

**SKIM PEMBAGIAN NOMBOR BULAT
BAGI MURID TAHUN EMPAT**

JILID I

Faridah Mohamed Ibrahim

**Satu Disertasi Yang Dikemukakan Kepada Fakulti Pendidikan,
Universiti Malaya Sebagai Memenuhi Syarat
Untuk Ijazah Doktor Falsafah**

2009

SINOPSIS

Kajian ini yang berlandaskan konstruktivisme radikal bertujuan untuk mengenal pasti skim pembahagian nombor bulat yang dipunyai oleh murid Tahun Empat. Kajian ini juga bertujuan untuk menentukan cara murid tersebut menggunakan skim yang mereka miliki dalam menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian.

Data bagi kajian ini merangkumi maklumat secara lisan dan bukan lisan yang dikumpulkan dari tujuh orang murid Tahun Empat dalam lima sesi temu duga klinikal yang membabitkan dua belas jenis aktiviti bermasalah. Setiap sesi temu duga dirakamkan secara audio dan video, dan mengambil masa antara 30 minit sehingga 50 minit. Penganalisisan data membabitkan empat peringkat, iaitu transkripsi rakaman temu duga kepada bentuk bertulis, pembentukan kajian kes yang membabitkan pemerihalalan tingkah laku subjek tentang aspek tertentu 'bahagi', penganalisisan merentasi subjek, dan pengenalpastian skim pembahagian nombor bulat yang dimiliki murid Tahun Empat.

Dalam kajian ini, gambaran mental tentang 'bahagi' yang dipunyai oleh murid membabitkan simbol yang menandakan operasi bahagi dan nombor bulat yang terlibat dalam operasi bahagi. Dalam konteks perwakilan bahagi pula, subjek mentafsir bahagi secara melukis, bercerita serta menyusun bahan yang disediakan oleh pengkaji dengan menggunakan idea pengukuran, pemetakan dan penolakan berulang. Selain itu, murid memberikan makna kepada 'bahagi' dengan

menggunakan idea songsangan kepada darab di samping idea pengukuran dan pemetakan. Dalam menyelesaikan masalah pula, subjek menggunakan idea pengukuran, pemetakan dan penolakan berulang.

Sebanyak empat skim pembahagian nombor bulat telah dikenal pasti melalui kajian ini. Skim tersebut adalah skim pengukuran, skim pemetakan, skim songsangan kepada darab, dan skim penolakan berulang. Majoriti subjek kajian didapati menggunakan skim pengukuran dalam kebanyakan aktiviti yang dikemukakan kepada mereka. Hanya seorang subjek kajian menggunakan keempat-empat skim tersebut dalam kebanyakan aktiviti yang disediakan oleh pengkaji.

Antara dapatan lain yang diperoleh melalui kajian ini termasuklah kebanyakan murid menggambarkan 'bahagi' dengan menulis simbol yang menandakan operasi bahagi, perwakilan bahagi dengan menggunakan idea pengukuran adalah lebih dominan berbanding perwakilan yang menggunakan idea pemetakan. Walau bagaimanapun, hanya seorang subjek mengaitkan operasi bahagi dengan idea penolakan berulang dalam kebanyakan aktiviti yang dikemukakan kepada subjek

KATA KUNCI: Bahagi, Skim, Nombor Bulat, Konstruktivisme Radikal,

Temu duga Klinikal, Makna Dalam Matematik

YEAR FOUR PUPILS' SCHEMES OF DIVISION OF WHOLE NUMBER

SYNOPSIS

This study is based on radical constructivism and is aimed at identifying Year Four pupils' schemes of mathematical whole number division and how they use their schemes in solving problems involving mathematical whole number division.

Data incorporating both verbal and non-verbal behaviours were gathered from seven Year Four pupils based on five successive clinical interview sessions involving twelve problem solving activities. Each interview session was within 30 to 50 minutes and all sessions were audio and video recorded. The data were analysed in four stages, namely transcriptions of recorded interview sessions to written protocols, design of the case studies describing each subject's behaviour patterns, and across-subjects analysis, and also the identification of Year Four pupils' schemes of whole number division.

In this study, the subjects' mental images about division involve the symbols used to represent the operation of division and the whole numbers used in the operation of division. In the context of the representation of division, subjects defined division through drawings, telling-stories, and arranging the objects prepared by the researcher, applying ideas relating to partition, measurement, and repeated

subtraction. Students also defined 'division' through the employment of inverse multiplication, in addition to the ideas related to partition and measurement. On the other hand, in problem solving, subjects utilised ideas concerning partition, measurement and repeated subtraction.

From this research, as many as four schemes of whole number division were identified. They are the measurement scheme, the partition scheme, the inverse-to-multiplication scheme and the repeated subtraction scheme. It was identified that a majority of the research subjects utilised the measurement scheme in most of the activities given to them. However, only one subject used all four schemes mentioned in most of the activities given to them.

Other findings include the fact that most pupils viewed 'division' as symbols that marked the division operation. The representation of division which employs the idea of measurement is more dominant as compared to the representation that use the idea of partition. However, it is found that only one subject related the division operation with the idea of repeated subtraction in most of the activities given to them.

KEY WORDS: Division, Whole Numbers, Scheme, Radical
Constructivism, Clinical Interview, Meaning in
Mathematics

PENGHARGAAN

Dengan nama Allah yang Maha Pemurah lagi Maha Pengasihani. Saya bersyukur kehadiran Allah s.w.t. yang telah memberikan saya semangat, kesabaran dan telah mempermudah segala usaha saya untuk menjalankan serta menyiapkan kajian tentang Skim pembahagian Nombor Bulat bagi murid Tahun Empat. Saya ingin merakamkan rasa penghargaan yang tidak terhingga dan jutaan terima kasih kepada penyelia dan penasihat saya, Profesor Dr. Nik Azis Nik Pa yang telah meluangkan banyak masa dan tenaga beliau untuk membimbing saya dengan penuh kesabaran serta membantu saya menyiapkan kajian ini.

Saya juga ingin merakamkan rasa penghargaan saya kepada guru besar, guru, kaki tangan sekolah, serta murid dari sebuah sekolah di Kuala Lumpur yang terbabit dalam kajian, yang telah memberikan kerjasama sepenuhnya semasa kajian dijalankan. Tidak ketinggalan, penghargaan seterusnya saya tujukan kepada rakan seperjuangan, dan juga semua pensyarah yang telah memberikan saya bimbingan serta tunjuk ajar yang ternilai sepanjang pengajian saya di Universiti Malaya.

Tidak lupa saya juga ingin merakamkan penghargaan yang tidak ternilai kepada arwah ayah, ibu, abang dan kakak saya yang pernah memberikan sokongan sepenuhnya kepada saya untuk meneruskan pengajian ke peringkat yang paling tinggi.

Akhir kata, saya bermohon kepada Allah s.w.t. untuk memberi balasan yang sewajarnya kepada semua individu yang telah membantu saya. AMIN.

KANDUNGAN

	HALAMAN
SINOPSIS	i
SYNOPSIS	iii
PENGHARGAAN	vi
KANDUNGAN	viii
SENARAI JADUAL	xx
SENARAI RAJAH	xxi
BAB SATU :	1
LATAR BELAKANG	1
Pengenalan	6
Persoalan Asas	10
Epistemologi Konstruktivisme Radikal	13
Makna Skim	15
Makna Pembahagian Nombor Bulat	16
Pemetakan	18
Pengukuran	20
Songsangan Kepada Pendaraban	21
Penolakan Berulang	

Tujuan Kajian Dan Pernyataan Masalah	22
Signifikan Kajian	23
Limitasi Kajian	24
BAB DUA :	
TEORI DAN TINJAUAN KAJIAN LAMPAU	26
Pengenalan	26
Teori Kajian	26
Proses Pembinaan Skim	26
Makna Dalam Aritmetik	28
Tinjauan Kajian Lepas	31
Konsep Asas Nombor	32
Nilai Tempat	32
Konsep Asas Membilang	34
Operasi Asas	36
Darab dan Bahagi	37
Tambah dan Tolak	41
Masalah Bahasa dan Soalan Berbentuk Ayat	45

Salah Tafsiran	49
Rumusan	52
BAB TIGA :	
KAEDAH KAJIAN DAN PENGANALISISAN DATA	54
Pengenalan	54
Metodologi Kajian	54
Tatacara Pengumpulan Data	55
Pengelolaan Temu Duga	58
Subjek dan Lokasi Kajian	61
Lokasi Kajian	61
Subjek Kajian	61
Kajian Rintis	63
Rancangan Temu Duga	64
Temu Duga Pertama - Gambaran Mental	65
Temu Duga Kedua - Perwakilan	66
Temu Duga Ketiga - Masalah Berkotak	68

Temu Duga Keempat - Tafsiran	71
Temu Duga Keempat - Penyelesaian Masalah	72
Teknik Penganalisisan Data	75
BAB EMPAT :	
ANALISIS DATA	78
Pengenalan	78
Gambaran Mental	78
Perkataan Bahagi	79
Ayat Enam Bahagi Dua	84
Kesimpulan	90
Perwakilan	93
Ayat Bahagi	93
Ayat Bahagi Tanpa Baki	94
Ayat Bahagi Yang Mempunyai Baki	101
Ayat Bahagi Yang Mempunyai Penyebut & Pengangka Yang Sama	107
Gambar Rajah	113
Gambar Rajah Diskret	114
Gambar Rajah Selanjar	118

Penolakan Berulang	122
Ayat Bahagi Tanpa Baki	122
Ayat Bahagi Yang Mempunyai Baki	130
Makna Bahagi	145
Masalah Berkotak	145
Menentukan Nama Kotak	146
Menentukan Hasil Bahagi	151
Tafsiran Ayat	163
Tafsiran Ayat Bahagi	163
Ayat Bahagi Tanpa Baki	163
Ayat Bahagi Yang Mempunyai Baki	168
Ayat Bahagi Membabitkan Sifar, Satu Dan Yang mempunyai Pengangka dan Penyebut Yang Sama	171
Tafsiran Ayat Darab	177
Penyelesaian Masalah	189
Bentuk Diskret	189
Pembahagian Tanpa Baki	189
Pembahagian Yang Mempunyai Baki	197
Bentuk Selanjar	202
Pembahagian Tanpa Baki	202

	Pembahagian Yang Mempunyai Baki	210
	Kesimpulan	214
	Kaedah Subjek Menyelesaikan Masalah	223
	Rumusan	227
	Sufian	227
	Azam	229
	Aimi	232
	Umi	235
	Syahirah	238
	Afiq	240
	Nurul	243
	PERBINCANGAN DAN KESIMPULAN	245
BAB LIMA :	Pengenalan	245
	Skim Pembahagian Nombor Bulat	246
	I. Gambaran Mental	246
	i. Perkataan Bahagi	246
	Ringkasan	247
	ii. Ayat Enam Bahagi Dua	248

Ringkasan	248
II. Perwakilan	249
Perwakilan Ayat Bahagi	249
Ringkasan	252
i. Ayat Bahagi Tanpa Baki	252
a. Penafsiran membabitkan idea pengukuran	252
b. Penafsiran membabitkan idea pemetakan	252
c. Penafsiran membabitkan idea pengukuran dan pemetakan	253
d. Penafsiran membabitkan idea penolakan berulang	253
ii. Ayat Bahagi Yang Mempunyai Baki	254
e. Penafsiran yang mengabaikan baki	254
f. Penafsiran yang mengambil kira baki dengan menggunakan idea pengukuran	254
g. Penafsiran yang mengambil kira baki dengan menggunakan idea pemetakan	254
h. Penafsiran yang mengambil kira baki dengan menggunakan idea penolakan berulang	255
Perwakilan Gambar Rajah	255
Ringkasan	257
a. Penafsiran yang membabitkan penulisan ayat matematik	257
$a \div b = c$	

b. Penafsiran membabitkan penulisan ayat matematik	258
$a \div b = c$ dan $a \div c = b$	
c. Penafsiran bahawa ayat $a \div b = c$ adalah tidak sama dengan ayat	259
$a \div c = b$	
d. Penafsiran bahawa ayat $a \div b = c$ adalah sama dengan $a \div c = b$	259
Penolakan Berulang	260
Ringkasan	261
a. Penafsiran bahawa saiz 'b' dalam $a \div b$ adalah sama dengan saiz 'b' dalam $a - b$ tetapi tiada kaitan dengan bilangan penolakan $a - c$	261
b. Penafsiran bahawa saiz 'b' yang terdapat dalam $a \div b$ dan sama dengan 'b' dalam $a - b$ dan sama dengan bilangan penolakan $a - c$	262
III. Makna	262
Masalah Berkotak	262
Ringkasan	264
a. Penafsiran membabitkan idea pengukuran	265
b. Penafsiran membabitkan idea pemetakan	265

c.	Penafsiran membabitkan kedua-dua idea pengukuran dan pemetakan	266	
d.	Penafsiran bahawa tiada jawapan yang akan keluar melalui lubang B	267	
e.	Penafsiran bahawa hanya 'c' yang akan keluar melalui lubang B	267	
f.	Penafsiran bahawa 'c' dan baki 'd' akan keluar melalui lubang B	267	
IV.	Tafsiran	268	
	Ringkasan	270	
	a.	Penafsiran dengan menulis ayat darab $c \times b = a$	270
	b.	Penafsiran dengan menulis ayat darab $c \times b = a$ dan $b \times c = a$	271
V.	Penyelesaian Masalah	272	
i.	Pembahagian Tanpa Baki	272	
	Ringkasan	273	
	a.	Penyelesaian membabitkan idea pengukuran	273
	b.	Penyelesaian membabitkan idea pemetakan	273
	c.	Penyelesaian membabitkan idea pengukuran dan pemetakan	274

ii. Pembahagian Yang Menghasilkan Baki	274
Ringkasan	275
d. Penyelesaian mengabaikan baki	275
e. Penyelesaian mengambil kira baki	276
f. Tiada penyelesaian	276
Tafsiran Bahagi Sebagai Skim	277
Skim Pengukuran	278
Skim Pemetakan	285
Skim Penolakan Berulang	288
Skim Songsangan Kepada Darab	292
Dapatan Lain	297
a. Kebanyakan subjek menggunakan idea pengukuran sahaja bagi menyelesaikan masalah yang diberi	297
b. Subjek menghadapi kesukaran menggunakan idea pemetakan bagi pembahagian yang membabitkan baki	298
c. Hanya seorang subjek dapat menunjukkan kedua-dua idea pengukuran dan pemetakan dalam semua aktiviti	298
d. Hanya seorang subjek menunjukkan penolakan berulang dalam kebanyakan aktiviti selain aktiviti 'penolakan berulang' yang disediakan untuk subjek	301

Implikasi Kajian	304
Implikasi Kepada Pengajaran	304
Implikasi Kepada Kajian Lanjutan	307

RUJUKAN :

309

LAMPIRAN :

LAMPIRAN A :	322
PERMASALAHAN TEMU DUGA	323
Temu Duga Pertama	324
Temu Duga Kedua	327
Temu Duga Ketiga	331
Temu Duga Keempat	334
Temu Duga Kelima	336
 LAMPIRAN B :	 339
KAJIAN KES	
Protokol 1: Sufian	340
Gambaran Mental	343
Perkataan Bahagi	343
Ayat Bahagi	344
Perwakilan	348
Ayat Bahagi	348

Ayat Bahagi tanpa baki	348
Ayat Bahagi yang mempunyai baki	353
Ayat Bahagi yang mempunyai penyebut dan pengangka yang sama	356
Gambar Rajah	360
Gambar Rajah Diskret	360
Gambar Rajah Selanjar	364
Penolakan Berulang	365
Pembahagian tanpa baki	365
Pembahagian yang mempunyai baki	372
Masalah Berkotak	376
Menentukan nama kotak ajaib	376
Menentukan hasil bahagi	380
Tafsiran Ayat Matematik	386
Ayat Bahagi	386
Ayat Bahagi tanpa baki	386
Ayat Bahagi yang mempunyai baki	390
Ayat Bahagi membabitkan sifar, satu, dan penyebut dan pengangka yang sama	393
Ayat Darab	397
Penyelesaian Masalah	405

Bentuk Diskret	405
Bentuk Selanjar	414
Protokol 2: Aimi	422
Gambaran Mental	425
Perkataan Bahagi	425
Ayat Bahagi	428
Perwakilan	434
Ayat Bahagi	434
Ayat bahagi tanpa baki	434
Ayat bahagi yang mempunyai baki	442
Ayat bahagi yang mempunyai penyebut dan pengangka yang sama	451
Gambar Rajah	458
Gambar Rajah Diskret	458
Gambar Rajah Selanjar	462
Penolakan Berulang	464
Pembahagian tanpa baki	464
Pembahagian yang mempunyai baki	472
Masalah Berkotak	480
Menentukan nama kotak ajaib	480
Menentukan hasil bahagi	484

Tafsiran Ayat Matematik	491
Ayat Bahagi	491
Ayat Bahagi tanpa baki	491
Ayat bahagi yang mempunyai baki	498
Ayat bahagi membabitkan sifar, satu, dan penyebut dan pengangka yang sama	502
Ayat Darab	507
Penyelesaian Masalah	516
Bentuk Diskret	516
Bentuk Selanjar	525
Protokol 3: Azam	538
Gambaran Mental	541
Perkataan Bahagi	541
Ayat Bahagi	542
Perwakilan	544
Ayat Bahagi	544
Ayat bahagi tanpa baki	544
Ayat bahagi yang mempunyai baki	547
Ayat bahagi yang mempunyai penyebut dan pengangka yang sama	549
Gambar Rajah	553

Gambar Rajah Diskret	553
Gambar Rajah Selanjar	555
Penolakan Berulang	557
Pembahagian tanpa baki	557
Pembahagian yang mempunyai baki	561
Masalah Berkotak	565
Menentukan nama kotak ajaib	565
Menentukan hasil bahagi	571
Tafsiran Ayat Matematik	577
Ayat Bahagi	577
Ayat Bahagi tanpa baki	577
Ayat bahagi yang mempunyai baki	583
Ayat bahagi membabitkan sifar, satu, dan penyebut dan pengangka yang sama	587
Ayat Darab	594
Penyelesaian Masalah	603
Bentuk Diskret	603
Bentuk Selanjar	612
Protokol 4: Umi	621
Gambaran Mental	624
Perkataan Bahagi	624

Ayat Bahagi	625
Perwakilan	627
Ayat Bahagi	627
Ayat bahagi tanpa baki	627
Ayat bahagi yang mempunyai baki	632
Ayat bahagi yang mempunyai penyebut dan pengangka yang sama	635
Gambar Rajah	638
Gambar Rajah Diskret	638
Gambar Rajah Selanjar	642
Penolakan Berulang	644
Pembahagian tanpa baki	644
Pembahagian yang mempunyai baki	648
Masalah Berkotak	651
Menentukan nama kotak ajaib	651
Menentukan hasil bahagi	657
Tafsiran Ayat Matematik	664
Ayat Bahagi	664
Ayat Bahagi tanpa baki	664
Ayat bahagi yang mempunyai baki	669

Ayat bahagi membabitkan sifar, satu, dan penyebut dan pengangka yang sama	673
Ayat Darab	678
Penyelesaian Masalah	687
Bentuk Diskret	687
Bentuk Selanjar	697
Protokol 5: Syahirah	707
Gambaran Mental	710
Perkataan Bahagi	710
Ayat Bahagi	711
Perwakilan	713
Ayat Bahagi	713
Ayat bahagi tanpa baki	713
Ayat bahagi yang mempunyai baki	717
Ayat bahagi yang mempunyai penyebut dan pengangka yang sama	720
Gambar Rajah	724
Gambar Rajah Diskret	724
Gambar Rajah Selanjar	727
Penolakan Berulang	729
Pembahagian tanpa baki	729

Pembahagian yang mempunyai baki	732
Masalah Berkotak	736
Menentukan nama kotak ajaib	736
Menentukan hasil bahagi	739
Tafsiran Ayat Matematik	746
Ayat Bahagi	746
Ayat Bahagi tanpa baki	746
Ayat bahagi yang mempunyai baki	750
Ayat bahagi membabitkan sifar, satu, dan penyebut dan pengangka yang sama	753
Ayat Darab	757
Penyelesaian Masalah	765
Bentuk Diskret	765
Bentuk Selanjar	772
Protokol 6: Afiq	778
Gambaran Mental	781
Perkataan Bahagi	781
Ayat Bahagi	782
Perwakilan	783
Ayat Bahagi	783
Ayat bahagi tanpa baki	783

Ayat bahagi yang mempunyai baki	787
Ayat bahagi yang mempunyai penyebut dan pengangka yang sama	791
Gambar Rajah	794
Gambar Rajah Diskret	794
Gambar Rajah Selanjar	797
Penolakan Berulang	799
Pembahagian tanpa baki	799
Pembahagian yang mempunyai baki	804
Masalah Berkotak	809
Menentukan nama kotak ajaib	809
Menentukan hasil bahagi	814
Tafsiran Ayat Matematik	822
Ayat Bahagi	822
Ayat Bahagi tanpa baki	822
Ayat bahagi yang mempunyai baki	828
Ayat bahagi membabitkan sifar, satu, dan penyebut dan pengangka yang sama	831
Ayat Darab	836
Penyelesaian Masalah	845
Bentuk Diskret	845

Bentuk Selanjar	854
Protokol 7: Nurul	864
Gambaran Mental	867
Perkataan Bahagi	867
Ayat Bahagi	868
Perwakilan	870
Ayat Bahagi	870
Ayat bahagi tanpa baki	870
Ayat bahagi yang mempunyai baki	875
Ayat bahagi yang mempunyai penyebut dan pengangka yang sama	879
Gambar Rajah	882
Gambar Rajah Diskret	882
Gambar Rajah Selanjar	886
Penolakan Berulang	887
Pembahagian tanpa baki	887
Pembahagian yang mempunyai baki	893
Masalah Berkotak	899
Menentukan nama kotak ajaib	899
Menentukan hasil bahagi	904
Tafsiran Ayat Matematik	911

Ayat Bahagi	911
Ayat Bahagi tanpa baki	911
Ayat bahagi yang mempunyai baki	917
Ayat bahagi membabitkan sifar, satu, dan penyebut dan pengangka yang sama	922
Ayat Darab	927
Penyelesaian Masalah	935
Bentuk Diskret	935
Bentuk Selanjar	945

SENARAI JADUAL

JADUAL		HALAMAN
1.	Kemahiran yang diuji dalam Sukatan Pelajaran Matematik KBSR	3
2.	Sukatan Pelajaran Matematik Tahap I KBSR	5
3.	Jadual Pemilihan Subjek Kajian	62
4.	Permasalahan Temu Duga	74
5.	Penafsiran Subjek bagi aktiviti Gambaran Mental	91
6.	Penafsiran Subjek bagi aktiviti Perwakilan	134
7.	Penafsiran Subjek bagi aktiviti Masalah Berkotak	159
8.	Penafsiran Subjek bagi aktiviti Tafsiran	182
9.	Penafsiran Subjek bagi aktiviti Penyelesaian Masalah	216
10.	Aktiviti Penafsiran Terhadap Bahagi	278

SENARAI RAJAH

RAJAH		HALAMAN
1.	Plan bilik bagi sesi Temu Duga	59
2.	Gambar rajah soalan Perwakilan	70
3.	Kotak Ajaib	70