama seperti jika nak beli sesuatu ada terma dan syarat.

- P: Apa lagi awak bayangkan?
A: Sebutan itu akan membentuk janjang aritmetik. sekurang-kurangnya ada tiga sebutan untuk membentuk janjang aritmetik. Janjang aritmetik boleh diibaratkan seperti sebuah bangunan tinggi. Sebutan adalah aras setiap tingkat pada bangunan itu. Tanpa sebutan iaitu aras setiap tingkat mustahil untuk terbentuknya sebuah bangunan tinggi iaitu janjang aritmetik.

Petikan 4.2.2.1b (Daniel)

- P: Apabila saya sebut sebutan, apa yang kamu bayangkan??
D: Tempoh pilihanraya
P: Boleh kamu terangkan lagi?
D: Negara Amerika Syarikat akan mengadakan pilihanraya setiap empat tahun sekali bagi menggantikan presiden yang lama. Proses ini menunjukkan *term*, seperti *second term*.
P: Ada lagi?
D: Contoh tahun pilihan raya di Amerika Syarikat boleh ditulis sebagai 4, 8, 12. Nombor 8 ialah sebutan yang kedua bagi tempoh pilihanraya yang kedua bagi Amerika Syarikat.

Berdasarkan Petikan 4.2.2.1a (Ashley) dan 4.2.2.1b (Daniel) kedua-dua peserta kajian menggambarkan sebutan menggunakan contoh berdasarkan situasi harian. Peserta kajian pertama (Ashley) menggambarkan sebutan berdasarkan situasi harian dalam iklan jual atau beli barang dan ketinggian aras tingkat sesuatu bangunan.

Peserta kajian kedua (Daniel) pula menggambarkan sebutan sebagai situasi harian dalam pilihan raya yang berlaku di Amerika Syarikat. Beliau menerangkan setiap empat tahun sekali negara Amerika Syarikat akan mengadakan pilihanraya bagi menggantikan presiden yang lama. Proses pilihanraya setiap empat tahun sekali ini menunjukkan *term* atau sebutan. Peserta kajian turut memberi contoh bilangan tahun pilihan raya boleh ditulis dalam bentuk janjang aritmetik iaitu 4, 8, 12. Nilai 8 ialah sebutan yang kedua bagi tempoh pilihanraya yang kedua bagi Amerika Syarikat.

4.2.2.2 Gambaran Mental Sebutan sebagai Kedudukan

Gambaran mental sebutan dalam kategori sebagai kedudukan dalam kajian ini membabitkan kedudukan nombor atau kedudukan sebutan dalam suatu jangjang aritmetik. Dua orang peserta kajian iaitu Sunther dan Man memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Tingkah laku mereka dalam Petikan 4.2.2.2a (Sunther) dan 4.2.2.2b (Man) menunjukkan gambaran mental mengenai sebutan sebagai kedudukan.

Petikan 4.2.2.2a (Sunther)

- P: Apabila saya sebut sebutan, apa yang terlintas difikiran anda?
S: Pada pandangan saya sebutan ialah tempat bagi meletakkan nombor-nombor yang berturutan dalam baris. Contoh 6 adalah sebutan ketiga bagi baris nombor tersebut.

Terms _____
2, 4, 6, 8, 10...
terms is a placing of number
in a row.
Exp: 6 is a third term of
numbers.

Petikan 4.2.2.2b (Man)

- P: Apabila saya sebut sebutan, apa yang terlintas difikiran anda?
M: Dua biji gula tersebut adalah terletak pada tempat pertama atau sebutan pertama, empat biji gula adalah tempat kedua atau sebutan kedua, enam biji gula adalah tempat ketiga atau sebutan ketiga dan seterusnya.



Berdasarkan Petikan 4.2.2.2a (Sunther) dan 4.2.2.2b (Man) kedua-dua peserta kajian menggambarkan sebutan sebagai kedudukan. Peserta kajian pertama (Sunther) menggambarkan sebutan sebagai tempat bagi meletakkan nombor-nombor yang berturutan dalam baris. Beliau turut memberi contoh satu susunan baris nombor 2, 4,

6, 8, 10,, dan menyatakan nombor 6 terletak pada sebutan ketiga bagi baris nombor tersebut.

Peserta kajian kedua (Man) menggambarkan sebutan ialah tempat dimana nombor itu berada. Beliau menggunakan gula-gula dan menyusunnya dalam menerangkan apa itu sebutan. Gula-gula disusun mengikut bilangan gula-gula pada kedudukan yang telah ditetapkan iaitu 2, 4, 6, 8. Susunan dua biji gula terletak pada tempat pertama atau sebutan pertama, empat biji gula adalah tempat kedua atau sebutan kedua, enam biji gula adalah tempat ketiga atau sebutan ketiga dan seterusnya.

4.2.2.3 Gambaran Mental Sebutan sebagai Formula atau Cara Manual

Gambaran mental sebutan digambarkan dalam kategori sebagai formula atau cara manual dalam kajian ini membabitkan penggunaan formula untuk mencari sebutan $T_n = a + (n-1)d$ atau menggunakan cara manual iaitu tanpa menggunakan formula. Seorang peserta kajian (Man) memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Tingkah laku peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.2.2.3 (Man)

Petikan 4.2.2.3 (Man)

- P: Apa lagi yang kamu terbayang selain apa yang kamu nyatakan tadi?
M: Formula $T_n = a + (n-1)d$ untuk mencari sebutan.
P: Ada lagi?
M: Cara manual boleh juga guna untuk mencari sebutan.
P: Boleh jelaskan lebih lagi?
M: Cara manual ialah cara untuk mencari sebutan pada suatu kedudukan tanpa menggunakan formula. Hanya perlu tambah sebutan dengan nilai beza sepunya sehingga sebutan pada suatu tempat yang diinginkan diperolehi. Tetapi cara manual memakan masa yang lebih lama berbanding dengan menggunakan formula.

Dalam Petikan 4.2.2.3 (Man) menggambarkan sebutan sebagai suatu formula atau cara karat. Man menggambarkan nombor pada sebutan tertentu boleh dicari menggunakan formula mencari sebutan iaitu $T_n = a + (n-1)d$. Selain daripada

penggunaan formula, cara manual juga boleh digunakan untuk mencari sebutan pada suatu kedudukan tanpa menggunakan formula. Hanya perlu tambah sebutan dengan nilai beza sepunya sehingga sebutan pada suatu tempat yang diinginkan diperolehi. Man turut menjelaskan cara manual mengambil masa yang lebih lama berbanding penggunaan formula yang lebih cepat.

Kesimpulan. Gambaran mental tentang sebutan bagi semua peserta kajian dikelaskan kepada tiga kategori iaitu sebagai: (i) Situasi harian (ii) Kedudukan (iii) Formula atau cara manual.

4.2.3 Gambaran Mental tentang Beza Sepunya

Dalam kajian ini, gambaran mental mengenai beza sepunya dikelaskan kepada tiga kategori iaitu berdasarkan: (i) Definisi istilah (ii) Situasi harian (iii) Pola. Jadual 4.2.3 menunjukkan ringkasan gambaran mental tentang beza sepunya yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.2.3
Gambaran mental tentang beza sepunya

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.2.3.1	Definisi istilah	<ul style="list-style-type: none"> Menyatakan beza sepunya ialah sebutan selepas tolak sebutan sebelum bagi nombor yang berturutan dalam susunan nombor. Beberapa contoh turut disertakan. 	Semua
4.2.3.2	Situasi harian	<ul style="list-style-type: none"> Sebuah bangunan adalah janjang aritmetik. Tingkat satu, dua, tiga dan tingkat-tingkat seterusnya ialah sebutan. <ul style="list-style-type: none"> Proses naik satu tingkat yang berturutan ialah beza sepunya. 	Ashley
4.2.3.3	Pola	<ul style="list-style-type: none"> Menyatakan beza sepunya membantu untuk mengenal pasti corak nombor <ul style="list-style-type: none"> Memberi contoh corak nombor 3, 6, 9, 12, ... Beza sepunya yang sama antara nombor yang berturutan, membantu dalam menunjukkan corak nombor tersebut adalah janjang aritmetik. 	Ashley

4.2.3.1 Gambaran Mental tentang Beza Sepunya menggunakan Definisi Istilah

Gambaran mental tentang beza sepunya dalam kajian ini digambarkan menggunakan definisi istilah membabitkan maksud tentang beza sepunya, yang merupakan sebutan selepas ditolak kepada sebutan sebelum bagi dua sebutan yang berturutan. Nilai beza sepunya itu mestilah sama bagi suatu jangjang aritmetik. Kesemua peserta kajian menggunakan definisi istilah dalam menerangkan gambaran mereka tentang beza sepunya. Keempat-empat peserta kajian mempunyai gambaran definisi istilah yang hampir sama tentang beza sepunya. Berikut merupakan antara tingkah laku Daniel dipaparkan dalam Petikan 4.2.3.1 (Daniel).

Petikan 4.2.3.1 (Daniel)

- P: Apa yang terlintas difikiran kamu apabila saya sebut beza sepunya?
D: Sebutan kedua tolak sebutan pertama, sebutan keempat tolak sebutan ketiga dan sebutan kedua puluh satu tolak sebutan kedua puluh.
P: Ada lagi?
D: Jika nilai beza sepunya sama, maka ia adalah jangjang aritmetik.
P: Boleh jelaskan lebih lagi?
D: Contoh 7, 14, 21, 28, ..., beza sepunya pertama, $d_1 = 14 - 7 = 7$, Beza sepunya kedua $d_2 = 28 - 21 = 7$. Beza sepunya adalah sama, maka susunan nombor itu adalah jangjang aritmetik.

Keempat-empat peserta kajian menggambarkan beza sepunya menggunakan kategori definisi istilah. Mereka menggambarkan beza sepunya ialah sebutan selepas tolak sebutan sebelum bagi nombor yang berturutan dalam suatu susunan nombor. Nilai beza sepunya itu mestilah sama bagi susunan nombor tersebut jika ia adalah jangjang aritmetik. Jika nilai beza sepunya itu tidak sama, maka susunan nombor itu bukan jangjang aritmetik. Berdasarkan Petikan 4.2.3.1 (Daniel), peserta kajian membuat perbandingan beza sepunya antara nombor yang berturutan dan menjelaskan, sekiranya nilai beza sepunya itu adalah sama, maka susunan nombor itu adalah jangjang aritmetik.

4.2.3.2 Gambaran Mental tentang Beza Sepunya menggunakan Situasi Harian

Gambaran mental tentang beza sepunya digambarkan menggunakan situasi harian, dengan mengambil contoh peristiwa atau perkara yang berlaku di persekitaran kita. Seorang peserta kajian (Ashley) memberikan gambaran mental dalam kategori ini dan tingkah lakunya dipaparkan dalam Petikan 4.2.3.2

Petikan 4.2.3.2 (Ashley)

- P: Apa lagi yang terlintas difikiran anda tentang beza sepunya?
A: Sebagai contoh sebuah bangunan adalah janjang aritmetik. Tingkat satu, tingkat dua, tingkat tiga dan tingkat-tingkat seterusnya ialah sebutan. Sekiranya berada di tingkat satu dan ingin naik ke tingkat dua, perlu menaiki satu tingkat lagi. Apabila berada ditingkat dua dan ingin ketingkat tiga, perlu naik satu tingkat dan begitula seterusnya. Proses naik satu tingkat itu lah beza sepunya.

Berdasarkan Petikan 4.2.3.2 (Ashley) menggambarkan beza sepunya menggunakan contoh berdasarkan situasi harian tentang sebuah bangunan tinggi yang mempunyai banyak tingkat. Bangunan tinggi itu umpama janjang aritmetik. Tingkat satu, tingkat dua, tingkat tiga dan aras tingkat yang terdapat pada bangunan tersebut umpama sebutan. Proses untuk menaiki satu tingkat ke tingkat yang seterusnya umpama nilai beza sepunya.

4.2.3.3 Gambaran Mental tentang Beza Sepunya sebagai Pola

Gambaran mental tentang beza sepunya dalam kategori sebagai pola dalam kajian ini membabitkan corak dan keadaan susunan nombor. Seorang peserta kajian memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Tingkah laku beliau dipaparkan dalam Petikan 4.2.3.3 (Ashley).

Petikan 4.2.3.3 (Ashley)

- P: Apa lagi yang terlintas difikiran anda tentang beza sepunya?
A: Beza sepunya membantu untuk mengenal pasti corak nombor.
P: Boleh jelaskan?

- A: Sebagai contoh corak nombor 3, 6, 9, 12, ... Jika dilihat corak nombor itu pada awalnya ia kelihatan seperti nombor rawak. Dengan mencari nilai beza sepunya antara nombor yang berturutan, kemudian membandingkan beza sepunya antara nombor yang berturutan itu membantu dalam menentukan corak nombor itu adalah janjang aritmetik atau bukan.

Berdasarkan Petikan 4.2.3.3 (Ashley) peserta kajian menggambarkan beza sepunya membantu untuk mengenal pasti suatu corak nombor itu adalah janjang aritmetik atau bukan dengan menentukan dan membandingkan beza sepunya antara nombor yang berturutan itu. Corak nombor itu boleh dikatakan sebagai janjang aritmetik sekiranya nilai beza sepunya antara nombor yang berturutan itu adalah sama.

Kesimpulan. Gambaran mental tentang beza sepunya bagi semua peserta kajian dikelaskan kepada tiga kategori iaitu sebagai: (i) Definisi istilah (ii) Situasi harian (iii) Pola.

4.2.4 Gambaran Mental tentang Sebutan Tertentu

Dalam kajian ini gambaran mental tentang sebutan tertentu dikelaskan kepada empat kategori iaitu: (i) Kedudukan (ii) Formula (iii) Situasi harian (iv) Definisi Istilah. Jadual 4.2.4 menunjukkan ringkasan gambaran mental tentang sebutan tertentu yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.2.4

Gambaran mental tentang sebutan tertentu

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.2.4.1	Kedudukan	<ul style="list-style-type: none"> • Nombor pada sebutan tertentu yang ingin dicari. Merujuk kepada kedudukan. • Menunjukkan kedudukan. <ul style="list-style-type: none"> - Memberikan contoh 2, 4, 6, 8, - Sebutan ketiga adalah nilai 6 • Mencari nombor pada tempat tersebut <ul style="list-style-type: none"> - 3, 6, 9 iaitu n_1, n_2, n_3 • Nombor dalam mana-mana kedudukan dalam suatu jujukan. <ul style="list-style-type: none"> - Memberi contoh 7, 14, 21, 28, 32 sebutan ketiga ialah 21 dan sebutan keempat ialah 28 	<p>Ashley</p> <p>Ashley, Man</p> <p>Sunther</p> <p>Daniel</p>

Jadual 4.2.4 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta Kajian
4.2.4.2	Formula	<ul style="list-style-type: none"> • Menyatakan formula $T_n = a + (n-1)d$ <ul style="list-style-type: none"> - Menerangkan simbol pada formula. - Menunjukkan cara untuk mencari sebutan tertentu - Memberi contoh mencari sebutan tertentu • Menyatakan formula $T_n = a + d$ • Sebutan tertentu boleh dicari menggunakan formula. Memberi contoh. 	Ashley, Man Daniel Daniel Man
4.2.4.3	Situasi harian	<ul style="list-style-type: none"> • Memberi contoh sebuah bangunan di hospital dengan beberapa aras tingkat dan fungsi yang berbeza. <ul style="list-style-type: none"> - Sebagai contoh aras satu ialah lobi, aras dua wad kanak-kanak, aras tiga wad bersalin dan seterusnya. - Sekiranya bahagian setiap aras tingkat telah diketahui, ia akan membantu seseorang untuk pergi ke bahagian tersebut dengan lebih mudah. 	Ashley
4.2.4.4	Definisi Istilah	<ul style="list-style-type: none"> • Menggunakan nilai beza sepunya untuk mencari sebutan tertentu pada suatu kedudukan. 	Ashley, Man

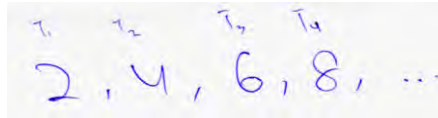
4.2.4.1 Gambaran Mental Sebutan Tertentu sebagai Kedudukan

Gambaran mental tentang sebutan tertentu dalam kategori sebagai kedudukan dalam kajian ini membabitkan kedudukan sebutan atau nombor pada suatu jangjang aritmetik. Sebutan atau nombor itu mungkin merupakan sebutan ketiga ataupun sebutan tertentu yang terletak pada satu kedudukan tertentu dalam jangjang aritmetik. Kesemua peserta kajian menggambarkan sebutan tertentu sebagai kedudukan dan mereka mempunyai gambaran yang hampir sama tentang sebutan tertentu. Berikut merupakan antara tingkah laku yang diambil daripada dua orang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.2.4.1a (Ashley) dan 4.2.4.1b (Sunther).

Petikan 4.2.4.1a (Ashley)

- P: Apabila saya sebut sebutan tertentu, apa yang terlintas difikiran anda?
A: Aaa... contoh, saya ada empat sebutan disini, 2, 4, 6, 8, ... sebutan pertama ialah 2, sebutan kedua ialah 4, sebutan ketiga ialah 6 dan sebutan keempat ialah 8.

- P: Boleh jelaskan lagi?
 A: Sebutan tertentu itu ialah bilangan sebutan atau nombor yang terdapat pada suatu jangjang aritmetik.



Petikan 4.2.4.1b (Sunther)

- P: Apa gambaran yang terlintas difikirkan kamu tentang sebutan tertentu?
 S: Sebutan tertentu adalah untuk mencari nombor pada tempat tersebut.
 P: Boleh kamu terangkan lagi?
 S: Contohnya 3, 6, 9, n_1, n_2, n_3, \dots . $n_1=3, n_2=6, n_3=9$, iaitu sebutan pertama ialah 3, sebutan kedua ialah 6 dan sebutan ketiga ialah 9.
 P: Ada lagi?
 S: Tiada

Kesemua peserta kajian mempunyai gambaran yang hampir sama tentang sebutan tertentu iaitu sebagai kedudukan. Peserta kajian (Ashley) menggambarkan sebutan tertentu itu adalah bilangan sebutan atau nombor yang terdapat pada suatu jangjang aritmetik. Beliau memberi contoh jangjang aritmetik, yang terdiri dari empat sebutan iaitu 2, 4, 6, 8, ... dengan sebutan pertama, nilainya ialah nombor 2, sebutan kedua ialah nombor 4, sebutan ketiga ialah nombor 6 dan sebutan keempat ialah nombor 8. Manakala peserta kajian kedua (Sunther) menggambarkan sebutan tertentu adalah untuk menentukan nombor pada tempat tersebut. Beliau memberi contoh 3, 6, 9, ... dan menyatakan $n_1=3, n_2=6, n_3=9$, iaitu sebutan pertama ialah 3, sebutan kedua ialah 6 dan sebutan ketiga ialah 9.

4.2.4.2 Gambaran Mental Sebutan Tertentu menggunakan Formula

Gambaran mental sebutan tertentu digambarkan dalam kategori sebagai formula dalam kajian ini membabitkan penggunaan formula $T_n = a + (n-1)d$ untuk mencari sebutan tertentu dalam jangjang aritmetik. Tiga orang peserta kajian (Ashley, Daniel dan Man) memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Berikut merupakan contoh tingkah laku Daniel dipaparkan dalam petikan 4.2.4.2 (Daniel)

Petikan 4.2.4.2 (Daniel)

- P: Apa lagi yang terlintas difikiran kamu tentang sebutan tertentu?
D: Sebutan tertentu boleh dicari menggunakan formula $T_n = a + (n-1)d$
P: Boleh jelaskan lagi?
D: Contohnya 7, 14, 21, 28, ... saya ingin cari sebutan yang ke 100. Saya hanya perlu memasukkan nilai-nilai yang berkenaan ke dalam formula tersebut. Iaitu nilai $a = 7$, $d = 7$, $n = 100$. Saya akan mendapat jawapan sebutan yang ke seratus nilainya ialah 700.
P: Ada lagi?
D: $T_n = a + d$
P: Boleh jelaskan?
D: T_n ialah sebutan tertentu, a ialah simbol bagi sebutan pertama atau sebutan sebelum sebutan yang ingin dicari dan d ialah beza sepunya. Bagi formula ini nilai a adalah sentiasa berubah kerana bergantung dengan sebutan selepasnya yang ingin dicari.

Berdasarkan Petikan 4.2.4.2 (Daniel) dan dua orang lagi peserta kajian mempunyai gambaran yang hampir sama tentang sebutan tertentu boleh dicari menggunakan formula $T_n = a + (n-1)d$. Daniel juga ada menggambarkan formula $T_n = a + d$ dan menjelaskan simbol dan penggunaan formula tersebut, dimana T_n ialah sebutan tertentu, a ialah simbol bagi sebutan pertama atau sebutan sebelum sebutan yang ingin dicari dan d ialah beza sepunya. Bagi formula ini nilai a adalah sentiasa berubah kerana bergantung dengan sebutan selepasnya yang ingin dicari.

4.2.4.3 Gambaran Mental Sebutan Tertentu menggunakan Situasi Harian

Gambaran mental tentang sebutan tertentu dalam kategori menggunakan situasi harian dalam kajian ini menggunakan contoh peristiwa atau perkara yang berlaku dalam kehidupan seharian. Seorang peserta kajian (Ashley) memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Tingkah laku peserta kajian mengenai gambaran mental sebutan tertentu yang digambarkan menggunakan contoh situasi harian dipaparkan dalam Petikan 4.2.4.3.

Petikan 4.2.4.3 (Ashley)

- P: Apa lagi bayangan anda tentang sebutan tertentu?
A: Macam bangunan yang terdapat pada sebuah hospital. Contohnya sebuah bangunan di hospital yang tinggi mempunyai pelbagai tingkat dan bahagian yang berbeza. Seperti contoh tingkat satu ialah lobi, tingkat dua ialah bahagian kanak-kanak, tingkat tiga bahagian ibu mengandung dan seterusnya. Jika kita sudah tahu bahagian setiap tingkat, lebih mudah untuk kita pergi ke bahagian yang dikehendaki.
P: Ada lagi yang kamu terbayang tentang sebutan tertentu?
A: Tiada.

Berdasarkan Petikan 4.2.4.3 (Ashley), peserta kajian menggambarkan sebutan tertentu menggunakan contoh berdasarkan situasi harian. Peserta kajian pertama (Ashley) menggambarkan sebutan tertentu berdasarkan situasi harian dengan memberi contoh sebuah bangunan hospital yang terdiri daripada pelbagai tingkat dengan jabatan yang berbeza. Beliau menggambarkan sekiranya kita mengetahui bahagian bagi setiap tingkat bangunan, ia akan membantu kita untuk pergi ke bahagian yang dikehendaki.

4.2.4.4 Gambaran mental Sebutan Tertentu menggunakan Definisi Istilah

Gambaran mental tentang sebutan tertentu dalam kategori menggunakan definisi istilah iaitu nilai beza sepunya diperlukan untuk mencari sebutan tertentu dalam suatu jangjang aritmetik. Dua orang peserta kajian (Ashley, Man) memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Tingkah laku Ashley dan Man mengenai gambaran mental sebutan tertentu dipaparkan dalam Petikan 4.2.4.4a (Ashley) dan petikan 4.2.4.4b (Man).

Petikan 4.2.4.4a (Ashley)

- A: Jika ingin lanjutkan lagi sehingga sebutan tertentu dalam jangjang aritmetik, nilai beza sepunya diperlukan.
P: Bagaimana boleh jelaskan lagi?
A: Dengan nilai beza sepunya kita hanya perlu menambah atau menolak sebutan sebelum untuk mendapatkan sebutan seterusnya.
P: Ada lagi yang kamu ingin terangkan?

A: Kalau sebutan tertentu yang ingin dicari adalah nilai yang besar atau kedudukan yang besar, penggunaan formula digalakkan bagi menjimatkan masa.

Petikan 4.2.4.2b (Man)

P: Apa lagi yang terlintas difikiran kamu tentang sebutan tertentu?
M: Sebutan tertentu boleh dicari menggunakan formula $T_n = a + (n - 1)d$
P: Boleh jelaskan lagi?
M: 100, 90, 80, 70, ... sebutan ke berapakah nilainya 50. Masukkan nilai ke dalam rumus $T_n = 50$, $a = 100$, $d = 10$, $n =$ sebutan yang ingin dicari ? Setelah nilai tersebut dimasukkan ke dalam formula, sebutan ke enam nilainya adalah 50.

Berdasarkan Petikan 4.2.4.4a (Ashley) dan 4.2.4.4b (Man) peserta kajian menggambarkan sebutan tertentu sebagai definisi istilah iaitu sebutan tertentu boleh dicari dengan menambah atau menolak sebutan sebelum dengan nilai beza sepunya untuk mendapatkan sebutan seterusnya. Sekiranya nilai sebutan yang ingin dicari itu adalah nilai yang besar, penggunaan formula amat digalakkan bagi menjimatkan masa.

Kesimpulan. Gambaran mental tentang sebutan tertentu bagi semua peserta kajian boleh dikelaskan kepada empat kategori iaitu sebagai: (i) Kedudukan (ii) Formula (iii) Situasi harian (iv) Definisi Istilah.

4.2.5 Gambaran Mental tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama

Dalam kajian ini mendapati gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan pertama dikelaskan kepada tiga kategori iaitu: (i) Definisi istilah (ii) Situasi harian (iii) Formula atau manual. Jadual 4.2.5 menunjukkan ringkasan gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan pertama yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.2.5

Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan pertama

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.2.5.1	Definisi istilah	<ul style="list-style-type: none"> • Menyatakan hasil tambah semua sebutan yang diperlukan. <ul style="list-style-type: none"> - memberi contoh cari hasil tambah sebutan pertama sehingga sebutan ke Sembilan. - Memberi contoh hasil tambah tiga sebutan terawal. 	Ashley, Man
		<ul style="list-style-type: none"> • Hasil tambah n sebutan pertama. <ul style="list-style-type: none"> - Memberi contoh hasil tambah lima sebutan pertama iaitu $T_1+T_2+T_3+T_4+T_5$ 	Daniel, Man
4.2.5.2	Situasi harian	<ul style="list-style-type: none"> • Memberi contoh murid menyimpan wang belanja RM1 sehari, hari kedua simpan lagi RM1, hari ketiga simpan lagi RM1 sehinggalah hari kelima dalam minggu tersebut. Jika murid ingin mengetahui jumlah wang yang disimpan dalam lima hari seminggu, dia hanya perlu menambah semua jumlah wang yang disimpannya. 	Ashley
4.2.5.3	Formula atau manual	<ul style="list-style-type: none"> • Menyatakan formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ 	Semua
		<ul style="list-style-type: none"> • Menerangkan maksud S_n dan memberi contoh penerangan. <ul style="list-style-type: none"> - Menerangkan sebutan yang sedikit tidak perlu menggunakan formula. 	Ashley, Sunther
		<ul style="list-style-type: none"> • Memberi contoh penggunaan formula. Iaitu mencari hasil tambah lima belas sebutan terawal iaitu 1, 5, 9, 13, 15 <ul style="list-style-type: none"> - Lebih senang untuk mengira. 	Sunther
		<ul style="list-style-type: none"> • Jika hasil tambah sebutan banyak, contoh sehingga dua puluh sebutan lebih baik gunakan formula. <ul style="list-style-type: none"> - Susah untuk selesaikan sekiranya tidak menggunakan formula. Nilai setiap sebutan perlu ada atau cari menggunakan nilai beza sepunya, iaitu tambah atau tolak sebutan sebelumnya untuk mendapatkan sebutan selepasnya. 	Daniel, Man

4.2.5.1 Gambaran Mental tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama menggunakan Definisi Istilah

Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan pertama dalam kajian ini digambarkan menggunakan definisi istilah membabitkan maksud hasil tambah n sebutan pertama iaitu proses penambahan kesemua sebutan yang diperlukan bermula dengan sebutan pertama sehingga sebutan ke n . Kesemua peserta kajian menggunakan definisi istilah dalam menerangkan gambaran mereka tentang hasil

tambah n sebutan pertama. Keempat-empat peserta kajian mempunyai gambaran definisi istilah yang hampir sama tentang hasil tambah n sebutan pertama. Berikut merupakan contoh tingkah laku Ashley dipaparkan dalam Petikan 4.2.5.1 (Ashley).

Petikan 4.2.5.1 (Ashley)

- P: Apabila saya sebut hasil tambah n sebutan pertama apa yang kamu bayangkan?
- A: biasanya untuk hasil tambah bagi sebutan, seperti contoh, cari hasil tambah semua sebutan berikut.
- P: Boleh terangkan lebih lagi?
- A: Janjang aritmetik ialah suatu corak. Dalam corak ada sebutan-sebutan. Hasil tambah sebutan-sebutan itu ialah hasil tambah n sebutan pertama. Diberi sebutan pertama sehingga sebutan kesembilan. Seperti contoh $T_1+T_2+T_3+T_4+T_5+\dots+T_9$

Keempat-empat peserta kajian menggambarkan hasil tambah n sebutan pertama menggunakan kategori definisi istilah. Berdasarkan Petikan 4.2.5.1 (Ashley) menggambarkan hasil tambah n sebutan pertama ialah dengan menambah kesemua sebutan yang diperlukan. Beliau juga menggambarkan janjang aritmetik adalah suatu corak nombor yang terdiri daripada sebutan. Hasil tambah sebutan-sebutan di dalam corak tersebut akan membentuk hasil tambah n sebutan pertama.

4.2.5.2 Gambaran Mental Hasil Tambah n Sebutan Pertama menggunakan Situasi Harian

Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan pertama dalam kajian ini digambarkan menggunakan situasi harian, dengan mengambil contoh peristiwa atau perkara yang berlaku di persekitaran kita. Seorang peserta kajian (Ashley) memberikan gambaran mental dalam kategori ini dan tingkah lakunya dipaparkan dalam Petikan 4.2.5.2 (Ashley).

Petikan 4.2.5.2 (Ashley)

- P: Ada lagi yang tergambar di minda kamu tentang hasil tambah n sebutan pertama?
- A: Contoh murid menyimpan wang belanja RM1 sehari, hari kedua simpan lagi RM1, hari ketiga simpan lagi RM1 sehinggalah hari kelima dalam minggu tersebut. Jika ingin mengetahui jumlah wang

yang disimpan dalam lima hari seminggu, dia hanya perlu menambah semua jumlah wang yang disimpannya iaitu RM 5.

Berdasarkan Petikan 4.2.5.2, peserta kajian (Ashley) menggambarkan hasil tambah n sebutan pertama dengan menggunakan situasi harian. Beliau memberi contoh murid menyimpan wang belanja RM1 pada setiap hari dalam lima hari persekolahan dalam minggu tersebut. Jika murid ingin mengetahui jumlah wang yang disimpan dalam lima hari seminggu, dia hanya perlu menambah semua jumlah wang yang disimpannya dalam minggu tersebut.

4.2.5.3 Gambaran Mental Hasil Tambah n Sebutan Pertama Menggunakan Formula atau manual

Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan pertama digambarkan menggunakan formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ atau manual untuk mencari hasil tambah n sebutan pertama dalam janjang aritmetik. Seperti contoh mencari hasil tambah n sebutan pertama sehingga sebutan kelima. Kesemua peserta kajian memberikan gambaran mental dalam kategori ini. Berikut merupakan contoh tingkah Sunther dipaparkan dalam petikan 4.2.5.3 (Sunther).

Petikan 4.2.5.3 (Sunther)

- P: Apabila saya sebut hasil tambah n sebutan pertama apa yang kamu bayangkan?
S: Formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$
P: Boleh terangkan lagi?
S: Contoh S_n ialah hasil tambah lima belas sebutan terawal.
P: Boleh bagi contoh?
S: Cari hasil tambah lima belas sebutan pertama bagi 1, 5, 9, 13, ...

a) 1, 5, 9, 13, ...
Find the first 15 terms a .
 $S_{15} = \frac{15}{2} [2(1) + (15-1) \times 4]$
 $n = 435$

- P: Apa lagi yang tergambar difikiran kamu?
S: Lebih senang mengira menggunakan formula.

Keempat-empat peserta kajian mempunyai gambaran yang sama tentang hasil tambah n sebutan pertama iaitu menggunakan formula hasil tambah sebutan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ atau secara manual. Peserta kajian pada Petikan 4.2.5.3 (Sunther) menunjukkan contoh penggunaan formula hasil tambah n sebutan pertama. Menurut beliau penggunaan formula untuk mencari hasil tambah n sebutan pertama adalah lebih senang. Tiga orang peserta kajian (Ashley, Daniel dan Man) menyatakan untuk mencari hasil tambah bagi sebutan yang sedikit boleh dilakukan tanpa menggunakan formula. Selain daripada itu dua orang peserta kajian (Danial dan Man) menyatakan masa yang panjang diperlukan jika tidak menggunakan formula untuk mencari hasil tambah n sebutan pertama bagi sebutan yang banyak.

Kesimpulan. Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan pertama bagi semua peserta kajian boleh dikelaskan kepada tiga kategori iaitu: (i) Definisi Istiah (ii) Situasi Harian (iii) Formula atau manual

4.2.6 Gambaran Mental tentang Hasil Tambah n Sebutan Tertentu

Dalam kajian ini mendapati gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan tertentu dikelaskan kepada empat kategori iaitu: (i) Perbandingan (ii) Konsep bulatan subset (iii) Kedudukan (iv) Manual atau formula. Jadual 4.2.6 menunjukkan ringkasan gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan tertentu yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.2.6

Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan tertentu

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.2.6.1	Perbandingan	Memberi penerangan tentang perbandingan antara hasil tambah n sebutan tertentu dengan hasil tambah n sebutan pertama. - Menggunakan contoh gula-gula dalam penerangan.	Ashley, Sunther
4.2.6.2	Konsep bulatan subset	Murid menerangkan menggunakan konsep bulatan subset.	Ashley

Jadual 4.2.6 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta Kajian
4.2.6.3	Kedudukan	Menyatakan hasil tambah n sebutan tertentu adalah hasil tambah beberapa sebutan pada kedudukan tertentu dalam janjang aritmetik. Satu baris nombor yang berada diteengah-tengah contoh sebutan keempat sehingga sebutan kesembilan.	Man, Daniel Sunther
4.2.6.4	Manual atau formula	<ul style="list-style-type: none"> • Menyatakan boleh diselesaikan sama ada secara manual atau formula. • Cara formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ • Cara formula lebih cepat dan efektif 	Sunther Sunther, Daniel, Man Sunther, Ashley

4.2.6.1 Gambaran Mental tentang Hasil Tambah n Sebutan Tertentu melalui Perbandingan

Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan tertentu digambarkan melalui perbandingan dengan hasil tambah n sebutan pertama. Hasil tambah n sebutan pertama ialah hasil tambah beberapa sebutan yang diperlukan yang bermula dengan sebutan pertama dan seterusnya, tetapi hasil tambah n sebutan tertentu pula ialah hasil tambah beberapa sebutan yang diperlukan dan tidak semestinya bermula dengan sebutan pertama dalam janjang aritmetik. Terdapat dua orang peserta kajian (Ashley dan Sunther) yang memberikan gambaran dalam kategori perbandingan ini. Peserta kajian (Sunther) juga menggambarkan hasil tambah n sebutan tertentu ialah hasil tambah nombor-nombor yang berada ditengah. Berikut merupakan contoh tingkah laku Sunther dipaparkan dalam Petikan 4.2.6.1 (Sunther).

Petikan 4.2.6.1 (Sunther)

- P: Apabila saya sebut hasil tambah n sebutan tertentu apa yang kamu bayangkan?
- S: (Murid imbas kembali) Hasil tambah n sebutan pertama ialah bermula dengan hasil tambah dari sebutan pertama, sehingga sebutan yang diminta. Mesti mula dengan sebutan pertama. Contohnya cari hasil tambah sebutan pertama sehingga sebutan kesepuluh. Bagi kes mencari hasil tambah n sebutan tertentu, sebutan yang diinginkan berada ditengah-tengah. Contohnya cari hasil tambah sebutan

keempat sehingga sebutan kesepuluh. Oleh itu murid perlu menambah bermula dengan sebutan keempat sehingga sebutan kesepuluh.

Dua orang peserta kajian (Ashley dan Sunther) menggambarkan hasil tambah n sebutan tertentu dengan membuat perbandingan antara hasil tambah n sebutan tertentu dengan hasil tambah n pertama. Mereka menggambarkan hasil tambah n sebutan tertentu ialah dengan menambah sebutan yang berada di tengah-tengah, manakala hasil tambah n sebutan pertama ialah dengan menambah sebutan yang bermula dengan sebutan pertama sehingga sebutan yang diperlukan.

Peserta kajian Petikan 4.2.6.1 (Sunther) menggambarkan hasil tambah n sebutan tertentu ialah hasil tambah baris nombor yang berada di tengah-tengah, sebagai contoh sebutan keempat sehingga sebutan kesembilan. Selepas itu beliau turut membuat perbandingan antara hasil tambah n sebutan pertama dengan hasil tambah n sebutan tertentu. Beliau menerangkan hasil tambah n sebutan pertama ialah hasil tambah dari sebutan pertama, sehingga sebutan yang diminta, nombor yang ditambah mesti bermula dengan sebutan pertama. Contohnya cari hasil tambah sebutan pertama sehingga sebutan kesepuluh. Manakala hasil tambah n sebutan tertentu ialah sebutan yang ingin ditambah berada ditengah-tengah. Contoh hasil tambah sebutan keempat sehingga sebutan kesepuluh.

4.2.6.2 Gambaran Mental tentang Hasil Tambah n Sebutan Tertentu menggunakan Konsep Bulatan Subset

Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan tertentu digambarkan menggunakan konsep bulatan subset. Subset adalah subtopik dalam tajuk set yang dipelajari oleh murid ketika di Tingkatan Empat dalam subjek Matematik. Konsep bulatan dan subset ini adalah konsep gambar rajah Venn. Bulatan besar atau bulatan penuh terdiri daripada semua hasil tambah sebutan sebagai contoh hasil tambah sebutan pertama sehingga sebutan kedua puluh. Pada bulatan penuh itu terdapat kawasan kecil yang ditanda atau dilorekkan bagi menyatakan hasil tambah beberapa

sebutan, sebagai contoh hasil tambah sebutan bermula daripada sebutan kelima sehingga sebutan kesebelas. Oleh itu, bahagian yang ditanda dan dilorekkan pada bulatan adalah hasil tambah sebutan kelima sehingga sebutan kesebelas merupakan subset kepada bulatan penuh yang terdiri daripada hasil tambah bermula dari sebutan pertama sehingga sebutan kedua puluh. Seorang sahaja peserta kajian (Ashley) menggambarkan hasil tambah n sebutan tertentu menggunakan konsep bulatan subset. Berikut merupakan tingkah laku peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.2.6.2 (Ashley).

Petikan 4.2.6.2 (Ashley)

P: Ada lagi yang kamu bayangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu?

A: Saya nak melukis sebuah bulatan (murid melukis sebuah bulatan pada kertas yang disediakan).



P: Boleh kamu terangkan ?

A: Hasil tambah n sebutan tertentu saya wakikan dengan bulatan. Kawasan yang berlorek itu adalah subset bagi bulatan tersebut.

P: Boleh kamu terangkan lagi:

A: Seluruh bulatan itu adalah hasil tambah sebutan pertama sehingga sebutan kedua belas S_{12} iaitu $T_1+T_2+T_3+T_4+\dots+T_{10}+T_{11}+T_{12}$. Manakala kawasan yang berlorek ialah hasil tambah enam sebutan terawal S_6 iaitu $T_1+T_2+T_3+T_4+T_5+T_6$. Jika soalan meminta mencari hasil tambah sebutan ketujuh sehingga sebutan kedua belas, $S_{12} \rightarrow S_7$ murid perlu menambah hasil tambah sebutan pertama sehingga sebutan kedua belas kemudian ditolak dengan hasil tambah sebutan pertama sehingga sebutan keenam. Oleh itu hasil tambah sebutan ketujuh sehingga sebutan kedua belas diperolehi iaitu $T_7+T_8+T_9+T_{10}+T_{11}+T_{12}$.

P: Ada lagi yang ingin kamu terangkan lagi?

A: Kawasan yang berlorek itu ialah hasil tambah enam sebutan yang terawal S_6 iaitu $T_1+T_2+T_3+T_4+T_5+T_6$, ataupun subset kepada bulatan tersebut. Bulatan penuh tersebut mewakili S_{12} iaitu $T_1+T_2+T_3+\dots+T_{10}+T_{11}+T_{12}$ oleh itu jika ingin mencari hasil tambah sebutan ketujuh sehingga sebutan kedua belas $S_{12} \rightarrow S_7$ seluruh bulatan ditolak pada kawasan yang berlorek, $S_{12}-S_6$ maka hasil tambah sebutan ketujuh sehingga kedua belas diperolehi $T_7+T_8+T_9+T_{10}+T_{11}+T_{12}$.



Berdasarkan Petikan 4.2.6.2 peserta kajian (Ashley) menggambarkan hasil tambah n sebutan tertentu dengan menggunakan bulatan. Bulatan penuh itu adalah hasil tambah sebutan pertama sehingga sebutan kedua belas S_{12} , manakala kawasan berlorek itu adalah subset kepada bulatan penuh itu yang terdiri daripada hasil tambah enam sebutan terawal iaitu dari sebutan pertama sehingga sebutan keenam S_6 . Peserta kajian (Ashley) memberi contoh sekiranya soalan meminta murid mencari hasil tambah sebutan ketujuh sehingga kedua belas $S_{12} \rightarrow S_7$ murid perlu menambah sebutan ketujuh sehingga kedua belas, iaitu $T_7+T_8+T_9+T_{10}+T_{11}+T_{12}$ (secara manual) ataupun murid boleh mencari hasil tambah dua belas sebutan terawal S_{12} dan hasil tambah enam sebutan terawal S_6 , kemudian hasil tambah dua belas sebutan terawal ditolak dengan hasil tambah enam sebutan terawal $S_{12}-S_6$, maka hasil tambah sebutan ketujuh sehingga kedua belas diperolehi. Oleh itu bulatan penuh, jika ditolak pada kawasan berlorek yang merupakan subset pada bulatan itu, baki kawasan yang diperolehi itu adalah hasil tambah sebutan ketujuh sehingga sebutan kedua belas iaitu $T_7+T_8+T_9+T_{10}+T_{11}+T_{12}$.

4.2.6.3 Gambaran Mental Hasil Tambah n Sebutan Tertentu menggunakan Kedudukan

Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan tertentu dalam kajian ini digambarkan menggunakan kategori kedudukan. Iaitu hasil tambah beberapa sebutan ke n yang berturutan pada kedudukan tertentu dalam janjang aritmetik. Tiga orang peserta kajian (Sunther, Daniel dan Man) menggambarkan hasil tambah n sebutan tertentu menggunakan kategori kedudukan. Berikut merupakan contoh tingkah laku mereka dipaparkan dalam Petikan 4.2.6.3a (Daniel) dan 4.2.6.3b (Man).

Petikan 4.2.6.3a (Daniel)

- P: Apabila saya sebut hasil tambah n sebutan tertentu, apa yang kamu bayangkan?
- D: Hasil tambah dari sebutan ketiga sehingga sebutan keempat belas. Julat antara julat atau sebutan antara jurang.

Petikan 4.2.6.3b (Man)

- P: Apabila saya sebut hasil tambah n sebutan tertentu apa yang kamu bayangkan?
- M: Contoh cari hasil tambah sebutan kedua puluh sehingga sebutan kesepuluh iaitu tambah sebutan kesepuluh, kesebelas, kedua belas sehingga sebutan kedua puluh.
- P: Boleh terangkan lagi?
- M: Jurang, julat antara sebutan dari dua puluh sehingga sebutan kesepuluh, dan tambahkan semua nilai diantara itu.

Tiga orang peserta kajian menggambarkan hasil tambah n sebutan tertentu menggunakan kedudukan. Berdasarkan Petikan 4.2.6.3a (Daniel) dan 4.2.6.3b (Man), mereka memberi contoh hasil tambah beberapa sebutan yang terletak ditengah-tengah barisan nombor. Peserta kajian pertama (Daniel) menyatakan hasil tambah dari sebutan ketiga sehingga sebutan keempat belas. Beliau turut menyatakan hasil tambah n sebutan tertentu ialah julat antara julat atau jurang antara sebutan. Peserta kajian kedua (Man) menyatakan hasil tambah sebutan kedua puluh sehingga sebutan kesepuluh, beliau juga menyatakan jurang julat antara sebutan dari dua puluh sehingga sebutan kesepuluh, dan kemudian nilai tersebut ditambah.

4.2.6.4 Gambaran Mental Hasil Tambah n Sebutan Tertentu secara Manual atau Formula

Gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan tertentu digambarkan secara manual atau menggunakan formula untuk mencari hasil tambah sebutan

$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$. Kesemua peserta kajian memberi gambaran tentang hasil

tambah n sebutan tertentu pada kategori secara manual atau formula. Berikut merupakan contoh tingkah laku Sunther dipaparkan pada Petikan 4.2.6.4 (Sunther).

Petikan 4.2.6.4 (Sunther)

- P: Ada lagi gambaran kamu tentang hasil tambah n sebutan tertentu?
- S: Boleh diselesaikan secara manual atau congkak dan secara formula
- $$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$
- P: Boleh jelaskan lagi?
- S: Jika cara manual atau congkak sebagai contoh, nak mencari hasil tambah sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh, kita boleh selesaikan secara manual atau congkak dengan menambah sebutan kelima, keenam sehingga kesepuluh, dengan syarat nilai setiap sebutan itu diketahui $T_5 + T_6 + T_7 + T_8 + T_9 + T_{10}$,
- P: Bagaimanapula dengan menggunakan formula?
- S: Gunakan formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$
- P: Boleh jelaskan lagi?
- S: Menggunakan contoh yang sama tadi iaitu mencari hasil tambah sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh, kita juga boleh selesaikan menggunakan formula seperti yang saya nyatakan tadi. Mula-mula kita harus mencari hasil tambah sepuluh sebutan terawal S_{10} , kemudian cari hasil tambah empat sebutan terawal S_4 . Selepas itu tolakkan hasil tambah sepuluh sebutan terawal kepada hasil tambah empat sebutan terawal $S_{10} - S_4$, maka hasil tambah bermula sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh diperolehi.
- P: Ada yang ingin kamu jelaskan lagi?
- S: Kalau soalan diselesaikan menggunakan formula, kita kene amik hasil tambah sebutan sebelum itu.
- P: Boleh kamu terangkan?
- S: Soalan nak cari hasil tambah dari sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh, jika secara congkak atau manual, kita hanya tambah setiap sebutan bermula dari sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh. Dengan syarat nilai bagi setiap sebutan diketahui. Tetapi jika kita menggunakan formula, kita tidak perlu mengetahui nilai bagi setiap sebutan. Kita akan menggunakan formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ iaitu kita mencari hasil tambah sebelum sebutan kelima iaitu hasil tambah empat sebutan terawal. Kita tidak mencari hasil tambah lima sebutan terawal, kerana nilai sebutan kelima itu termasuk dalam menjawab soalan untuk mencari hasil tambah sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh. Oleh itu kita perlu mencari hasil tambah empat sebutan terawal.

Kesemua peserta kajian mempunyai gambaran mental yang sama tentang hasil tambah n sebutan tertentu boleh diselesaikan secara manual atau formula. Berdasarkan Petikan 4.2.6.4 (Sunther), Sunther menggambarkan hasil tambah n

sebutan tertentu dapat diselesaikan secara manual atau menggunakan formula. Beliau memberi contoh, sekiranya soalan meminta murid mencari hasil tambah dari sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh murid boleh menyelesaikan sama ada secara manual atau menggunakan formula. Jika secara manual atau congkak, murid perlu mengetahui nilai setiap sebutan bermula sebutan kelima, sehingga sebutan kesepuluh. Kemudian nilai sebutan itu dijumlahkan $T_5+T_6+T_7+T_8+T_9+T_{10}$. Soalan yang sama juga boleh diselesaikan menggunakan formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$. Jika menggunakan formula, murid perlu mencari hasil tambah sebutan sebelum sebutan yang ingin dicari, iaitu hasil tambah empat sebutan terawal ini kerana sebutan kelima adalah termasuk dalam mencari hasil tambah sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh. Selepas itu peserta kajian memaklumkan murid perlu mencari hasil tambah sepuluh sebutan terawal menggunakan formula hasil tambah. Jika menggunakan formula, nilai bagi setiap sebutan jika tidak diketahui, tidak menjadi masalah. Selepas itu, hasil tambah sepuluh sebutan terawal ditolak kepada hasil tambah empat sebutan terawal, maka hasil tambah sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh diperoleh iaitu:

$$S_5 \rightarrow S_{10} = S_{10} - S_4 = \underbrace{(T_1+T_2+T_3+T_4+T_5+T_6+T_7+T_8+T_9+T_{10})}_{S_{10}} - \underbrace{(T_1+T_2+T_3+T_4)}_{S_4}$$

Kesimpulan. Kesemua peserta kajian mempunyai lebih dari satu gambaran mental tentang hasil tambah n sebutan tertentu yang disebut oleh pengkaji. Gambaran mental bagi semua peserta kajian dikelaskan kepada tiga kategori iaitu secara: (i) Perbandingan (ii) Konsep bulatan subset (iii) Kedudukan (iv) manual atau formula.

4.2.7 Ringkasan Gambaran Mental tentang Janjang Aritmetik

Gambaran mental janjang aritmetik dibahagikan kepada enam subkonstruk iaitu gambaran mental tentang: **(i) Janjang aritmetik (ii) Sebutan (iii) Beza sepunya (iv) Sebutan tertentu (v) Hasil tambah n sebutan pertama (vi) Hasil tambah n sebutan tertentu.** Setiap subkonstruk dalam janjang aritmetik digambarkan oleh peserta kajian dengan beberapa kategori tertentu. Jadual 4.2.7 di bawah menunjukkan ringkasan gambaran mental tentang subkonstruk dalam janjang aritmetik yang terdiri daripada janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu tertentu yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.2.7:

Ringkasan Gambaran Mental tentang Janjang Aritmetik secara Keseluruhan

Bil	Kategori	Gambaran mental yang diperolehi	Peserta kajian
1.	Janjang Aritmetik	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pola 2. Situasi harian 3. Formula 4. Ungkapan algebra 	Ashley, Sunther, Daniel Sunther, Daniel Sunther, Daniel Man
2.	Sebutan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Situasi harian 2. Kedudukan 3. Formula atau cara manual 	Ashley, Daniel Sunther, Man Man
3.	Beza sepunya	<ol style="list-style-type: none"> 1. Definisi istilah 2. Situasi harian 3. Pola 	Semua Ashley Ashley
4.	Sebutan tertentu	<ol style="list-style-type: none"> 1. Kedudukan 2. Formula 3. Situasi harian 4. Definisi Istilah 	Semua Ashley, Daniel, Man Ashley Ashley, Man
5.	Hasil tambah n sebutan pertama	<ol style="list-style-type: none"> 1. Definisi istilah 2. Situasi harian 3. Formula atau manual 	Ashley, Daniel, Man Ashley Semua
6.	Hasil tambah n sebutan tertentu	<ol style="list-style-type: none"> 1. Perbandingan 2. Konsep bulatan subset 3. Kedudukan 4. Manual atau formula 	Ashley, Sunther Ashley Sunther, Daniel, Man Semua

4.2.8 Rumusan Gambaran Mental tentang Janjang Aritmetik secara keseluruhan

Secara rumusannya gambaran mental tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh kesemua empat orang peserta kajian dapat dirumuskan kepada lapan kategori yang berbeza iaitu: **(i) Pola (ii) Situasi Harian (iii) Formula atau cara manual (iv) Ungkapan Algebra (v) Kedudukan (vi) Definisi Istilah (vii) Perbandingan (viii) Konsep Bulatan Subset**. Jadual 4.2.8 menunjukkan rumusan gambaran mental keseluruhan tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh peserta kajian dalam kajian ini.

Jadual 4.2.8

Rumusan Gambaran Mental tentang Janjang Aritmetik secara Keseluruhan

Gambaran Mental	Kategori	Peserta kajian
Janjang Aritmetik	1. Pola	Ashley, Sunther, Daniel
	2. Situasi Harian	Semua
	3. Formula atau cara manual	Semua
	4. Ungkapan Algebra	Man
	5. Definisi Istilah	Semua
	6. Kedudukan	Semua
	7. Perbandingan	Sunther, Man
	8. Konsep Bulatan Subset	Ashley

4.3 Perwakilan

Perwakilan merujuk bagaimana peserta kajian mewakilkan semula pengalaman mereka, iaitu pembinaan semula pengetahuan berdasarkan kepada pengalaman lepas yang pernah dialami. Dalam kajian ini, pengkaji meminta peserta kajian membacakan situasi yang ditulis pada sekeping kad dan membuat perwakilan sama ada dalam bentuk lukisan, penggunaan bahan konkrit atau penceritaan menggunakan bahan-bahan yang disediakan oleh pengkaji seperti biji kacang tanah, gula-gula, duit syiling dan alat tulis seperti pen, pensil, pensil warna dan kertas lukisan untuk mewakilkan; janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu.

4.3.1 Perwakilan tentang Janjang Aritmetik

Dalam tugas ini, keempat-empat peserta kajian mewakilkan subkonstruk **janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya dan sebutan tertentu** di bawah satu konsep iaitu janjang aritmetik. Ini kerana semasa temu duga dijalankan, peserta kajian mewakilkan subkonstruk tersebut di bawah janjang aritmetik semasa menerangkan perwakilan mengenai janjang aritmetik.

Dalam tugas perwakilan janjang aritmetik terdapat empat kategori yang telah dikenal pasti iaitu: **(i) Bahan konkrit (ii) Pola (iii) Naratif bertulis (iv) Naratif dalam konteks bahasa**. Jadual 4.3.1 di bawah menunjukkan ringkasan kategori perwakilan janjang aritmetik yang diberikan oleh keempat orang peserta kajian.

Jadual 4.3.1
Perwakilan tentang Janjang Aritmetik.

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.3.1.1	Bahan konkrit	<ul style="list-style-type: none"> Menyusun dan menerangkan kedudukan gula-gula/kekacang/duit syiling sebagai sebutan dan sebutan tertentu dalam janjang aritmetik. 	Semua
4.3.1.2	Pola	<ul style="list-style-type: none"> Corak susunan bilangan gula yang boleh dilihat. Mewakilkan sebutan menggunakan warna pada bungkusan gula-gula 	Ashley Sunther
4.3.1.3	Naratif bertulis	<ul style="list-style-type: none"> Menulis simbol bagi mencari nilai beza sepunya $d = T_2 - T_1 = T_{3-2}$ untuk menentukan janjang aritmetik atau bukan. Menggunakan formula $T_n = a + (n-1)d$ untuk mencari sebutan tertentu Beliau menyatakan sebutan ialah hasil darab nombor sebelum dengan beza sepunya. <ul style="list-style-type: none"> Selepas itu peserta kajian menyatakan kesilapannya dan menyatakan untuk mencari sebutan seterusnya murid boleh menambah sebutan sebelum dengan beza sepunya atau menggunakan formula. 	Man Sunther , Man Man

Jadual 4.3.1 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta Kajian
4.3.1.4	Naratif dalam konteks bahasa	<ul style="list-style-type: none"> • Menerangkan janjang aritmetik ialah operasi tambah atau tolak beza sepunya. • Jika beza sepunya sama, susunan nombor tersebut ialah janjang aritmetik. - Memberi contoh susunan nombor 2, 4, 6, ... menambah 2 untuk mendapat nombor seterusnya. - Beza sepunya adalah sama, maka susunan nombor itu ialah janjang aritmetik. • Sebutan tertentu diwakilkan dengan simbol T_n yang ditulis oleh peserta kajian. - Memberi contoh sebutan tertentu T_{18} adalah sebutan yang berada pada kedudukan yang kelapan belas. 	Sunther
		<ul style="list-style-type: none"> • Menerangkan beza sepunya dan kedudukan duit syiling yang disusun merupakan sebutan dan sebutan tertentu bagi suatu nombor yang terkandung di dalam janjang aritmetik. 	Daniel
		<ul style="list-style-type: none"> • Menerangkan untuk menentukan janjang aritmetik perlu mencari beza sepunya pada setiap sebutan. - Memberi contoh beberapa susunan nombor dan mencari nilai beza sepunya antara nombor tersebut. 	Man
		<ul style="list-style-type: none"> • Perlu ada nilai a (sebutan pertama), n (bilangan sebutan) dan d (beza sepunya) untuk mencari janjang aritmetik. • Beza sepunya antara sebutan mestilah sama jika susunan itu ialah janjang aritmetik. • Memberi contoh susunan nombor 1, 3, 5, 7, 9, ... dan menyatakan nilai setiap sebutan kemudian menyatakan sekiranya susunan nombor itu dilanjutkan, sebutan tertentu perlu dicari. • Sesuatu janjang aritmetik perlu mempunyai sekurang-kurangnya tiga sebutan, agar perbandingan antara sebutan dapat dilakukan bagi menentukan janjang aritmetik atau bukan. 	Man

4.3.1.1 Perwakilan Janjang Aritmetik menggunakan Bahan Konkrit

Perwakilan janjang aritmetik dalam kajian ini diwakilkan menggunakan bahan konkrit yang disediakan oleh pengkaji. Bahan konkrit terdiri daripada gula-gula dengan bungkusan berwarna, duit syiling, dan klip kertas berwarna. Kesemua peserta kajian menggunakan bahan konkrit dalam mewakili tentang janjang aritmetik. Keempat-empat peserta kajian mempunyai perwakilan tentang janjang

aritmetik yang hampir sama iaitu menggunakan bahan konkrit. Berikut merupakan antara tingkah laku dua orang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.3.1.1a (Ashley), 4.3.1.1b (Daniel).

Petikan 4.3.1.1a (Ashley)

P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian)

Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah pada waktu guru mengajar topik janjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan kamu apa itu janjang aritmetik?

(Peserta kajian membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).

P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu janjang aritmetik?

A: Saya terangkan kepada rakan dengan menggunakan gula-gula. Saya terangkan pengenalan tajuk ini tentang sebutan pertama, sebutan kedua, apa itu sebutan dan beza sepunya. Biasanya kalau terangkan sahaja, rakan saya mungkin kurang faham, jadi saya tunjukkan kepada rakan menggunakan gula-gula agar mereka lebih faham.

P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah, salah satu perkara yang diajar selain janjang aritmetik, guru ada juga menerangkan tentang sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan tentang sebutan?

(Peserta kajian membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).

P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu sebutan?

(Peserta kajian menyusun gula-gula pada meja dan menunjukkan pada rakannya bahawa susunan gula-gula adalah mengikut janjang aritmetik).



A: Saya tunjukkan susunan gula bagi sebutan pertama, sebutan kedua, sebutan ketiga, sebutan keempat, sebutan kelima dan sehingga sebutan ke n . Sebagai contoh tiga biji gula adalah sebutan ketiga dan lima biji gula adalah sebutan kelima.

P: Ada lagi yang ingin kamu jelaskan?

- A: Selain daripada sebutan yang terkandung di dalam jangjang aritmetik, iaitu sebutan pertama, sebutan kedua dan seterusnya, kita juga boleh mencari sebutan tertentu.
- P: Boleh terangkan lebih jelas lagi, apa itu sebutan tertentu?
- A: Sebutan yang tidak diketahui, kedudukannya nombor berapa dalam jangjang aritmetik tetapi nilainya diketahui.
- P: Boleh bagi contoh?
- A: aaa.... contohnya pada sebutan ke berapakah bilangan gula ada 10 biji.
- P: Ada lagi yang kamu ingin terangkan?
- A: Saya rasa itu sahaja.
- P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Selain jangjang aritmetik dan sebutan, guru juga ada menerangkan tentang beza sepunya. Bagaimanakah kamu tunjukkan tentang beza sepunya kepada rakan?

(Peserta kajian membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).

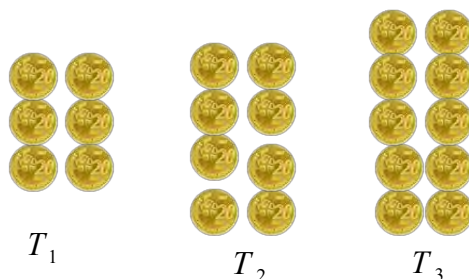
- P: Bagaimana pula kamu terangkan kepada rakan apa itu beza sepunya?
- A: Saya tunjukkan menggunakan gula-gula (sambil menyusun gula-gula), saya tambah dari satu gula kepada gula yang lain. Dari satu biji gula kemudian menjadi dua biji gula kemudian tiga biji gula dan seterusnya dengan menambah satu biji gula-gula. Maka beza sepunya adalah menambah 1 untuk mendapatkan bilangan gula seterusnya.

Petikan 4.3.1.1b (Daniel)

- P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah pada waktu guru mengajar tajuk jangjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan apa itu jangjang aritmetik?

- D: (Murid membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).
- P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu jangjang aritmetik semasa guru mengajar tajuk jangjang aritmetik?
- D: (murid menyusun duit syiling, kemudian menerangkan sambil menunjukkan ke arah duit syiling tersebut).



- D: Dari susunan yang disusun ini, sebutan pertama mengandungi enam keping duit syiling, seterusnya adalah sebutan kedua dan sebutan

ketiga. Apabila dua keping duit syiling dikurangkan pada sebutan ketiga, bilangan duit syiling adalah sama seperti bilangan duit syiling pada sebutan kedua iaitu lapan keping. Jika dua keping duit syiling dikurangkan pada sebutan kedua, bilangan duit syiling akan sama seperti bilangan duit syiling pada sebutan pertama, iaitu enam keping. Oleh itu apabila dua keping duit syiling dikurangkan pada suatu sebutan, bilangan duit syiling yang diperolehi adalah sama dengan bilangan duit syiling sebutan sebelumnya. Jadi kesimpulan saya, nilai dua keping duit syiling yang dikurangkan atau ditambah itu adalah nilai beza sepunya bagi suatu janjang aritmetik. Nilai beza sepunya itu mestilah tetap atau sama (peserta kajian telah mewakili beza sepunya).

P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah, salah satu perkara yang diajar selain janjang aritmetik, guru ada juga menerangkan tentang sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan tentang sebutan?

D: (Murid membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).

P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan tentang sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik?

D: Sama seperti susunan duit syiling tadi sebutan biasanya menunjukkan kedudukan. Duit syiling enam keping terletak pada kedudukan pertama atau sebutan pertama, duit syiling lapan keping terletak pada kedudukan kedua atau sebutan kedua dan seterusnya.

P: Ada lagi yang ingin anda terangkan?

D: Sebutan tertentu pula menunjukkan kedudukan bagi suatu nombor itu terletak (peserta telah mewakili sebutan dan sebutan tertentu).

Berdasarkan Petikan 4.3.1.1a (Ashley) dan 4.3.1.1b (Daniel) mereka mewakili janjang aritmetik dengan menggunakan bahan konkrit iaitu gula-gula dan kepingan duit syiling yang dibekalkan oleh pengkaji. Peserta kajian pertama (Ashley) menyusun gula-gula, kemudian menerangkan kepada rakannya yang tidak hadir. Gula-gula disusun dan kedudukannya diterangkan iaitu sebutan pertama bagi kumpulan gula-gula berada pada kedudukan yang pertama, sebutan kedua kumpulan gula-gula ialah kedudukan kedua dan seterusnya. Beliau (Ashley) berpendapat rakannya mudah faham sekiranya penerangan dilakukan beserta dengan penggunaan bahan konkrit kerana rakannya dapat melihat dengan jelas berbanding sekiranya dia hanya menerangkan.

Perwakilan tentang sebutan diwakilkan oleh peserta kajian pertama (Ashley) dengan menunjukkan kepada rakan kedudukan susunan kumpulan gula-gula itu kepada sebutan pertama, sebutan kedua, sebutan ketiga, sebutan keempat, sebutan kelima dan sehingga sebutan ke n . Beliau turut memberi contoh, tiga biji gula-gula berada pada sebutan ketiga dan lima biji gula-gula berada pada sebutan kelima. Selain daripada itu beliau turut menjelaskan sebutan tertentu pada suatu janjang aritmetik juga boleh dicari. Sebutan tertentu ialah sebutan yang tidak diketahui kedudukannya nombor berapa dalam janjang aritmetik tetapi nilainya diketahui. Bagi beza sepunya pula peserta kajian pertama (Ashley) menunjukkan pertambahan bilangan gula dari sebutan pertama yang ada satu biji gula kemudian menjadi dua biji gula pada sebutan kedua, menjadi tiga biji gula pada sebutan ketiga. Penambahan setiap satu biji gula itu dikenali sebagai beza sepunya. Beliau turut membuat kesimpulan, nilai beza sepunya diperlukan untuk mendapatkan sebutan yang seterusnya.

Berdasarkan Petikan 4.3.1.1b (Daniel) mewakili janjang aritmetik dengan menggunakan bahan konkrit duit syiling yang disusunnya mengikut peraturan janjang aritmetik. Beliau menyusun dan menyatakan bilangan keping duit syiling pada sebutan pertama ada enam keping. Selepas itu beliau menjelaskan apabila dua keping duit syiling dikurangkan pada sebutan ketiga, bilangan duit syiling yang baru diperolehi adalah sama dengan bilangan keping duit syiling pada sebutan kedua. Perkara sama juga berlaku, sekiranya dua keping duit syiling dikurangkan pada sebutan kedua, maka bilangan duit syiling baru sama kuantitinya dengan sebutan pertama iaitu lapan keping. Apabila dua keping duit syiling dikurangkan pada suatu sebutan, maka bilangan duit syiling yang baru diperolehi adalah sama dengan

bilangan duit syiling sebutan sebelumnya. Oleh itu beliau menyatakan nilai beza sepunya mestilah sama atau tetap.

Perwakilan tentang sebutan oleh peserta kajian kedua (Daniel) menggunakan susunan duit syiling. Menurut beliau sebutan ialah kedudukan bagi suatu nombor pada jangjang aritmetik. Beliau memberi contoh enam keping duit syiling terletak pada kedudukan pertama atau sebutan pertama, manakala lapan keping duit syiling berada pada kedudukan kedua atau sebutan tertentu. Bagi sebutan tertentu pula, beliau menyatakan ia adalah kedudukan suatu nombor itu pada suatu jangjang aritmetik.

4.3.1.2 Perwakilan Jangjang Aritmetik menggunakan kategori Pola

Perwakilan tentang jangjang aritmetik dalam kajian ini diwakilkan dalam kategori pola. Pola dalam kajian ini membabitkan corak dan susunan gula-gula dengan bungkusan berwarna, duit syiling, dan klip kertas berwarna. Dua orang peserta kajian (Ashley dan Sunther) mewakili jangjang aritmetik dalam kategori pola. Berikut merupakan tingkah laku dua orang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.3.1.2a (Ashley) dan 4.3.1.2b (Daniel)

Petikan 4.3.1.2a (Ashley)

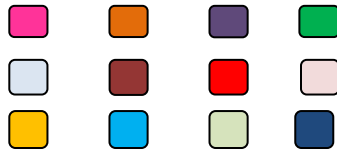
P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu jangjang aritmetik?

A: Saya terangkan kepada rakan dengan menggunakan gula-gula. Saya terangkan pengenalan tajuk ini iaitu sebutan pertama, sebutan kedua. Kemudian saya terangkan apa itu sebutan dan beza sepunya. Biasanya kalau terangkan sahaja, rakan saya mungkin kurang faham, jadi saya tunjukkan kepada rakan menggunakan gula-gula agar mereka lebih faham. Selepas itu saya tanyakan adakah mereka melihat corak. Selepas itu saya terangkan pada rakan apa itu jangjang aritmetik.



Petikan 4.3.1.2b (Sunther)

- P: Apa lagi yang anda ingin wakikan untuk terangkan kepada rakan anda apa itu jangjang aritmetik?
- S: Sebutan tertentu. Seperti contoh, gula yang berbungkus warna oren adalah sebutan kedua.



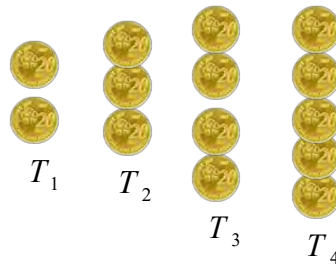
Berdasarkan Petikan 4.3.1.2a (Ashley) dan 4.3.1.2b (Sunther) mereka mewakilkan jangjang aritmetik dengan menggunakan kategori pola. Peserta kajian pertama (Ashley) menyatakan rakannya mudah faham apabila penerangan tentang corak susunan bilangan gula-gula dilakukan berbanding dengan hanya menerangkan sahaja. Beliau menyoal rakannya sama ada melihat suatu corak pada susunan gula tersebut. Selepas itu barulah beliau memaklumkan, bahawa susunan gula itu merupakan jangjang aritmetik. Berdasarkan Petikan 4.3.1.2b (Sunther) peserta kajian menerangkan sebutan bagi suatu jangjang aritmetik diwakili menggunakan kedudukan susunan gula yang disusun berdasarkan warna pada bungkusan gula-gula.

4.3.1.3 Perwakilan Jangjang Aritmetik secara Naratif Bertulis

Perwakilan jangjang aritmetik dalam kajian ini diwakilkan secara naratif bertulis oleh dua orang peserta kajian (Sunther dan Man). Perwakilan naratif bertulis ialah penerangan atau penjelasan tentang sesuatu perkara atau konsep yang dikaji melalui penulisan seperti menulis simbol, formula atau melukis sesuatu gambar objek dengan lebih terperinci. Berikut merupakan tingkah laku dua orang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.3.1.3a (Sunther) dan Petikan 4.3.1.3b (Man).

Petikan 4.3.1.3a (Sunther)

- P: Bagaimanakah kamu terangkan kepada rakan apa itu sebutan tertentu?
- S: T_n adalah simbol bagi kedudukan bagi sesuatu sebutan tertentu. Seperti contoh T_{18} adalah sebutan pada kedudukan 18. Saya juga terangkan menggunakan duit syiling (menyusun duit syiling). Saya menunjukkan kepada rakan bagaimana untuk mencari bilangan duit syiling pada kedudukan yang ke 18.



- P: Bagaimana kamu terangkan kepada rakan?
- S: Untuk mencari bilangan duit syiling pada sebutan ke lapan belas T_{18} , saya memperkenalkan formula untuk mencari sebutan ke n atau sebutan tertentu iaitu $T_n = a + (n-1)d$. Masukkan sahaja nilai $a = 2$, $n = 18$ dan $d = 1$.
- P: Ada lagi yang ingin kamu terangkan atau wakikan?
- S: Soalan juga boleh menanya, pada sebutan ke berapakah, bilangan duit syiling ada 5 keping. Maka jawapannya ialah sebutan keempat.

Petikan 4.3.1.3b (Man)

- P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah pada waktu guru mengajar tajuk janjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan kamu apa itu janjang aritmetik?

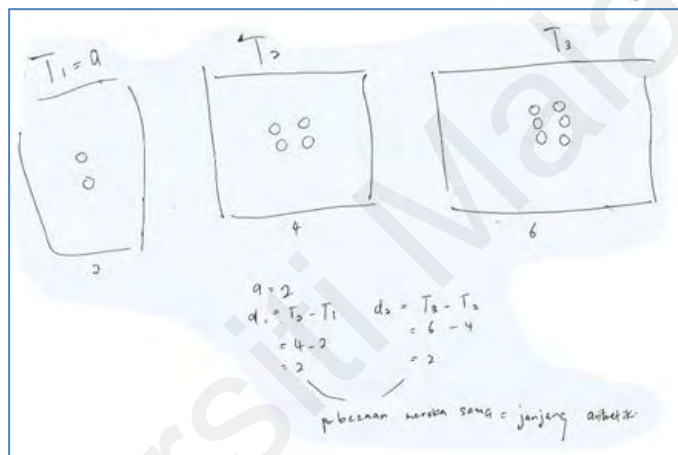
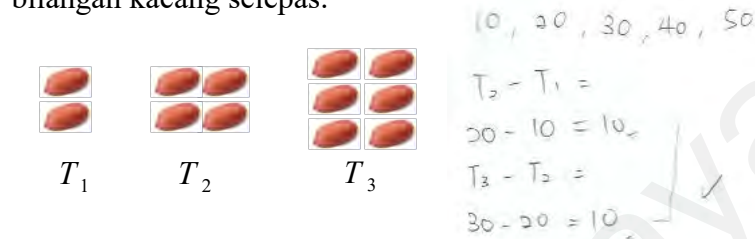
(Murid membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji)

- P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu janjang aritmetik semasa guru mengajar tajuk janjang aritmetik?
- M: Saya nak tulis. Untuk menentukan suatu janjang aritmetik, kita perlu mencari nilai beza sepunya pada setiap sebutan iaitu $d = T_2 - T_1 = T_3 - T_2$. Untuk mencari janjang aritmetik kena ada nilai a iaitu sebutan pertama, nilai n dan d . Untuk mencari beza sepunya pertama $d_1 = T_2 - T_1$ dan $d_2 = T_3 - T_2$ (murid telah mewakili beza sepunya).
- P: Andaikan rakan kamu masih tidak faham, bagaimana kamu terangkan kepadanya?
- M: Untuk mengenal pasti janjang aritmetik, kita kena cari beza sepunya dulu. Contoh diberi satu susunan nombor 10, 20, 30, 40, 50. Beza sepunya pertama diperolehi dengan cara sebutan kedua tolak sebutan pertama $d_1 = 20 - 10 = 10$, untuk kenal pasti ia adalah janjang

aritmetik, kita kena cari lagi beza sepunya, tak cukup satu saja, kemudian kena bandingkan antara beza sepunya yang diperolehi $d_2 = 30 - 20 = 10$ dan $d_3 = 40 - 30 = 10$. Oleh sebab beza sepunya pertama, kedua dan ketiga adalah sama, maka susunan nombor itu adalah jajang aritmetik.

P: Ada lagi yang anda ingin terangkan?

M: Saya juga boleh susunkan kekacang untuk menerangkan kepada rakan susunan tersebut adalah jajang aritmetik, dengan mencari beza sepunya antara kacang tersebut, iaitu bilangan kacang sebelum tolak bilangan kacang selepas.

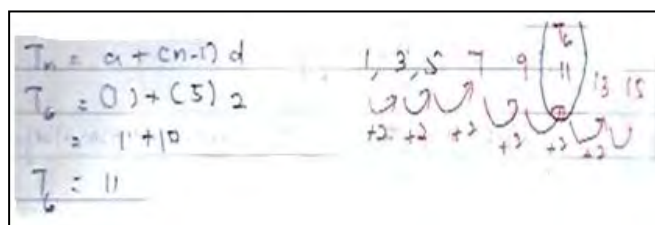


P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu sebutan yang terkandung dalam jajang aritmetik?

M: Sebutan dalam suatu jajang aritmetik ialah hasil darab nombor yang sebelumnya dengan beza sepunya.

P: Boleh terangkan dengan lebih jelas lagi?

M: Untuk mencari sebutan seterusnya, kita boleh tambahkan sebutan sebelum dengan nilai beza sepunya. Selain daripada itu kita juga boleh gunakan formula $T_n = a + (n - 1)d$ untuk mencari suatu sebutan.



P: Baru tadi kamu katakan sebutan ialah hasil darab nombor yang sebelumnya dengan beza sepunya, boleh kamu jelaskan?

M: Saya silap tadi, bukan hasil darab tapi hasil tambah sebutan sebelum dengan beza sepunya.

(Peserta kajian secara tidak langsung telah menerangkan beza sepunya, semasa menerangkan tentang perwakilan janjang aritmetik).

P: Bagaimana pula kamu akan terangkan kepada rakan kamu apa itu beza sepunya?

M: Beza sepunya ialah perbezaan antara dua sebutan yang bersebelahan iaitu sebutan selepas tolak sebutan sebelum $d = T_n - T_{n-1}$, sebagai contoh $d_1 = T_2 - T_1$.

P: Ada lagi yang kamu ingin terangkan?

M: Beza sepunya ini juga digunakan untuk menentukan sama ada susunan nombor itu janjang aritmetik atau bukan. Saya rasa itu saja.

Berdasarkan Petikan 4.3.1.3a (Sunther) dan 4.3.1.3b (Man) mereka mewakili janjang aritmetik secara naratif bertulis. Peserta kajian pertama (Sunther) mewakili sebutan tertentu dengan menulis simbol T_n . Beliau turut memberi contoh jika T_{18} adalah sebutan yang berada pada kedudukan yang ke lapan belas. Untuk mencari nilai sebutan yang kelapan belas beliau menulis formula $T_n = a + (n-1)d$. Seterusnya murid perlu memasukkan nilai a , n dan nilai d yang diketahui.

Berdasarkan Petikan 4.3.1.3b (Man) peserta kajian mewakili janjang aritmetik secara simbolik dengan menulis $d = T_2 - T_1 = T_3 - T_2$ untuk menentukan suatu susunan nombor itu adalah janjang aritmetik nilai beza sepunya antara sebutan perlu dicari terlebih dahulu iaitu sebutan selepas tolak sebutan sebelum iaitu $d_1 = T_2 - T_1$ dan $d_2 = T_3 - T_2$. Beliau turut menunjukkan contoh bagaimana untuk mengenal pasti susunan nombor 10, 20, 30, 40, 50, ... itu adalah janjang aritmetik atau bukan, dengan mencari dan membandingkan beberapa beza sepunya antara sebutan yang berturutan. Jika nilai beza sepunya sama, maka susunan nombor itu ialah janjang aritmetik. Peserta kajian juga mewakili sebutan dalam sesuatu janjang aritmetik sebagai hasil darab nombor yang sebelum dengan beza sepunya. Setelah diminta untuk menjelaskan lebih lanjut lagi, peserta kajian menyatakan bahawa dia tersalah

konsep dan membetulkan semula kenyataannya. Beliau menyatakan untuk mencari sebutan seterusnya murid boleh menambah sebutan sebelum dengan beza sepunya atau menggunakan formula $T_n = a + (n - 1)d$. Seterusnya beliau menyatakan sebutan tertentu ialah sebutan yang seterusnya, jika janjang aritmetik itu dilanjutkan lagi.

4.3.1.4 Perwakilan Janjang Aritmetik secara Naratif dalam Konteks Bahasa

Perwakilan janjang aritmetik dalam kajian ini diwakilkan secara naratif dalam konteks bahasa oleh tiga orang peserta kajian (Sunther, Daniel dan Man). Perwakilan naratif dalam konteks bahasa ialah penerangan atau penjelasan terperinci yang diberikan tentang konsep atau perkara yang dikaji menggunakan bahasa yang mudah difahami. Ketiga-tiga peserta kajian mempunyai perwakilan janjang aritmetik secara naratif dalam konteks bahasa yang hampir sama antara satu sama lain. Berikut merupakan tingkah laku seorang peserta kajian yang dipaparkan dalam petikan 4.3.1.4 (Daniel).

Petikan 4.3.1.4 (Daniel)

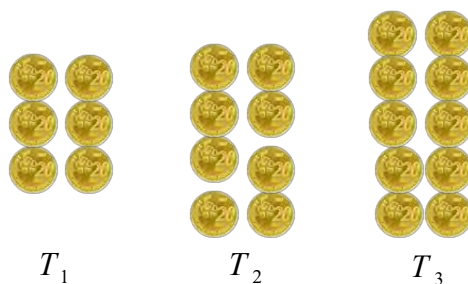
P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah pada waktu guru mengajar tajuk janjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan kamu apa itu janjang aritmetik?

(Murid membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).

P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu janjang aritmetik?

D: (Murid menyusun duit syiling, kemudian menerangkan sambil menunjukkan ke arah duit syiling tersebut).



D: Dari susunan yang disusun ini, sebutan pertama mengandung enam keping duit syiling, seterusnya adalah sebutan kedua dan sebutan ketiga. Apabila dua keping duit syiling dikurangkan pada sebutan ketiga, bilangan duit syiling adalah sama seperti bilangan duit syiling pada sebutan kedua iaitu lapan keping. Jika dua keping duit syiling dikurangkan pada sebutan kedua, bilangan duit syiling sama seperti bilangan duit syiling pada sebutan pertama, iaitu enam keping. Oleh itu apabila dua keping duit syiling dikurangkan pada suatu sebutan, bilangan duit syiling yang diperolehi adalah sama dengan bilangan duit syiling sebutan sebelumnya. Jadi kesimpulan saya, nilai dua keping duit syiling yang dikurangkan atau ditambah itu adalah nilai beza sepunya bagi suatu janjang aritmetik. Nilai beza sepunya itu mestilah tetap atau sama (peserta kajian telah mewakili beza sepunya).

P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Andaikan rakan kamu tidak hadir ke sekolah, salah satu perkara yang diajar selain janjang aritmetik, guru ada juga menerangkan tentang sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik. Bagaimanakah kamu tunjukkan kepada rakan tentang sebutan?

(Murid membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).

P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan apa itu sebutan yang terkandung dalam janjang aritmetik?

D: Sama seperti susunan duit syiling tadi sebutan biasanya menunjukkan kedudukan. Duit syiling enam keping terletak pada kedudukan pertama atau sebutan pertama, duit syiling lapan keping terletak pada kedudukan kedua atau sebutan kedua dan seterusnya.

P: Ada lagi yang ingin kamu terangkan?

D: Sebutan tertentu pula menunjukkan kedudukan bagi suatu nombor itu terletak (peserta telah mewakili sebutan dan sebutan tertentu).

Berdasarkan Petikan 4.3.1.4 (Daniel) peserta kajian mewakili janjang aritmetik secara naratif dalam konteks bahasa. Beliau menjelaskan apabila dua keping duit syiling dikurangkan pada sebutan ketiga, kuantiti duit syiling yang baru diperolehi adalah sama dengan kuantiti duit syiling pada sebutan kedua. Perkara yang sama juga berlaku, sekiranya dua keping duit syiling dikurangkan pada sebutan kedua, maka kuantiti duit syiling yang baru akan sama kuantitinya dengan sebutan pertama iaitu lapan keping. Apabila dua keping duit syiling dikurangkan pada suatu sebutan, maka kuantiti duit syiling yang diperolehi adalah sama dengan kuantiti duit syiling sebutan sebelumnya. Oleh itu beliau menyatakan nilai beza sepunya mestilah

sama atau tetap. Peserta kajian (Daniel) juga menerangkan konsep sebutan menggunakan susunan duit syiling yang sama. Menurut beliau sebutan ialah kedudukan bagi suatu nombor pada janjang aritmetik. Beliau memberi contoh enam keping duit syiling terletak pada kedudukan pertama atau sebutan pertama, manakala lapan keping duit syiling berada pada kedudukan kedua atau sebutan kedua. Bagi sebutan tertentu pula, ialah kedudukan suatu nombor itu berada pada suatu janjang aritmetik.

Kesimpulan. Perwakilan tentang janjang aritmetik bagi semua peserta kajian dikelaskan kepada empat kategori iaitu sebagai, bahan konkrit, pola, naratif bertulis dan naratif dalam konteks bahasa.

4.3.1a Ringkasan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik

Sebanyak empat kategori perwakilan tentang janjang aritmetik yang dikenal pasti dalam tugas ini iaitu: **(i) Bahan konkrit (ii) Pola (iii) Naratif bertulis (iv) Naratif dalam konteks bahasa** seperti yang ditunjukkan pada Jadual 4.3.1a

Jadual 4.3.1a
Ringkasan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik

Bil	Kategori	Peserta kajian
1.	Bahan konkrit	Semua
2.	Pola	Ashley, Sunther
3.	Naratif bertulis	Sunther, Man
4.	Naratif dalam konteks bahasa	Sunther, Daniel dan Man

4.3.2 Perwakilan tentang Hasil Tambah Janjang Aritmetik

Dalam kajian ini, keempat-empat peserta kajian mewakilkan subkonstruk hasil tambah n sebutan pertama dan subkonstruk hasil tambah n sebutan tertentu di bawah konsep hasil tambah janjang aritmetik. Ini kerana semasa temu duga dijalankan,

peserta kajian mewakili subkonstruk tersebut di bawah hasil tambah janjang aritmetik kerana kedua-dua subkonstruk ini mempunyai saling perkaitan antara satu sama lain.

Dalam tugas perwakilan hasil tambah janjang aritmetik terdapat lima kategori yang telah dikenal pasti iaitu: **(i) Bahan konkrit (ii) Manual atau formula (iii) Naratif bertulis (iv) Konsep bulatan subset (v) Naratif dalam konteks bahasa.** Jadual 4.3.2 menunjukkan perwakilan tentang hasil tambah janjang aritmetik yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.3.2

Perwakilan tentang Hasil Tambah Janjang Aritmetik.

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.3.2.1	Bahan konkrit	<ul style="list-style-type: none"> Menyusun gula-gula, duit syiling dan kacang tanah. Peserta kajian menyusun gula-gula/ kacang tanah mengikut sebutan pertama, sebutan kedua, sebutan ketiga dan sebutan keempat. menunjukkan hasil tambah empat sebutan pertama bagi gula-gula tersebut dengan mengenggam dengan mencampurkan kesemua gula-gula dari sebutan pertama sehingga sebutan keempat. Mencari hasil tambah tiga sebutan pertama bagi duit syiling. 	Semua Ashley, Sunther Daniel
4.3.2.2	Manual atau formula	<ul style="list-style-type: none"> Menggunakan dua kaedah. Pertama boleh menggunakan kaedah manual dengan menambahkan semua sebutan yang diperlukan. Kedua boleh menggunakan formula hasil tambah sesuai digunakan jika ada nilai sebutan yang tidak diketahui untuk mencari hasil tambah n sebutan pertama $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ 	Sunther, Man
4.3.2.3	Naratif bertulis	<ul style="list-style-type: none"> Melukis bahan konkrit yang digunakan iaitu kacang. Menulis simbol bagi mencari hasil tambah sebutan pertama dan kedua $T_1 + T_2$, hanya tambahkan dua sebutan itu sahaja. menulis simbol untuk mencari hasil tambah dari sebutan keempat sehingga kesepuluh ialah dengan menambah sebutan keempat sehingga sebutan kesepuluh $T_4 + T_5 + T_6 + T_7 + T_8 + T_9 + T_{10}$. 	Man, Sunther

Jadual 4.3.2 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta Kajian
4.3.2.4	Konsep bulatan subset	<ul style="list-style-type: none"> • Menerangkan sambil menulis simbol bagi mencari hasil tambah n sebutan tertentu. - mencari hasil tambah dari sebutan ketiga sehingga sebutan kelima bagi gula-gula - $S_3 \rightarrow S_5 = T_3 + T_4 + T_5$. • Melukis satu bulatan penuh mewakili hasil tambah lima sebutan pertama S_5, manakala bahagian kecil pada kawasan bulatan itu mewakili hasil tambah dua sebutan pertama S_2. • Apabila kawasan bulatan penuh S_5 ditolak kepada kawasan kecil pada bulatan itu S_2, maka kawasan yang diperolehi adalah hasil tambah dari sebutan ketiga, keempat dan kelima. 	Ashley
4.3.2.4	Naratif dalam konteks bahasa	<ul style="list-style-type: none"> • Menyatakan hasil tambah n sebutan pertama ialah hasil tambah sebutan pertama sehingga suatu sebutan yang dikehendaki. - Boleh secara kaedah manual atau menggunakan formula. • Hasil tambah n sebutan tertentu ialah hasil tambah bagi sebutan yang berada di tengah atau antara sebutan-sebutan yang lain dalam suatu susunan nombor. - Contoh hasil tambah dari sebutan ketiga sehingga sebutan ketujuh. • Menyatakan hasil tambah sebutan yang bukan berada pada kedudukan pertama. - Memberi contoh hasil tambah sebutan ketiga sehingga ketujuh. • Menyatakan hasil tambah n sebutan pertama ialah menambah sebutan terawal yang dikehendaki sehingga sebutan tertentu. Jika nilai sebutan tidak diketahui, boleh dicari dengan menambah atau menolak sebutan sebelumnya dengan nilai beza sepunya. 	Sunther Ashley Daniel Man

4.3.2.1 Perwakilan Hasil Tambah Janjang Aritmetik menggunakan Bahan Konkrit

Perwakilan hasil tambah janjang aritmetik dalam kajian ini diwakilkan menggunakan bahan konkrit yang disediakan oleh pengkaji. Bahan konkrit terdiri daripada gula dengan bungkusannya berwarna, duit syiling dan kacang tanah. Kesemua peserta kajian menggunakan bahan konkrit dalam mewakili hasil tambah

aritmetik. Berikut merupakan contoh tingkah laku seorang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.3.2.1 (Ashley).

Petikan 4.3.2.1 (Ashley)

P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian)

Selain janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, guru kamu juga ada menerangkan tentang hasil tambah n sebutan pertama. Bagaimanakah kamu terangkan tentang hasil tambah n sebutan pertama?

A: (Peserta kajian membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).

P: Bagaimana kamu tunjukkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu hasil tambah n sebutan pertama?

A: Sebagai contoh, hasil tambah empat sebutan pertama bermaksud menambah sebutan pertama, sebutan kedua, sebutan ketiga dan sebutan keempat (peserta kajian menambah dengan menggenggam kesemua gula-gula dari sebutan pertama sehingga sebutan keempat).



Berdasarkan Petikan 4.3.2.1 (Ashley) peserta kajian mewakili hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu dibawah hasil tambah janjang aritmetik dengan menggunakan bahan konkrit iaitu gula-gula yang dibekalkan oleh pengkaji. Peserta kajian mewakili hasil tambah n sebutan pertama dengan menyusun gula-gula mengikut kumpulan atau sebutan masing-masing. Kemudian untuk mencari hasil tambah empat sebutan pertama gula-gula tersebut, beliau menambah bilangan gula-gula dari sebutan pertama, kedua, ketiga dan keempat. Beliau menggabungkan kesemua gula-gula tersebut dengan menggenggam gula-gula itu.

4.3.2.2 Perwakilan Hasil Tambah Janjang Aritmetik secara manual atau formula

Perwakilan hasil tambah janjang aritmetik dalam kajian ini diwakili secara manual atau formula. Kaedah manual adalah dengan menjumlahkan kesemua sebutan yang diperlukan, manakala kaedah formula adalah dengan menggunakan formula mencari hasil tambah sebutan iaitu $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$. Seramai dua orang peserta kajian (Sunther dan Man) mempunyai perwakilan tentang hasil tambah janjang aritmetik secara manual atau formula. Berikut merupakan tingkah laku seorang daripada dua peserta kajian yang dipaparkan dalam petikan 4.3.2.2 (Sunther) bagi perwakilan hasil tambah janjang aritmetik iaitu secara manual atau formula.

Petikan 4.3.2.2

P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Selain janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, guru kamu juga ada menerangkan tentang hasil tambah n sebutan pertama. Bagaimanakah kamu terangkan tentang hasil tambah n sebutan pertama?

S: (Peserta kajian membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).

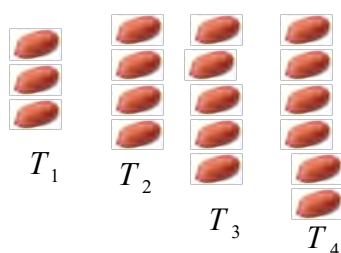
P: Bagaimana kamu mewakili hasil tambah n sebutan pertama?

S: Maksudnya kita kena cari, hasil tambah sebutan pertama sehingga suatu sebutan yang dikehendaki. Kita perlu tambahkan saja semua sebutan itu iaitu kaedah manual atau kita boleh gunakan formula hasil

tambah $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$.

P: Boleh terangkan lebih lagi?

S: Seperti contoh, jika soalan ingin murid mencari hasil tambah kacang dari sebutan pertama sehingga sebutan keempat, murid hanya perlu tambah bilangan kacang dari sebutan pertama, kedua, ketiga dan keempat. Iaitu murid perlu jumlahkan semua bilangan kacang tersebut.



- P: Ada lagi yang ingin diterangkan lagi?
 S: Tiada.

Berdasarkan Petikan 4.3.2.2 (Sunther) peserta kajian mewakilkan hasil tambah n sebutan pertama ialah hasil tambah sebutan pertama sehingga suatu sebutan yang dikehendaki. Beliau menyatakan murid hanya perlu tambahkan saja semua sebutan yang dikehendaki. Murid boleh menggunakan cara manual atau formula hasil tambah $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$.

4.3.2.3 Perwakilan Hasil Tambah Janjang Aritmetik secara Naratif Bertulis

Perwakilan hasil tambah janjang aritmetik dalam kajian ini diwakilkan secara naratif bertulis oleh dua orang peserta kajian (Man, Sunther). Perwakilan naratif secara bertulis ialah penerangan atau penjelasan tentang sesuatu perkara atau konsep yang dikaji melalui penulisan seperti menulis simbol, formula atau melukis sesuatu gambar objek dengan lebih terperinci. Berikut merupakan contoh tingkah laku Man yang dipaparkan dalam Petikan 4.3.2.3 (Man).

Petikan 4.3.2.3a (Man):

- P: Ada cara lain lagi ke untuk mencari hasil tambah n sebutan pertama, selain dari yang kamu nyatakan tadi?
 M: Ada. Kita juga boleh menggunakan formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$.
 P: Boleh kamu tunjukkan contoh?
 M: Sebagai contoh, cari hasil tambah sepuluh sebutan pertama bagi gula-gula berikut. Maka hasil tambah gula-gula bermula sebutan pertama sehingga sebutan kesepuluh ialah 100 biji.

$$\frac{10}{2} [2(1) + (10-1)2]$$

$$5 (2 + 18)$$

$$20 (5)$$

$$S_{10} = 100$$

- P: Boleh ke kalau soalan ini diselesaikan tanpa menggunakan formula, maksud saya buat secara manual?
 M: Boleh tapi sangat lambat, kerana setiap nilai sebutan itu perlu diketahui terlebih dahulu.

- P: Ada lagi yang anda ingin terangkan?
M: Saya rasa itu sahaja.
Seterusnya, pengkaji meminta peserta kajian membaca kad seperti dibawah
P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Selain jangjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama, guru juga ada menerangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu. Bagaimanakah kamu terangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu?

- M: (Peserta kajian membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).
P: Bagaimanakah kamu terangkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu hasil tambah n sebutan tertentu?
M: Contohnya nak cari hasil tambah sebutan dari sebutan kelima sehingga sebutan kesepuluh. Guna cara manual kena buat satu-satu.
P: Boleh jelaskan lebih lagi.
M: Tambahkan sebutan kelima, keenam, ketujuh, kelapan, kesembilan dan kesepuluh $T_5+T_6+T_7+T_8+T_9+T_{10}$. Eh, silap. Tambahkan sebutan keempat, kelima, keenam sehingga sebutan kesepuluh $T_4+T_5+T_6+T_7+T_8+T_9+T_{10}$.
P: Ada cara lain ke selain tambah satu-satu.
M: Kita boleh guna formula.
P: Boleh tunjukkan?
M: Guna formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$. Iaitu hasil tambah sepuluh sebutan pertama tolak dengan hasil tambah tiga sebutan pertama.

The image shows handwritten mathematical work. At the top, it says $S_{10} - S_3$ in a box. To the right, there is a small calculation $10 - 3 = 7$. Below this, the terms $T_4 + T_5 + T_6 + T_7 + T_8 + T_9 + T_{10}$ are written. At the bottom, there are several small circles arranged in a pattern, possibly representing a Venn diagram or a set of points.

4.3.2.4 Perwakilan Hasil Tambah Jangjang Aritmetik menggunakan Konsep Bulatan Subset

Perwakilan hasil tambah jangjang aritmetik dalam kajian ini diwakilkan menggunakan konsep bulatan subset oleh seorang peserta kajian (Ashley). Subset adalah subtopik dalam tajuk set yang dipelajari oleh murid ketika di Tingkatan Empat dalam subjek Matematik. Konsep bulatan dan subset ini adalah konsep gambar rajah Venn. Bulatan besar atau bulatan penuh yang terdiri daripada semua hasil tambah sebutan. Pada bulatan penuh itu terdapat kawasan kecil yang ditanda

atau dilorekkan bagi menyatakan hasil tambah beberapa sebutan sahaja. Bahagian yang berlorek adalah subset kepada bulatan penuh yang terdiri daripada hasil tambah semua sebutan. Berikut merupakan tingkah laku peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.3.2.4 (Ashley).

Petikan 4.3.2.4 (Ashley):

P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Selain janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama guru juga ada menerangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu. Bagaimanakah kamu terangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu?

A: (Peserta kajian membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).

P: Bagaimana kamu mewakili hasil tambah n sebutan tertentu?

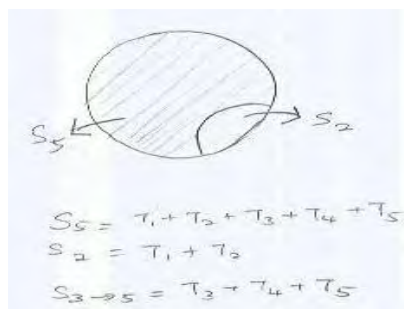
A: Sebagai contoh saya ada 6 sebutan yang mengandungi gula-gula. Saya ingin mencari hasil tambah dari sebutan ketiga sehingga sebutan kelima. Jadi saya akan menambah gula-gula bermula dari sebutan ketiga sehingga sebutan kelima $S_3 \rightarrow S_5 = T_3 + T_4 + T_5$ atau saya akan tolak bermula hasil tambah lima sebutan pertama ditolak dengan hasil tambah dua sebutan pertama $S_3 \rightarrow S_5 = S_5 - S_2 = (T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5) - (T_1 + T_2) = T_3 + T_4 + T_5$

P: Ada lagi yang hendak kamu wakilkkan?

A: Ada, menggunakan bulatan.

P: Boleh kamu terangkan?

A: Bulatan penuh mewakili hasil tambah lima sebutan pertama S_5 . Bahagian yang kecil adalah hasil tambah dua sebutan pertama S_2 . Apabila $S_5 - S_2$, bahagian yang berlorek akan diperolehi iaitu hasil tambah sebutan ketiga, keempat dan kelima $T_3 + T_4 + T_5$



Berdasarkan Petikan 4.3.2.4 (Ashley) menerangkan untuk mencari hasil tambah n sebutan tertentu dengan melukis bulatan. Beliau memberi contoh, sekiranya terdapat enam sebutan yang mengandungi gula-gula, soalan meminta

untuk mencari hasil tambah gula-gula tersebut bermula dari sebutan ketiga sehingga sebutan kelima. Maka beliau menyatakan, murid perlu tambahkan bilangan gula-gula dari sebutan ketiga sehingga sebutan kelima $S_3 \rightarrow S_5 = T_3 + T_4 + T_5$ atau tolak hasil tambah lima sebutan pertama kepada hasil tambah dua sebutan pertama. Ashley turut mewakili hasil tambah n sebutan tertentu menggunakan konsep bulatan subset. Beliau melukis dan menyatakan, satu bulatan penuh itu mewakili hasil tambah lima sebutan pertama S_5 , manakala sebahagian kecil kawasan pada bulatan itu adalah mewakili hasil tambah dua sebutan pertama S_2 , apabila kawasan bulatan yang penuh S_5 ditolak kepada kawasan kecil pada bulatan itu S_2 , maka kawasan yang diperoleh adalah hasil tambah dari sebutan ketiga, keempat dan kelima.

4.3.2.5 Perwakilan Hasil Tambah Janjang Aritmetik secara Naratif Dalam Konteks Bahasa

Perwakilan hasil tambah janjang aritmetik dalam kajian ini diwakilkan secara naratif dalam konteks bahasa oleh kesemua peserta kajian. Perwakilan naratif dalam konteks bahasa ialah penerangan atau penjelasan terperinci yang diberikan tentang suatu konsep atau perkara yang dikaji menggunakan bahasa yang mudah difahami. Kesemua peserta kajian mempunyai perwakilan janjang aritmetik secara naratif dalam konteks bahasa yang hampir sama antara satu sama lain. Berikut merupakan contoh tingkah laku dua daripada empat peserta kajian yang dipaparkan dalam petikan 4.3.2.5a (Sunther) dan 4.3.2.5b (Daniel).

Petikan 4.3.2.5a (Sunther):

Seterusnya, pengkaji meminta peserta kajian membaca kad seperti dibawah:
 P: Sila baca kad ini (pengkaji menunjukkan kad kepada peserta kajian).

Selain janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama, guru juga ada menerangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu. Bagaimanakah kamu terangkan tentang hasil tambah n sebutan tertentu?

- S: (Peserta kajian membaca kad yang ditunjukkan oleh pengkaji).
- P: Bagaimanakah kamu terangkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu hasil tambah n sebutan tertentu?
- S: Saya terangkan hasil tambah n sebutan tertentu adalah hasil tambah bagi sebutan yang berada di tengah tengah atau antara sebutan-sebutan yang lain dalam suatu susunan nombor. Sebagai contoh hasil tambah dari sebutan ketiga sehingga ketujuh.
- P: Ada lagi yang ingin anda terangkan?
- S: Jika semua nilai sebutan yang diinginkan diketahui, kita boleh sahaja menambah sebutan-sebutan tersebut, tetapi jika sebahagian nilai sebutan itu tidak diketahui, murid masih boleh menggunakan formula hasil tambah sebutan. Saya rasa itu sahaja.

Petikan 4.3.2.5b (Daniel)

- P: Bagaimanakah kamu terangkan kepada rakan kamu yang tidak hadir apa itu hasil tambah n sebutan tertentu?
- D: Biasanya hasil tambah n sebutan tertentu ini ialah hasil tambah sebutan yang bukan bermula pada kedudukan pertama. Sebagai contoh soalan mencari hasil tambah dari sebutan ketiga sehingga sebutan ketujuh.
- P: Ada lagi yang hendak kamu terangkan?
- D: Itu saja

Berdasarkan Petikan 4.3.2.5a (Sunther) dan 4.3.2.5b (Daniel) mereka mewakili hasil tambah janjang aritmetik secara naratif dalam konteks bahasa. Peserta kajian pertama (Sunther) menyatakan hasil tambah n sebutan tertentu ialah hasil tambah bagi sebutan yang berada di tengah-tengah atau antara sebutan-sebutan dalam suatu susunan nombor. Beliau menyatakan contoh hasil tambah dari sebutan ketiga sehingga sebutan ketujuh. Beliau turut memaklumkan sekiranya semua nilai sebutan yang diinginkan diketahui, murid boleh terus menambah sebutan-sebutan tersebut. Tetapi jika nilai sebutan itu tidak diketahui, murid boleh menggunakan formula hasil tambah sebutan. Peserta kajian kedua (Daniel) pada Petikan 4.3.2.4b juga menerangkan hasil tambah n sebutan tertentu ialah hasil tambah sebutan yang bukan bermula pada kedudukan pertama, seperti contoh mencari hasil tambah dari sebutan ketiga sehingga sebutan ketujuh.

Kesimpulan. Kesemua peserta kajian mempunyai lebih daripada satu perwakilan tentang hasil tambah janjang aritmetik. Perwakilan tentang hasil tambah janjang aritmetik bagi semua peserta kajian dikelaskan kepada lima kategori iaitu menggunakan: (i) Bahan konkrit (ii) Manual atau formula (iii) Naratif bertulis (iv) Konsep bulatan subset (v) Naratif dalam konteks bahasa.

4.3.2a Ringkasan Perwakilan tentang Hasil Tambah Janjang Aritmetik

Terdapat lima kategori perwakilan tentang hasil tambah janjang aritmetik yang dikenal pasti iaitu: **(i) Bahan konkrit (ii) Manual atau formula (iii) Naratif bertulis (iv) Konsep bulatan subset (v) Naratif dalam konteks bahasa.** Jadual 4.3.2a di bawah menunjukkan ringkasan kategori perwakilan tentang hasil tambah janjang aritmetik yang diberikan oleh empat orang peserta kajian.

Jadual 4.3.2a

Ringkasan Perwakilan tentang Hasil Tambah Janjang Aritmetik

Bil	Kategori	Peserta kajian
1.	Bahan konkrit	Semua
2.	Manual atau formula	Sunther, Man
3.	Naratif bertulis	Sunther, Man
4.	Konsep bulatan subset	Ashley
5.	Naratif dalam konteks bahasa	Semua

4.3.3 Rumusan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik secara Keseluruhan

Perwakilan yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian dalam mewakilkan subkonstruk janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu dibahagikan kepada dua, iaitu perwakilan tentang janjang aritmetik dan perwakilan tentang hasil tambah janjang aritmetik. Jadual 4.3.3a menunjukkan ringkasan kategori perwakilan tentang janjang

aritmetik dan hasil tambah janjang aritmetik yang diperoleh dari kesemua peserta kajian ini.

Jadual 4.3.3a

Ringkasan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik dan Hasil Tambah Janjang Aritmetik

Bil	Perwakilan	Kategori	Peserta kajian
1.	Janjang Aritmetik	1. Bahan konkrit 2. Pola 3. Naratif bertulis 4. Naratif dalam konteks bahasa	Semua Ashley, Sunther Sunther, Man Sunther, Daniel, Man
2.	Hasil tambah janjang aritmetik	1. Bahan konkrit 2. Manual atau formula 3. Naratif bertulis 4. Konsep bulatan subset 5. Naratif dalam konteks bahasa	Semua Sunther, Man Sunther, Man Ashley Semua

Secara rumusannya perwakilan tentang janjang aritmetik secara keseluruhan yang diberikan oleh kesemua empat orang peserta kajian dapat dikelaskan kepada enam kategori yang berbeza, iaitu: **(i) Bahan konkrit (ii) Pola (iii) Manual atau formula (iv) Naratif bertulis (v) Konsep bulatan subset (vi) Naratif dalam konteks bahasa.** Jadual 4.3.3b memaparkan rumusan perwakilan tentang janjang aritmetik secara keseluruhan.

Jadual 4.3.3b

Rumusan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik secara Keseluruhan

Perwakilan	Kategori	Peserta kajian
Janjang Aritmetik	1. Bahan konkrit 2. Pola 3. Manual atau formula 4. Naratif bertulis 5. Konsep bulatan subset 6. Naratif dalam konteks bahasa	Semua Ashley, Sunther Sunther, Man Sunther, Man Ashley Semua

4.4 Makna

Pada tugas ini, pengkaji menunjukkan beberapa keping kad kepada peserta kajian.

Mereka diminta untuk memberi makna janjang aritmetik, menterjemah serta

mentafsir kandungan senarai nombor yang terdapat pada kad yang menunjukkan ciri-ciri sebuah jangjang aritmetik. Terdapat tiga tugas dalam temu duga ketiga ini iaitu: (i) Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor (ii) Makna Jangjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan, (iii) Makna Jangjang Aritmetik tentang Bentuk.

4.4.1 Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor

Dalam tugas Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor, peserta kajian ditunjukkan dua keping kad iaitu **Kad A** dan **Kad B** yang mengandungi senarai nombor. Tugas ini dibentuk untuk melihat keupayaan peserta kajian dalam memberi makna tentang Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor. Kemudian peserta kajian diminta untuk membaca dengan kuat senarai nombor yang terdapat pada kad dan menyatakan ciri-ciri yang terkandung pada setiap kad itu dan menentukan senarai nombor kad yang manakah menunjukkan ciri sebuah jangjang aritmetik.

Dalam tugas ini, Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor dikelaskan kepada tiga kategori iaitu: (i) Susunan nombor (ii) Beza sepunya (iii) Formula atau cara manual. Jadual 4.4.1 menunjukkan ringkasan Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.4.1

Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor

Bil	Kategori	Huraian Makna Jangjang aritmetik	Peserta kajian
4.4.1.1	Susunan nombor	<ul style="list-style-type: none"> - Menerangkan senarai nombor pada kad A ialah nombor perpuluhan dan kad B ialah nombor pecahan. - Nombor semakin meningkat. - Susunan nombor menaik. - Kedua-dua susunan nombor kad A dan B ialah jangjang aritmetik. 	<p>Ashley, Daniel Man.</p> <p>Ashley, Sunther Man</p> <p>Sunther, Man.</p>

Jadual 4.4.1 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta Kajian
4.4.1.2.	Beza sepunya	<ul style="list-style-type: none"> - Kad A ialah janjang aritmetik, kerana nilai beza sepunya antara sebutan yang berturutan adalah sama. - Menyatakan kad A mempunyai beza sepunya 1.3 - Kad A dan B adalah susunan nombor yang ada ada nilai beza sepunya. - Kad B bukan janjang aritmetik kerana nilai beza sepunya tidak sama. - Nilai x dan y boleh dicari. Nilai m dan n tidak boleh dicari kerana beza sepunya tidak sama. 	Sunther, Daniel, Man Daniel Sunther, Man Semua Ashley, Daniel, Man
4.4.1.3	Formula atau cara manual	<ul style="list-style-type: none"> - Nilai x dan y boleh dicari menggunakan rumus mencari sebutan $T_n = a + (n - 1)d$ atau tambah dengan nilai beza sepunya secara manual. - Mencari nilai x dan y cara manual atau karat. - Menyatakan nilai x ialah 9.4 dan nilai y ialah 10.7 	Ashley Man Sunther, Man

4.4.1.1 Makna Janjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor sebagai susunan nombor

Makna Janjang Aritmetik berdasarkan bentuk nombor dalam kajian ini dikategorikan sebagai susunan nombor pada senarai nombor pada Kad A dan B. Senarai nombor tersebut terdiri daripada nombor perpuluhan dan pecahan. Senarai nombor juga disusun semakin meningkat dan seterusnya menunjukkan ciri-ciri janjang aritmetik. Kesemua peserta kajian memberi makna dalam kategori susunan nombor. Berikut merupakan antara tingkah laku tiga daripada empat orang peserta kajian yang dipaparkan dalam petikan 4.4.1.1a (Ashley), 4.4.1.1b (Sunther) dan 4.4.1.1c (Man).

Petikan 4.4.1.1a (Ashley)

P: Sekarang perhatikan senarai nombor dalam kad A dan B.

<p>KAD A</p> <p>P: 4.2, 5.5, 6.8, 8.1, x, y, ...</p>	<p>KAD B</p> <p>Q: $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, m, n, \dots$</p>
--	---

- A: (Peserta kajian meneliti senarai nombor pada kad A dan B).
 P: Boleh kamu sebutkan dengan kuat senarai nombor pada kad A dan kad B? Apakah ciri yang kamu perhatikan dari nombor yang terdapat pada kedua-dua kad itu?
 A: Nombor yang terdapat pada kad A ialah nombor perpuluhan dan ia semakin meningkat, manakala kad B ialah nombor pecahan (peserta kajian membuat pengiraan).

Petikan 4.4.1.1b (Sunther)

- P: Ada lagi ciri lain?
 S: Nombor semakin meningkat. Susunan menaik. Saya rasa itu sahaja.

Petikan 4.4.1.1c (Man)

- P: Ada lagi yang kamu lihat?
 M: Kad A jangjang aritmetik dan terdiri daripada nombor perpuluhan. Kad B bukan jangjang aritmetik dan terdiri daripada nombor pecahan. Kesemua susunan nombor semakin meningkat.

Berdasarkan Petikan 4.4.1.1a sehingga 4.4.1.1c kesemua peserta kajian memberi makna, menterjemah serta mentafsir kandungan senarai nombor yang terdapat pada kad A dan B disusun semakin meningkat dan terdiri daripada nombor perpuluhan pada kad A dan nombor pecahan pada kad B.

4.4.1.2 Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor sebagai Beza Sepunya

Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor dalam kajian ini dikategorikan sebagai beza sepunya. Beza sepunya adalah suatu nilai tetap yang diperlukan untuk mencari sebutan seterusnya dan berturutan. Kesemua peserta kajian memberi makna dalam kategori beza sepunya. Berikut merupakan antara tingkah laku dua daripada empat orang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.4.1.2a (Ashley) dan 4.4.1.2b (Sunther).

Petikan 4.4.1.2a (Ashley)

KAD A	KAD B
<i>P</i> : 4.2, 5.5, 6.8, 8.1, x , y , ...	<i>Q</i> : $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, m, n, \dots$

- P: Apa lagi yang kamu lihat?
 A: Nombor pada kad A ialah jangjang aritmetik, kad B bukan.
 P: Mengapa kamu kata begitu? Boleh terangkan?
 A: Kad A mempunyai beza sepunya yang sama iaitu 1.3, manakala kad B, beza sepunya pertama, kedua dan ketiga adalah berbeza iaitu

$$d_1 = \frac{1}{12}, d_2 = \frac{1}{12}, d_3 = \frac{1}{6}$$

 P: Apa lagi?
 A: Nilai x, y boleh dicari, manakala nilai m, n tidak boleh dicari.
 P: Kenapa kamu kata begitu?
 A: Susunan nombor kad A ialah jangjang aritmetik, maka nilai x dan y boleh dicari. Kad B, mengandungi susunan nombor bukan jangjang aritmetik, maka nilai m dan n tidak boleh dicari.

Petikan 4.4.1.2b (Sunther):

- P: Boleh kamu sebutkan dengan kuat susunan nombor pada kad A dan kad B? Apakah ciri yang kamu perhatikan dari nombor yang terdapat pada kedua-dua kad itu?
 S: Kad A dan B adalah susunan nombor dengan ada beza sepunya. Kedua-duanya ialah jangjang aritmetik.
 P: Boleh jelaskan lagi?
 S: (Peserta kajian membuat pengiraan lagi). Ooo... kad B bukan jangjang aritmetik, sebutan keempat, nilai beza sepunya tidak sama dengan beza sepunya sebutan yang lain. Untuk jangjang aritmetik nilai beza sepunya antara sebutan yang berturutan mestilah tetap ataupun sama. Oleh sebab itu susunan nombor pada kad A ialah jangjang aritmetik, kad B bukan jangjang aritmetik. Maaf saya cuai tadi.
 P: Apa lagi ciri yang kamu perhatikan?
 S: Nilai x ialah 9.4, manakala nilai y ialah 10.7. Saya tambahkan nilai sebelum dengan 1.3 iaitu nilai beza sepunya.

Kesemua peserta kajian memberi makna, menterjemah serta mentafsir kandungan senarai nombor yang terdapat pada kad A dan B adalah jangjang aritmetik, sekiranya nilai beza sepunya antara sebutan yang berturutan adalah sama. Kesemua peserta kajian menyatakan senarai nombor pada Kad A ialah jangjang aritmetik, manakala senarai nombor pada Kad B bukan jangjang aritmetik. Pada awalnya terdapat dua orang peserta kajian yang menyatakan senarai nombor pada kad A dan B adalah jangjang aritmetik, tetapi setelah melanjutkan pengiraan nilai beza sepunya, mereka mendapati senarai nombor pada kad B bukan jangjang aritmetik. Peserta kajian juga menyatakan nilai x dan y pada Kad A boleh dicari kerana senarai

nombornya ialah jangjang aritmetik, manakala nilai m dan n pada Kad B tidak boleh dicari kerana bukan jangjang aritmetik.

4.4.1.3 Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor menggunakan Formula atau Cara Manual

Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor dalam kajian ini dikategorikan sebagai menggunakan formula atau cara manual. Penggunaan formula melibatkan formula untuk mencari sebutan $T_n = a + (n-1)d$ dan cara manual ialah tanpa menggunakan formula dengan mengira satu persatu. Kesemua peserta kajian memberi makna yang sama dalam kategori ini. Berikut merupakan antara tingkah laku dua daripada empat orang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.4.1.3a (Ashley) dan 4.4.1.3b (Man).

Petikan 4.4.1.3a (Ashley)

- P: Apa lagi yang kamu lihat?
P: Boleh kamu terangkan, bagaimana nak cari nilai x dan y .
A: Guna rumus $T_n = a + (n-1)d$ untuk mencari nilai x dan y . Jika tidak mahu menggunakan formula boleh tambah nombor sebelum dengan nilai beza sepunya iaitu secara manual.
P: Ada ciri lain yang kamu lihat?
A: Tak ada.

Petikan 4.4.1.3b (Man)

- P: Apa lagi ciri-ciri yang kamu lihat?
M: Nilai x dan y boleh dicari menggunakan cara karat atau formula. Nilai m, n tidak boleh dicari kerana tiada nilai beza sepunya.

Kesemua peserta kajian memberi makna, menterjemah serta mentafsir kandungan senarai nombor yang terdapat pada Kad A boleh dilanjutkan lagi kerana susunan nombornya ialah jangjang aritmetik. Oleh sebab itu nilai x dan y boleh dicari sama ada menggunakan formula $T_n = a + (n-1)d$ atau cara manual. Cara manual boleh dicari dengan menolak nombor sebelum dengan nilai beza sepunya untuk mencari nilai x dan y .

Kesimpulan. Kesemua peserta kajian mempunyai lebih dari satu Makna Janjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor apabila senarai nombor pada Kad A dan B ditunjukkan kepada mereka yang dikelaskan kepada tiga kategori iaitu: (i) Susunan nombor (ii) Beza sepunya (iii) Formula atau cara manual.

4.4.2 Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan

Pada tugas Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan, peserta kajian ditunjukkan dua keping kad iaitu **Kad C** dan **Kad D**. Peserta kajian diminta untuk membaca dengan kuat senarai nombor yang terdapat pada kedua-dua kad tersebut. Kemudian pengkaji meminta peserta kajian menyatakan ciri-ciri yang terdapat pada senarai nombor pada kad tersebut, sehingga tiada ciri untuk dinyatakan lagi.

Tugas ini dibentuk untuk melihat keupayaan peserta kajian dalam memberi makna mengenai janjang aritmetik keterhinggaan dan janjang aritmetik ketakterhinggaan. Pengkaji terus menyoal dan meminta pandangan serta jawapan peserta kajian tentang senarai nombor pada Kad C dan D sehingga tiada jawapan dan penjelasan untuk dihuraikan lagi.

Dalam tugas ini, sebanyak tiga kategori yang telah diberikan oleh peserta kajian iaitu: (i) Bentuk nombor (ii) Nilai beza sepunya (iii) Perbandingan. Jadual 4.4.2 menunjukkan ringkasan makna janjang aritmetik keterhinggaan dan ketakterhinggaan yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.4.2

Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.4.2.1	Susunan nombor	- Menerangkan susunan nombor pada kad C semakin meningkat manakala kad D susunan semakin menurun. - Menyatakan sebutan terakhir pada kad C ialah 12, dan tidak boleh dilanjutkan ke sebutan seterusnya. - Kad D ada lagi sebutan.	Semua Ashley, Man Ashley, Ma

Jadual 4.4.2 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta Kajian
4.4.2.1	Susunan nombor	<ul style="list-style-type: none"> - Menyatakan kad C hanya empat sebutan sahaja. - Tiga titik sebutan boleh dilanjutkan lagi, pada senarai nombor kad D. 	Sunther Semua
4.4.2.2	Nilai beza sepunya	<ul style="list-style-type: none"> - Nilai beza sepunya kad C ialah 3, dan kad D ialah -6. - Nilai beza sepunya kad C ialah 3, dan kad D ialah 6. - Kedua-duanya mempunyai beza sepunya. 	Ashley,Sunther Daniel Man
4.4.2.3	Perbandingan	<p><u>Senarai nombor pada kad C dan D ialah janjang aritmetik</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Kedua-dua kad mempunyai sekurang-kurangnya tiga sebutan. - Mempunyai nilai beza sepunya yang tetap. - Senarai nombor pada Kad D, tiada had, boleh digunakan untuk mencari hasil tambah sebutan menggunakan formula. <p><u>Senarai nombor pada kad C bukan janjang aritmetik dan kad D ialah janjang aritmetik</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Kad C bukan janjang aritmetik, kerana hanya melibatkan beberapa nombor. - Nombor tidak bersambung dan tiada tanda tiga titik. - Menganggap setiap janjang aritmetik mesti ada tiga titik selepas sebutan terakhir. - Kad D ialah janjang aritmetik, kerana berterusan dan ada tiga titik. 	Ashley Daniel

4.4.2.1 Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan sebagai susunan nombor

Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan dalam kajian ini dikategorikan sebagai susunan nombor yang terdapat pada senarai nombor pada Kad C dan D. Senarai susunan nombor semakin meningkat pada Kad C dan semakin berkurang pada Kad D. Selain daripada itu senarai nombor pada Kad C mempunyai empat sebutan sahaja iaitu janjang aritmetik ketakterhinggaan, manakala senarai nombor pada Kad D mempunyai empat sebutan tetapi pada sebutan terakhir terdapat tiga titik yang bermaksud sebutan seterusnya boleh dilanjutkan lagi. Kesemua peserta kajian memberi makna dalam kategori susunan nombor. Berikut merupakan tingkah

laku empat orang peserta kajian yang dipaparkan dalam petikan 4.4.2.1a (Ashley), 4.4.2.1b (Sunther), 4.4.2.1c (Man) dan 4.4.2.1d (Daniel).

Petikan 4.4.2.1a (Ashley):

Pengkaji menyediakan beberapa helai kertas, pen, pensil dan pemadam untuk digunakan oleh peserta kajian. Pengkaji menunjukkan dua keping kad iaitu kad C dan D yang mengandungi senarai nombor seperti yang ditunjukkan pada rajah dibawah ini.

KAD C 3, 6, 9, 12

KAD D 83, 77, 71, 65, ...

- P: Sekarang perhatikan senarai nombor dalam kad C dan D.
A: (Peserta kajian meneliti senarai nombor pada kad C dan D).
P: Boleh kamu sebutkan dengan kuat susunan nombor pada kad C dan kad D? Apakah ciri yang kamu perhatikan dari nombor yang terdapat pada kedua-dua kad itu?
A: Senarai nombor yang terdapat pada kad C semakin meningkat, manakala kad D semakin menurun.
P: Ada lagi?
A: Kad C nombor 12 adalah sebutan terakhir. Kad D ada lagi sebutan.
P: Boleh terangkan lebih lanjut lagi?
A: Kad D ada tiga titik selepas nombor 65, maksudnya sebutan boleh dilanjutkan lagi sehingga sebutan seterusnya. Sebagai contoh sehingga sebutan ke sepuluh

Petikan 4.4.2.1b (Sunther)

- P: Boleh kamu sebutkan dengan kuat susunan nombor pada kad C dan kad D? Apakah ciri yang kamu perhatikan dari nombor yang terdapat pada kedua-dua kad itu?
S: (Termenung seketika) Senarai nombor yang terdapat pada kad C semakin meningkat, manakala kad D semakin menurun.
P: Apa ciri yang kamu lihat dari kad C dan D?
S: Kad C ada empat sebutan je, kad D ada empat sebutan tapi ada tiga titik selepas itu, jadi kad D ada banyak sebutan lagi.

Petikan 4.4.2.1c (Man)

- P: Apakah ciri yang kamu perhatikan pada Kad C dan D?
M: Kad C sebutan terakhir 12 kalau kad D tak tahu lagi, mungkin ada lagi.
P: Boleh jelaskan lebih lagi?
M: Senarai nombor pada kad C tidak boleh dilanjutkan lagi kerana hanya ada empat sebutan sahaja tetapi kad D boleh cari lagi sebutannya, tak tahu sampai mana, mungkin ada lagi, sebab boleh dilanjutkan lagi jika mahu.

Petikan 4.4.2.1d (Daniel):

- P: Apakah ciri yang kamu perhatikan pada kad D?
D: Ada tiga titik yang bermaksud nombor pada kad D berterusan.

Kesemua peserta kajian memberi makna janjang aritmetik keterhinggaan dan ketakterhinggaan tentang kandungan senarai nombor yang terdapat pada kad C dan D sebagai susunan nombor. Kesemua peserta kajian menyatakan senarai nombor pada Kad C semakin meningkat, manakala kad D semakin menurun. Selain daripada itu peserta kajian juga memberi makna senarai nombor yang tiada titik dengan yang ada titik. Senarai nombor yang tiada titik pada nombor terakhirnya bermaksud tidak boleh dilanjutkan lagi iaitu terhenti sehingga nombor terakhir tersebut, manakala senarai nombor yang ada tiga titik pada nombor terakhirnya bermaksud, senarai nombor itu boleh dilanjutkan lagi sehingga sebutan ke n .

4.4.2.2 Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan sebagai Nilai Beza Sepunya

Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan dalam kajian ini dikategorikan sebagai nilai beza sepunya yang terdapat pada senarai nombor pada Kad C dan D. Beza sepunya adalah suatu nilai tetap yang diperlukan untuk mencari sebutan seterusnya. Nilai beza sepunya diperolehi dengan menolak sebutan selepas tolak dengan sebutan sebelumnya yang berturutan. Kesemua peserta kajian memberi makna dalam kategori sebagai nilai beza sepunya. Berikut merupakan tingkah laku empat orang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.4.2.1a (Ashley), 4.4.2.1b (Sunther), 4.4.2.1c (Man) dan 4.4.2.1d (Daniel).

Petikan 4.4.2.2a (Ashley)

- P: Boleh kamu jelaskan ciri yang kamu lihat dari kad C dan D?
A: Kad C, 3, 6, 9, 12 mempunyai beza sepunya 3. Kad D mempunyai beza sepunya -6.

Petikan 4.4.2.2b (Sunther)

- P: Boleh kamu jelaskan ciri yang kamu lihat dari kad C dan D?
S: Kad C nilai beza sepunya menambah 3. Kad D beza sepunya menolak 6 untuk mendapatkan sebutan seterusnya.

Petikan 4.4.2.2c (Daniel):

- P: Boleh kamu jelaskan ciri yang kamu lihat dari kad C dan D?
D: Kad C beza sepunya 3. Kad D beza sepunya 6.

Petikan 4.4.2.2d (Man):

- P: Boleh kamu jelaskan ciri yang kamu lihat dari kad C dan D?
M: Kad C dan kad D mempunyai nilai beza sepunya.

Berdasarkan Petikan 4.4.2.2a sehingga 4.4.2.2d kesemua peserta kajian memberi makna janjang aritmetik keterhinggaan dan ketakterhinggaan tentang kandungan senarai nombor yang terdapat pada kad C dan D sebagai nilai beza sepunya. Kesemua peserta kajian menyatakan senarai nombor pada Kad C dan D mempunyai nilai beza sepunya. Peserta kajian pertama (Ashley) menyatakan senarai nombor kad C iaitu 3, 6, 9, 12 mempunyai beza sepunya 3 dan senarai nombor kad D 83, 77, 71, 65, ... mempunyai nilai beza sepunya -6. Bagi peserta kajian kedua (Sunther) menyatakan kad C mempunyai nilai beza sepunya menambah 3 dan kad D beza sepunya menolak 6 untuk mendapatkan sebutan seterusnya. Peserta kajian ketiga (Daniel) menyatakan beza sepunya kad C ialah 3 dan kad D ialah 6. Peserta kajian keempat (Man). menyatakan kedua-dua senarai nombor pada kad C dan D mempunyai nilai beza sepunya.

4.4.2.3 Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan secara perbandingan

Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan dalam kajian ini dikategorikan secara perbandingan oleh dua orang peserta kajian (Ashley dan Daniel). Perbandingan tentang ciri yang dimiliki pada senarai nombor Kad C dan D dilihat dari aspek bilangan sebutan, nilai beza sepunya, senarai nombor yang boleh dilanjutkan lagi atau tidak, senarai nombor yang menunjukkan ciri janjang aritmetik atau tidak dan untuk mencari hasil tambah sebutan. Berikut merupakan contoh tingkah laku Ashley dan Daniel dipaparkan dalam Petikan 4.4.2.3a (Ashley) dan 4.4.2.3b (Daniel).

Petikan 4.4.2.3a (Ashley)

KAD C 3, 6, 9, 12	KAD D 83, 77, 71, 65, ...
-----------------------------	-------------------------------------

- P: Apa ciri yang kamu lihat dari kad C dan D?
A: Kad C nombor 12 adalah sebutan terakhir. Kad D ada lagi sebutan, sebab ada tiga titik selepas nombor 65.
P: Ada lagi?
A: Kedua-dua kad C dan D merupakan janjang aritmetik, kerana setiap senarai nombor pada kad itu mempunyai nilai beza sepunya yang tetap.
P: Ada lagi?
A: Senarai nombor pada kad D tiada had dan boleh dilanjutkan lagi sebagai contoh sehingga sebutan ke sepuluh
P: Ada yang kamu ingin terangkan lagi?
A: Hasil tambah sebutan pada kad D juga boleh dicari dengan menggunakan formula $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$.

Petikan 4.4.2.3b (Daniel)

- P: Apa lagi ciri yang kamu boleh nyatakan tentang kad C dan kad D?
D: Kad C bukan janjang aritmetik, kerana hanya melibatkan beberapa nombor, nombor tak boleh disambung lagi dan tak ada tiga titik selepas nombor 12.
P: Bagaimana pula dengan kad D?
D: Kad D ialah janjang aritmetik sebab ada tiga titik dan boleh disambung lagi.
P: Apakah ciri yang kamu perhatikan pada kad D?
D: Ada tiga titik yang bermaksud nombor pada kad D berterusan

Berdasarkan Petikan 4.4.2.3a (Ashley) dan 4.4.2.3b (Daniel) peserta kajian memberi makna janjang aritmetik keterhinggaan dan ketakterhinggaan tentang kandungan senarai nombor yang terdapat pada kad C dan D secara perbandingan. Peserta kajian pertama (Ashley) menyatakan senarai nombor pada kad C dan D ialah janjang aritmetik, kerana mempunyai nilai beza sepunya yang tetap dan mempunyai sekurang-kurangnya tiga sebutan. Beliau juga menyatakan kad D tiada had dan boleh dilanjutkan ke sebutan seterusnya dan hasil tambah sebutan bagi senarai nombor kad D boleh dicari menggunakan formula. Peserta kajian ketiga (Daniel) memberikan makna bahawa kad C bukan janjang aritmetik, kerana hanya melibatkan beberapa nombor yang tidak boleh dilanjutkan lagi kerana tiada tiga titik selepas sebutan terakhir pada nombor 12, manakala kad D ialah janjang aritmetik kerana ada tiga titik yang bermaksud senarai nombor itu berterusan dan boleh dilanjutkan lagi.

Kesimpulan. Kesemua peserta kajian mempunyai lebih dari satu makna janjang aritmetik keterhinggaan dan ketakterhinggaan apabila senarai nombor pada Kad C dan D ditunjukkan kepada mereka yang dikelaskan kepada tiga kategori iaitu:

(i) Susunan nombor (ii) Nilai beza sepunya (iii) Perbandingan.

4.4.3 Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk

Dalam tugas Makna Janjang Aritmetik tentang bentuk, peserta kajian ditunjukkan sekeping kad iaitu Kad E yang mengandungi sepuluh rajah yang mengandungi pelbagai bentuk di dalamnya. Tugas ini dibina untuk melihat keupayaan peserta kajian dalam memberi makna bentuk yang mempunyai ciri janjang aritmetik. Peserta kajian diminta membaca dengan kuat jenis bentuk yang terdapat pada setiap rajah dalam kad tersebut. Seterusnya peserta kajian diminta menyatakan ciri-ciri yang terkandung pada setiap rajah pada kad itu, sehingga tiada

ciri untuk dinyatakan lagi. Selepas itu pengkaji meminta peserta kajian mengenal pasti bentuk pada rajah yang menunjukkan ciri sebuah *janjang aritmetik* dan bukan ciri *janjang aritmetik*. Setiap jawapan yang diberikan oleh peserta kajian mesti dijelaskan. Peserta kajian juga diminta memberikan contoh yang berkaitan secara lisan atau lukisan dalam usaha menerangkan dengan menggunakan peralatan yang disediakan.

Dalam tugas ini, Makna Janjang Aritmetik tentang bentuk dikelaskan kepada empat kategori iaitu: (i) Naratif dalam konteks bahasa (ii) Naratif dalam konteks visual (iii) Naratif dalam konteks simbol (iv) Beza sepunya. Jadual 4.4.3 menunjukkan ringkasan makna janjang aritmetik tentang bentuk yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.4.3

Makna Janjang Aritmetik tentang bentuk

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.4.3.1	Naratif dalam konteks bahasa	- Menerangkan ciri bentuk pada setiap rajah yang menunjukkan ciri janjang aritmetik dan bukan ciri janjang aritmetik.	Semua
4.4.3.2	Naratif dalam konteks visual	- Menerangkan persamaan atau perbezaan tentang jenis bentuk yang dimiliki oleh rajah dalam kad E. Rajah 1: Petak Sunther dan Man Rajah 4: Ashley- satu bulatan dan segi empat Rajah 5 : Ashley – Bilangan segi empat Sunther – Bilangan kotak Rajah 6: Ashley – Panjang segi empat Sunther – Panjang atau lebar Rajah 7: Ashley – Bilangan bucu Sunther – saiz dan bentuk objek Rajah 8: Ashley, Sunther dan Daniel - kotak berwarna Rajah 9: Ashley - bola Sunther – bulatan	Semua

Jadual 4.4.3 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta Kajian
4.4.3.3	Naratif dalam konteks simbol	<ul style="list-style-type: none"> - Menerangkan jenis bentuk objek yang dimiliki oleh rajah dalam kad E dalam bentuk ungkapan algebra Rajah 4: Sunther - ungkapan algebra $x+1$. Man - ungkapan algebra Rajah 10 : Ashley, Sunther dan Man - Dua sebutan sahaja 	Ashley, Sunther, Man
4.4.3.4	Beza Sepunya	<ul style="list-style-type: none"> - Memberi penjelasan nilai beza sepunya yang dipunyai setiap corak yang menepati ciri janjang aritmetik atau bukan. - Menyatakan dan membandingkan ciri yang terdapat pada corak dengan menjelaskan nilai sebutan pertama a dan nilai beza sepunya d yang dimiliki oleh setiap corak pada rajah dalam Kad E. - Janjang aritmetik meningkat atau menurun dengan suatu nilai yang tetap iaitu beza sepunya. - Rajah 1: Pertambahan satu kotak dari kiri ke kanan. - Rajah 3: Bermula satu rumah, dua rumah, tiga rumah. Perlu tambah satu rumah untuk dapat jumlah bilangan rumah seterusnya. - Menyatakan pertambahan atau Pengurangan bilangan objek atau saiz. - Rajah 6: Pengurangan panjang segi empat. 	Ashley, Sunther Man Daniel Ashley, Sunther Ashley, Sunther Ashley, Sunther

4.4.3.1 Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk secara Naratif dalam Konteks Bahasa

Makna janjang aritmetik tentang bentuk dalam kajian ini dikategorikan secara naratif dalam konteks bahasa tentang bentuk yang terdapat pada rajah dalam Kad E. Naratif dalam Konteks Bahasa ialah penerangan atau penjelasan terperinci yang diberikan tentang bentuk yang dikaji menggunakan bahasa yang mudah difahami. Kesemua peserta kajian mempunyai makna janjang aritmetik tentang bentuk secara naratif dalam konteks bahasa yang sama antara satu sama lain. Berikut merupakan

contoh tingkah laku seorang daripada empat peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.4.3.1 (Daniel).

Petikan 4.4.3.1 (Daniel)

- P: Sekarang perhatikan sekeping kad iaitu kad E yang mengandungi sepuluh bentuk pada setiap rajah.
- D: (Peserta kajian meneliti gambar rajah yang terdapat pada kad E)
- P: Boleh kamu sebutkan dengan kuat apakah bentuk yang terdapat pada setiap rajah dalam kad E itu?
- D: Semua bentuk adalah meningkat kecuali Rajah 6 dan 9.
- P: Boleh terangkan lebih lagi?
- D: Urm... (berfikir agak lama) Rajah 1, 3, 5 dan 7 menunjukkan ciri janjang aritmetik. Rajah 2, 4, 6 dan 10 tidak menunjukkan ciri janjang aritmetik.
- P: Boleh terangkan jawapan kamu?
- D: Saya rasa Rajah 1, 3, 5, 7, 6, 8 dan 9 menunjukkan ciri janjang aritmetik, manakala Rajah 2, 4, 8 dan 10 tidak menunjukkan ciri sebuah janjang aritmetik.
- P: Mengapa kamu kata begitu?
- D: Setiap rajah yang menunjukkan ciri janjang aritmetik meningkat atau menurun dengan suatu nilai yang tetap iaitu beza sepunya.
- P: Bagaimana pula dengan rajah yang tidak menunjukkan ciri sebuah janjang aritmetik?
- D: Sebagai contoh Rajah 8 tidak menunjukkan ciri sebuah janjang aritmetik, jika kita melihat warna pada kotak mempengaruhi bilangan pada setiap susunan bentuk itu. Jika warna tidak dilihat, tetapi bilangan kotak dikira, Rajah 8 ialah janjang aritmetik. Tapi bagi kes ini, saya lihat warna mempengaruhi bilangan kotak, maka Rajah 8 tidak menunjukkan ciri sebuah janjang aritmetik.

Berdasarkan Petikan 4.4.3.1a (Daniel) dan tiga orang lagi peserta kajian memberi makna janjang aritmetik tentang bentuk yang terdapat pada rajah dalam Kad E adalah secara naratif dalam konteks bahasa. Peserta kajian (Daniel) menceritakan ciri-ciri setiap rajah yang terdapat pada kad E, dan seterusnya menyatakan bentuk yang manakah mempunyai ciri janjang aritmetik atau tidak.

4.4.3.2 Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk secara Naratif dalam Konteks Visual

Makna janjang aritmetik tentang bentuk dalam kajian ini dikategorikan secara naratif dalam konteks visual tentang bentuk yang terdapat pada rajah dalam

Kad E. Naratif dalam Konteks visual ialah penerangan atau penjelasan terperinci yang diberikan tentang bentuk yang dikaji menggunakan nama-nama bentuk geometri, nama objek, saiz dan panjang corak tersebut. Kesemua peserta kajian mempunyai makna janjang aritmetik tentang bentuk secara naratif dalam konteks visual yang sama antara satu sama lain. Berikut merupakan tingkah laku dua daripada empat orang peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.4.3.2a (Ashley) dan 4.4.3.2b (Sunther).

Petikan 4.4.3.2a (Ashley)

- P: Sekarang perhatikan sekeping kad iaitu kad E yang mengandungi sepuluh bentuk pada setiap rajah.
- A: (Peserta kajian meneliti gambar rajah bentuk yang terdapat pada kad E)
- P: Boleh anda sebutkan dengan kuat apakah bentuk atau bentuk yang terdapat pada setiap rajah dalam kad E itu?
- A: Rajah 2: Lima bola kepada empat bola kepada tiga bola. Kalau dari atas juga boleh iaitu bermula satu bola, kemudian untuk ke bola seterusnya perlu tambah satu bola.
Rajah 3: Bermula satu rumah, dua rumah, tiga rumah. Perlu tambah satu rumah untuk dapat jumlah bilangan rumah seterusnya.
Rajah 4: Bermula dengan satu bulatan, kemudian satu bulatan dan dua segi empat, seterusnya satu bulatan dan tiga segi empat dan satu bulatan dengan empat segi empat.
Rajah 5: Penambahan bilangan segi empat, iaitu bermula dengan satu segi empat, lima segi empat dan sembilan segi empat.
Rajah 6: Pengurangan panjang segi empat.
Rajah 7: Penambahan bilangan bucu dari tiga bucu, empat bucu, lima bucu dan enam bucu.
Rajah 8: Bermula dengan satu segi empat warna putih, kemudian dua segi empat warna putih dan satu segi empat warna biru, seterusnya dua segi empat warna putih dan tiga segi empat warna biru.

Petikan 4.4.3.2b (Sunther)

- P: Sekarang perhatikan sekeping kad iaitu kad E yang mengandungi sepuluh bentuk pada setiap rajah.
- S: (Peserta kajian meneliti gambar rajah yang terdapat pada kad E)
- P: Boleh anda sebutkan dengan kuat apakah jenis bentuk yang terdapat pada setiap rajah dalam kad E itu?
- S: Rajah 1, 3, 4, 6, 5, 9, 8 ialah janjang aritmetik, kerana susunanya mempunyai nilai beza sepunya yang sama.

Rajah 1: Bermula dengan satu petak, kemudian bilangan petak semakin meningkat kepada dua, tiga, empat dan lima iaitu nilai beza sepunya adalah sama iaitu penambahan satu petak.

Rajah 3: Janjang aritmetik. Bilangan penambahan mancis adalah seragam.

Rajah 7: Bukan janjang aritmetik, kerana saiz dan bentuk objek tidak sama.

Rajah 8: Bukan janjang aritmetik, sebab bilangan kotak putih dan biru bertambah secara tidak sama.

Berdasarkan Petikan 4.4.3.2a (Ashley) dan 4.4.3.2b (Sunther), kedua-dua peserta kajian memberi makna janjang aritmetik tentang bentuk yang terdapat pada rajah dalam Kad E secara naratif dalam konteks visual. Peserta kajian menceritakan ciri-ciri bentuk pada setiap rajah dengan melihat dan menamakan bentuk tersebut dengan nama bentuk geometri, nama objek, saiz dan panjang bentuk tersebut. Peserta kajian pertama (Ashley) menamakan antara bentuk tersebut sebagai bola, bulatan, segi empat, panjang, bilangan bucu dan segi empat berwarna. Peserta kajian kedua (Sunther) pula menamakan antara bentuk tersebut sebagai petak, mancis, saiz, bentuk objek dan kotak berwarna.

4.4.3.3 Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk secara Naratif dalam Konteks Simbol

Makna janjang aritmetik tentang bentuk dalam kajian ini dikategorikan secara naratif dalam konteks simbol tentang bentuk yang terdapat pada rajah dalam Kad E. Naratif dalam Konteks simbolik ialah penerangan atau penjelasan terperinci yang diberikan tentang bentuk yang dikaji seperti menulis simbol, ungkapan algebra, formula atau melukis sesuatu gambar objek dengan lebih terperinci. Seramai tiga orang peserta kajian memberikan makna dalam kategori ini (Ashley, Sunther dan Man). Berikut merupakan contoh tingkah laku dua orang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.4.3.3a (Sunther) dan 4.4.3.3b (Man).

Petikan 4.4.3.3a (Sunther)

- P: Apa lagi yang kamu perhatikan tentang bentuk yang terdapat pada setiap rajah dalam kad E?
- S: Rajah 4: Ada ciri janjang aritmetik dan macam ungkapan algebra contoh $x+1$. Nilai beza sepunya diperolehi dengan cara sebutan selepas tolak sebutan sebelum.

Petikan 4.4.3.3b (Man)

- P: Apa lagi yang kamu perhatikan tentang bentuk yang terdapat pada setiap rajah dalam kad E?
- M: Rajah 4: Bentuk serupa ungkapan algebra.
Rajah 10: Bukan, sebab hanya ada dua bentuk sahaja atau dua sebutan sahaja. Tak boleh nak bandingkan nilai beza sepunya.

Berdasarkan Petikan 4.4.3.3a (Sunther) dan 4.4.3.3b (Man) peserta kajian memberi makna janjang aritmetik tentang bentuk yang terdapat pada rajah dalam Kad E secara naratif dalam konteks simbol. Peserta kajian pertama dan ketiga (Ashley, Man) memberi makna bentuk pada Rajah 10 terdiri daripada dua sebutan kerana terdiri daripada dua objek jika dilihat secara tunggal. Peserta kajian kedua pula (Sunther) memberi makna bentuk pada Rajah 4 seperti ungkapan algebra. Beliau turut memberi contoh ungkapan iaitu $x+1$.

4.4.3.4 Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk sebagai Beza Sepunya

Makna janjang aritmetik tentang bentuk dalam kajian ini dikategorikan sebagai beza sepunya. Beza sepunya dalam kajian ini ialah perbandingan bilangan corak yang berturutan dan nilainya mestilah tetap. Kesemua peserta kajian memberikan makna dalam kategori ini. Berikut merupakan tingkah laku dua orang peserta kajian (Man dan Daniel) yang dipaparkan dalam Petikan 4.4.3.4a (Man) dan 4.4.3.4b (Daniel). Mereka ini juga mewakili dua orang lagi peserta kajian yang lainnya kerana mempunyai makna yang hampir sama.

Petikan 4.4.3.4a (Man)

- P: Boleh anda sebutkan dengan kuat apakah bentuk yang terdapat pada setiap rajah dalam kad E itu?
- M: Rajah 1: Ada petak seperti tangga, jadi kita boleh cari nilai a dan d .
Rajah 2: Tak boleh, sebab nilai beza sepunya tidak sama.
Rajah 3: (Berfikir sejenak dan membuat kiraan). Tak boleh sebab nilai beza sepunya d tak sama.
Rajah 10: Bukan, sebab hanya ada dua bentuk sahaja atau dua sebutan sahaja. Tak boleh nak bandingkan nilai beza sepunya.
- P: Ada lagi yang kamu ingin terangkan?
- M: Untuk menentukan bentuk yang menunjukkan ciri jangjang aritmetik, kene cari nilai beza sepunya, kemudian bandingkan nilai tersebut antara bentuk yang berturutan, jika sama, maka bentuk itu adalah jangjang aritmetik.

Petikan 4.4.3.4b (Daniel)

- D: Saya rasa Rajah 1, 3, 5, 7, 6, 8 dan 9 menunjukkan ciri jangjang aritmetik, manakala rajah 2, 4, 8 dan 10 tidak menunjukkan ciri sebuah jangjang aritmetik.
- P: Mengapa kamu kata begitu?
- D: Setiap rajah yang menunjukkan ciri jangjang aritmetik meningkat atau menurun dengan suatu nilai yang tetap iaitu beza sepunya.

Berdasarkan Petikan 4.4.3.4a (Man) dan 4.4.3.4b (Daniel) peserta kajian pertama (Man) memberi makna jangjang aritmetik tentang bentuk yang terdapat pada rajah dalam Kad E dengan menentukan nilai sebutan pertama a dan membandingkan nilai beza sepunya antara bentuk yang berturutan. Jika nilai beza sepunya antara bentuk yang berturutan adalah sama maka bentuk tersebut mempunyai ciri-ciri jangjang aritmetik. Peserta kajian kedua (Daniel) menyatakan bentuk yang menunjukkan ciri jangjang aritmetik meningkat atau menurun dengan suatu nilai tetap dikenali sebagai nilai beza sepunya.

Kesimpulan. Kesemua peserta kajian mempunyai lebih daripada satu makna tentang bentuk yang terdapat pada sepuluh rajah dalam Kad E yang boleh dikelaskan kepada empat kategori iaitu: **(i) Naratif dalam Konteks Bahasa (ii) Naratif dalam Konteks Visual (iii) Naratif dalam Konteks Simbol (iv) Beza Sepunya .**

4.4.4 Ringkasan Makna Janjang Aritmetik

Tugasan Makna Janjang Aritmetik dibahagikan kepada tiga tugas iaitu: (i) Makna Janjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor (ii) Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan (iii) Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk. Jadual 4.4.4 di bawah menunjukkan ringkasan makna janjang aritmetik yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian berdasarkan tiga tugas yang dijalankan.

Jadual 4.4.4:

Ringkasan Makna Janjang Aritmetik berdasarkan bentuk nombor, Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan dan Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk.

Bil	Tugasan	Makna Janjang Aritmetik yang diperolehi	Peserta kajian
1.	Makna Janjang Aritmetik Berdasarkan Bentuk Nombor	1. Susunan nombor 2. Beza Sepunya 3. Formula atau Cara Manual	Semua Semua Ashley, Sunther, Man
2.	Makna Janjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan	1. Susunan nombor 2. Beza Sepunya 3. Perbandingan	Semua Semua Ashley, Daniel
3.	Makna Janjang Aritmetik tentang Bentuk	1. Naratif dalam Konteks Bahasa 2. Naratif dalam konteks Visual 3. Naratif dalam konteks Simbol 4. Beza Sepunya	Semua Semua Ashley, Sunther, Man Semua

4.4.5 Rumusan Makna Janjang Aritmetik secara keseluruhan

Secara rumusannya terdapat sebanyak tujuh kategori Makna tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh semua peserta kajian iaitu: (i) Susunan nombor (ii) Beza sepunya (iii) Formula atau cara manual (iv) Perbandingan (v) Naratif dalam konteks bahasa (vi) Naratif dalam konteks visual (vii) Naratif dalam konteks simbol. Jadual 4.4.5 di bawah menunjukkan rumusan makna janjang aritmetik secara keseluruhan yang dikelaskan kepada tujuh kategori oleh semua peserta kajian.

Jadual 4.4.5

Rumusan Makna Janjang Aritmetik secara keseluruhan

Bil	Makna	Kategori	Peserta kajian
1.	Janjang Aritmetik	1. Susunan nombor	Semua
		2. Beza Sepunya	Semua
		3. Formula atau cara manual	Sunther, Daniel, Man
		4. Perbandingan	Ashley, Daniel
		5. Naratif dalam konteks bahasa	Semua
		6. Naratif dalam konteks visual	Semua
		7. Naratif dalam konteks simbol	Ashley, Sunther, Man

4.5 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik

Tugasan ini melibatkan tugas untuk menyelesaikan masalah, konflik atau gangguan yang dialami peserta kajian ketika menyelesaikan masalah yang melibatkan janjang aritmetik. Dalam kajian ini, penyelesaian masalah merujuk cara yang digunakan untuk mengatasi gangguan yang terhasil daripada memberi respons terhadap tugas yang diberikan kepada mereka. Peserta kajian menyelesaikan masalah yang diberi dengan menggunakan semua konsep yang difahami tentang *janjang aritmetik, sebutan, beza sepunya, sebutan tertentu, hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu*. Tugas penyelesaian masalah janjang aritmetik ini terdiri daripada lima tugas yang membabitkan: (i) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf (ii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama (iii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu (iv) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang jarak seorang pejalan kaki (v) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik mencari bilangan gula-gula.

4.5.1 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf

Dalam tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf, peserta kajian diberikan soalan mengenai situasi harian, dimana seorang pekebun

membeli sebatang pokok, dengan ketinggian 12 cm. Selepas seminggu ketinggian pokok itu bertambah sebanyak 10 cm. Setiap minggu ketinggian pokok itu bertambah sebanyak 10 cm.

Peserta kajian perlu menyatakan ketinggian pokok dari minggu pertama, kedua, ketiga, keempat dan kelima. Mereka juga perlu menentukan sama ada ketinggian pokok itu menunjukkan corak yang sama atau tidak. Selepas itu peserta kajian perlu menggunakan kertas graf bagi mewakili ketinggian pokok tersebut dari minggu pertama sehingga minggu kelima. Setiap jawapan perlu diberi penjelasan. Pengkaji turut meminta peserta kajian menyatakan dua maklumat awal yang diperolehi berdasarkan sinerio pekebun yang membeli pokok itu. Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf di paparkan pada Rajah 4.5.1.

Dalam tugas penyelesaian masalah janjang aritmetik dalam bentuk graf, hasil kajian dikelaskan kepada tiga kategori iaitu: (i) Susunan (ii) Graf Garis Lurus (iii) Sebutan atau beza sepunya atau kedua-duanya sekali. Jadual 4.5.1 menunjukkan ringkasan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Graf yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.5.1
Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.5.1.1	Susunan	<ul style="list-style-type: none"> - Menghuraikan ketinggian pokok boleh disusun seperti janjang aritmetik. - Susunan ketinggian pokok yang disusun sebagai kedudukan sebutan, iaitu a ialah sebutan pertama, T_2 ialah sebutan kedua, T_3 ialah sebutan ketiga dan seterusnya. 	Ashley, Sunther Ashley, Sunther
4.5.1.2	Graf Garis Lurus	<ul style="list-style-type: none"> - Graf garis lurus dan seragam. - Corak pertambahan pokok adalah seragam. - Graf bukan mula pada koordinat - (0,0) kerana sudah minggu ke 12. 	Ashley

Jadual 4.5.1 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.5.1.2	Graf Garis Lurus	<ul style="list-style-type: none"> - Graf linear. - Iaitu garis lurus, graf meningkat apabila bilangan minggu meningkat, maka ketinggian pokok juga meningkat. - Graf mula pada koordinat (0.0) 	Sunther
		<ul style="list-style-type: none"> - Graf meningkat - Menyatakan apabila bilangan minggu meningkat, maka ketinggian pokok juga meningkat. - Menyatakan skala graf agak lari Sedikit. 	Daniel, Man
4.5.1.3	Sebutan atau Beza Sepunya	<ul style="list-style-type: none"> - Menyatakan sebutan pertama ialah 12 - Menyatakan beza sepunya ialah 10. - Beza sepunya menambah 10cm. 	Ashley, Daniel Ashley, Daniel Sunther, Man

(a) Seorang pekebun membeli sebatang pokok dengan ketinggian 12 cm. Selepas seminggu tumbuhan itu bertambah ketinggiannya sebanyak 10 cm pada setiap minggu. Sekiranya pada minggu pertama pokok itu mempunyai ketinggian 12 cm.

- (i) Apakah ketinggian bagi pokok itu bermula dengan minggu pertama, minggu kedua, minggu ketiga, keempat dan kelima. Adakah pertambahan ketinggian pokok itu mempunyai corak yang sama?
- (ii) Boleh kamu gunakan kertas graf untuk mewakili corak pertambahan ketinggian pokok itu di (i)
- (iii) Boleh anda terangkan jawapan anda di (i) dan (ii)?
- (iv) Apakah dua maklumat awal yang kamu perolehi berdasarkan sinerio pekebun yang membeli pokok itu?



Rajah 4.5.1: Soalan penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf

4.5.5.1 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf sebagai Susunan

Penyelesaian Masalah dalam Bentuk Graf dalam kajian ini dikategorikan sebagai susunan oleh dua orang peserta kajian (Ashley dan Sunther). Susunan dalam kategori ini ialah ketinggian pokok pada setiap minggu disusun seperti janjang aritmetik yang terdiri daripada sebutan pertama, sebutan kedua dan

seterusnya. Berikut merupakan tingkah laku seorang daripada dua peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.5.1 seperti di bawah.

Petikan 4.5.1.1 (Ashley)

- P: Sekarang perhatikan dan baca dengan kuat soalan ini.
A: (Peserta kajian meneliti dan membaca soalan dengan kuat).
P: Apakah ketinggian bagi pokok itu bermula dengan minggu pertama, minggu kedua, minggu ketiga, keempat dan kelima. Adakah pertambahan ketinggian pokok itu mempunyai corak yang sama?
A: Ketinggian pokok, boleh disusun seperti janjang aritmetik,

$$(a) \quad 12, 22, 32, 42, \dots$$

Ketinggian pokok pada minggu pertama dan minggu seterusnya boleh ditulis sebagai

$$(1) \quad \begin{aligned} a &= 12 \\ T_2 &= 22 \\ T_3 &= 32 \\ T_4 &= 42 \\ T_5 &= 52 \end{aligned}$$

Dimana a ialah sebutan pertama bersamaan hari pertama, T_2 sebutan kedua atau hari kedua, T_3 untuk sebutan ketiga atau hari ketiga dan seterusnya. Ketinggian pokok mempunyai corak yang sama.

Berdasarkan Petikan 4.5.1 peserta kajian (Ashley) menyatakan ketinggian pokok pada setiap minggu boleh disusun seperti janjang aritmetik. Beliau turut menulis susunan ketinggian pokok itu dalam bentuk simbol, iaitu a ialah sebutan pertama bersamaan hari pertama iaitu 12 cm, T_2 sebutan kedua atau hari kedua iaitu 22 cm, T_3 untuk sebutan ketiga atau hari ketiga iaitu 32 cm dan seterusnya.

4.5.1.2 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf sebagai Graf Garis Lurus

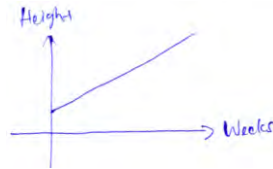
Penyelesaian Masalah dalam Bentuk Graf dalam kajian ini dikategorikan sebagai Graf Garis Lurus oleh semua peserta kajian. Graf garis lurus mempunyai hampir kesemua atau sebahagian titik-titikanya berada pada satu garis lurus jika disambungkan. Berikut merupakan tingkah laku dua daripada empat

peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.5.1.2a (Ashley) dan 4.5.1.2b (Sunther) seperti di bawah.

Petikan 4.5.1.2a (Ashley)

P: Boleh kamu gunakan kertas graf untuk mewakili corak pertambahan ketinggian pokok itu di (i)

A:



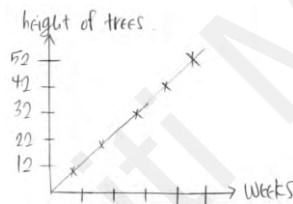
P: Boleh kamu terangkan bentuk graf tersebut?

A: Grafnya garis lurus dan seragam, kerana corak pertambahan pokok adalah seragam.

Petikan 4.5.1.2b (Sunther)

P: Boleh kamu gunakan kertas graf untuk mewakili corak pertambahan ketinggian pokok itu di (i)

S:



S: Graf linear iaitu garis lurus. Graf meningkat, apabila bilangan minggu meningkat, maka ketinggian pokok juga meningkat.

P: Boleh kamu jelaskan lebih lagi jawapan kamu?

S: Apabila bilangan minggu meningkat, maka ketinggian pokok juga bertambah sebanyak 10 cm dari ketinggian asal iaitu 12 cm.

Berdasarkan Petikan 4.5.1.2a peserta kajian (Ashley) mewakili corak pertambahan ketinggian pokok dengan melukis graf garis lurus yang seragam, kerana menurut beliau, pertambahan ketinggian pokok itu adalah seragam. Peserta kajian kedua (Sunther) dalam Petikan 4.5.1.2b melukis graf linear yang semakin meningkat, ini kerana apabila bilangan minggu meningkat, maka ketinggian pokok juga meningkat.

4.5.1.3 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf Sebagai Sebutan atau Beza Sepunya atau keduanya sekali

Penyelesaian Masalah dalam Bentuk Graf dalam kajian ini dikategorikan sebagai Sebutan atau Beza Sepunya oleh semua peserta kajian. Sebutan ialah nombor yang terkandung dalam sesuatu janjang aritmetik dan beza sepunya ialah hasil tolak sebutan selepas tolak sebutan sebelum yang berturutan. Nilai beza sepunya mestilah sama antara dua sebutan yang berturutan dalam janjang aritmetik. Berikut merupakan tingkah laku dua daripada empat peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.5.1.3a (Ashley) dan Petikan 4.5.1.3b (Daniel) seperti di bawah:

Petikan 4.5.1.3a (Ashley)

- P: Apakah dua maklumat awal yang kamu perolehi berdasarkan sinerio pekebun yang membeli pokok itu?
A: Sebutan pertama ialah 12 dan beza sepunya ialah 10.

Petikan 4.5.3b (Daniel)

- P: Apakah dua maklumat awal yang kamu perolehi berdasarkan sinerio pekebun yang membeli pokok itu?
M: Nilai sebutan pertama a ketinggian pokok pada hari pertama dan nilai beza sepunya 10 iaitu pertambahan ketinggian pokok pada setiap minggu.

Berdasarkan Petikan 4.5.1.3a (Ashley) dan 4.5.1.3b (Man) peserta kajian menyatakan dua maklumat awal yang diperolehi daripada senerio seorang pekebun membeli sebatang pokok dengan ketinggian 12 cm ialah nilai sebutan pertama dan nilai beza sepunya. Peserta kajian pertama (Ashley) menyatakan sebutan pertama ialah 12 dan beza sepunya ialah 10 cm. Peserta kajian kedua pula (Man) menyatakan nilai sebutan pertama a ketinggian pokok pada hari pertama dan nilai beza sepunya 10 iaitu pertambahan ketinggian pokok pada setiap minggu.

Kesimpulan. Hasil dapatan kajian tentang tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Graf dikategorikan kepada tiga iaitu berdasarkan: (i) Susunan (ii) Graf Garis Lurus (iii) Sebutan atau beza sepunya.

4.5.2 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama

Dalam tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama peserta kajian diberikan soalan mengenai situasi harian di sebuah sekolah. Soalan bagi tugas ini dipaparkan pada Rajah 4.5.2.

Sebuah sekolah mempunyai murid dari enam jenis Tingkatan yang berbeza. Iaitu Tingkatan 1 ada seramai 130 orang murid, Tingkatan 2 seramai 210 murid, Tingkatan 3 seramai 290 orang murid dan seterusnya bilangan murid setiap Tingkatan membentuk suatu janjang aritmetik. Cari jumlah kesemua murid di sekolah tersebut.

Rajah 4.5.2: Soalan penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama

Dalam tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama, terdapat tiga kategori jawapan yang diberikan oleh peserta kajian iaitu sebagai: (i) Susunan (ii) Formula hasil tambah (iii) Cara manual. Jadual 4.5.2 menunjukkan ringkasan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.5.2

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.5.2.1	Susunan	- Menjelaskan bilangan pelajar setiap tingkatan boleh disusun seperti janjang aritmetik.	Semua
4.5.2.2	Formula hasil tambah	- Terus memasukkan nilai yang berkaitan Ke dalam formula hasil tambah. - Mencari nilai a , n dan d dahulu, kemudian memasukkan nilai tersebut ke dalam formula hasil tambah. - Menyatakan jumlah keseluruhan pelajar dari Tingkatan Satu sehingga Enam ialah 1980 pelajar. - Mencari nilai a , n dan d dahulu. - Menyatakan jumlah keseluruhan pelajar dari tingkatan satu sehingga enam ialah 1035 pelajar. - Menyatakan jumlah keseluruhan pelajar dari tingkatan satu sehingga enam ialah 1450 pelajar.	Ashley, Sunther, Daniel Man Ashley, Man Man Sunther Daniel
4.5.2.3	Cara manual	- Dengan menambah satu persatu bilangan pelajar murid pada setiap tingkatan. - Untuk mendapat bilangan pelajar pada setiap tingkatan seterusnya, kita perlu tambah atau tolak sebutan sebelumnya dengan nilai beza sepunya.	Man

4.5.2.1 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama sebagai Susunan

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama dalam kajian ini dikategorikan sebagai Susunan oleh semua peserta kajian. Susunan dalam kategori ini ialah bilangan pelajar pada setiap Tingkatan yang disusun dalam bentuk janjang aritmetik. Berikut merupakan tingkah laku seorang daripada empat peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.5.2.1 (Man) seperti di bawah.

Petikan 4.5.2.1 (Man)

- P: Sekarang perhatikan dan baca dengan kuat soalan ini.
M: (Peserta kajian meneliti dan membaca soalan dengan kuat).
P: Berapakah jumlah kesemua pelajar di sekolah itu? Bolehkah kamu tunjukkan dan jelaskan bagaimana kamu memperolehi jawapan tersebut?

M: (Peserta kajian menulis bilangan pelajar setiap tingkatan dalam bentuk jangjang aritmetik).

130, 210, 290, 370, 450, 530
 $a + (n-1)d$
 $a = 130$
 $d = 80$

Berdasarkan Petikan 4.5.2.1 (Man) dan semua peserta kajian yang lainnya menulis bilangan pelajar setiap Tingkatan di sekolah tersebut ke dalam bentuk susunan dalam jangjang aritmetik.

4.5.2.2 Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama sebagai Formula Hasil Tambah

Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama dalam kajian ini dikategorikan sebagai Formula Hasil Tambah oleh semua peserta kajian. Formula Hasil Tambah dalam dapatan kajian ini ialah menggunakan formula hasil tambah untuk mencari jumlah bilangan pelajar di sekolah tersebut. Berikut merupakan tingkah laku tiga daripada empat peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.5.2.2a (Sunther)), 4.5.2.2b (Daniel)) dan 4.5.2.2c (Man) kerana mereka memberikan jumlah bilangan semua pelajar di sekolah tersebut dengan nilai yang berbeza. Dua orang peserta kajian (Ashley dan Man) memberikan jumlah bilangan pelajar yang sama. Berikut merupakan tingkah laku tiga daripada empat peserta kajian dipaparkan dalam petikan seperti di bawah.

Petikan 4.5.2.2a (Sunther):

P: Berapakah jumlah kesemua pelajar di sekolah itu? Bolehkah kamu tunjukkan dan jelaskan bagaimana kamu memperolehi jawapan tersebut?

S: Boleh (membuat pengiraan). Bilangan setiap tingkatan saya boleh tulis dalam susunan jangjang aritmetik 130, 210, 290. Untuk mencari jumlah kesemua pelajar saya akan gunakan formula hasil tambah.

② a. $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$
 $S_6 = \frac{6}{2} [2(130) + (6-1)80]$
 $S_6 = \frac{6}{2} [260 + 40]$
 $S_6 = \frac{6}{2} (300)$
 $= 3(150)$
 $= 450$

Petikan 4.5.2.2b (Daniel):

- P: Berapakah jumlah kesemua pelajar di sekolah itu? Bolehkah kamu tunjukkan dan jelaskan bagaimana kamu memperolehi jawapan tersebut?
- D: Boleh (membuat pengiraan). Untuk mencari jumlah bilangan pelajar, boleh gunakan rumus hasil tambah dan masukkan nilai di dalamnya.

$r_1 = 130$
 $r_2 = 210$
 $r_3 = 290$
 $r_4 = 370$
 $r_5 = 450$
 $S_5 = \frac{5}{2} (2(130) + (4)(80))$
 $= 1450$

Petikan 4.5.2.2c (Man):

- P: Berapakah jumlah kesemua pelajar di sekolah itu? Bolehkah kamu tunjukkan dan jelaskan bagaimana kamu memperolehi jawapan tersebut?
- M: Boleh kena cari nilai a , n dan d dulu. Selepas itu gantikan nilai n dengan 6. Kemudian masukkan nilai tersebut dalam formula. Jumlah murid 1980 orang.

130, 210, 290, 370, 450, 530
 $a + (n-1)d$
 $a = 130$
 $d = 80$
 $\frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$
 $= \frac{6}{2} (2(130) + (6-1)(80))$
 $= 3(260 + 400)$
 $= 1980$

Berdasarkan Petikan 4.5.2.2a (Sunther), 4.5.2.2b (Daniel) dan 4.5.2.2c (Man), ketiga-tiga peserta kajian menggunakan formula hasil tambah

$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ untuk mencari jumlah pelajar di sekolah tersebut. Peserta kajian pertama (Sunther) memberikan jumlah pelajar di sekolah tersebut ialah 1035 pelajar. Peserta kajian kedua (Daniel) memperolehi jumlah seramai 1450 pelajar. Manakala peserta kajian ketiga (Man) juga memperolehi jawapan sama dengan seorang lagi peserta kajian (Ashley) iaitu seramai 1980 pelajar. Nilai jumlah pelajar

yang diberikan oleh peserta kajian seharusnya adalah sama iaitu seramai 1980 pelajar, tetapi dapatan dalam kajian ini jumlah pelajar yang diperolehi tidak sama antara semua peserta kajian. Nilai bagi n iaitu bilangan tingkatan yang terlibat adalah 6. Nilai a , sebutan pertama ialah jumlah pelajar di Tingkatan Satu iaitu seramai 130 orang. Nilai d , beza sepunya ialah hasil tolak dua tingkatan yang berbeza secara berturutan iaitu 80 orang pelajar. Peserta kajian pertama (Sunther) menambah nilai beza sepunya 80 dengan nombor 5. Seharusnya dua nilai tersebut perlu didarab. Peserta kajian kedua (Daniel) mengganti nilai n dengan 5, yang sepatutnya nilai tersebut ialah 6. Peserta kajian ketiga dan keempat (Man dan Ashley) memasukkan nilai n , a , d dengan betul.

4.5.2.3 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama menggunakan Cara Manual

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama dalam kajian ini dikategorikan menggunakan cara manual oleh seorang peserta kajian (Man). Cara manual dalam dapatan kajian ini ialah kaedah tradisional dengan menambah satu persatu suatu nilai tanpa menggunakan formula untuk mencari hasil tambah bilangan murid di sekolah tersebut. Berikut merupakan contoh tingkah laku Man dipaparkan dalam Petikan 4.5.2.3 (Man).

Petikan 4.5.2.3 (Man)

- P: Ada lagi yang hendak kamu terangkan?
M: Jika tidak mahu menggunakan formula, boleh guna cara manual dengan menambah satu persatu bilangan murid pada setiap tingkatan. Untuk mendapat bilangan murid pada tiap tingkatan seterusnya, kita perlu tambah atau tolak sebutan sebelumnya dengan nilai beza sepunya. Nilai beza sepunya diperolehi dengan menolak dua sebutan berturutan iaitu sebutan sebelum tolak sebutan selepas.

Berdasarkan Petikan 4.5.2.3 peserta kajian (Man) menyatakan untuk mencari jumlah pelajar di sekolah tersebut selain menggunakan formula juga boleh

menggunakan cara manual dengan menambah bilangan murid di setiap Tingkatan. Sebelum itu bilangan murid di setiap Tingkatan mesti diketahui terlebih dahulu. Beliau juga ada menjelaskan, untuk mencari bilangan murid di setiap tingkatan boleh diperolehi dengan menambah atau menolak nilai beza sepunya. Nilai beza sepunya diperoleh dengan menolak jumlah murid pada Tingkatan selepas tolak dengan jumlah murid Tingkatan sebelum.

Kesimpulan. Hasil dapatan kajian tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama sebanyak tiga kategori jawapan yang diberikan oleh peserta kajian iaitu sebagai: (i) Susunan (ii) Formula hasil tambah (iii) Cara manual.


4.5.3 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu

Dalam tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu peserta kajian diberikan soalan mengenai situasi harian di sebuah stesen LRT. Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu dipaparkan pada Rajah 4.5.3.

(a) Sebuah LRT membawa seramai 125 orang penumpang pada pengangkutan pertama. Pada pengangkutan kedua LRT itu membawa seramai 150 orang penumpang dan pada pengangkutan ketiga LRT itu membawa seramai 175 orang penumpang dan seterusnya bilangan penumpang meningkat membentuk suatu janjang aritmetik.

(i) Berapakah bilangan penumpang pada pengangkutan ketujuh?

(ii) Berapakah jumlah penumpang pada pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh?



Rajah 4.5.3: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu

Dapatan kajian pada tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu, mendapati sebanyak tiga kategori jawapan yang diberikan oleh peserta kajian iaitu sebagai: (i) Susunan (ii) Formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n - 1)d$ (iii) Formula mencari Hasil Tambah Sebutan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$. Jadual 4.5.3 menunjukkan ringkasan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.5.3

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.5.3.1	Susunan	-Menyusun bilangan penumpang ke dalam bentuk janjang aritmetik sehingga pengangkutan ketiga. -Menyusun bilangan penumpang sehingga pengangkutan keempat dalam bentuk janjang aritmetik. -Menyusun bilangan penumpang sehingga pengangkutan ketujuh dalam bentuk janjang aritmetik.	Ashley, Sunther, Man Daniel
4.5.3.2	Formula mencari Sebutan Tertentu	-Menggunakan formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n - 1)d$ untuk mencari bilangan penumpang pada pengangkutan ketujuh iaitu seramai 275 orang penumpang.	Semua
4.5.3.3	Formula mencari hasil Tambah Sebutan	$S_{10} - S_3$ untuk mencari bilangan penumpang dari pengangkutan keempat sehingga kesepuluh iaitu 1925. - Mencari hasil tambah penumpang dari pengangkutan keempat sehingga ke pengangkutan kesepuluh. - Oleh itu jumlah penumpang dari pengangkutan keempat, kelima, keenam, ketujuh sehingga kesepuluh diperolehi. Bilangan penumpang seramai 1925 orang. $S_{10} - S_4$ untuk mencari bilangan penumpang dari pengangkutan keempat sehingga kesepuluh iaitu 1725.	Ashley, Daniel, Man Sunther

4.5.3.1 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu sebagai Susunan

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu dalam kajian ini dikategorikan sebagai Susunan oleh semua peserta kajian. Susunan dalam kategori ini ialah bilangan penumpang LRT pada setiap pengangkutan yang disusun dalam bentuk janjang aritmetik. Berikut merupakan contoh tingkah Sunther dipaparkan dalam Petikan 4.5.3.1 (Sunther).

Petikan 4.5.3.1 (Sunther)

- P: Sekarang perhatikan dan baca dengan kuat soalan ini.
S: (Peserta kajian meneliti dan membaca soalan dengan kuat dan menulis bilangan penumpang LRT kedalam bentuk susunan janjang aritmetik sehingga pengangkutan ketiga).

$$\begin{array}{c} +25 \\ \curvearrowright \\ 125, 150, 175, \dots \end{array}$$

Berdasarkan Petikan 4.5.3.1 (Sunther) dan semua peserta kajian yang lainnya menulis bilangan penumpang pengangkutan LRT ke dalam bentuk susunan janjang aritmetik. Beliau menulis bilangan penumpang sehingga pengangkutan ketiga.

4.5.3.2 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu menggunakan Formula Mencari Sebutan Tertentu

Dalam Tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu dalam kajian ini, peserta kajian diminta untuk menyatakan bilangan penumpang pada pengangkutan ketujuh. Dapatan kajian mendapati kesemua peserta kajian menyelesaikan soalan ini dengan menggunakan Formula Mencari Sebutan Tertentu $T_n = a + (n - 1)d$. Berikut

merupakan tingkah laku seorang daripada empat peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.5.3.2 (Sunther) seperti di bawah.

Petikan 4.5.3.2 (Sunther)

P: Berapakah bilangan penumpang pada pengangkutan ketujuh?

$$\begin{aligned} i. \quad T_7 &= a + (n-1)d \\ T_7 &= 125 + (7-1)25 \\ T_7 &= 125 + 150 \\ &= 275. \end{aligned}$$

Berdasarkan Petikan 4.5.3.2 (Sunther) dan semua peserta kajian yang lainnya menggunakan formula mencari sebutan tertentu iaitu $T_n = a + (n-1)d$ untuk mencari bilangan penumpang pada pengangkutan ketujuh. Mereka juga memberikan jawapan yang sama, iaitu seramai 275 orang penumpang menggunakan LRT pada pengangkutan ketujuh.

4.5.3.3 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu menggunakan Formula Mencari Hasil Tambah

Dalam Tugasan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu, peserta kajian diminta untuk menyatakan jumlah bilangan penumpang dari pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh. Dapatan kajian mendapati kesemua peserta kajian menyelesaikan soalan ini dengan menggunakan Formula Mencari Hasil Tambah

$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$. Formula Mencari Hasil Tambah juga boleh digunakan untuk mencari hasil tambah beberapa sebutan tertentu yang bukan bermula dengan sebutan pertama, sebagai contoh dalam kajian ini hasil tambah dari sebutan keempat sehingga sebutan kesepuluh. Sebutan-sebutan tersebut mungkin berada di kedudukan tengah dalam janjang aritmetik. Penggunaan formula lebih mudah dan cepat

berbanding mengira secara manual iaitu tanpa menggunakan formula. Hasil kajian ini mendapati, dua nilai jawapan yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian dalam mencari jumlah penumpang LRT pada pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh, walaupun mereka menggunakan formula yang sama untuk mencari hasil tambah n sebutan tertentu. Dua nilai jawapan yang diberikan itu ialah seramai 1925 orang penumpang (Ashley dan Man) dan 1725 orang penumpang (Sunther dan Daniel). Berikut merupakan tingkah laku dua daripada empat peserta kajian dipaparkan dalam Petikan 4.5.3.3a (Ashley) dan 4.5.3.3b (Daniel) adalah seperti di bawah:

Petikan 4.5.3.3a (Ashley)

P: Boleh kamu tunjukkan berapakah jumlah penumpang pada pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh?

A: (Peserta kajian membuat pengiraan)

$$\begin{aligned}
 (11) \quad S_{10} - S_3 \\
 &= 2375 - \frac{3}{2} [2(125) + (2-1)(25)] \\
 &= 2375 - 450 \\
 &= 1925
 \end{aligned}$$

P: Boleh kamu terangkan jawapan yang kamu perolehi?

A: Untuk mencari jumlah penumpang, bermula pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh, saya menggunakan formula hasil tambah. Saya akan cari hasil tambah penumpang pengangkutan kesepuluh (tambahkan jumlah bilangan penumpang dari pengangkutan pertama sehingga pengangkutan kesepuluh atau gunakan formula terus, saya akan masukkan nilai n ialah 10) ditolak dengan hasil tambah penumpang pengangkutan ketiga (tambahkan jumlah bilangan penumpang dari pengangkutan pertama sehingga pengangkutan ketiga atau gunakan formula terus, saya akan masukkan nilai n ialah 3). Oleh itu jumlah penumpang dari pengangkutan keempat, kelima, keenam, ketujuh sehingga kesepuluh diperolehi.

Petikan 4.5.3.3b (Sunther)

P: Boleh kamu tunjukkan berapakah jumlah penumpang pada pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh?

D: (Peserta kajian membuat pengiraan).

$$\begin{aligned}
 \text{iii) } S_{10} - S_3 & \\
 2375 - \frac{4}{2}(2(125) + (3)(25)) & \\
 2375 - 650 & \\
 1725 &
 \end{aligned}$$

P: Boleh kamu terangkan jawapan yang diperolehi?

D: Untuk mencari jumlah penumpang, bermula pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh, saya menggunakan formula hasil tambah. Saya guna hasil tambah penumpang sehingga pengangkutan kesepuluh, tolak dengan hasil tambah penumpang sehingga pengangkutan keempat. Oleh itu jumlah penumpang dari pengangkutan keempat sehingga kesepuluh diperolehi.

Berdasarkan Petikan 4.5.3.3a (Ashley) dan 4.5.3.3b (Daniel) terdapat dua jawapan yang diberikan oleh peserta kajian tentang jumlah bilangan penumpang LRT dari pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh iaitu seramai 1925 orang penumpang (Ashley dan Man) dan seramai 1725 orang penumpang (Sunther dan Daniel). Kesemua peserta kajian mencari jumlah penumpang LRT dari pengangkutan keempat sehingga pengangkutan kesepuluh dengan menggunakan formula mencari hasil tambah iaitu $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$.

Berdasarkan Petikan 4.5.3.3a (Ashley) dan seorang lagi peserta kajian (Man) mencari hasil tambah jumlah penumpang dari pengangkutan keempat sehingga kesepuluh dengan mencari hasil tambah penumpang dari pengangkutan pertama sehingga pengangkutan kesepuluh S_{10} , kemudian peserta kajian mencari hasil tambah penumpang dari pengangkutan pertama sehingga pengangkutan ketiga S_3 . Seterusnya hasil tambah penumpang sehingga pengangkutan kesepuluh ditolak dengan hasil tambah penumpang sehingga pengangkutan ketiga $S_{10} - S_3$, maka hasil tambah penumpang dari pengangkutan keempat, kelima, keenam sehingga kesepuluh diperolehi. Mereka berdua mendapatkan jawapan yang sama, iaitu seramai 1925

orang penumpang dari pengangkutan keempat sehingga kesepuluh yang menggunakan pengangkutan LRT.

Berdasarkan Petikan 4.5.3.3b (Daniel) dan seorang lagi peserta kajian (Sunther) mencari hasil tambah jumlah penumpang dari pengangkutan keempat sehingga kesepuluh dengan mencari hasil tambah penumpang dari pengangkutan pertama sehingga pengangkutan kesepuluh S_{10} , kemudian peserta kajian mencari hasil tambah penumpang dari pengangkutan pertama sehingga pengangkutan keempat S_4 . Seterusnya hasil tambah penumpang sehingga pengangkutan kesepuluh ditolak dengan hasil tambah penumpang sehingga pengangkutan keempat $S_{10}-S_4$, maka hasil tambah penumpang dari pengangkutan kelima, keenam sehingga kesepuluh diperolehi. Mereka berdua mendapatkan jawapan yang sama, iaitu seramai 1725 orang penumpang dari pengangkutan keempat sehingga kesepuluh yang menggunakan pengangkutan LRT.

Kesimpulan. Hasil dapatan kajian tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu, mendapati sebanyak tiga kategori jawapan yang diberikan oleh peserta kajian iaitu sebagai: (i) Susunan (ii) Formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n - 1)d$ (iii)

Formula mencari Hasil Tambah Sebutan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$.

4.5.4 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki

Dalam tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki, peserta kajian diberikan soalan mengenai situasi harian, tentang jarak yang dilalui seorang pejalan kaki. Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki di paparkan pada Rajah 4.5.4

Seorang pejalan kaki sudah berjalan sejauh 5 km pada hari pertamanya menjalani latihan iaitu pada 1 Ogos, kemudian dia memutuskan untuk meningkatkan jarak perjalanannya sebanyak 0.1 km pada setiap hari.

- (i) Berapakah jarak perjalanannya pada 3 Ogos?
- (ii) Adakah jarak perjalanannya membentuk jangjang aritmetik?
Terangkan jawapan kamu?
- (iii) Berapakah jarak perjalanannya pada 16 Ogos?
- (iv) Berapakah jumlah jarak perjalanannya pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos?

Rajah 4.5.4: Soalan Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki

Dapatan kajian pada tugas Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik tentang Jarak seorang Pejalan Kaki, dikelaskan kepada empat kategori iaitu: (i) Formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n - 1)d$ (ii) Beza sepunya (iii) Formula mencari Hasil Tambah Sebutan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$ (iv) Cara Manual. Jadual 4.5.4 menunjukkan ringkasan Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik tentang Jarak seorang Pejalan Kaki yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.5.4
Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki.

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.5.4.1	Formula mencari Sebutan Tertentu	- Menggunakan formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n - 1)d$ untuk: - mendapatkan jarak perjalanan pada 3 Ogos iaitu 5.2 km. - mendapatkan jarak perjalanan pada 16 Ogos iaitu 6.5 km.	Semua
4.5.4.2	Beza Sepunya	- Menyatakan jarak pejalan kaki merupakan jangjang aritmetik kerana mempunyai nilai beza sepunya yang sama dan meningkat secara konsisten.	Semua
4.5.4.3	Formula mencari hasil Tambah Sebutan	- Jarak perjalanan pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos ialah 98.4 km menggunakan formula hasil tambah sebutan iaitu $S_{20} - S_4$.	Ashley, Daniel, Man

Jadual 4.5.4 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.5.4.4	Cara Manual	-Jarak perjalanan pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos ialah 5.2 km tanpa menggunakan formula.	Sunther

4.5.4.1 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki menggunakan Formula mencari Sebutan Tertentu

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki pada 3 Ogos dan 16 Ogos dalam kajian ini diselesaikan oleh semua peserta kajian menggunakan formula mencari sebutan $T_n = a + (n - 1)d$. Simbol T_n ialah jarak yang ingin dicari pada tarikh 3 Ogos dan 16 Ogos yang dilalui oleh pejalan kaki. Simbol a adalah jarak pada hari pertama 1 Ogos yang dicapai oleh pejalan kaki. Simbol n adalah nilai tarikh jarak yang ingin dicari iaitu pada 3 dan 16 Ogos. Simbol d ialah jumlah tetap peningkatan jarak pada setiap hari iaitu sebanyak 0.1 km yang dikenali sebagai nilai beza sepunya. Berikut merupakan tingkah laku keempat-empat peserta kajian tentang jarak yang dilalui oleh pejalan kaki pada 3 dan 16 Ogos dipaparkan dalam Petikan 4.5.4.1a (Ashley), 4.5.4.1b (Daniel) 4.5.4.1c (Sunther) dan 4.5.4.1d (Man) seperti di bawah.

Petikan 4.5.4.1a (Ashley)

- P: Sekarang perhatikan dan baca dengan kuat soalan ini.
A: (Peserta kajian meneliti dan membaca soalan dengan kuat dan mula membuat pengiraan).
P: Berapakah jarak perjalanannya pada 3 Ogos?
A: Jarak perjalanannya pada 3 Ogos ialah 5.2 km.

$$\begin{aligned}
 &5, 5.1, 5.2 \\
 T_3 &= 5 + (2)(0.1) \\
 &= 5.2 \text{ km}
 \end{aligned}$$

Petikan 4.5.4.1b (Daniel)

- P: Berapakah jarak perjalannya pada 3 Ogos?
D: Jarak perjalannya pada 3 Ogos ialah 5.2 km.

$$\begin{aligned} a &= 5 \\ d &= 0.1 \\ T_3 &= 5 + (3-1)(0.1) \\ &= 5 + 0.2 \\ &= 5.2 \text{ km} \end{aligned}$$

Petikan 4.5.4.1c (Sunther)

- P: Berapakah jarak perjalannya pada 16 Ogos?
S: 6.5 km.

$$\begin{aligned} \text{iii. } T_{16} &= 5 + (16-1)0.1 \\ &= 5 + (15)0.1 \\ &= 5 + 1.5 \\ &= 6.5 \text{ km} \end{aligned}$$

Petikan 4.5.4.1d (Man):

- P: Berapakah jarak perjalannya pada 16 Ogos?
M: 6.5 km.

$$\begin{aligned} \text{iii) } T_{16} &= a + (n-1)(0.1) \\ &= 5 + (16-1)(0.1) \\ &= 6.5 \text{ km} \end{aligned}$$

Berdasarkan Petikan di atas, kesemua peserta kajian mendapatkan jarak perjalanan pejalan kaki pada 3 Ogos ialah 5.2 km dan jarak pada 16 Ogos ialah 6.5 km dengan menggunakan formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n-1)d$.

4.5.4.2 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki sebagai Beza Sepunya

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki dalam kajian ini dikategorikan sebagai Beza Sepunya oleh semua peserta kajian. Beza sepunya dalam kajian ini ialah perbandingan jarak yang berturutan yang dilalui oleh pejalan kaki dan nilainya mestilah bertambah atau berkurang secara tetap. Berikut merupakan tingkah laku dua orang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.5.4.2a (Daniel) dan 4.5.4.2b (Sunther) di bawah. Mereka ini juga mewakili dua orang lagi peserta kajian yang lainnya kerana mempunyai kategori yang sama.

Petikan 4.5.4.2a (Daniel)

- P: Adakah jarak perjalanannya membentuk janjang aritmetik? Terangkan Jawapan kamu?
D: Ya. Kerana ada beza sepunya yang sama.

Yes because it has same difference
 $a = 5$ 5, 5.1, 5.2, 5.3
 $d = 0.1$

Petikan 4.5.4.2b (Sunther)

- P: Adakah jarak perjalanannya membentuk janjang aritmetik? Terangkan jawapan anda?
S: Ya. Sebab setiap hari dia secara konsisten meningkatkan jarak perjalanannya sebanyak 0.1 km.

Ya, Sebab setiap hari dia secara konsisten meningkatkan jarak perjalanannya sebanyak 0.1 km.

Berdasarkan petikan di atas, peserta kajian menyatakan jarak perjalanan pejalan kaki membentuk sebuah janjang aritmetik kerana mempunyai nilai beza sepunya yang sama. Selain daripada itu jarak pejalan kaki juga meningkat secara konsisten iaitu sebanyak 0.1 km pada setiap hari.

4.5.4.3 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki menggunakan Formula Mencari Hasil Tambah Sebutan

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki dalam kajian ini dikategorikan menggunakan Formula Mencari Hasil Tambah Sebutan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ oleh tiga orang peserta kajian (Ashley, Daniel dan Man) dalam mencari jumlah jarak perjalanan pejalan kaki dari 5 Ogos sehingga 20 Ogos. Formula mencari hasil tambah sebutan digunakan untuk mencari jumlah jarak yang dilalui oleh pejalan kaki itu dari 5 Ogos sehingga 20 Ogos. Penggunaan formula ini adalah lebih cepat berbanding mengira secara manual. Peserta kajian hanya perlu memasukkan nilai yang berkaitan ke dalam formula. Berikut merupakan tingkah laku seorang peserta kajian yang dipaparkan dalam Petikan 4.5.4.3 (Ashley) di bawah.

Petikan 4.5.4.3 (Ashley)

- P: Berapakah jumlah jarak perjalanannya pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos?
A: Jarak perjalanannya pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos ialah 98.4 km.

$$\begin{aligned} (14) \quad S_{20} - S_4 \\ &= \frac{20}{2} [2(5) + (20-1)(0.1)] - \frac{4}{2} [2(5) + (4-1)(0.1)] \\ &= 10(11.9) - 2(10.3) \\ &= 119 - 20.6 \\ &= 98.4 \text{ km} \end{aligned}$$

Berdasarkan Petikan 4.5.4.3 (Ashley) peserta kajian menggunakan formula mencari hasil tambah sebutan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ untuk mencari jarak yang telah dilalui oleh pejalan kaki pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos. Langkah pertama Ashley

mencari hasil tambah jarak pejalan kaki bermula 1 Ogos sehingga 20 Ogos S_{20} . Setelah itu peserta kajian mencari hasil tambah jarak pejalan kaki bermula 1 Ogos sehingga 4 Ogos S_4 . Seterusnya peserta kajian menolak hasil tambah jarak yang dilalui oleh pejalan kaki itu $S_{20}-S_4$ untuk mendapatkan hasil tambah jarak bermula 5 Ogos sehingga 20 Ogos. Oleh itu jumlah jarak yang dilalui oleh pejalan kaki bermula dari 5 Ogos sehingga 20 Ogos ialah 98.4 km dengan menggunakan formula mencari hasil tambah $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$.

4.5.4.4 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki menggunakan Cara Manual

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki dalam kajian ini dikategorikan menggunakan Cara Manual oleh seorang peserta kajian (Sunther) dalam mencari jumlah jarak perjalanan pejalan kaki dari 5 Ogos sehingga 20 Ogos. Beliau memperoleh jarak yang dilalui oleh pejalan kaki itu sejauh 5.2 km. Cara Manual adalah dengan menambah satu persatu sebutan iaitu jarak pada 5, 6, 7, 8 sehingga 20 Ogos. Setiap jarak yang dilalui pada tarikh tersebut mesti diketahui terlebih dahulu. Berikut merupakan tingkah laku Sunther dipaparkan dalam Petikan 4.5.4.4 (Sunther).

Petikan 4.5.4.4 (Sunther):

- P: Berapakah jumlah jarak perjalanannya pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos?
 S: Tanpa menggunakan formula. Jarak perjalanannya pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos ialah 5.2 km.

Tanpa guna formula
 i) $5 \text{ km} + 0.1 \text{ km} + 0.1 \text{ km}$
 $= 5.2 \text{ km}$

Berdasarkan Petikan 4.5.4.4 (Sunther) hanya seorang peserta kajian sahaja yang menyatakan jarak perjalanan pejalan kaki pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos ialah 5.2 km dengan menggunakan cara manual. Beliau menambah jarak pada 1 Ogos 5 km dengan nilai beza sepunya sebanyak dua kali.

Kesimpulan. Hasil dapatan kajian tugas Penyelesaian Masalah Janjaja Aritmetik tentang Jarak seorang Pejalan Kaki, mendapati sebanyak empat kategori jawapan yang diberikan oleh peserta kajian iaitu (i) Formula mencari Sebutan Tertentu. Jarak perjalanan pada 3 Ogos dan 16 Ogos ialah 5.2 km dan 6.5 km menggunakan formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n - 1)d$ (ii) Beza Sepunya. Jarak perjalanan merupakan janjaja aritmetik kerana beza sepunya antara jarak yang berturutan adalah sama dan meningkat secara konsisten (iii) Formula mencari Hasil Tambah Sebutan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$. Jarak perjalanan pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos ialah 98.4 km menggunakan formula hasil tambah sebutan $S_{20} - S_4$ (iv) Cara Manual. Jarak perjalanan pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos ialah 5.2 km tanpa menggunakan formula.

4.5.5 Penyelesaian Masalah Janjaja Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula

Dalam tugas Penyelesaian Masalah Janjaja Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula, peserta kajian diberikan soalan mengenai situasi harian, dimana pada 1 Jun, Mira mempunyai sebanyak 200 biji gula-gula di dalam lacinya. Soalan tentang Penyelesaian Masalah Janjaja Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula ditunjukkan pada Rajah 4.5.5.

Pada 1 Jun, Mira mempunyai sebanyak 200 biji gula-gula di dalam lacinya. Dia mula memakan sebanyak 8 biji gula-gula pada setiap hari iaitu bermula pada 1 Jun. Pada tarikh apakah dalam bulan Jun gula-gula Mira hanya tinggal 40 biji sahaja?

Rajah 4.5.5: Soalan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula- gula

Dapatan kajian pada tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula dikelaskan kepada satu kategori sahaja iaitu menggunakan Formula Mencari Sebutan Tertentu $T_n = a + (n - 1)d$. Jadual 4.5.5 menunjukkan ringkasan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Jadual 4.5.5

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula

Bil	Kategori	Huraian	Peserta kajian
4.5.5.1	Formula Mencari Sebutan Tertentu	- Peserta kajian mendapatkan bilangan gula-gula yang tinggal 40 biji pada 20 Jun dengan menggunakan formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n - 1)d$. Nilai a ialah 192, dan nilai d ialah -8.	Ashley, Sunther
		- Peserta kajian mendapatkan bilangan gula-gula yang tinggal 40 biji pada 21 Jun dengan menggunakan formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n - 1)d$. Nilai a ialah 200, dan nilai d ialah -8.	Daniel, Man

4.5.5.1 Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula-Gula menggunakan Formula Mencari Sebutan Tertentu

Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula dalam kajian ini dikategorikan menggunakan Formula Mencari Sebutan Tertentu $T_n = a + (n - 1)d$ oleh semua peserta kajian. Simbol T_n ialah bilangan gula-gula

yang tinggal sebanyak 40 biji. Simbol a ialah bilangan awal gula-gula pada hari pertama. Simbol n ialah pada tarikh atau hari ke berapakah bilangan gula-gula hanya tinggal 40 biji sahaja. Simbol d ialah nilai beza sepunya iaitu bilangan tetap gula-gula yang dimakan pada setiap hari. Berikut merupakan tingkah laku peserta kajian (Sunther) dipaparkan dalam Petikan 4.5.5.1a di bawah.

Petikan 4.5.5.1a (Ashley)

- P: Pada tarikh apakah dalam bulan Jun gula-gula Mira hanya tinggal 40 biji sahaja?
 A: (Peserta kajian membuat pengiraan menggunakan formula mencari sebutan tertentu). Pada tarikh 20 hari bulan.

$$\begin{aligned}
 &5) 192, 184, 176, \dots \\
 &192 + (n-1)(-8) = 40 \\
 &\quad -8n + 8 = -152 \\
 &\quad -8n = -160 \\
 &\quad n = 20
 \end{aligned}$$

Petikan 4.5.5.1b (Man)

- P: Pada tarikh apakah dalam bulan Jun gula-gula Mira hanya tinggal 40 Biji sahaja?
 M: (Peserta kajian membuat pengiraan menggunakan formula mencari sebutan tertentu) pada 21 Jun.

$$\begin{aligned}
 &a = 200 \quad d = -8 \\
 &a + (n-1)d = 40 \\
 &200 + (n-1)(-8) = 40 \\
 &\quad n - 1 = 20 \\
 &\quad n = 21 \quad \text{Jun}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan Petikan di atas terdapat dua jawapan yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian, iaitu pada Petikan 4.5.5.1a (Ashley) dan seorang lagi peserta kajian (Sunther) mendapati bilangan gula-gula hanya tinggal 40 biji pada tarikh 20 Jun. Manakala berdasarkan Petikan 4.5.5.1b (Man) dan seorang lagi peserta kajian (Daniel) mendapati bilangan gula-gula hanya tinggal 40 biji pada tarikh 21 Jun. Kesemua peserta kajian menggunakan Formula Mencari Sebutan Tertentu

$T_n = a + (n - 1)d$. Perbezaan dua jawapan yang diberikan oleh peserta kajian adalah disebabkan nilai a iaitu bilangan awal gula-gula pada hari pertama iaitu sebanyak 192 biji dan 200 biji.

4.5.6 Ringkasan Tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik

Tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik (PMJA) ini terdiri daripada lima tugas yang membabitkan: (i) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf (ii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama (iii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu (iv) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki (v) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula. Jadual 4.5.6 di bawah menunjukkan ringkasan dapatan tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian berdasarkan lima tugas yang dijalankan.

Jadual 4.5.6:

Ringkasan Tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik.

Bil	Tugas	Makna Janjang Aritmetik yang diperolehi	Peserta kajian
1.	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik dalam Bentuk Graf	1. Susunan 2. Graf Garis Lurus 3. Sebutan atau Beza Sepunya	Ashley, Sunther Semua Semua
2.	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama.	1. Susunan 2. Formula Hasil Tambah 3. Cara Manual	Semua Semua Man
3.	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu	1. Susunan 2. Formula Mencari Sebutan Tertentu 3. Formula Mencari Hasil Tambah Sebutan	Semua Semua Ashley, Daniel, Man
4.	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki	1. Formula Mencari Sebutan Tertentu 2. Beza Sepunya 3. Formula Mencari Hasil Tambah Sebutan 4. Cara Manual	Semua Semua Ashley, Daniel, Man Sunther
5.	Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik Mencari Bilangan Gula-gula.	1. Formula Mencari Sebutan Tertentu	Semua

4.5.7 Rumusan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik secara keseluruhan

Secara rumusannya terdapat sebanyak enam kategori penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh empat orang murid Tingkatan Lima iaitu: (i) Susunan (ii) Graf garis lurus (iii) Sebutan atau beza sepunya (iv) Formula mencari hasil tambah (v) Cara manual (vi) Formula mencari sebutan tertentu. Jadual 4.5.7 di bawah menunjukkan rumusan penyelesaian masalah janjang aritmetik secara keseluruhan yang dikelaskan kepada enam kategori oleh semua peserta kajian.

Jadual 4.5.7

Rumusan Penyelesaian Masalah tentang Janjang Aritmetik secara keseluruhan

Aspek	Kategori	Peserta kajian
Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik secara keseluruhan	1. Susunan	Semua
	2. Graf garis lurus	Semua
	3. Sebutan atau beza sepunya	Semua
	4. Formula mencari hasil tambah	Semua
	5. Cara manual	Sunther, Man
	6. Formula mencari sebutan tertentu	Semua

4.6 Rumusan Keseluruhan bagi Gambaran Mental, Perwakilan, Makna dan Penyelesaian Masalah tentang Janjang Aritmetik

Secara keseluruhan Bab Empat membincangkan analisis merentasi kes bagi tugas yang dijalankan terhadap empat peserta kajian untuk mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik. Jadual 4.6 di bawah menunjukkan rumusan keseluruhan gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh keempat-empat peserta kajian.

Bagi hasil tugas gambaran mental tentang janjang aritmetik terdapat lapan kategori yang diberikan oleh peserta kajian iaitu sebagai: (i) Pola (ii) Situasi harian (iii) Formula atau cara manual (iv) Ungkapan Algebra (v) Definisi Istilah (vi) Kedudukan (vii) Perbandingan (viii) Konsep Bulatan Subset.

Bagi hasil tugas perwakilan tentang janjang aritmetik terdapat enam kategori yang diberikan oleh peserta kajian iaitu: (i) Bahan Konkrit (ii) Pola (iii) Manual atau Formula (iv) Naratif Bertulis (v) Konsep bulatan subset (vi) Naratif dalam Konteks Bahasa

Hasil tugas Makna janjang Aritmetik dikategorikan sebanyak tujuh kategori oleh peserta kajian iaitu: (i) Susunan nombor (ii) Beza Sepunya (iii) Formula atau cara manual (iv) Perbandingan (v) Naratif dalam konteks bahasa (vi) Naratif dalam konteks visual (vii) Naratif dalam konteks simbol.

Bagi hasil tugas Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik, terdapat enam kategori yang diberikan oleh peserta kajian, iaitu: (i) Susunan (ii) Graf garis lurus (iii) Sebutan atau beza sepunya (iv) Formula mencari hasil tambah (v) Cara manual (vi) Formula Mencari Sebutan Tertentu.

Seterusnya pada Bab 5, membincangkan ringkasan kajian, rumusan dan perbincangan hasil kajian, kesimpulan kajian, tema baru yang muncul hasil dapatan kajian, implikasi kajian dan penutup

Jadual 4.6:

Rumusan Keseluruhan bagi Gambaran Mental, Perwakilan, Makna dan Penyelesaian Masalah tentang Janjang Aritmetik.

Bil	Aspek	Kategori	Peserta kajian
1.	Gambaran mental tentang Janjang Aritmetik	1. Pola	Ashley, Sunther, Daniel
		2. Situasi Harian	Semua
		3. Formula atau cara manual	Semua
		4. Ungkapan Algebra	Man
		5. Definisi Istilah	Semua
		6. Kedudukan	Semua
		7. Perbandingan	Sunther, Man
		8. Konsep Bulatan Subset	Ashley
2.	Perwakilan tentang janjang aritmetik	1. Bahan konkrit	Semua
		2. Pola	Ashley, Sunther
		3. Manual atau formula	Sunther, Man
		4. Naratif bertulis	Sunther, Man
		5. Konsep bulatan subset	Ashley
		6. Naratif dalam konteks bahasa	Semua

Jadual 4.6 (sambungan)

Bil	Kategori	Huraian	Peserta Kajian
3.	Makna janjang aritmetik	1. Susunan nombor	Semua
		2. Beza sepunya	Semua
		3. Formula atau cara manual	Sunther, Daniel, Man
		4. Perbandingan	Ashley, Daniel
		5. Naratif dalam konteks bahasa	Semua
		6. Naratif dalam konteks visual	Semua
		7. Naratif dalam konteks simbol	Ashley, Sunther, Man
4.	Penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik	1. Susunan	Semua
		2. Graf garis lurus	Semua
		3. Sebutan atau beza sepunya	Semua
		4. Formula mencari hasil tambah	Semua
		5. Cara manual	Sunther, Man
		6. Formula mencari sebutan tertentu	Semua

Universiti Malaysia

BAB 5

PERBINCANGAN, KESIMPULAN, DAN IMPLIKASI

5.1 Pengenalan

Bab Lima terbahagi kepada tujuh bahagian utama, iaitu pengenalan, ringkasan kajian, rumusan dan perbincangan hasil kajian, kesimpulan kajian, tema baru yang muncul hasil dapatan kajian, implikasi kajian dan penutup. Ringkasan kajian memberikan gambaran secara menyeluruh tentang perkara yang terkandung dalam Bab Satu, Dua dan Tiga dengan ringkas, padu, dan padat. Seterusnya rumusan dan perbincangan hasil kajian adalah melibatkan ringkasan tentang setiap tema dan interpretasi bagi kajian pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik yang dibincangkan dengan merujuk soalan kajian dan tinjauan literature yang relevan. Bahagian kesimpulan menyimpulkan hasil dapatan kajian dan mengenal pasti persamaan dan perbezaan antara hasil kajian yang diperoleh dengan hasil kajian lepas melalui perbandingan dalam tema tertentu. Bahagian seterusnya adalah implikasi kajian yang melibatkan implikasi kepada amalan pendidikan dan implikasi kepada kajian lanjutan. Bahagian terakhir adalah penutup.

5.2 Ringkasan Kajian

Tujuan kajian ini dijalankan untuk mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik. Sejak kebelakangan ini, sebahagian murid di Sekolah Menengah yang mengambil subjek elektif Matematik Tambahan menunjukkan prestasi yang kurang memuaskan semasa menjawab soalan tentang janjang aritmetik, ini disebabkan mereka tidak menguasai konsep yang terdapat dalam janjang aritmetik (Irwan, 2008). Sebahagian pelajar di sebuah Politeknik lebih

memilih untuk menjawab soalan tentang topik janjang aritmetik semasa Peperiksaan Akhir Matematik Kejuruteraan 3 pada ujian semester sesi Disember 2013. Kebanyakan pelajar tersebut, tidak menguasai konsep dan tidak menunjukkan jalan penyelesaian yang sepatutnya. Faktor yang menyebabkan masalah ini terjadi adalah disebabkan pelajar tersebut tidak menguasai konsep tentang janjang aritmetik sejak mereka berada di sekolah menengah lagi (Nurulain & Hasliza, 2014).

Objektif kajian ini dijalankan adalah untuk: (a) Menyiasat gambaran mental yang dimiliki murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik (b) Mengetahui bagaimana murid Tingkatan Lima mewakili janjang aritmetik (c) Menentukan makna yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik (d) Mengkaji bagaimana murid Tingkatan Lima menyelesaikan masalah yang melibatkan janjang aritmetik.

Enam belas tugas membabitkan pemahaman tentang konsep dalam janjang aritmetik dijalankan terhadap empat orang murid Tingkatan Lima dalam kajian ini secara seorang demi seorang melalui empat sesi temu duga klinikal. Bagi mendapat respons terhadap tugas yang diberikan, empat situasi bermasalah berbeza disediakan dalam konteks; gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah. Analisis dan interpretasi tingkah laku peserta kajian adalah berdasarkan temu duga klinikal yang dirakam melalui perakam video, perakam suara, dokumen seperti hasil tugas peserta kajian, dan catatan pengkaji melalui pemerhatian langsung tingkah laku peserta kajian.

Kajian ini dijalankan menggunakan reka bentuk kajian kes yang berlandaskan teori konstruktivisme radikal dan data dikumpul melalui temu duga klinikal. Analisis merentas kes dilakukan sebagai satu analisis terhadap pola berfikir dan corak tingkah laku yang telah dikenal pasti mengikut kelompok tema yang tertentu. Analisis

merentasi kes dilakukan terhadap semua rumusan yang telah dibentuk secara menyeluruh. Ini bertujuan untuk memudahkan pembaca mengetahui pemahaman yang dimiliki oleh murid tanpa merujuk kepada penulisan protokol. Pada peringkat terakhir, satu rumusan tentang pemahaman janjang aritmetik dilakukan berdasarkan sintesis dan generalisasi pola tingkah laku dan corak pemikiran yang telah dikenal pasti.

Kajian ini telah mengenal pasti beberapa hasil kajian. Berikut adalah beberapa hasil kajian utama yang telah dikenal pasti:

1. Gambaran mental tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh peserta kajian ialah sebanyak lapan kategori iaitu: (i) Pola (ii) Situasi harian (iii) Formula atau cara manual (iv) Ungkapan Algebra (v) Definisi istilah (vi) Kedudukan (vii) Perbandingan (viii) Konsep bulatan subset.
2. Perwakilan tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh peserta kajian ialah sebanyak enam kategori iaitu: (i) Bahan Konkrit (ii) Pola (iii) Manual atau Formula (iv) Naratif bertulis (v) Konsep bulatan subset (vi) Naratif dalam konteks bahasa.
3. Makna tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh peserta kajian ialah sebanyak tujuh kategori iaitu: (i) Susunan nombor (ii) Beza sepunya (iii) Formula atau cara manual (iv) Perbandingan (v) Naratif bahasa (vi) Naratif dalam konteks visual (vii) Naratif dalam konteks simbol.
4. Penyelesaian Masalah tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh peserta kajian ialah sebanyak enam kategori iaitu: (i) Susunan (ii) Graf garis lurus (iii) Sebutan atau beza sepunya (iv) Formula hasil tambah (v) Cara manual (vi) Formula Mencari Sebutan Tertentu.

5.3 Rumusan Dan Perbincangan Hasil Kajian

Bahagian ini, rumusan dan perbincangan hasil kajian dilakukan dalam konteks soalan kajian. Oleh itu, ringkasan dan perbincangan hasil kajian yang diberikan dibuat interpretasi dengan mengambil kira beberapa kajian lepas yang telah ditinjau dalam Bab Dua agar membawa makna bagi hasil kajian.

5.3.1 Rumusan Dan Perbincangan Hasil Kajian Gambaran Mental

Soalan 1: Apakah gambaran mental murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik?

Pemahaman murid Tingkatan Lima dalam kajian ini tentang konsep dalam janjang aritmetik membabitkan gambaran mental yang terdiri daripada enam tugas subkonstruk janjang aritmetik iaitu: (i) Janjang Aritmetik (ii) Sebutan (iii) Beza sepunya (iv) Sebutan tertentu (v) Hasil tambah n sebutan pertama (vi) Hasil tambah n sebutan tertentu. Secara rumusnya gambaran mental tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh kesemua murid dalam kajian ini dapat dikelaskan kepada lapan kategori yang berbeza iaitu: (i) Pola (ii) Situasi harian (iii) Formula atau cara manual (iv) Ungkapan Algebra (v) Definisi istilah (vi) Kedudukan (vii) Perbandingan (viii) Konsep bulatan subset. Jadual 5.3.1 menunjukkan rumusan gambaran mental keseluruhan tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima.

Berdasarkan perspektif kurikulum hasil kajian membabitkan gambaran mental murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik menunjukkan lapan kategori berbeza diberikan oleh murid adalah dipengaruhi oleh soalan dan tugas yang diajukan oleh pengkaji kepada murid ketika temu duga klinikal dijalankan. Kategori yang pelbagai ini adalah selari dengan objektif Kurikulum Matematik Tambahan yang membolehkan murid memperluaskan keterampilan dalam bidang nombor,

bentuk dan perkaitan serta memperoleh pengetahuan dalam janjang aritmetik (Huraian Sukatan Pelajaran; Matematik Tambahan Tingkatan Lima [HSP], 2002).

Berdasarkan teori yang digunakan dalam kajian ini iaitu konstruktivisme radikal telah membantu pengkaji menemukan pelbagai jenis gambaran mental murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik. Teori ini membolehkan murid belajar dengan cara yang lebih mendalam agar isi kandungan pelajaran lebih difahami. Murid dapat menyatakan pelbagai gambaran dan idea mereka tentang janjang aritmetik. Selain itu penggunaan teori ini membolehkan pengkaji merangka pelbagai aktiviti yang membolehkan murid terlibat aktif semasa temu duga klinikal dijalankan bagi mendapatkan sebanyak mungkin gambaran mental mereka tentang janjang aritmetik.

Jadual 5.3.1

Rumusan Keseluruhan Gambaran Mental tentang Janjang Aritmetik

Aspek		Kategori	Peserta kajian
Gambaran mental tentang Janjang Aritmetik	1.	Pola	Ashley, Sunther, Daniel
	2.	Situasi Harian	Semua
	3.	Formula atau cara manual	Semua
	4.	Ungkapan Algebra	Man
	5.	Definisi Istilah	Semua
	6.	Kedudukan	Semua
	7.	Perbandingan	Sunther, Man
	8.	Konsep Bulatan Subset	Ashley

Berdasarkan Jadual 5.3.1 tentang rumusan gambaran mental janjang aritmetik secara keseluruhan yang diberikan oleh murid dalam kajian ini menunjukkan kategori; Situasi harian, Formula atau cara manual, Definisi istilah dan Kedudukan merupakan tingkah laku yang dominan dalam kalangan murid Tingkatan Lima apabila memberi gambaran secara spontan tentang janjang aritmetik. Berdasarkan kepada kategori tersebut, pemikiran murid Tingkatan Lima dalam kajian ini mengandungi beberapa ciri tertentu seperti di bawah:

- a. *Kategori gambaran mental menggunakan situasi harian.* Semua empat orang murid kajian menggambarkan kategori situasi harian pada lima daripada enam subkonstruk dalam janjang aritmetik iaitu: (i) Janjang Aritmetik (ii) Sebutan (iii) Beza sepunya (iv) Sebutan tertentu (v) Hasil tambah n sebutan pertama. Hal ini dapat diperhatikan bahawa semua peserta kajian mengaitkan janjang aritmetik dengan peristiwa, situasi atau perkara yang berlaku di sekeliling mereka. Antaranya ada murid yang menggambarkan janjang aritmetik sebagai (i) situasi menyimpan wang belanja harian yang diberi oleh ibu (ii) pengiklanan sesuatu produk yang mempunyai syarat atau peraturan yang perlu dipatuhi (iii) sebuah bangunan hospital yang tinggi dan mempunyai aras dan jabatan yang berbeza (iv) soalan SPM Kertas 2.
- b. *Kategori gambaran mental menggunakan formula atau cara manual.* Semua empat orang murid menggambarkan janjang aritmetik sebagai formula mencari sebutan $T_n = a + (n-1)d$ atau $T_n = a + d$, formula mencari hasil tambah sebutan tertentu $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d$ dan juga menggunakan cara manual. Apabila pengkaji menyebut perkataan janjang aritmetik, murid terus menyatakan gambaran yang terlintas difikiran sebagai formula atau cara manual. Hal ini mungkin disebabkan oleh pengalaman murid ketika belajar di dalam kelas bersama guru mereka ataupun pengalaman mereka ketika membuat kerja sekolah dan membuat ulangkaji tentang topik janjang aritmetik.
- c. *Kategori gambaran mental menggunakan Definisi Istilah.* Semua empat orang murid menggambarkan subkonstruk beza sepunya sebagai sebutan selepas tolak sebutan sebelum bagi nombor yang berturutan dalam susunan nombor. Semua murid menyatakan untuk menentukan susunan nombor yang

diberi itu sama ada jangjang aritmetik atau bukan, nilai beza sepunya antara nombor yang berturutan dalam susunan itu perlu dicari terlebih dahulu. Nilai beza sepunya itu mestilah sama bagi setiap sebutan yang berturutan dalam jangjang aritmetik. Selain daripada itu mereka juga menyatakan untuk mencari sebutan tertentu, nilai beza sepunya perlu diketahui terlebih dahulu.

- d. *Kategori gambaran mental sebagai kedudukan.* Semua murid Tingkatan Lima dalam kajian ini menggambarkan jangjang aritmetik sebagai kedudukan suatu sebutan dalam jangjang aritmetik, iaitu tempat bagi meletakkan nombor-nombor yang berturutan dalam baris seperti contoh 2, 4, 6, 8, 10, ... nombor 6 terletak pada sebutan ketiga bagi baris nombor tersebut.
- e. *Kategori gambaran mental sebagai pola.* Tiga daripada empat orang murid kajian ini menggambarkan jangjang aritmetik sebagai pola. Murid pertama menggambarkan jangjang aritmetik sebagai suatu corak nombor. Beliau menggunakan contoh jumlah simpanan wang yang dikumpul pada setiap hari selama seminggu. Murid kedua pula menggambarkan jangjang aritmetik sebagai suatu susunan nombor dengan beza sepunya yang sama antara dua sebutan berturutan dan sentiasa bergerak dengan nilai setiap sebutannya sentiasa berubah. Murid ketiga menggambarkan jangjang aritmetik sebagai operasi tambah atau tolak untuk mendapatkan nombor yang seterusnya. Nombor yang ditambah atau ditolak untuk mendapatkan nombor yang seterusnya mestilah tetap. Oleh itu tiga orang murid ini menggambarkan jangjang aritmetik terdiri daripada pola atau corak susunan beberapa nombor yang membentuk jangjang aritmetik.
- f. *Kategori gambaran mental sebagai perbandingan.* Dua daripada empat orang murid menggambarkan jangjang aritmetik dengan membuat perbandingan cara

penambahan sebutan antara hasil tambah n sebutan pertama dengan hasil tambah n sebutan tertentu yang masih boleh menggunakan formula mencari hasil tambah $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$. Murid turut menyatakan hasil tambah n sebutan pertama ialah hasil tambah sebutan pertama sehingga ke suatu sebutan yang dikehendaki, manakala hasil tambah n sebutan tertentu ialah hasil tambah antara sebutan yang berada di tengah-tengah baris nombor.

- g. *Kategori gambaran mental sebagai ungkapan algebra.* Seorang murid menggambarkan janjang aritmetik juga boleh ditulis dalam bentuk ungkapan algebra yang terdiri daripada nombor dan pemboleh ubah (huruf).
- h. *Kategori gambaran mental sebagai konsep bulatan subset.* Seorang murid menggambarkan hasil tambah n sebutan tertentu yang merupakan subkonstruk janjang aritmetik menggunakan konsep bulatan subset, yang merupakan gambar rajah Venn yang terdapat pada tajuk Set dalam subjek Matematik.

Hasil dapatan kajian memaparkan gambaran mental murid Tingkatan Lima dalam kajian ini lebih tertumpu kepada gambaran secara situasi harian tentang janjang aritmetik. Semua murid dalam kajian lebih selesa dan mudah untuk memaparkan gambaran secara situasi harian dalam setiap perkara yang dinyatakan tentang janjang aritmetik. Dalam hal sedemikian, dapatan kajian mengenai gambaran mental tentang janjang aritmetik didapati mempunyai persamaan dengan beberapa dapatan kajian (Thomas, 2016; Van Merriënboer & Sweller, 2002; Lappan, 2014; Sinclair, Zazkis & Liljedhal, 2003; Charlesworth, 2000; Pareto et al, 2011; NCTM, 2000; Van De Walle, Karp & Williams, 2012) yang mana kebanyakan murid menggambarkan janjang aritmetik dan subkonstruknya menggunakan situasi harian

apabila mendengar perkataan yang berkaitan dengan perkara tersebut. Satu penjelasan yang munasabah ialah gambaran mental yang dimiliki oleh semua murid tentang janjang aritmetik berupa perkara, peristiwa atau situasi harian yang berlaku dalam kehidupan seharian mereka seperti contoh wang simpanan dari duit belanja, bangunan tinggi yang terdapat di persekitaran mereka, bungkusan makanan dengan warna dan corak yang menarik dan pengiklanan produk yang semakin banyak terutamanya pada masa kini yang menggunakan media massa.

Berdasarkan situasi harian yang digambarkan oleh semua murid tentang janjang aritmetik telah membawa kepada gambaran janjang aritmetik kepada beberapa kategori lain yang mempunyai perkaitan antara satu sama lain. Sebanyak lima kategori tersebut dapat dikaitkan dengan situasi harian yang melibatkan janjang aritmetik iaitu; pola, definisi istilah, kedudukan dan ungkapan algebra. Empat kategori yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik didapati mempunyai persamaan dengan beberapa dapatan kajian (Gilmore, 2006; Melihan Unlu, 2018; Carol, 2011; Othman & Nasser, 2010; Radford, 2010; Hong & Triet, 2017; Crossfield, 1997; Steen, 1988; Brainerd; 1979; Aunola et al, 2004; Matsuura & Harless, 2012) dimana berdasarkan contoh situasi harian yang digambarkan oleh semua murid telah menyebabkan mereka memberi beberapa contoh susunan nombor yang mempunyai pola tertentu bagi memenuhi ciri janjang aritmetik. Pola susunan nombor itu menunjukkan suatu corak yang membantu menerangkan suatu situasi harian. Berdasarkan pola itu murid menerangkan kedudukan nombor dalam janjang aritmetik dikenali sebagai sebutan. Setiap sebutan mempunyai nilai beza sepunya yang sama antara dua sebutan berturutan dan sentiasa bergerak dengan nilai sentiasa berubah dengan seragam. Janjang aritmetik itu dilanjutkan ke sebutan seterusnya menggunakan operasi tambah atau tolak sebutan

sebelum dengan nilai beza sepunya. Penerangan yang diberikan oleh murid adalah melibatkan definisi istilah bagi jangjang aritmetik. Selain daripada itu murid juga menyatakan jangjang aritmetik juga boleh ditulis sebagai ungkapan algebra berdasarkan situasi harian yang diberi selain bentuk nombor. Hasil dapatan kajian ini juga berbeza dengan (Mor & Sendova 2003; Zazkis & Liljedahl, 2002) yang mana murid dapat memberi beberapa contoh jangjang aritmetik berdasarkan contoh situasi harian dan menerangkan menggunakan bahan konkrit iaitu gula-gula. Murid juga dapat melanjutkan jangjang aritmetik yang diberi sehingga ke sebutan tertentu dengan menambah atau menolak sebutan sebelum dengan nilai beza sepunya. Hasil dapatan kajian pada kategori ungkapan algebra tentang jangjang aritmetik adalah berbeza dengan Cooper dan William (2001) yang mendapati murid mampu membuat peralihan dari aritmetik kepada algebra dengan memberi contoh jangjang aritmetik dalam bentuk algebra berdasarkan situasi harian.

Gambaran mental tentang jangjang aritmetik yang dimiliki oleh murid Tingkatan Lima yang melibatkan formula atau cara manual mempunyai persamaan dengan definisi yang diberikan oleh (Zazkis & Liljedahl 2002; Project Maths Development Team, 2012), dimana murid menyatakan formula $T_n = a + (n - 1)d$ dan $T_n = a + d$ boleh digunakan untuk melanjutkan jangjang aritmetik selain menggunakan cara manual iaitu menambah atau menolak sebutan sebelum dengan nilai beza sepunya secara manual iaitu satu persatu. Murid turut menyatakan hasil tambah sebutan juga boleh dicari menggunakan formula mencari hasil tambah $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$. Murid turut menerangkan nama dan makna simbol yang terdapat pada formula dalam jangjang aritmetik.

Kategori gambaran mental tentang janjang aritmetik secara perbandingan dan konsep bulatan subset dalam membandingkan hasil tambah sebutan mempunyai perkaitan. Murid menyatakan cara penambahan sebutan antara hasil tambah n sebutan pertama dengan hasil tambah n sebutan tertentu boleh menggunakan formula mencari hasil tambah sebutan $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$. Seorang murid menggunakan gula-gula dalam penerangannya manakala seorang murid lagi membandingkan hasil tambah n sebutan pertama ialah hasil tambah beberapa sebutan terawal yang bermula dengan sebutan pertama sehingga ke suatu sebutan yang dikehendaki, manakala hasil tambah n sebutan tertentu ialah hasil tambah antara sebutan yang berada di tengah-tengah baris nombor. Kategori konsep bulatan subset juga digunakan untuk membezakan hasil tambah n sebutan pertama dengan hasil tambah n sebutan tertentu. Kategori gambaran mental tentang janjang aritmetik secara perbandingan dan konsep bulatan subset ini adalah selari dengan definisi yang diberikan oleh (von Glasersfeld, 1995; Steffe, 1994; Olive, 2001) iaitu hasil tambah suatu janjang aritmetik ialah jumlah nombor hasil dari operasi penambahan bagi sebutan yang dikehendaki pada satu jujukan nombor.

Kesimpulan. Gambaran mental tentang janjang aritmetik yang digambarkan oleh empat orang murid Tingkatan Lima dapat disimpulkan kepada lapan kategori iaitu sebagai; pola, situasi harian, formula atau cara manual, ungkapan algebra, definisi istilah, kedudukan, perbandingan dan konsep bulatan subset.

5.3.2 Rumusan Dan Perbincangan Hasil Kajian Perwakilan

Soalan 2: Bagaimanakah murid Tingkatan Lima mewakilkan tentang konsep dalam janjang aritmetik?

Pemahaman murid Tingkatan Lima dalam kajian ini tentang konsep dalam janjang aritmetik membabitkan tugas perwakilan dijalankan untuk mengetahui bagaimana murid Tingkatan Lima mewakilkan enam subkonstruk janjang aritmetik iaitu: (i) Janjang Aritmetik (ii) Sebutan (iii) Beza sepunya (iv) Sebutan tertentu (v) Hasil tambah n sebutan pertama (vi) Hasil tambah n sebutan tertentu. Secara rumusannya perwakilan janjang aritmetik yang diberikan oleh kesemua empat orang murid dapat dikelaskan kepada enam kategori yang berbeza iaitu: (i) Bahan konkrit (ii) Pola (iii) Manual atau formula (iv) Naratif bertulis (v) Konsep bulatan subset (vi) Naratif dalam konteks bahasa. Jadual 5.3.2 di bawah menunjukkan rumusan keseluruhan perwakilan janjang aritmetik yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima.

Berdasarkan perspektif kurikulum hasil dapatan kajian membabitkan perwakilan murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik menunjukkan enam kategori berbeza diberikan oleh murid adalah dipengaruhi oleh perwakilan yang dilakukan oleh murid ketika temu duga klinikal dijalankan bagi mewakilkan tugas yang diberikan kepada mereka. Kategori yang pelbagai ini adalah selari dengan objektif Kurikulum Matematik Tambahan yang membolehkan murid memperkembangkan kebolehan untuk berfikir secara kritis dan kreatif serta berhujah dalam penyelesaian menggunakan bahasa matematik yang tepat dan mantik (Huraian Sukatan Pelajaran; Matematik Tambahan Tingkatan Lima [HSP], 2002).

Berdasarkan konstruktivisme radikal yang digunakan dalam kajian ini sebanyak enam kategori perwakilan tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima adalah disebabkan teori ini membolehkan murid mewakili pemahaman sedia ada tentang janjang aritmetik ke dalam situasi lain untuk membina pengetahuan baharu.

Jadual 5.3.2

Rumusan Keseluruhan Perwakilan tentang Janjang Aritmetik

Aspek	Kategori	Peserta kajian
Perwakilan tentang janjang aritmetik	1. Bahan konkrit	Semua
	2. Pola	Ashley, Sunther
	3. Manual atau formula	Sunther, Man
	4. Naratif bertulis	Sunther, Man
	5. Konsep bulatan subset	Ashley
	6. Naratif dalam konteks bahasa	Semua

Berdasarkan Jadual 5.3.2 tentang rumusan perwakilan janjang aritmetik secara keseluruhan yang diberikan oleh murid dalam kajian ini menunjukkan kategori; Bahan konkrit dan Naratif dalam konteks bahasa merupakan tingkah laku yang dominan dalam kalangan murid Tingkatan Lima apabila mewakili janjang aritmetik. Berdasarkan kepada kategori tersebut, pemikiran murid Tingkatan Lima dalam kajian ini mengandungi beberapa ciri tertentu seperti di bawah:

- a. *Kategori perwakilan menggunakan bahan konkrit.* Semua empat orang murid mewakili janjang aritmetik menggunakan bahan konkrit yang disediakan oleh pengkaji. Antara bahan konkrit yang digunakan ialah gula-gula, duit syiling dan kacang dalam memberi penerangan perwakilan janjang aritmetik berdasarkan situasi yang diberi. Bahan-bahan tersebut disusun mengikut bilangan atau warna yang ditetapkan sendiri oleh murid, kemudian mereka menerangkan dan menunjukkan ciri-ciri janjang aritmetik dan subkonstruknya iaitu sebutan, beza sepunya dan sebutan tertentu.

- b. *Kategori perwakilan secara naratif dalam konteks bahasa.* Kesemua empat orang murid mewakili janjang aritmetik secara naratif dalam konteks bahasa bagi subkonstruk hasil tambah janjang aritmetik dengan memberi penjelasan terperinci tentang hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu. Mereka turut memberi contoh bagi setiap perwakilan yang dinyatakan.
- c. *Kategori perwakilan secara pola.* Dua orang murid mewakili janjang aritmetik sebagai pola berdasarkan corak susunan, warna bungkusan dan bilangan susunan gula-gula yang digunakan.
- d. *Kategori perwakilan secara manual atau menggunakan formula.* Dua orang murid mewakili hasil tambah janjang aritmetik boleh dicari sama ada secara manual atau menggunakan formula.
- e. *Kategori perwakilan secara naratif bertulis.* Tiga orang murid mewakili janjang aritmetik secara naratif bertulis dengan memberi penjelasan tentang sesuatu perkara atau konsep melalui penulisan seperti menulis simbol, formula atau melukis sesuatu gambar objek dengan lebih terperinci.
- f. *Kategori perwakilan sebagai konsep bulatan subset.* Seorang murid mewakili hasil tambah n sebutan tertentu sebagai subset kepada hasil tambah suatu janjang aritmetik. Murid tersebut menggunakan konsep bulatan subset, yang merupakan gambar rajah Venn yang terdapat pada tajuk Set dalam subjek Matematik.

Hasil dapatan kajian memaparkan perwakilan murid Tingkatan Lima dalam kajian ini lebih tertumpu kepada perwakilan menggunakan bahan konkrit tentang janjang aritmetik. Semua murid dalam kajian lebih selesa dan mudah untuk mewakili menggunakan bahan konkrit dalam setiap perkara yang dinyatakan

tentang janjang aritmetik. Dalam hal sedemikian, dapatan kajian mengenai perwakilan tentang janjang aritmetik didapati mempunyai persamaan dengan beberapa dapatan kajian (Lappan, 2014; Hendricks, 2006; Papic, 2007; Sharifah Norul Akmar & Nor Adlina, 2014; Brainerd, 1979; Askew & William, 1995; Crossfield, 1997; Warren, 2005; Irwan, 2008; Vig, Murray & Star, 2014; Teppo & van Heuvel-Panhuizen, 2014; Ulrich, 2012) dimana semua murid mewakili janjang aritmetik menggunakan bahan konkrit yang disediakan oleh pengkaji iaitu gula-gula, duit syiling dan kacang dalam memberi penerangan berdasarkan situasi dimana rakannya yang tidak hadir ke sekolah ketika guru sedang mengajar janjang aritmetik. Bahan-bahan tersebut disusun mengikut bilangan atau warna yang telah ditetapkan. Murid turut menerangkan dan menunjukkan ciri-ciri janjang aritmetik dan subkonstruknya iaitu sebutan, beza sepunya dan sebutan tertentu. Selain daripada itu penggunaan perisian komputer atau kalkulator bagi pengajaran tentang janjang aritmetik dapat menyediakan peluang dan meningkatkan minat serta kemahiran mereka.

Berdasarkan penggunaan bahan konkrit yang diwakili oleh semua murid tentang janjang aritmetik telah membawa kepada kategori perwakilan janjang aritmetik sebagai pola oleh dua daripada empat orang murid. Mereka menerangkan janjang aritmetik yang dibina menggunakan bahan konkrit memperlihatkan suatu corak pola. Hasil dapatan kajian ini adalah selari dengan kajian (Gadzichowski, 2012; Voyer, 2009; Eriksson, 2010; Zazkis & Liljedahl, 2002; Arslan & Yazgan, 2015; Carol, 2011; Crossfield, 1997; Hendricks, 2006; Papic, 2007; Matsuura & Harless, 2012; Schoenfeld & Arcavi, 1988; Askew & William, 1995; Brainerd, 1979) dimana, murid menyatakan corak pola atau nombor yang terbentuk itu membolehkan mereka menentukan sama ada ia adalah janjang aritmetik atau bukan.

Kategori ketiga dan keempat tentang perwakilan tentang janjang aritmetik secara naratif bertulis dan naratif dalam konteks bahasa yang mempunyai perkaitan antara satu sama lain. Penerangan teliti disertakan dengan menulis simbol, menulis formula dan melukis sesuatu gambar objek dengan lebih terperinci. Semua murid memberi penjelasan terperinci tentang simbol, formula dan lukisan yang mereka hasilkan. Hasil dapatan kajian ini adalah berbeza dengan kajian yang dijalankan oleh (Arif, 2016; Liljedhal, 2004; Wun Thiam Yew, Sharifah Norul Akmar & Lim Hooi Lian, 2010) ini kerana tiga orang murid Tingkatan Lima dapat menerangkan untuk mencari; sebutan seterusnya, nilai beza sepunya dan hasil tambah n sebutan tertentu dengan menulis dan menerangkan simbol, formula yang boleh digunakan. Seorang daripada tiga orang murid ini juga ada melukis konsep bulatan subset bagi membandingkan hasil tambah n sebutan pertama dengan hasil tambah n sebutan tertentu.

Kategori perwakilan tentang janjang aritmetik seterusnya adalah secara manual atau formula oleh dua daripada empat orang murid. Mereka menyatakan untuk mencari hasil tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu boleh dilakukan sama ada menggunakan formula hasil tambah sebutan ataupun secara manual. Hasil kajian ini adalah selari dengan kajian yang dijalankan oleh (Arif, 2016; Tohir, Abidin, Dafiki & Hobrini, 2018) yang mendapati sebahagian murid masih belum menguasai sepenuhnya konsep dalam formula mencari hasil tambah janjang aritmetik. Ada diantara mereka terlupa simbol a pada formula adalah nilai sebutan pertama dan konsep untuk mencari beza sepunya. Selain daripada itu murid menjadi keliru dalam menggunakan formula bagi mencari tambah n sebutan pertama dan hasil tambah n sebutan tertentu kerana telah memasukkan nilai yang salah, tidak menguasai konsep hasil tambah sebutan dan menunjukkan langkah

penggiraan yang salah seperti tersalah darab dan tambah. Tetapi apabila mengira secara manual murid dapat menunjukkan dan memberikan jawapan yang betul.

Kesimpulan. Perwakilan tentang jangjang aritmetik yang diberikan oleh kesemua empat orang murid Tingkatan Lima dapat disimpulkan kepada enam kategori yang berbeza iaitu: (i) Bahan konkrit (ii) Pola (iii) Manual atau formula (iv) Naratif bertulis (v) Konsep bulatan subset (vi) Naratif dalam konteks bahasa.

5.3.3 Rumusan Dan Perbincangan Hasil Kajian Makna

Soalan 3: Apakah makna yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam jangjang aritmetik?

Pemahaman murid Tingkatan Lima dalam kajian ini tentang konsep dalam jangjang aritmetik membabitkan makna jangjang aritmetik melibatkan tiga tugas iaitu: (i) Makna Jangjang Aritmetik berdasarkan Bentuk Nombor (ii) Makna Jangjang Aritmetik Keterhinggaan dan Ketakterhinggaan (iii) Makna Jangjang Aritmetik tentang bentuk. Secara rumusannya makna tentang jangjang aritmetik yang diberikan oleh kesemua murid dalam kajian ini dapat dikelaskan kepada tujuh kategori iaitu: (i) Susunan nombor (ii) Beza sepunya (iii) Formula atau cara manual (iv) Perbandingan (v) Naratif bahasa (vi) Naratif dalam konteks visual (vii) Naratif dalam konteks simbol. Jadual 5.3.3 menunjukkan rumusan makna keseluruhan tentang jangjang aritmetik yang diberikan oleh murid dalam kajian ini.

Berdasarkan perspektif kurikulum hasil kajian membabitkan makna yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima tentang jangjang aritmetik menunjukkan sebanyak tujuh kategori berbeza adalah dipengaruhi oleh kebolehan murid dalam memberikan makna tentang jangjang aritmetik ketika temu duga klinikal dijalankan. Hal ini selari dengan objektif Kurikulum Matematik Tambahan yang membolehkan

murid menghubungkan kewujudan idea matematik dengan keperluan aktiviti dalam janjang aritmetik (Huraian Sukatan Pelajaran; Matematik Tambahan Tingkatan Lima [HSP], 2002).

Konstruktivisme radikal yang diaplikasikan dalam kajian ini mendapati sebanyak tujuh kategori makna tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima adalah disebabkan teori ini membolehkan murid membina makna, konsep dan pengetahuan mereka tentang janjang aritmetik berdasarkan pengalaman mereka sendiri.

Jadual 5.3.3

Rumusan Keseluruhan Makna Janjang Aritmetik

Aspek	Kategori	Peserta kajian
Makna janjang aritmetik	1. Susunan nombor	Semua
	2. Beza sepunya	Semua
	3. Formula atau cara manual	Sunther, Daniel, Man
	4. Perbandingan	Ashley, Daniel
	5. Naratif bahasa	Semua
	6. Naratif dalam konteks visual	Semua
	7. Naratif dalam konteks simbol	Ashley, Sunther, Man

Berdasarkan Jadual 5.3.3 menunjukkan rumusan makna janjang aritmetik secara keseluruhan yang diberikan oleh murid dalam kajian ini menunjukkan kategori; susunan nombor, beza sepunya, naratif bahasa dan naratif dalam konteks visual merupakan tingkah laku yang dominan dalam kalangan murid Tingkatan Lima apabila mereka semua memberikan makna tentang janjang aritmetik dalam kategori tersebut. Berdasarkan kepada kategori tersebut, pemikiran murid Tingkatan Lima dalam kajian ini mengandungi beberapa ciri tertentu seperti di bawah:

- a. *Kategori makna tentang susunan nombor.* Semua empat orang murid memberi makna tentang janjang aritmetik sebagai susunan nombor, apabila

pengkaji menunjukkan empat jenis kad yang terdiri daripada jenis nombor, bilangan dan susunan yang berbeza.

- b. *Kategori makna tentang beza sepunya.* Semua empat orang murid memberi makna tentang janjang aritmetik sebagai beza sepunya dengan membandingkan bilangan bentuk yang berturutan. Penambahan atau pengurangan bilangan atau saiz pada bentuk yang terdapat dalam rajah di Kad E dengan suatu nilai tetap dikenali sebagai nilai beza sepunya. Jika nilai beza sepunya antara bentuk yang berturutan adalah sama maka bentuk tersebut mempunyai ciri-ciri janjang aritmetik.
- c. *Kategori makna secara naratif dalam konteks bahasa.* Semua empat orang murid memberi makna tentang janjang aritmetik secara penerangan atau penjelasan terperinci tentang ciri-ciri setiap bentuk pada rajah yang terdapat dalam Kad E menggunakan bahasa yang mudah difahami. Seterusnya mereka menyatakan bentuk yang mempunyai ciri janjang aritmetik atau tidak.
- d. *Kategori makna secara naratif dalam konteks visual.* Semua empat orang murid memberi makna tentang janjang aritmetik secara penerangan atau penjelasan terperinci tentang bentuk-bentuk yang diberi secara visual dengan menggunakan nama bentuk geometri, nama objek, menganggarkan panjang, bilangan bucu dan saiz bentuk tersebut.
- e. *Kategori makna menggunakan formula atau cara manual.* Tiga orang murid memberi makna tentang janjang aritmetik menggunakan formula atau cara manual. Mereka memberi makna, menterjemah serta mentafsir kandungan senarai nombor yang terdapat pada Kad A boleh dilanjutkan lagi kerana susunan nombornya ialah janjang aritmetik dengan menggunakan formula

mencari sebutan $T_n = a + (n-1)d$ ataupun secara manual dengan mengira satu persatu nombor pada susunan itu.

- f. *Kategori makna secara naratif dalam konteks simbol.* Tiga orang murid memberi makna tentang janjang aritmetik secara penerangan atau penjelasan terperinci tentang bentuk yang diberi dengan menulis simbol, ungkapan algebra, formula dan melukis suatu gambar objek dengan lebih terperinci.
- g. *Kategori makna secara perbandingan.* Dua orang murid memberi makna tentang janjang aritmetik secara perbandingan tentang ciri yang terdapat pada senarai nombor Kad C dan D. Perbandingan dilihat dari aspek bilangan sebutan, nilai beza sepunya, senarai nombor yang boleh dilanjutkan lagi atau tidak, senarai nombor yang menunjukkan ciri janjang aritmetik atau tidak dan mencari hasil tambah sebutan.

Hasil dapatan kajian memaparkan makna janjang aritmetik yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima dalam kajian ini lebih tertumpu kepada susunan nombor, beza sepunya, naratif bahasa dan naratif dalam konteks visual. Ini kerana semua murid Tingkatan Lima dalam kajian ini memberi makna tersebut.

Kategori makna tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima berikut mempunyai perkaitan antara satu sama lain, iaitu kategori; susunan nombor, beza sepunya, perbandingan, naratif bahasa dan naratif dalam konteks visual. Mereka memberi makna dalam mentafsir jenis nombor dan bentuk yang terdapat pada kad yang diberikan dengan melihat kepada jenis bentuk, bilangan, susunan dan ciri berbeza yang ditunjukkan kepada mereka. Hasil kajian ini mempunyai kesamaan dengan beberapa hasil kajian (Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran, 2016; Liljedahl, 2004, *Project Maths Development Team*, 2012; Gilmore, 2006; Zazkis & Liljedahl, 2002; Matsuura & Harless, 2012; Liljedahl,

2004; Orton & Orton, 1999; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak, 2009; Bolden, Barmby, Rained & Gardner, 2014; KPM, 2010; Clements & Sarama, 2007; Throndsen, 2011; Aunola et al, 2004; Jordan et al, 2009) dimana murid Tingkatan Lima juga mencari nilai beza sepunya antara sebutan yang berturutan dalam memberi makna tentang janjang aritmetik antara nombor dan bentuk yang diberikan pada kad yang berbeza. Selain daripada itu juga mereka membuat perbandingan jenis bentuk, secara naratif yang menunjukkan ciri janjang aritmetik atau bukan dengan menyatakan pertambahan atau pengurangan bilangan objek, saiz, bucu dan panjang objek yang terdapat pada rajah dalam kad yang diberikan. Segala penerangan dibuat dengan jelas oleh semua peserta kajian. Murid juga mampu menyatakan perhubungan yang wujud antara bentuk pada rajah dengan menjelaskan, ciri-ciri bentuk dengan menentukan nilai a (sebutan pertama) dan nilai d (beza sepunya). Hasil dapatan kajian ini adalah berbeza dengan kajian yang dijalankan oleh (Mor & Sendova, 2003; Bishop, 2000) yang mendapati murid mampu mengenal pasti janjang aritmetik tetapi menghadapi kesukaran untuk mengeneralisasikan janjang tersebut dengan perkataan.

Kategori makna tentang janjang aritmetik menggunakan formula atau cara manual diberikan oleh dua orang murid Tingkatan Lima. Mereka menyatakan kandungan senarai nombor yang terdapat pada Kad A boleh dilanjutkan lagi kerana susunan nombornya itu ialah janjang aritmetik. Oleh itu nilai x dan y boleh dicari menggunakan rumus mencari sebutan $T_n = a + (n - 1)d$ atau secara manual dengan menambah nilai beza sepunya kepada sebutan sebelum untuk mendapatkan sebutan seterusnya. Hasil dapatan kajian ini adalah berbeza dengan kajian yang dijalankan oleh (Arif, 2016; Tohir, Abidin, Dafiki & Hobrin, 2018; Orton & Orton, 1999) yang mendapati kebanyakan muridnya tidak memahami konsep penggunaan formula

dalam jangjang aritmetik dan sering memasukkan nilai yang salah ke dalam formula jangjang aritmetik serta memberi jawapan yang salah dalam mencari sebutan tertentu dalam jangjang aritmetik.

Kategori makna tentang jangjang aritmetik secara naratif dalam konteks simbol oleh tiga orang murid Tingkatan Lima dengan menyatakan beberapa bentuk pada rajah dalam Kad E sebagai jangjang aritmetik yang boleh ditulis dalam bentuk simbol iaitu ungkapan algebra. Hasil kajian ini adalah selari dengan kajian (Carol, 2011; Cooper & William 2001; Bishop, 2000; Matsuura dan Harless, 2012; Othman & Nasser, 2010; Hong & Triet, 2017; Lamb et al, 2018) dimana setiap murid perlu didedahkan dengan pelbagai aktiviti untuk mengenal dan memahami jenis-jenis jangjang yang boleh mewakili jangjang aritmetik antaranya melibatkan jenis nombor, bentuk, objek, corak pola, pemboleh ubah dan operasi tambah atau tolak iaitu ungkapan algebra.

Kesimpulan. Makna tentang jangjang aritmetik yang diberikan oleh kesemua empat orang murid Tingkatan Lima dapat disimpulkan kepada tujuh kategori iaitu: (i) Susunan nombor (ii) Beza sepunya (iii) Formula atau cara manual (iv) Perbandingan (v) Naratif bahasa (vi) Naratif dalam konteks visual (vii) Naratif dalam konteks simbol.

5.3.4 Rumusan Dan Perbincangan Hasil Kajian Penyelesaian Masalah

Soalan 4: Bagaimanakah murid Tingkatan Lima menyelesaikan masalah yang melibatkan jangjang aritmetik?

Pemahaman murid Tingkatan Lima dalam kajian ini tentang konsep dalam jangjang aritmetik membabitkan penyelesaian masalah dalam jangjang aritmetik yang terdiri daripada lima tugas iaitu: (i) Penyelesaian Masalah Jangjang Aritmetik dalam

Bentuk Graf (ii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Hasil Tambah n Sebutan Pertama (iii) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Sebutan Tertentu dan Hasil Tambah n Sebutan Tertentu (iv) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Jarak Seorang Pejalan Kaki (v) Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik tentang Mencari Bilangan Gula-gula. Secara rumusnya terdapat sebanyak enam kategori penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh empat orang murid Tingkatan Lima iaitu: (i) Susunan (ii) Graf garis lurus (iii) Sebutan atau beza sepunya (iv) Formula hasil tambah (v) Cara manual (vi) Formula Mencari Sebutan Tertentu. Jadual 5.3.4 menunjukkan rumusan penyelesaian masalah janjang aritmetik secara keseluruhan yang dikelaskan kepada enam kategori oleh semua murid Tingkatan Lima dalam kajian ini.

Hasil kajian membabitkan penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima menunjukkan sebanyak enam kategori berbeza adalah selari dengan objektif Kurikulum Matematik Tambahan yang membolehkan murid menggunakan pengetahuan dan kemahiran matematik dalam menterjemah dan menyelesaikan masalah kehidupan harian. Selain itu murid diharapkan dapat menggunakan alat bantu mengajar seperti penggunaan bahan konkrit, alat perkakasan seperti kalkulator dan perisian teknologi dalam meneroka janjang aritmetik (Huraian Sukatan Pelajaran; Matematik Tambahan Tingkatan Lima [HSP], 2002).

Konstruktivisme radikal yang digunakan dalam kajian ini mendapati sebanyak enam kategori penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima adalah disebabkan murid menggabungkan gambaran mental, perwakilan dan makna janjang aritmetik yang diperoleh ketika tugas temu duga klinikal bagi menyelesaikan masalah dalam janjang aritmetik.

Jadual 5.3.4:

Rumusan Penyelesaian Masalah Janjang Aritmetik secara keseluruhan.

Aspek	Kategori	Peserta kajian
Penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik	1. Susunan	Semua
	2. Graf garis lurus	Semua
	3. Sebutan atau beza sepunya	Semua
	4. Formula mencari hasil tambah	Semua
	5. Cara manual	Sunther, Man
	6. Formula mencari sebutan tertentu	Semua

Berdasarkan Jadual 5.3.4 tentang rumusan penyelesaian masalah janjang aritmetik secara keseluruhan yang diberikan oleh murid dalam kajian ini menunjukkan kategori; susunan, graf garis lurus, sebutan atau beza sepunya, formula hasil tambah dan formula mencari sebutan tertentu merupakan tingkah laku yang dominan dalam kalangan murid Tingkatan Lima apabila mereka menyelesaikan masalah tentang janjang aritmetik. Berdasarkan kepada kategori tersebut, pemikiran murid Tingkatan Lima dalam kajian ini mengandungi beberapa ciri tertentu seperti di bawah:

- a. *Kategori penyelesaian masalah tentang susunan.* Semua empat orang murid menyelesaikan masalah tentang janjang aritmetik sebagai susunan. Mereka menyusun dan menulis ketinggian pokok pada setiap minggu, jumlah bilangan murid pada setiap Tingkatan dan bilangan penumpang LRT pada setiap pengangkutan ke dalam bentuk susunan janjang aritmetik, kerana mempunyai nilai beza sepunya yang sama.
- b. *Kategori penyelesaian masalah tentang graf garis lurus.* Semua empat orang murid menyelesaikan masalah tentang janjang aritmetik dengan mewakili pertambahan ketinggian pokok adalah berkadar langsung dengan pertambahan minggu. Mereka semua melakar graf garis lurus.
- c. *Kategori penyelesaian masalah tentang sebutan atau beza sepunya.* Semua empat orang murid menyelesaikan masalah tentang janjang aritmetik dengan menyatakan ketinggian awal pokok dan jarak awal seorang pejalan kaki meningkat dengan seragam kerana ditambah dengan nilai beza sepunya yang seragam.

- d. *Kategori penyelesaian masalah tentang formula mencari hasil tambah.* Semua empat orang murid menyelesaikan masalah tentang jangjang aritmetik dengan mencari bilangan pelajar pada setiap Tingkatan di sebuah sekolah dengan memasukkan nilai yang berkaitan ke dalam formula mencari hasil tambah.
- e. *Kategori penyelesaian masalah tentang formula mencari sebutan tertentu.* Semua empat orang murid menyelesaikan masalah tentang jangjang aritmetik dengan menunjukkan dua jawapan berbeza ketika mencari jumlah jarak perjalanan pejalan kaki pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos dengan menggunakan formula mencari sebutan tertentu.
- f. *Kategori penyelesaian masalah tentang cara manual.* Dua daripada empat orang murid menyelesaikan masalah tentang jangjang aritmetik dengan menyatakan selain menggunakan formula, cara manual boleh digunakan untuk mencari jumlah murid di sekolah itu, tetapi bilangan murid di setiap Tingkatan mesti diperolehi terlebih dahulu dengan menambah atau menolak bilangan murid pada Tingkatan sebelum dengan nilai beza sepunya.

Hasil dapatan kajian memaparkan penyelesaian masalah tentang jangjang aritmetik murid Tingkatan Lima dalam kajian ini lebih tertumpu kepada penyelesaian masalah dengan melihat susunan, graf garis lurus, sebutan atau beza sepunya, formula mencari hasil tambah dan formula mencari sebutan tertentu. Ini kerana semua murid Tingkatan Lima dalam kajian ini memberikan kategori ini pada tugas penyelesaian masalah tentang jangjang aritmetik.

Kategori penyelesaian masalah jangjang aritmetik iaitu susunan, sebutan atau beza sepunya dan graf garis lurus yang diberikan oleh kesemua murid Tingkatan Lima mempunyai perkaitan antara satu sama lain. Mereka menyatakan dan menyusun ketinggian pokok pada setiap minggu, jumlah bilangan pelajar pada setiap Tingkatan dan bilangan penumpang LRT pada setiap pengangkutan ke dalam bentuk jangjang aritmetik, kerana mempunyai nilai beza sepunya yang sama bagi dua sebutan yang berturutan. Hasil dapatan kajian ini adalah selari dengan kajian yang dijalankan

oleh (Matsuura & Harless, 2012; Clark & Eads, 1954; Brainerd, 1979; Zazkis & Liljedahl, 2002; Melihan Unlu, 2018; Gilmore, 2006; Steen, 1988 Project Maths Development 2009) dimana murid turut melakar graf garis lurus untuk menunjukkan hubungan pertambahan ketinggian pokok adalah seiring dengan pertambahan minggu. Graf garis lurus ini juga menunjukkan janjang aritmetik juga mempunyai perkaitan dengan persamaan linear. Hasil dapatan kajian ini adalah berbeza dengan kajian (Mor & Sendova, 2003) yang mendapati murid mampu mengenal pasti janjang aritmetik tetapi menghadapi kesukaran untuk mengeneralisasikan janjang tersebut dengan perkataan.

Kategori penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik menggunakan formula mencari hasil tambah $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$ dan kategori menggunakan cara manual yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima dalam kajian ini menyatakan untuk mencari bilangan murid pada setiap Tingkatan di sebuah sekolah boleh menggunakan formula atau secara manual. Jika menggunakan formula, murid hanya perlu memasukkan nilai yang berkaitan ke dalam formula mencari hasil tambah. Sebanyak tiga nilai jawapan berbeza yang diperolehi tentang jumlah kesemua murid dari Tingkatan Satu sehingga Tingkatan Enam di sekolah tersebut. Pada tugas untuk mencari bilangan penumpang LRT bermula pada pengangkutan keempat sehingga kesepuluh $S_4 \rightarrow S_{10}$, terdapat dua jawapan berbeza diberikan oleh murid. Selain daripada itu selain menggunakan formula, cara manual boleh digunakan, tetapi bilangan murid di setiap Tingkatan mesti diperolehi terlebih dahulu dengan menambah atau menolak bilangan murid pada Tingkatan sebelum dengan nilai beza sepunya. Hasil dapatan kajian ini adalah selari dengan kajian (Nurulain & Hasliza, 2014; Moyer & Landauer, 1967; Mulligan, 2002; Irwan, 2008; Throndsen, 2010; Philomina, 2009; Tohir, Abidin, Dafiki & Hobrin, 2018) mendapati apabila mencari

hasil tambah suatu sebutan, murid dapat memberikan jawapan yang betul ketika mengira secara manual, tetapi apabila menggunakan formula mereka memberikan jawapan yang salah kerana tersalah memasukkan nilai yang berkaitan ke dalam formula. Antaranya tersalah memasukkan nilai a (sebutan pertama), nilai d (beza sepunya) dan salah menulis jalan kira.

Kategori penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik menggunakan formula mencari sebutan tertentu $T_n = a + (n - 1)d$ yang diberikan oleh keempat-empat orang murid Tingkatan Lima menunjukkan dua jawapan berbeza tentang mencari jumlah jarak perjalanan pada 5 Ogos sehingga 20 Ogos iaitu 98.4 km dan 5.2 km. Murid yang memberi jawapan 5.2 km kelihatan sedikit ragu semasa menjawab soalan dan ketika menggunakan formula. Hasil dapatan kajian ini mempunyai kesamaan dengan beberapa hasil kajian (Wun Thiam Yew, Sharifah Norul Akmar & Lim Hooi Lian, 2010; Nurulain & Hasliza, 2014; Irwan, 2008), dimana kesalahan yang sering dilakukan murid ketika menyelesaikan soalan matematik antaranya ialah kurangnya pengetahuan tentang simbol, kekeliruan proses operasi matematik dan salah pengiraan. Selain daripada itu murid tidak menguasai pemahama konsep dalam formula kerana lebih memilih untuk menghafal berbanding mengetahui konsep dan makna yang terkandung dalam formula tersebut sehingga apabila menyelesaikan soalan matematik, murid sering melakukan kesalahan pengiraan dan tidak menemukan jalan penyelesaian.

Kesimpulan. Penyelesaian Masalah tentang janjang aritmetik yang diberikan oleh kesemua empat orang murid Tingkatan Lima dapat disimpulkan kepada enam kategori iaitu sebagai susunan, graf garis lurus, sebutan atau beza sepunya, formula mencari hasil tambah, cara manual dan formula mencari sebutan tertentu.

5.4 Kesimpulan Kajian

Kajian ini mempunyai beberapa kesimpulan yang membabitkan empat konteks yang digunakan untuk mengetahui pemahaman murid tentang jangjang aritmetik, iaitu dari konteks gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah. Penerangan tentang kesimpulan tersebut adalah seperti berikut:

1. Gambaran mental murid tentang jangjang aritmetik dikategorikan kepada lapan aspek iaitu pola, situasi harian, formula atau cara manual, ungkapan algebra, definisi istilah, kedudukan, perbandingan dan konsep bulatan subset. Aspek paling dominan ialah situasi harian, formula atau cara manual, definisi istilah dan kedudukan. Tingkah laku murid boleh dirumuskan kepada tiga tema seperti berikut:
 - a. **Tema berdasarkan situasi harian:** Aspek ini melibatkan gambaran murid tentang jangjang aritmetik yang melibatkan dua kategori yang mempunyai perkaitan iaitu situasi harian dan konsep bulatan subset. Murid menggambarkan pelbagai contoh situasi yang berlaku di persekitaran mereka. Murid juga mengaitkan konsep jangjang aritmetik dengan tajuk Set bagi subjek Matematik. Murid menggambarkan jangjang aritmetik dengan melukis dan menerangkan konsep bulatan subset.
 - b. **Tema berdasarkan pola:** Aspek ini melibatkan gambaran murid tentang jangjang aritmetik melibatkan beberapa kategori yang mempunyai perkaitan antara satu sama lain. Kategori tersebut ialah pola, situasi harian, definisi istilah, kedudukan dan ungkapan algebra. Berdasarkan bentuk pola, murid Tingkatan Lima menggambarkan jangjang aritmetik boleh terdiri daripada pelbagai jenis nombor, ungkapan algebra dan bentuk objek dengan syarat polanya adalah seragam antara satu sama lain. Situasi harian yang digambarkan oleh murid tentang jangjang aritmetik, melibatkan beberapa contoh jangjang aritmetik mengikut pola yang seragam. Selepas itu murid menerangkan secara definisi istilah apa yang dimaksudkan dengan

janjang aritmetik. Murid juga menerangkan kedudukan bagi setiap nombor atau sebutan yang terkandung dalam janjang tersebut. Kemudian murid melanjutkan janjang aritmetik sehingga sebutan tertentu menggunakan operasi tambah atau tolak sebutan sebelum dengan nilai beza sepunya.

- c. **Tema berdasarkan formula atau cara manual:** Aspek ini melibatkan gambaran murid tentang janjang aritmetik yang boleh dilanjutkan ke sebutan tertentu atau mencari; jumlah sebutan, nilai beza sepunya menggunakan formula atau cara manual.

2. Kajian ini mendapati perwakilan membabitkan janjang aritmetik dikategorikan kepada enam aspek iaitu, bahan konkrit, pola, manual atau formula, naratif bertulis, konsep bulatan subset dan naratif bahasa. Aspek paling dominan ialah perwakilan menggunakan bahan konkrit dan naratif bahasa. Tingkah laku murid boleh dirumuskan kepada dua tema seperti berikut:

- a. **Tema berdasarkan bahan konkrit:** Aspek ini melibatkan perwakilan murid tentang janjang aritmetik yang mempunyai perkaitan antara kategori bahan konkrit dan pola. Murid mewakili janjang aritmetik dengan menggunakan bahan konkrit dengan menyusun gula-gula atau kacang mengikut susunan ciri sebuah janjang aritmetik. Kemudian murid menerangkan pola yang terdapat pada susunan bahan konkrit tersebut.
- b. **Tema berdasarkan naratif bahasa:** Aspek ini melibatkan perwakilan murid tentang janjang aritmetik melibatkan perkaitan beberapa kategori iaitu naratif bahasa, naratif bertulis, cara manual atau formula dan konsep bulatan subset. Dimana murid memberi penerangan terperinci tentang perwakilan subkonstruk yang melibatkan janjang aritmetik disertakan dengan menulis sesuatu seperti formula untuk mencari sebutan tertentu, melanjutkan janjang aritmetik, mencari jumlah sebutan dan mencari nilai beza sepunya menggunakan cara manual atau formula. Murid juga dilihat melukis gambar rajah Venn

bagi mewakili perwakilan bagi hasil tambah janjang aritmetik iaitu kategori konsep bulatan subset.

3. Kajian ini mendapati makna membabitkan janjang aritmetik dikategorikan kepada tujuh kategori iaitu susunan nombor, beza sepunya, formula atau cara manual, perbandingan, naratif bahasa, naratif dalam konteks visual dan naratif dalam konteks simbol. Penjelasan kategori susunan nombor, beza sepunya, naratif bahasa dan naratif dalam konteks visual merupakan tingkah laku yang dominan dalam kalangan murid Tingkatan Lima apabila mereka semua memberikan makna tentang janjang aritmetik tersebut. Tingkah laku murid boleh dirumuskan kepada satu tema seperti berikut.

a. **Tema berdasarkan perbandingan:** Aspek ini melibatkan makna tentang janjang aritmetik melibatkan beberapa kategori yang mempunyai perkaitan antara satu sama lain. Kategori tersebut ialah susunan nombor, beza sepunya, perbandingan, naratif bahasa dan naratif dalam konteks visual. Tema berdasarkan perbandingan digunakan kerana semua kategori ini mempunyai makna perbandingan yang diberikan oleh murid dalam kajian ini. Dimana, mereka membandingkan jenis dan susunan nombor pada kad yang diberikan, membandingkan nilai beza sepunya antara nombor dan bentuk yang diberikan, menjelaskan secara naratif bahasa setiap ciri pada nombor dan bentuk objek dengan terperinci. Murid juga membandingkan nombor dan bentuk secara kategori naratif dalam konteks visual dengan membandingkan bilangan, saiz, panjang dan bilangan bucu yang memberi makna tentang janjang aritmetik.

4. Kajian ini mendapati penyelesaian masalah membabitkan janjang aritmetik dirumuskan kepada enam kategori iaitu sebagai susunan, graf garis lurus, sebutan atau beza sepunya, formula mencari hasil tambah dan formula mencari sebutan tertentu. Penjelasan kategori susunan, graf garis lurus,

sebutan atau beza sepunya, formula mencari hasil tambah dan formula mencari sebutan tertentu merupakan tingkah laku yang dominan dalam kalangan murid Tingkatan Lima apabila mereka menyelesaikan masalah tentang jangjang aritmetik. Tingkah laku murid boleh dirumuskan kepada tiga tema seperti berikut.

- a. **Tema berdasarkan susunan:** Aspek ini melibatkan penyelesaian masalah tentang jangjang aritmetik melibatkan dua kategori yang mempunyai perkaitan antara satu sama lain. Kategori tersebut ialah susunan dan sebutan atau beza sepunya. Berdasarkan situasi masalah yang diberi, murid telah menulis situasi masalah yang diberi dalam bentuk susunan nombor dan menentukan susunan bentuk itu sama ada merupakan jangjang aritmetik atau bukan. Sebelum itu murid juga menentukan nilai sebutan dan membandingkan nilai beza sepunya pada susunan nombor dan bentuk objek yang mempunyai ciri-ciri sebuah jangjang aritmetik.
- b. **Tema berdasarkan graf garis lurus:** Aspek ini melibatkan penyelesaian masalah tentang jangjang aritmetik melibatkan lakaran graf garis lurus bagi mewakili hubungan diantara pertambahan ketinggian pokok adalah berkadar langsung atau seragam dengan pertambahan minggu. Graf garis lurus itu meningkat dengan pertambahan ketinggian pokok pada setiap minggu. Oleh itu konsep jangjang aritmetik juga mempunyai hubungan dengan persamaan linear, pembinaan dan kecerunan graf.
- c. **Tema berdasarkan formula atau cara manual:** Aspek ini melibatkan penyelesaian masalah tentang jangjang aritmetik melibatkan penggunaan formula atau cara manual dalam mencari ketinggian pokok pada minggu tertentu, mencari jumlah pelajar dari Tingkatan Satu sehingga Tingkatan Enam di sebuah sekolah, mencari jarak perjalanan seorang pejalan kaki dan tarikh bilangan gula-gula hanya tinggal 40 biji.

Secara keseluruhannya hasil dapatan kajian untuk mengetahui pemahaman murid Tingkatan Lima tentang jangjang aritmetik dalam kajian ini melibatkan empat

konteks iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah telah dirumuskan kepada beberapa kategori. Selepas itu kategori tersebut disempitkan menjadi tema yang mewakili satu atau beberapa kategori yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima dalam kajian ini. Ini disebabkan diantara beberapa kategori itu terdapat perkaitan yang sangat kuat antara satu sama lain. Oleh itu tema diwujudkan bagi mewakili keempat-empat kontes dalam gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah. Sebanyak tiga tema yang digambarkan oleh murid Tingkatan Lima tentang jantang aritmetik iaitu, tema berdasarkan situasi harian, tema berdasarkan pola dan tema berdasarkan formula atau cara manual. Sebanyak dua tema yang diwakilkan oleh murid Tingkatan Lima tentang jantang aritmetik iaitu, tema berdasarkan bahan konkrit, tema berdasarkan naratif bahasa. Satu tema yang diberi makna oleh murid Tingkatan Lima tentang jantang aritmetik ialah tema berdasarkan perbandingan. Sebanyak tiga tema yang diberi oleh murid Tingkatan Lima tentang jantang aritmetik semasa penyelesaian masalah iaitu, tema berdasarkan susunan, tema berdasarkan graf garis lurus dan tema berdasarkan formula atau cara manual. Hasil dapatan kajian ini adalah selari dengan pandangan beberapa pengkaji (Von Glasersfeld, 1995; Steffe, 2009; Nik Azis, 2014) yang mana pemahaman seseorang boleh dikenal pasti daripada pemikiran mereka tentang beberapa perkara seperti gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah. Ini menunjukkan melalui aktiviti yang tertentu kita boleh melihat pola pemikiran dan konsep seseorang seperti pemahamannya tentang perkara tersebut. Ini boleh dilihat dari aktiviti yang dijalankan dan hasil yang diharapkan.

5.5 Tema Baru Yang Muncul Berdasarkan Hasil Dapatan Kajian

Kajian ini mendapati beberapa tema yang muncul berdasarkan kategori yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima dalam kajian ini tentang jangjang aritmetik.

- a. ***Gambaran mental tentang jangjang aritmetik:*** Murid kajian ini tertumpu untuk menggambarkan jangjang aritmetik kepada tiga tema yang utama iaitu berdasarkan situasi harian, pola dan formula atau cara manual. Tema pertama murid dilihat lebih gemar menggambarkan jangjang aritmetik menggunakan pelbagai contoh situasi harian yang berlaku di persekitaran mereka. Tema kedua murid memberi beberapa contoh jangjang aritmetik berdasarkan pola yang terlintas difikiran mereka. Pola tersebut ada yang melibatkan nombor, bentuk dan ungkapan algebra. Murid turut menerangkan pola jangjang aritmetik itu secara definisi istilah, kedudukan bagi setiap nombor dalam jangjang tersebut dan operasi matematik yang terlibat. Tema ketiga berdasarkan formula atau cara manual yang boleh digunakan untuk menentukan nilai beza sepunya, melanjutkan jangjang aritmetik, mencari sebutan tertentu dan mencari hasil tambah sebutan.
- b. ***Perwakilan tentang jangjang aritmetik:*** Murid kajian ini tertumpu untuk mewakili jangjang aritmetik kepada dua tema yang utama iaitu berdasarkan bahan konkrit dan naratif bahasa. Tema pertama murid mewakili jangjang aritmetik dengan menggunakan bahan konkrit. Kemudian mereka menerangkan pola yang terdapat pada susunan bahan konkrit tersebut. Tema kedua murid mewakili jangjang aritmetik secara naratif bahasa dengan perkaitan beberapa kategori perwakilan yang lain dimana mereka memberi penerangan terperinci dengan menggunakan bahasa yang mudah difahami dan disertakan dengan menulis simbol, formula dan melukis objek dalam menerangkan cara untuk mencari nilai beza sepunya, sebutan tertentu, melanjutkan jangjang aritmetik dan mencari hasil tambah sebutan yang boleh menggunakan cara manual atau formula.
- c. ***Makna tentang jangjang aritmetik:*** Murid kajian ini tertumpu memberi makna tentang jangjang aritmetik kepada satu tema yang utama iaitu perbandingan. Murid Tingkatan Lima dalam kajian ini membandingkan jenis nombor, bentuk objek yang diberikan dengan melihat ciri-ciri

pertambahan atau pengurangan bilangan dan bentuk objek, saiz, panjang, bilangan bucu dalam memberi makna tentang janjang aritmetik.

- d. ***Penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik:*** Murid kajian ini tertumpu kepada tiga tema yang utama ketika menyelesaikan masalah tentang janjang aritmetik iaitu sebagai, susunan, graf garis lurus dan formula atau cara manual. Tema pertama ialah susunan. Murid menulis situasi masalah yang diberi ke dalam bentuk susunan nombor dan menentukan susunan itu ialah janjang aritmetik atau bukan. Tema kedua ialah berkaitan dengan graf garis lurus. Murid membuat lakaran graf garis lurus bagi mewakili hubungan diantara pertambahan ketinggian pokok dengan pertambahan minggu. Murid mendapati ketinggian pokok bertambah secara seragam pada setiap minggu, kerana nilai beza sepunya adalah sama. Tema ketiga berdasarkan formula atau cara manual dimana murid menyelesaikan masalah tentang janjang aritmetik untuk mencari ketinggian pokok pada minggu tertentu, mencari jumlah pelajar dari Tingkatan Satu sehingga Tingkatan Enam dan tarikh bilangan gula-gula hanya tinggal 40 biji.

Secara keseluruhannya hasil dapatan kajian mendapati beberapa tema baru yang muncul berdasarkan keempat-empat konteks dalam gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah, iaitu sebanyak tiga tema yang digambarkan oleh murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik ialah, tema berdasarkan situasi harian, tema berdasarkan pola dan tema berdasarkan formula atau cara manual. Bagi perwakilan sebanyak dua tema yang diwakili oleh murid iaitu, tema berdasarkan bahan konkrit dan tema berdasarkan bahasa. Bagi makna satu tema diberikan iaitu tema berdasarkan perbandingan. Bagi penyelesaian masalah sebanyak tiga tema diberikan oleh murid iaitu, tema berdasarkan susunan, tema berdasarkan graf garis lurus dan tema berdasarkan formula atau cara manual.

Kesimpulan. Hasil dapatan kajian ini, bagi menyiasat pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam Topik Janjang Aritmetik berdasarkan

gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik mendapati sebanyak lapan tema baharu yang muncul berdasarkan kategori yang diberikan oleh murid Tingkatan Lima dalam kajian ini iaitu tema berdasarkan; (i) Situasi harian, (ii) Pola (iii) Formula atau cara manual (iv) Bahan konkrit (v) Naratif bahasa, (vi) Perbandingan (vii) Susunan (viii) Graf garis lurus.

5.6 Implikasi Kajian

Hasil kajian mengenai pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam topik janjang aritmetik membabitkan empat konteks iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah memberi beberapa implikasi terutamanya kepada amalan pendidikan dan implikasi kepada kajian lanjutan.

5.6.1 Implikasi kepada Amalan Pendidikan

Terdapat dua bahagian dalam implikasi kepada amalan pendidikan iaitu amalan bilik darjah dan perkembangan kurikulum.

5.6.1.1 Amalan Bilik Darjah

Guru perlu mengetahui bentuk pemikiran murid agar dapat memberi bimbingan yang sesuai supaya aktiviti yang dirancang dapat membantu murid mengubah suai dan membina pengetahuan baru (Steffe, 2009). Hasil dapatan kajian ini telah memberi beberapa implikasi kepada amalan bilik darjah yang membabitkan empat konteks iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah (Cobb & Steffe, 2011; Steffe, 2008).

Implikasi membabitkan dapatan gambaran mental

Hasil dapatan kajian ini mendapati pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik membabitkan gambaran mental terdiri daripada tiga tema yang utama iaitu berdasarkan situasi harian, pola dan formula atau cara manual. Oleh itu hasil dapatan ini membantu guru matematik tambahan untuk memahami

konsep yang dimiliki oleh murid Tingkatan Lima dengan lebih mendalam. Sebelum guru memulakan proses pengajaran dan pembelajaran, guru boleh membuat set induksi dengan mengaitkan pelbagai situasi harian dengan janjang aritmetik. Ini membantu murid untuk lebih mudah memahami konsep janjang aritmetik dengan lebih mendalam, sekiranya contoh yang diberikan oleh guru banyak berkait dengan peristiwa atau situasi harian yang berlaku di persekitaran mereka.

Seterusnya guru juga digalakkan untuk mendedahkan kepada murid pelbagai pola yang mewakili janjang aritmetik. Pola yang digambarkan oleh murid Tingkatan Lima dalam kajian ini ialah hubungan antara nombor-nombor dalam suatu janjang yang mengikut suatu peraturan tertentu. Peraturan tersebut dikenali sebagai nilai beza sepunya. Nilai beza sepunya diperlukan oleh janjang aritmetik bagi melanjutkan janjang itu sehingga ke sebutan tertentu. Nilai beza sepunya perlu ditambah atau ditolak dengan sebutan sebelumnya untuk mendapatkan sebutan yang seterusnya. Guru digalakkan mempelbagaikan jenis pola seperti melibatkan pola dalam bentuk nombor genap, nombor ganjil, nombor pecahan, nombor perpuluhan, integer, ungkapan algebra dan bentuk geometri selain menggunakan nombor bulat yang menjadi kebiasaan. Kelebihan guru mendedahkan murid dengan pelbagai jenis pola dalam janjang aritmetik dapat membantu mereka membina konsep pemahaman yang kuat serta membina keyakinan diri tentang janjang aritmetik.

Hasil dapatan kajian juga mendapati murid menggambarkan janjang aritmetik sebagai formula atau cara manual dan mengaitkannya dengan situasi harian. Oleh itu guru boleh merancang suatu aktiviti pengajaran menggunakan contoh situasi harian dalam pembinaan formula dan dalam janjang aritmetik. Oleh itu konsep pemahaman murid terhadap formula dan cara manual dapat ditingkatkan dan kekal lama. Ini kerana murid tidak hanya menghafal tanpa mengetahui fungsi formula dan cara

manual tersebut. Aktiviti pengajaran juga boleh dipelbagaikan supaya lebih menarik dengan memberi tugas kepada murid untuk mengaplikasikan situasi harian dengan pembinaan konsep dan kegunaan formula dan cara manual dalam janjang aritmetik.

Implikasi membabitkan dapatan perwakilan

Hasil dapatan kajian ini mendapati pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik membabitkan perwakilan terdiri daripada dua tema yang utama iaitu berdasarkan bahan konkrit dan naratif bahasa. Hasil dapatan kajian ini membantu guru dalam mempelbagaikan penggunaan alat bantu mengajar dalam pengajaran dan pembelajaran topik janjang aritmetik. Guru boleh menggunakan pelbagai bahan konkrit seperti guli, bola berwarna, gula-gula atau butiran manik dalam mengajar topik janjang aritmetik. Hal ini memberi pengalaman dan peluang kepada murid untuk terlibat secara aktif dalam pembinaan konsep pemahaman tentang janjang aritmetik. Antara aktiviti yang boleh disediakan oleh guru, antaranya meminta murid membina susunan janjang aritmetik menggunakan bahan konkrit. Oleh itu murid berpeluang memahami pola atau bentuk yang wujud berdasarkan bahan konkrit yang digunakan untuk menentukan ciri-ciri janjang aritmetik. Selain itu, guru juga boleh mempelbagaikan penggunaan alat bantu mengajar untuk menarik minat, meningkatkan pemahaman konsep murid untuk mempelajari topik ini dengan lebih efektif. Contoh alat bantu mengajar yang boleh digunakan ialah seperti penggunaan kalkulator saintifik, multimedia interaktif, komputer dan internet.

Hasil dapatan kajian ini juga mendapati murid mewakilkan janjang aritmetik secara naratif bahasa dan naratif bertulis. Ini bermaksud, guru perlulah memberi peluang kepada murid untuk menyatakan pemahaman mereka di dalam kelas ataupun kepada rakan mereka dengan cara menjawab soalan atau menerangkan sesuatu konsep tentang janjang aritmetik. Ini kerana dalam kajian ini, murid dilihat

berpotensi untuk menerangkan konsep dan menyelesaikan soalan janjang aritmetik kepada rakan mereka yang tidak hadir ke sekolah berdasarkan situasi tugas yang diberikan. Guru juga boleh melantik murid yang berpotensi untuk menjadi rakan pembimbing di dalam kelas. Oleh itu keyakinan dan pengetahuan murid dapat ditingkatkan kerana mereka perlu bersedia sebelum dapat membantu rakan di dalam kelas.

Hasil dapatan kajian juga mendapati murid mewakili janjang aritmetik sebagai cara manual atau formula dengan menulis dan menerangkan simbol-simbol yang terdapat dalam janjang aritmetik. Murid turut menyatakan fungsi setiap formula dalam menyelesaikan soalan dalam janjang aritmetik seperti mencari, nilai beza sepunya, sebutan tertentu, dan hasil tambah sebutan. Oleh itu semasa proses pengajaran dan pembelajaran guru perlulah menerangkan makna dan fungsi simbol-simbol yang terdapat dalam formula janjang aritmetik. Guru juga boleh mendedahkan pelbagai bentuk soalan yang memerlukan murid memahami kehendak soalan dan formula apa yang sesuai untuk digunakan bagi menjawab soalan. Selain itu, guru juga boleh menyediakan bentuk soalan yang sesuai diselesaikan menggunakan cara manual.

Implikasi membabitkan dapatan makna

Hasil dapatan kajian ini mendapati pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik membabitkan makna terdiri daripada tiga tema yang utama iaitu berdasarkan perbandingan. Hasil dapatan kajian ini membantu guru mempelbagaikan penggunaan jenis nombor atau bentuk dalam proses pengajaran janjang aritmetik seperti nombor pecahan, perpuluhan, integer, ungkapan algebra dan bentuk geometri. Penggunaan pelbagai jenis nombor atau jenis bentuk membantu murid untuk membuat perbandingan dengan melihat ciri-ciri pertambahan atau

pengurangan nombor, bilangan bentuk objek, saiz, panjang atau bilangan bucu yang mana satukah memberi makna sebagai jangjang aritmetik. Seterusnya guru juga boleh meminta murid menerangkan secara naratif dalam konteks simbol iaitu penerangan atau penjelasan terperinci tentang perwakilan jangjang aritmetik dalam pelbagai jenis nombor atau bentuk dengan menulis simbol, ungkapan algebra atau melukis sesuatu gambar objek dengan lebih terperinci untuk menerangkan ciri-ciri jangjang aritmetik. Oleh itu pemahaman murid tentang konsep dalam jangjang aritmetik akan meningkat dan membantu murid menyelesaikan pelbagai soalan jangjang aritmetik yang melibatkan pelbagai jenis nombor atau bentuk.

Hasil dapatan kajian juga mendapati murid memberi makna, menterjemah serta mentafsir kandungan senarai nombor yang diberi merupakan jangjang aritmetik kerana boleh dilanjutkan lagi dengan menggunakan formula mencari sebutan $T_n = a + (n - 1)d$ ataupun secara manual. Murid juga memberi makna beberapa formula dan cara manual yang boleh digunakan untuk mencari nilai beza sepunya, melanjutkan sebutan, sebutan tertentu dan hasil tambah sebutan. Oleh itu guru perlulah memastikan murid menguasai kemahiran pengiraan dan penggunaan kalkulator dengan baik agar murid dapat menjawab soalan dengan baik dan memberikan jawapan yang betul.

Implikasi membabitkan dapatan penyelesaian masalah

Hasil dapatan kajian ini mendapati pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam jangjang aritmetik membabitkan penyelesaian masalah terdiri daripada tiga tema yang utama iaitu sebagai, susunan, graf garis lurus dan formula atau cara manual. Hasil dapatan kajian ini mendapati murid mampu untuk menterjemahkan situasi masalah yang diberi kepada bentuk susunan nombor. Kemudian murid menentukan pola susunan nombor yang diberi itu ialah jangjang aritmetik atau bukan,

dengan menentukan nilai beza sepunya pada susunan nombor dan susunan bentuk yang diberi. Penggunaan situasi harian boleh diwakilkan dengan menggunakan pelbagai jenis nombor atau bentuk seperti nombor pecahan, perpuluhan, integer, ungkapan algebra dan bentuk geometri untuk meningkatkan pemahaman murid dalam janjang aritmetik seterusnya membantu meningkatkan prestasi murid dalam topik janjang aritmetik.

Murid dalam kajian ini juga membuat lakaran graf garis lurus bagi mewakili hubungan diantara pertambahan ketinggian pokok adalah berkadar langsung atau seragam dengan pertambahan minggu. Ini adalah kerana ketinggian pokok bertambah secara seragam pada setiap minggu disebabkan nilai beza sepunya yang sama. Hasil dapatan kajian ini membantu guru untuk meluaskan persepsi murid bahawa topik janjang aritmetik ini adalah sangat penting kerana mempunyai perkaitan bukan sahaja pada kehidupan harian, tetapi juga pada topik matematik yang lain seperti ungkapan algebra, konsep bulatan dan subset, persamaan linear dan graf garis lurus yang melibatkan hubungan diantara dua pemboleh ubah. Oleh itu guru boleh menggunakan konsep pemahaman tentang janjang aritmetik yang dimiliki oleh murid untuk mengajar topik yang lain dan begitu juga sebaliknya.

Semasa menyelesaikan soalan yang memerlukan murid sama ada menggunakan kaedah formula atau cara manual dalam menyelesaikan soalan yang berkaitan mencari sebutan tertentu dan mencari hasil tambah n sebutan tertentu, terdapat beberapa murid menunjukkan kesilapan antaranya, salah operasi ketika mencari nilai beza sepunya, memasukkan nilai yang salah ke dalam formula, salah menekan kalkulator, salah melakukan operasi matematik mengikut turutan yang betul dan salah menjumlahkan beberapa sebutan yang diperlukan dalam mencari hasil tambah n sebutan tertentu. Oleh sebab itu guru perlulah menekankan konsep

mencari nilai beza sepunya, mencari sebutan tertentu dan mencari hasil tambah n sebutan tertentu agar murid tidak keliru dan tersalah mengambil nilai yang berkaitan ketika menjawab soalan ini. Murid perlu memahami kehendak soalan dan mengetahui langkah dan operasi yang perlu dilakukan. Disamping itu guru perlu memberikan latihan pengukuhan yang banyak kepada murid bagi menguji konsep tersebut dan menekankan konsep penggunaan formula dan cara manual yang betul agar murid tidak memasukkan nilai yang salah ke dalam formula janjang aritmetik.

5.6.1.2 Perkembangan Kurikulum

Hasil kajian ini bermanfaat dan memberi maklumat kepada Bahagian Kurikulum di Kementerian Pendidikan bagi menambah baik sukatan pelajaran matematik tambahan yang berkaitan dengan topik janjang aritmetik agar lebih berkualiti dan mengikut tahap pemahaman murid. Penggubal kurikulum juga dapat membuat penambahbaikan dalam penyediaan Huraian Sukatan Pelajaran Matematik Tambahan Tingkatan Lima, seterusnya memastikan standard pengajaran dan pembelajaran diperteguhkan selaras dengan piawaian antarabangsa. Hasil dapatan kajian ini telah memberi beberapa implikasi kepada perkembangan kurikulum yang membabitkan empat konteks iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah (Cobb & Steffe, 2011; Steffe, 2008).

Implikasi membabitkan dapatan gambaran mental

Hasil dapatan kajian ini membolehkan pihak penggubal kurikulum untuk memperkenalkan strategi pengajaran dan pembelajaran yang lebih berkesan, dinamik dan terkini berdasarkan pemahaman yang dimiliki oleh murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik. Pihak penggubal kurikulum juga boleh mencadangkan kaedah pengajaran dan pembelajaran yang lebih bersesuaian dengan pelbagai aktiviti yang menarik untuk diaplikasikan oleh guru matematik tambahan

bagi menyampaikan pengajaran dengan lebih baik serta dapat membantu murid memahami dengan lebih jelas topik janjang aritmetik dengan mengaitkan topik ini dengan penggunaannya yang luas dalam kehidupan sebenar.

Pihak kurikulum juga boleh menambahbaikkan lagi kandungan sukatan topik janjang aritmetik dengan menambah lagi pelbagai jenis pola yang mewakili janjang aritmetik. Pola tersebut boleh diwakilkan antaranya dalam bentuk nombor genap, nombor ganjil, nombor pecahan, nombor perpuluhan, integer, ungkapan algebra dan bentuk geometri selain menggunakan nombor bulat yang menjadi kebiasaan. Oleh itu, guru perlu lebih bersedia untuk mempelajari dan menguasai pola tersebut sebelum memulakan proses pengajaran dan pembelajaran topik janjang aritmetik di dalam kelas.

Kandungan sukatan pelajaran dan buku teks matematik tambahan bagi topik janjang aritmetik boleh ditambahbaik lagi, dimana konsep pembinaan formula atau cara manual tentang janjang aritmetik diajarkan kepada murid. Selain itu konsep pembinaan dan penggunaan formula dan cara manual boleh dikaitkan dengan situasi harian. Oleh itu aktiviti pengajaran dan pembelajaran untuk menguasai formula dan cara manual boleh dilakukan dengan menggunakan contoh situasi harian. Oleh itu konsep pemahaman guru dan murid terhadap formula dan cara manual dapat ditingkatkan dan kekal lama.

Implikasi membabitkan dapatan perwakilan

Hasil dapatan kajian ini membolehkan pihak penggubal kurikulum untuk mewujudkan penggunaan alat bantu mengajar dan penggunaan bahan konkrit ke dalam sukatan pelajaran dan kandungan dalam buku teks matematik tambahan bagi topik janjang aritmetik. Pilihan cadangan kaedah pengajaran dan pembelajaran dipelbagaikan, bukan hanya menggunakan kaedah tradisonal sahaja. Antara pilihan

alat bantu mengajar yang disediakan oleh pihak kurikulum ialah laman interaktif, perisian matematik, internet dan blog yang boleh dimasukkan di dalam sukatan pelajaran dan buku teks bagi panduan guru dan murid. Cadangan ruangan pelbagai aktiviti eksplorasi menggunakan bahan konkrit untuk mempelajari janjang aritmetik dimasukkan kedalam buku teks. Aktiviti eksplorasi tersebut akan dijalankan oleh murid dengan bimbingan dari guru. Tujuan perwujudan penggunaan pelbagai alat bantu mengajar dan aktiviti eksplorasi menggunakan bahan konkrit bertujuan untuk memberi pengalaman dan peluang kepada guru untuk menggunakan kaedah pengajaran dan pembelajaran yang lebih menarik dan tidak membosankan. Selain daripada itu murid akan terlibat secara aktif dalam pembinaan pemahaman tentang janjang aritmetik.

Kandungan sukatan pelajaran dan buku teks matematik tambahan bagi topik janjang aritmetik pada masa kini lebih menekankan murid untuk menentukan sebutan tertentu, bilangan sebutan dan hasil tambah sesuatu janjang aritmetik (KBSM, 2002) daripada menerangkan konsep penggunaan cara manual dan simbol yang terlibat pada formula dengan lebih terperinci. Oleh itu kandungan sukatan pelajaran dan buku teks yang baru nanti perlu menerangkan makna dan fungsi simbol-simbol yang terdapat dalam formula janjang aritmetik. Seterusnya fungsi kegunaan formula dan cara manual diajarkan mengikut kehendak soalan.

Implikasi membabitkan dapatan makna

Cadangan penambahbaikan kandungan sukatan topik janjang aritmetik dibuat dengan memasukkan aktiviti perbandingan antara pelbagai jenis pola yang mewakili janjang aritmetik seperti jenis nombor, ungkapan algebra dan bentuk geometri iaitu perbandingan ciri-ciri antaranya seperti pertambahan atau pengurangan nombor dan bilangan serta bentuk objek. Selain daripada itu, pendedahan penggunaan formula

janjang aritmetik untuk menyelesaikan soalan yang berkaitan pelbagai jenis pola dan pelbagai situasi harian juga boleh dimasukkan kedalam sukatan pelajaran dan buku teks matematik tambahan sebagai pendedahan kepada guru dan murid. Aktiviti perbandingan ini diteruskan dengan pembentangan murid sama ada secara berkumpulan atau individu dalam menerangkan perwakilan janjang aritmetik. Oleh itu pemahaman murid tentang konsep dalam janjang aritmetik dapat dikenal pasti dan ditingkatkan.

Implikasi membabitkan dapatan penyelesaian masalah

Bahagian Pembangunan Kurikulum dari Kementerian Pendidikan Malaysia juga perlu membangunkan kurikulum bagi guru pelatih agar dapat menguasai konsep dalam janjang aritmetik dan berupaya menyampaikan pengajaran dengan baik. Sekiranya guru pelatih atau guru sendiri tidak menguasai dengan baik konsep dalam janjang aritmetik, mereka akan menyumbang kekeliruan kepada murid tentang janjang aritmetik. Ini menyebabkan murid hilang minat dan sering menunjukkan kesalahan seperti tidak memahami kehendak soalan, tidak menguasai konsep yang penting, melakukan operasi yang salah, dan tersalah memasukkan nilai ke dalam formula. Oleh sebab itu, bahagian pembangunan kurikulum boleh menyediakan pelbagai bengkel dan laman interaktif untuk membolehkan guru pelatih membina pengetahuan mereka tentang janjang aritmetik. Mereka juga perlu diberikan tugas yang bukan sahaja berfokus kepada soalan umum tetapi perlu berunsur aplikasi dalam kehidupan seharian.

Bahagian pembangunan kurikulum juga boleh memasukkan perkaitan janjang aritmetik dengan topik matematik yang lain seperti ungkapan algebra, konsep bulatan dan subset dan persamaan linear kedalam sukatan pelajaran dan buku teks. Ini kerana topik janjang aritmetik ini adalah sangat penting, kerana bukan saja boleh dikaitkan

dengan situasi harian tetapi juga penting dan mempunyai kaitan dengan topik yang lain.

5.6.2 Implikasi kepada Kajian Lanjutan

Kajian ini bertujuan mengetahui pemahaman tentang konsep dalam jangjang aritmetik yang dimiliki oleh murid Tingkatan Lima. Kajian lanjut dicadangkan antaranya melibatkan murid dari tahap yang berbeza antaranya Tahun Empat, Tahun Lima dan Tingkatan Dua. Tahap ini dicadangkan bagi tujuan kajian lanjutan, kerana murid pada ketika ini telah mula belajar tentang konsep pola nombor dan berkembang ke jujukan nombor dan seterusnya di Tingkatan Lima jangjang aritmetik. Berdasarkan sukatan pelajaran pada tahap pendidikan yang berbeza ini, satu transformasi dilihat dimana murid mempelajari tentang pola, jujukan dan jangjang ini secara berperingkat-peringkat dan kandungannya tidak secara menyeluruh. Jarak masa yang diambil bagi mengembangkan konsep tentang jangjang ini juga terlalu jauh. Ini menyebabkan murid cepat lupa dan kurang meminati untuk belajar tajuk ini (Zarina & Iskandar, 2010).

Bagi murid Tahun Empat mereka mempelajari pola nombor dalam Bab Satu bertajuk Nombor Sehingga 100 000. Pada ketika ini murid diajar untuk menyusun urutan nombor secara tertib menaik atau menurun, membandingkan dua atau tiga nombor dalam urutan yang sama, mengelaskan urutan nombor secara tertib menaik atau menurun untuk mencari pola urutan nombor dan akhir sekali, melengkapkan urutan nombor diruang kosong (KSSR, 2014). Bagi murid Tahun Lima, mereka mempelajari pola nombor dalam Bab Satu bertajuk Nombor Operasi. Pada ketika ini murid diajar untuk mengelas pola bagi urutan nombor genap dan ganjil, melengkapkan pola nombor genap dan ganjil dan akhir sekali menambah beberapa nombor dalam urutan nombor yang sama (KSSR, 2014). Bagi murid Tingkatan 2

mereka mempelajari tajuk Pola dan Jujukan. Pada tajuk Pola dan Jujukan murid diajar mengenal pola dalam bentuk nombor dan bentuk corak, pola nombor genap dan ganjil, operasi pola iaitu tambah, tolak, darab atau bahagi, melanjutkan jujukan, menentukan sebutan tertentu bagi suatu jujukan dan menyelesaikan masalah yang melibatkan jujukan (KSSM, 2016).

Dengan kajian lanjut ini, persamaan atau perbezaan konsep pemahaman yang dimiliki oleh murid pada tahap pendidikan yang berbeza ini dapat dikenal pasti. Hasil kajian lanjutan ini nanti boleh digunakan oleh pihak kurikulum di Jabatan Pendidikan untuk mengemaskinikan dan memantapkan lagi sukatan pelajaran topik janjang ini agar lebih sistematik dan berkesan dalam meningkatkan tahap penguasaan murid dalam topik janjang ini agar seiring dengan kandungan pendidikan negara maju yang lain supaya murid kita tidak jauh ketinggalan.

Kajian ini dijalankan di kawasan berhampiran Bandar. Jika kajian lanjut dapat dilaksanakan dalam seting yang berlainan seperti kawasan luar bandar atau pedalaman, pengkaji akan memperoleh gambaran yang berbeza tentang konsep dalam janjang aritmetik. Sebagai contoh dalam kajian ini murid banyak memberikan contoh perkara yang berada di sekitar mereka seperti bangunan yang tinggi dan iklan jualan produk. Selain daripada itu kaedah pengajaran dan pembelajaran guru juga mungkin berbeza, ini kerana terdapat limitasi yang mungkin wujud pada ketika itu seperti sistem capaian internet dan pandangan serta penguasaan konsep oleh guru itu sendiri.

Pada kajian ini, murid menggunakan bahan konkrit untuk mewakili konsep yang mereka miliki tentang janjang aritmetik. Cadangan pada kajian lanjutan nanti, pengkaji boleh mempelbagaikan dan memperluaskan penggunaan bahan konkrit oleh murid. Selain daripada itu penggunaan alat bantu mengajar seperti laman interaktif,

kuiz atau pembinaan modul boleh disertakan dalam kajian lanjutan ini nanti bagi mengetahui tahap pemikiran dan konsep yang dimiliki oleh murid tentang janjang aritmetik.

Saiz sampel bagi kajian lanjut juga boleh diubah kepada bilangan murid yang ramai supaya kajian kes dan tinjauan dapat dilaksanakan untuk memperoleh maklumat yang cukup kaya dan luas tentang topik yang dikaji. Pada kajian ini, peserta kajian adalah seramai empat orang murid Tingkatan Lima.

Kajian lanjutan juga perlu dijalankan bagi pihak guru bagi menjawab beberapa persoalan seperti, “Apakah pemahaman konsep janjang aritmetik yang dimiliki oleh guru sekolah menengah?”. Tujuan kajian lanjutan ini dijalankan adalah untuk mengetahui pemahaman tentang konsep janjang aritmetik yang dimiliki oleh guru. Ini kerana peranan guru adalah sangat penting untuk menyampaikan ilmu dan konsep yang betul kepada murid-murid di dalam kelas. Guru juga perlu lebih kreatif dan inovatif dalam merancang aktiviti dan menyampaikan pengajaran agar dapat menarik minat dan meningkatkan pemahaman murid tentang janjang aritmetik.

Teori konstruktivisme radikal sebagai teori latar belakang kajian memudahkan proses mengumpul, menganalisis dan mentafsir data kajian. Hasil kajian dikumpulkan melalui temu duga klinikal dengan protokol yang direka berdasarkan teori konstruktivisme radikal bagi mengetahui pemahaman konsep janjang aritmetik yang dimiliki murid Tingkatan Lima. Teknik temu duga klinikal mampu menjawab beberapa persoalan asas tentang konsep dalam janjang aritmetik, namun persoalan bagaimana murid Tingkatan Lima dapat membina pemahaman yang mereka miliki itu masih belum dijawab. Sehubungan itu, teknik eksperimen dianggap lebih sesuai bagi mengenal pasti cara peserta kajian membina pemahaman yang mereka miliki. Maka, kajian lanjut perlu dijalankan menggunakan teknik

eksperimen bagi mengenal pasti bagaimana pemahaman konsep dalam janjang aritmetik dibina oleh murid Tingkatan Lima.

5.7 Penutup

Pada keseluruhannya, kajian ini menunjukkan pemahaman murid Tingkatan Lima tentang konsep dalam janjang aritmetik membabitkan empat konteks iaitu gambaran mental, perwakilan, makna dan penyelesaian masalah yang digunakan untuk mengetahui pemahaman murid tentang janjang aritmetik. Kajian ini telah berjaya menyelesaikan masalah yang telah dikenal pasti pada Bab Satu di bahagian pernyataan masalah iaitu gambaran mental yang dimiliki oleh murid Tingkatan Lima tentang janjang aritmetik adalah berdasarkan beberapa tema yang mewakili beberapa kategori yang berbeza iaitu tema berdasarkan situasi harian, tema berdasarkan pola dan tema berdasarkan formula atau cara manual. Murid Tingkatan Lima mewakili janjang aritmetik sebagai tema berdasarkan bahan konkrit dan naratif bahasa. Makna yang diberikan oleh murid tentang janjang aritmetik sebagai tema berdasarkan perbandingan. Aspek penyelesaian masalah tentang janjang aritmetik sebagai tema berdasarkan susunan, graf garis lurus dan formula atau cara manual.

Seterusnya dapatan kajian ini boleh dimanfaatkan kepada pihak penggubal kurikulum, pendidik, penyelidik pendidikan dan lain-lain lagi untuk memantapkan lagi keupayaan mereka dalam aktiviti pembangunan, perkembangan, dan pengajaran dalam topik janjang aritmetik. Hasil dapatan kajian ini juga diharap dapat membantu meningkatkan konsep pemahaman dan pencapaian murid dalam janjang aritmetik. Dapatan kajian ini juga membekalkan tingkah laku yang terperinci tentang pemahaman konsep dalam janjang aritmetik yang boleh dijadikan rujukan untuk tindakan lanjut yang relevan.

RUJUKAN

- Abu Osman, M. T. (1998). Diagnosis kesilapan matematik. Dalam S. Abdul Razak (ed.), *Prosiding Seminar Pembelajaran Matematik*, Fakulti Sains Matematik, UKM.
- Abdul Razak Habib. (1994). Keperluan Dan Masalah Dalam Pendidikan Matematik dan Sains KBSM dan Implikasinya Terhadap Kurikulum Pendidikan Guru. Dalam *Seminar Jawatankuasa Latihan Keguruan antara Universiti*. Universiti Kebangsaan Malaysia.
- Abdul Razak Habib,. & Rashidi Azizan. (1997). Hubungan antara Stail Pembelajaran dengan Pencapaian Sains dan Matematik Sekolah Menengah Rendah. Dalam *Jurnal Pendidikan*.
- Ahmad Fauzi, M. A., Wan Marzuki, W. J., Wong, S. L., & Lihanna, B. (2008). Keberkesanan Penggunaan Pakej Perisian Kursus Matematik Kalkulus terhadap Pencapaian dan Sikap. *Jurnal Pendidikan*, 28(1), 9-23.
- Aida Suraya, M. Y. (1999). Temu Duga Klinikal: Asas Dalam Mengenal Pasti Pengetahuan Murid Tentang Sesuatu Konsep. *Jurnal Pendidikan*, 20(1), 1-11.
- Ali Abdul Rahman. (1996). "Kesukaran Matematik Masalah Sikap" didalam *Dewan Kosmik* (2004).
- American Psychological Association. (2010). *Publication manual of the American Psychological Association* (6th ed.). Washington, DC; APA.
- Anderson, C. W. & Roth, K. J. (1989). Teaching for meaningful and self regulated learning of science. Dalam J. Brophy (ed.), *Advances in Research on Teaching*, 1, 265-292. New York: Longman.
- Andrews, P. (2003). Opportunities to learn in the Budapest mathematics classroom. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1(2), 201-225.
- Anapoornam, A. (2003). *Pemahaman Murid Tahun Dua tentang Bentuk Geometri Dua Dimensi menggunakan Perisian Cabri* (tesis sarjana). Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Arif Hardiyanti. (2016). Analisis Kesulitan Siswa kelas IX SMP dalam Menyelesaikan Soalan Materi Barisan Dan Deret. *Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya*. Universiti Muhammadiyah Surakarta.

- Arslan, C., & Yazgan, Y. (2015). Common and flexible use of mathematical non routine problem solving strategies. *American Journal of Educational Research*, 3(12), 1519-1523.
- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, Educational and Cognitive Consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11 (5), 181-185.
- Assesment of Performance Unit (1980) *Mathematical Development: Primary Survey Report Number I*. London: HMSQ.
- Assesment of Performance Unit (Undated) *Mathematical Development: a Review of Monitoring in Mathematics 1978 to 1982*. Slough: NFER.
- Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2009). The array representation and primary children's understanding and reasoning in multiplication. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 217-241.
- Bass, H. (2006). Presentation to the National Mathematics Panel, Chapel Hill, NC. Dicapai pada Mac 2014, 13 daripada www.ed.gov/about/bdscomm/list/math-panel/2nd-meeting/presentations/bass-hyman.doc
- Behr, M., Erlwanger, S., & Nichols, E. (1976). How children view equality sentences. PMDC Technical Report No. 3. (ERIC Document Reproduction Service No: ED144802).
- Behr, M. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics Teaching*, 92, 13-15. (ERIC Document Reproduction Service No: ED232931).
- Bennett, A. (1988). Visual thinking and number relationships. *Mathematics Teacher*, 81(4), 267-272.
- Beth, M. V. (2001). A comparison of preservice teachers' mathematics anxiety before and after a methods class emphasizing manipulatives. *Early Childhood Education Journal*, 29(2), 89-94.
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (2003). *Qualitative Research for Education: An Introduction to Theory and Methods*. (4th. ed). Boston: Ally & Bacon.
- Booth, L. R. (1986). Difficulties in algebra. *Australian Mathematics Teacher*, 42(3), 2-4.

- Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. Dalam A. E. Coxford (ed.), *The Ideas of Algebra, K-12* (1988 Yearbook) (h. 20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bryant, D.P., Bryant, B.R., Dougherty, B., Roberts, G., Pfannenstiel, K.H. & Lee, J. (2000) Mathematics performance on integers of students with mathematics difficulties. *Journal of Mathematical Behavior* 58 (2020) 100776.
- Budi Harwati. (2015). Penerapan Model Pembelajaran STAD Dalam Pembelajaran Suku Pertama Deret Aritmatika dan Deret Geometri. *Jurnal Penelitian Tindakan Kelas*.
- Caglayan, G. & Olive, J. (2010). Eighth grade students' representation of linear equations based on a cup and tiles model. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2),143-162.
- Carpenter, T. P., Franke, L. P. & Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically. Integrating Algebra and Mathematics in Elementary Schools*. Portsmouth NH: Henemann.
- Carpenter, T. P., Levi, L. & Farnsworth, V. (2000). Building a foundation for learning algebra in the elementary grades. *In Brief*, 1(2). (ERIC Document Reproduction Service No: ED 449015).
- Carol J. Bell (2011). *Lining up Arithmetic Sequences*. Mathematics Teaching in the Middle School, Vol. 17, No. 1 pp. 34-39. Published by: National Council of Teachers of Mathematics.
- Charlesworth, R. (2005). *Experiences in Mathematics for Young Children* (5th ed). New York: Thompson Delmar Learning.
- Charlesworth, R. (2000). Experiences in math for young children. Albany, NY: Delmar Thomson Learning.
- Clark, J.R., & Eads, L.K., (1954). *Guiding Arithmetic Learning*. New York: Great Britain
- Clements, D., & McMillan, S. (1996). Rethinking "Concrete" Manipulative. *Teaching Children Mathematics* (2) 11-13.
- Clements, D., & Sarama, J. (2002). The role of technology in early childhood learning. *Teaching Children Mathematics*, 8 (6)340-342.
- Clements, D.H. & Sarama, J. 2007. *Building Blocks*. (Computer Software) Columbus, OH SRA, Mc. Graw Hill.
- Clement, J., Narode, R., & Rosnick, P. (1981). Intuitive misconceptions in algebra as a source math anxiety. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 3(4), 36-45

- Confrey, J. (1980). Clinical interviewing: It is potential to review insights in mathematics education. Dalam R. Karplus (ed.), *Proceedings of the Forth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Berkeley, California.
- Confrey, J. (1991). Steering a course between Vygotsky and Piaget. *Educational Researcher*, 20(2), 29-32.
- Cresswell, J. W. (2008). *Educational Research: Planning, Conducting and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. (3rd ed). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.
- Cross, C.T., Woods, T.A., & Schweingruber, H. (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Washington DC: National Academies Press.
- Davis, R. B. (1985). ICME-5 Report: Algebraic thinking in the early grades. *Journal of Mathematical Behaviour*, 4(2), 195-208.
- De Lima, R. N., & Tall, D. (2006). The concept of equations: What have students met before? Dalam J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (eds.) *Proceedings 30th Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 4* (h. 233-241). Prague: PME.
- De Lima, R. N., & Tall, D. (2006a). What does equation mean? A brainstorm of the concept. Kertas kerja dibentangkan di Third International Conference on the Teaching of Mathematics, Istanbul.
- Don Crossfield. (1997). Naturally Numbers Are Fun. *National Council of Teachers of Mathematics*, 90(2). (h. 92-95).
- English, L. D. (2001). Students' developments in solving data-handling ends-in-view problems. Dalam R. Speiser, C. A. Maher, & C. N. Walter (eds.). *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1-2* (h. 413). UT: Colombus.
- Eriksson, G. (2010). Toward a student-centred process of teaching arithmetic. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 30 (2011)62-79.

- Fan, S. P. (2011). *Pemahaman Murid Tingkatan Satu tentang Pembahagian Pecahan* (Disertasi Kedoktoran tidak diterbitkan). Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Faridah, M. I. (2009). *Skim Pembahagian Nombor Bulat bagi Murid Tahun Empat* (Disertasi Kedoktoran tidak diterbitkan). Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Folk, S. (2006). Understanding “understanding”: A review of the literature. Dalam K. Leithwood, P. McAdie, N. Bascia, & A. Rodrigue (eds.). *Teaching for Deep Understanding: What Every Educator Should Know*. Canada: Sage Publication.
- Gadzichowski, K.M. 2012. Patterning abilities of first grade children: Effects of dimension and type. *Creative Education* 3(5): 632-635.
- Ginsburg, H., Kossan, N., Schwartz, R., & Swanson, D. (1983). Protocol methods in research on mathematics thinking. Dalam H. P. Ginsburg (ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (h. 7-47). New York: Academic Press.
- Gomm, R., Hammersley, M., & Foster, P. (2000). Case study and generalization. Dalam R. Gomm, M. Hammersley, & P. Foster (eds.), *Case Study Method: Key Issues, Key Texts*. London: Sage.
- Haggarty, L. (2002). *Teaching Mathematics in Secondary School: A Reader* (edisi disemak). London: The Open University.
- Harel, G., & Trgalova, J. (1996). Higher mathematics education. Dalam A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (h. 675-700). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hart, K. M. (1995). *Children’s Understanding of Mathematics: 11-16*. London: John Murray.
- Haylock, D. (2008). Understanding mathematics. Dalam D. Haylock & A. D. Cockburn (eds.) *Understanding Mathematics for Young Children*. 5-29. London: Sage Publications.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. Dalam D. A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning; A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (h. 65-97). New York: MacMillan Publishing Company.

- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Procedural and Conceptual Knowledge. In J.Hiebert, (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of Mathematics*. (pp 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Hoi Sim Min. (2018). *Pemahaman Guru Matematik Tahun Enam tentang Pembahagian Nombor Bulat*. (Disertasi Kedoktoran tidak diterbitkan). Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Idris, I. M. (2004). Toward a right way to teach Linear Algebra. (Kertas Projek) Fakulti Sains, Universiti Ain-Shams, Kaherah, Mesir.
- Inger Throndsen. (2011). Self – regulated learning of basic arithmetic skills: A longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology* (h. 558 – 578). Bahagian Pendidikan Guru dan Pembangunan Sekolah, Universiti Oslo, Norway.
- Irwan, S. (2008). *Penggunaan Perisian Proterm dalam meningkatkan kefahaman Pelajar Tingkatan 5 dalam Tajuk Sebutan tertentu dalam Janjang Aritmetik*. (Tesis Sarjana Muda tidak diterbitkan), Universiti Malaysia Sabah.
- Ismail, M. (2005). *Teori dan Penggunaan Algebra Mudah*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Kementerian Pendidikan Malaysia. (2010). *Dokumen standard kurikulum (Prasekolah)*. Kuala Lumpur: Bahagian Pembangunan Kurikulum.
- Kementerian Pelajaran Malaysia. (2001). *Pembelajaran secara Konstruktivisme*. Pusat Perkembangan Kurikulum, KPM.
- Kementerian Pendidikan Malaysia. (2011). *Spesifikasi Kurikulum Matematik Tingkatan 2*. Dicapai pada 2017 April, 22 daripada <http://web.moe.gov.my>
- Kementerian Pendidikan Malaysia. (2012). *Spesifikasi Kurikulum Matematik Tingkatan 5*. Dicapai pada 2017 April, 22 daripada <http://web.moe.gov.my>
- Kementerian Pelajaran Malaysia. (2002). *Huraian Sukatan Pelajaran (HSP) Matematik Tambahan (h. 10)*. Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah.

Kementerian Pendidikan Malaysia. (2011). *Huraian Sukatan Pelajaran (HSP) Matematik Tingkatan Satu*. Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah Matematik Tingkatan Satu.

Kementerian Pendidikan Malaysia. (2011). *Spesifikasi Kurikulum Matematik Tingkatan Satu*. Pusat Pembangunan Kurikulum, Putrajaya.

Kementerian Pendidikan Malaysia. (2015). *Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran Matematik Tingkatan Satu (DSKP)*. Kurikulum Standard Sekolah Menengah (KSSM).

Kementerian Pendidikan Malaysia. (2015). *Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran Matematik Tingkatan Dua (DSKP)*. Kurikulum Standard Sekolah Menengah (KSSM).

Kieran, C. (1979). Children's operational thinking within the context of bracketing and the order of operations. Dalam D. Tall (ed.), *Proceedings of the Third International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (h. 128-133). Coventry, England: Warwick University, Mathematics Education Research Centre.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 317-326.

Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. Dalam S. Wagner & C. Kieran (eds.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra* (h. 33-56). Virginia: Lawrence Erlbaum Associates and National Council of Teachers of Mathematics.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching school Algebra. Dalam D. A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning; A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (h. 390-419). New York: MacMillan Publishing Company.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (eds.). (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Knuth, E. J., Alibali, M. W., Hattikudur, S., McNeil, N. M., & Stephens, A. C. (2008). The importance of equal sign understanding in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 13(9), 514-519. NCTM.

- Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*. Dalam J. Teller (trans.), J. Kilpatrick (ed.). Chicago, IL: University of Chicago.
- Küchemann, D. E. (1981). Algebra. Dalam K. M. Hart (ed.), *Children Understanding of Mathematics: 11-16*, (h. 102-119). London: John Murray.
- Lacampagne, C., Blair, W., & Kaput, J. (1995). *The Algebra Initiative Colloquium: Papers Presented at a Conference on Reform in Algebra, 1-2*. Washington D.C.
- Lamb, L. L., Bishop, J. P., Phillip, R. A., Whitacre, I., & Schappelle, B. P. (2018). A cross-sectional investigation of students' reasoning about integer addition and subtraction: Ways of reasoning, problem types, and flexibility. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(5), 575–613
- Lau, P. N-K., Singh, P., & Hwa, T-Y. (2010). Constructing mathematics in an interactive classroom context. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 307-324.
- Liljedahl, P. (2004). Repeating Pattern or Number Pattern: The Distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 26(3), 24-42.
- MacGregor, M. & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation
- Manivannan, S. (2017). Pemahaman Murid Tahun Lima Tentang Luas Segi Empat (Disertasi Kedokteran tidak diterbitkan). Kuala Lumpur : Universiti Malaya.
- Md Nor, B., & Rashita, A. H. (2011). Pengintegrasian ICT dalam pengajaran dan pembelajaran matematik di kalangan guru matematik di daerah Kota Tinggi. *Journal of Science and Mathematics Educational*, 2, 1-17.
- Marzano, R., Pickering, D., & Pollock, J. (2004). *Classroom instruction that works*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Mathematics Enhanced Scope and Sequence – Algebra II (D. o. E. (c), Trans). 2011 (pp.1-7). Virginia Department of Education.
- Matsuura, R., & Harless, P. (2012). From Arithmetic sequences to Linear Equations: *Teaching in The Middle School* (Vol. 17, No 7, pp. 437-439): *The National Council of Teachers of Mathematics*. Retrieved from www.nctm.org.

- Merriam, S. B. (2002). Introduction to qualitative research. *Qualitative Research in Practice: Examples for Discussion and Analysis*, 3-17.
- Mohd Johari, Y. (2007). *Pengetahuan konseptual dalam matematik dan hubungannya dengan pencapaian matematik pelajar matrikulasi*. Selangor: Universiti Kebangsaan Malaysia.
- Moila, M. M. (2006). *The use of educational technology in mathematics teaching and learning: An investigation of a South African rural secondary school*. Dicapai pada November 2017, 27 daripada http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/dissertacoes/dissertation.pdf
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Mulyono, A.R. (1999). *Kesukaran Murid Mempelajari Tajuk Janjang*. Universiti Jakarta.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- NCES. (2011). *Highlights from the Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007*. US: National Centre for Educational Statistics.
- Newton, D. P. (2000). *Teaching for Understanding: What It Is and How To Do It*. London: Routledge Falmer.
- Newton, L. D. (2001). Teaching for understanding in primary school. *Evaluation & Research in Education*, 15(3), 143-153.
- Nik Azis, N. P. (1987). *Children's fractional schemes* (Disertasi Kedoktoran tidak diterbitkan). University of Georgia, Athens, Georgia.
- Nik Azis, N. P. (1999). *Pendekatan Konstruktivisme Radikal dalam Pendidikan Matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
- Nik Azis, N. P. (2008). *Isu-isu Kritis dalam Pendidikan Matematik*. Kuala Lumpur : Penerbit Universiti Malaya.

- Nik Azis, N. P. (2014). *Penghasilan Disertasi Berkualiti dalam Pendidikan Matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
- Nik Suryani, N. A. R. (2002). *Skim Peratus bagi Pelajar Tingkatan Satu* (Disertasi Kedoktoran tidak diterbitkan). Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Noor Aziah, A.G. (2014). *Pemahaman pelajar Matrikulasi tentang Logaritma*. (Tesis Sarjana tidak diterbitkan). Sintok: Universiti Utara Malaysia.
- Nurulain, A., & Hasliza, H. (2013). *Kesilapan yanag dilakukan pelajar dalam menjawab topik janjang di dalam kursus Matematik Kejuruteraan 3 (BA301)* Politeknik Sultanah Bahiyah.
- Olive, J. (2010). Research on technology tools and applications in mathematics learning and teaching. Dalam *Building a collaborative research community: Proceeding of an invitational planning conference for WISDOMe*. Laramie, Wyoming: University of Wyoming College of Education.
- Orton, A., & Orton, J. (1999). Pattern and the approach to algebra. In a Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 104-120). London: Cassell.
- Osta, I. & Labban, S. (Nov. 2007). Seventh Graders' Prealgebraic Problem Solving Strategies: Geometric, arithmetic, and algebraic interplay. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning* (IJMTL, electronic journal).
- Othman Ali & Nasser Alsayed (2010). The Effectiveness of Geometric Representative Approach in Developing Algebraic Thinking of Fourth Grade Students. Faculty of Education & Art, Universiti of Tubuk Saudi Arabia.
- Pareto, L., Arvemo, T., Dahl, Haake, M., & Gulz, A. (2011). A Teachable- Agent Arithmetic Game's Effects on Mathematics Understanding, Attitude and Self-Dicapai pada 20 Julai 2017 daripada Springer- Verlag Berlin Heidelberg.
- Patton, M. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Models*. Newbury Park: Sage.
- Piaget, J. (1929). *The Child's Conception of the World*. New York: Harcourt & Brace. Piawaian Pembelajaran Teras Matematik. (h. 59). New York.
- Pusat Perkembangan Kurikulum. (1990). *Huraian Sukatan Pelajaran: Matematik Tambahan Tingkatan 4*. Kementerian Pendidikan Malaysia.

- Pusat Perkembangan Kurikulum. (2002). *Huraian Sukatan Pelajaran: Matematik Tambahan Tingkatan 4*. Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Project Maths Development (2009). *Teaching & Learning Plans Arithmetic Sequences. Leaving Certificate Ordinary and Higher Level*
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Rafiah, K. (2003). *Kefahaman Pelajar Tingkatan Empat tentang Konsep Kebarangkalian* (Tesis Sarjana tidak diterbitkan). Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Rittle-Johnson, B. & Star, J. R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology*, 99(3), 561-574.
- Rittle-Johnson, B. & Star, J. R. (2009). Making algebra work: Instructional strategies that deepen student understanding. Within and between algebraic representation. *ERS Spectrum*, 27(2), 11-18.
- Robson, D., Abell, W., & Boustead, T. (2009). Scaffolding for learning equation solving. Dalam R. Hunter, B. Bicknell, & T. Burgess (eds.), *Crossing Divides: Proceedings of 32nd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 2, (h. 459-466). Palmerston North, NZ: MERGA.
- Rugayyah, A. (2007). *Penyelesaian Masalah Kebarangkalian oleh Murid Tingkatan Empat* (Tesis Sarjana tidak diterbitkan). Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Schatzman, L. & Strauss, A. L. (1973). *Field Research: Strategies for Natural Sociology*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Schoenfeld, A. H. (2002). Making mathematics work for all children: Issues of Standards, Testing, and Equality. *Educational Researcher*, 31(1), 3-15.
- Sharifah Norul Akmar, S. Z. (1997). *Skim Penolakan Integer Pelajar Tingkatan Dua* (Tesis Doktor Falsafah tidak diterbitkan). Universiti Malaya, Kuala Lumpur.

- Sharifah Norul Akmar, S. Z. (2004). Konstruktivisme radikal dan temu duga klinikal dalam penyelidikan pendidikan matematik. Dalam Y. Marohaini (Ed.), *Penyelidikan kualitatif: Pengalaman kerja lapangan kajian* (ed. ke-2). (h. 223-252). Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
- Sharifah Norul Akmar, S. Z. & Norlemi, A. (2007). Tafsiran kanak-kanak terhadap ilustrasi piktorial bagi operasi penambahan dan penolakan. *Jurnal Pendidikan*, 27(1), 74-75. Fakulti Pendidikan Universiti Malaya.
- Sharifah Norul Akmar, S. Z. (2018). Pengajaran Aritmetik, dalam Leong Kwan Eu & Chew Cheng Meng (Eds.). *Pengajaran Matematik Sekolah Menengah*, Kuala Lumpur : ACE Bina Minda Sdn Bhd
- Sharifah Norul Akmar, S. Z. (2012). *Practices in Mathematics and Science Education : A Reflection*. Penerbit Pearson Malaysia.
- Sharifah Norul Akmar, S. Z. (2018). Pengajaran Aritmetik , dalam Leong Kwan Eu & Chew Cheng Meng (Eds.) *Pengajaran Matematik sekolah Menengah*, Kuala Lumpur. Penerbit AEC Bina Minda.
- Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. London: Falmer Press.
- Sinclair, N., Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2003). *Number Worlds: Visual and Experimental Access to Elementary Number Theory Concepts* (Vol. 8). International Journal of Computers for Mathematical Learning. (h. 235-263). Kluwer Academic Publishers.
- Skemp, R. (1979). Goals of learning and qualities of understanding. *Mathematics Teaching*, 88, 44-49.
- Skemp. R. (1976). *Relational Understanding And Instrumental Understanding*. *Mathematics Teaching*. Department of Education, University of Warwick. No.77, m.s 20-26.
- Skinner, B.F. (1953). *Science and human Behaviour*. New York: Macmillan.
- Stake, R. E. (1995). *The Art of Case Study Research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

- Stake, R. E. (2005). Qualitative case studies. Dalam N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (eds.). *The Sage Handbook of Qualitative Research* (3rd. ed). (h. 443-466). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Steffe, L. P. (2009). A new hypothesis concerning children's fractional knowledge. Dalam L. P. Steffe & J. Olive (eds.), *Children's Fractional Knowledge*, (h. 1-12). NY: Springer.
- Steffe, L. P. (2002). A new hypothesis concerning children's. *Journal of Mathematical Behaviour*, 102(1), 1-41.
- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Illustrations and implication. Dalam E. von Glasersfeld (ed.), *Radical Constructivist in Mathematics Education*, (h. 177-194). Netherland: Kluwer
- Steffe, L. P., von Glasersfeld, E., Richards, J. & Cobb, P. (1983). *Children's counting types: Philosophy, theory, and application*. New York: Praeger.
- Steinberg, R. M., Sleeman, D. H., & Ktorza, D. (1990). Algebra students' knowledge of equivalence of equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(2), 112-121.
- Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2007). Learning mathematics with understanding : A critical consideration of the learning principle in the Principles and Standards for School Mathematics. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4(1), 103-114.
- Suzieleez Syrene Abdul Rahim & Tajularipin Sulaiman (2006). Gambaran Mental dan Perwakilan Pelajar Lulusan Sijil Pelajaran Malaysia Tentang Fungsi, *Jurnal Teknologi*, 44(E), 45-60. (Non-ISI/Non-SCOPUS)
- Tall, D. O. (2006). Developing a theory of mathematical growth. *International Reviews on Mathematical Education (ZDM)*, 39(1-2), 145-154.
- Tengku Noor Zima, T. J. (2001). *Kefahaman Pelajar Tingkatan Dua tentang Teorem Pithagoras* (Tesis Sarjana tidak diterbitkan). Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Teppo, A., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Visual representations as objects of analysis: The number line as an example. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 46(1), 45–58. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-05182>

- Thomas A. F. (2016). *Teaching Arithmetic Sequences Using Situated Problem Solving Tasks* (Tesis Sarjana tidak diterbitkan). Universiti New York.
- Thompson, P. W. (1996). Imagery and the development of mathematical reasoning. *Theories of Mathematical Learning*, 267-283.
- Thompson, P. W. & Saldanha, L. A. (2003). Fractions and Multiplicative Reasoning. Dalam J. Kilpatrick, G. Martin & D. Schifter (eds.), *Research Companion to the Principles and Standards for School Mathematics* (95-114). Reston, VA: NCTM.
- Tohir, Abidin, Dafiki & Hobrin (2018). *Students creative thinking skills in solving two dimensional arithmetic series through research based learning*. Journal of Physics.
- Tran, V. (1999). Constructivism in Mathematics Education. *Constructivism and Innovative Strategies in Secondary Mathematics*. RECSAM.
- Ulrich, C. (2012). *Additive relationships and directed quantities*. Unpublished doctoral dissertation Athens, GA: University of Georgia.
- Van De Wall, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally* (5th ed). USA: Pearson Ed. Inc.
- Vastala, M. (2018). *Pemahaman Pendaraban Matriks Murid Tingkatan Empat* (Disertasi Ijazah Sarjana tidak diterbitkan). Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Venkatesh, K. G., & Karimi, A. (2010). Mathematics anxiety, mathematics performance and overall academic performance in high school students. *Journal of the Indian Academy of Applied Psychology*, 36(1), 147-150.
- Vig, R., Murray, E., & Star, J. R. (2014). Model breaking points conceptualized. *Educational Psychology Review*, 26, 73–90. <https://doi.org/10.1007/s10648>
- Virginia Department of Education. (2004). *Mathematics: Strategies for teaching limited English learning enhanced scope and sequence*. Richmond, VA: Department of Education.
- Von Glasersfeld, E. (1987). Preliminaries to any theory of representations. Dalam C. Janvier (ed.), *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics* (h. 215-225). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A way of knowing and learning*. Hong Kong: The Falmer.
- Von Glasersfeld, E. (1998). Why constructivism must be radical. Dalam M. Larochelle, N. Bednarz, & J. Garrison (eds.), *Constructivism in Education* (h. 23-28). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Von Glasersfeld, E. (1999). An exposition of constructivism: Why some like it radical. Dlm. R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings (Sid. Ed.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics (m.s 19-30)*. Reston, VA : NCTM
- Von Glasersfeld, E. (2000). Problems of constructivism. Dalam L. P. Steffe & P. W. Thompson (eds.), *Radical Constructivism in Action: Building on the Pioneering work of Ernest von Glasersfeld* (h. 3-9). New York: Routledge.
- Voyer, D. (2010). Performance in Mathematical Problem Solving as a Function of Comprehension and Arithmetic Skills. *International Journal of Science and Mathematics Education* 9 (2011), 1073-1092.
- Warren, E. (2005). *Young Children's Ability to Generalise the Pattern Rule for Growing Patterns*. Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, University of Melbourne, Australia.
- Wollman, W. (1983). Models and procedures: A classroom study of teaching for transfer. *School Science and Mathematics*, 83(5), 419-429.
- Wun Thiam Yew, Sharifah Norul Akmar, S.Z & Lim Hooi Lian (2010). Examining of Preservice Teachers' Knowledge of Area Formulae. *International Conference on Mathematics Education Research*. School of Educational Studies: Universiti Sains Malaysia. Faculty of Education: Universiti of Malaya.
- Zarina Bibi.I. & Khairil Iskandar. O. (2010). Comparative Study of Secondary Mathematics Curriculum between Malaysia and Singapore. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 8 (2010) 351–355. Institute of Mathematical Research & Department of Mathematics, Faculty of Science, Universiti Putra Malaysia. Department of Mathematics, Faculty of Computational and Mathematical Science, Universiti Teknologi MARA.
- Zazkis, R & Liljedahl, P. (2002). Arithmetic Sequence as a Bridge among Conceptual Fields. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* 2(1):93-120.