

BAB II

TINJAUAN KAJIAN LEPAS

Pengenalan

Bab Dua membabitkan dua bahagian. Bahagian Pertama membincangkan tentang kefahaman dalam matematik, dan Bahagian Kedua pula membincangkan dapatan kajian lepas. Bahagian Kedua terbahagi kepada tiga tema utama iaitu, “Apakah matriks?”, aspek pembelajaran matriks dan strategi penyelesaian masalah tentang matriks.

Setiap tema utama dalam Bahagian Kedua di perincikan lagi dengan perbincangan tema-tema kecil. Dalam tema utama “Apakah matriks?”, persoalan tentang matriks, definisi matriks dan operasi matriks akan dibincangkan. Dalam tema utama aspek pembelajaran matriks, beberapa kajian lepas tentang aspek pembelajaran matriks akan dibincangkan. Dalam tema utama strategi penyelesaian masalah tentang matriks pula , aspek makna penyelesaian masalah dan strategi penyelesaian masalah tentang matriks akan dibincangkan.

Kefahaman Dalam Matematik

Pengertian tentang kefahaman dalam matematik adalah penting kerana ianya

menjadi maklumat latar bagi kajian ini. Menurut Ausubel et. al (1978) dan Skemp (1987), kefahaman yang mendalam memerlukan pembinaan jaringan dalaman yang berhubungkait. Tall (1978) menganggap kefahaman matematik sebagai paten pemikiran yang bersifat dinamik kerana ianya sentiasa berubah dalam memberi peningkatan kepada kefahaman matematik ... yang mana mengandungi kefahaman dan deduksi minggu ini, lupa dan ingat selepas itu. Menurut Hiebert (1997) pula, kefahaman dalam matematik mempunyai kaitan dengan ciri-ciri penting yang terdapat dalam sesebuah bilik darjah. Beliau juga memberi gambaran tentang ciri-ciri penting pada bilik darjah yang menyokong kefahaman matematik pelajar .

Adakah kefahaman dalam matematik membabitkan peringkat-peringkat tertentu? Buxton (1987) mendapati bahawa pemahaman matematik meliputi empat peringkat, iaitu yang terendah ialah pemahaman hafalan diikuti oleh pemahaman pemerhatian, yang diikuti oleh pemahaman mendalam dan yang tertinggi ialah pemahaman formal.

Kefahaman dalam matematik ini sangat penting. Justeru itu untuk Matematik KBSM, pelajar harus mencapai taraf pembelajaran yang lebih tinggi iaitu taraf yang lebih tinggi daripada hafalan, yang disebut oleh Buxton (1987) sebagai pengetahuan begitu sahaja. Pelajar harus diberi latihan membina kebolehan yang disebut oleh Wong (1987) sebagai nampak pertalian, menggunakan pengetahuan dan sebagainya. Matematik KBSM juga memberi tumpuan khas kepada keseimbangan di antara kefahaman konsep dan penguasaan kemahiran. Keseimbangan di antara kefahaman konsep dan penguasaan kemahiran mesti wujud dalam sesuatu pengajaran dan pembelajaran matematik (lihat Ngan, 1990).

Apakah Matriks?

Persoalan tentang Matriks

Matriks adalah salah satu tajuk yang sangat penting dalam kurikulum Matematik KBSM. Menurut Leong dan Mun (1991), matriks bukan sahaja digunakan secara meluas dalam bidang matematik (seperti statistik) bahkan juga dalam bidang sains dan teknologi. Kini satu sistem persamaan yang melibatkan berpuluhan-anu, lazimnya digunakan dalam penyelidikan, boleh diselesaikan dengan pantasnya melalui kaedah matriks dengan menggunakan komputer.

Matriks adalah salah satu tajuk dalam bidang Diskret Matematik. Menurut Margeret dan Stanley (1993) dan Dosey (1990), Diskret Matematik adalah sejenis ilmu matematik yang diperlukan oleh seseorang pelajar untuk berkomunikasi dengan komputer. Ia perlu bagi semua pelajar, tidak kira apa pun pilihan kareer mereka, untuk memperoleh maklumat supaya mereka boleh berfungsi sebagai seorang warganegara yang berilmu pengetahuan mengikut tren zaman teknologi maklumat terkini.

Definisi Matriks

Beberapa buah buku memberikan definisi matriks yang sama. Matriks bermaksud tata susunan segiempat tepat nombor-nombor yang dirangkumi oleh sepasang tanda kurungan. Saiz matriks ditentukan oleh bilangan baris dan lajur suatu matriks tersebut. Jika suatu matriks mempunyai m baris dan n lajur, maka saiz matriks itu ialah $m \times n$ (Ahmad Faisal & Jamaludin, 1994; Lancaster & Tismenetsky, 1985; Herstein & Winter, 1988; Britton & Rutland, 1965).

Operasi Matriks

Jika A dan B adalah dua matriks yang sama saiz, maka hasilambah kedua matriks ini, $A + B$, adalah matriks yang diperoleh dengan menambah unsur-unsur A dan B yang berkedudukan sama. Iaitu unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks A dan unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks B ditambahkan untuk menjadi unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks hasilambah $A + B$. Begitu juga unsur berkedudukan (1,2) bagi A ditambahkan dengan unsur berkedudukan (1,2) bagi B untuk memberikan unsur berkedudukan (1,2) bagi matriks $A + B$ dan seterusnya.

Operasi hasiltolak antara dua matriks yang sama saiz adalah serupa seperti operasi hasilambah dua matriks, kecuali unsur matriks pertama akan menolak unsur berkedudukan sama bagi matriks B. Jika A dan B adalah dua matriks yang sama saiz, maka hasiltolak kedua matriks ini, $A - B$, adalah matriks yang diperoleh dengan menolak unsur-unsur B dari A yang berkedudukan sama. Iaitu unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks B ditolakkan dari unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks A untuk menjadi unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks hasiltolak $A - B$. Begitu juga unsur berkedudukan (1,2) bagi B ditolakkan dari unsur berkedudukan (1,2) bagi A untuk memberikan unsur berkedudukan (1,2) bagi matriks $A - B$ dan seterusnya.

Seperti operasi hasilambah, operasi hasiltolak antara dua atau lebih matriks hanya boleh dilakukan jika matriks-matriks tersebut mempunyai saiz yang sama. Jika tidak, operasi hasilambah dan hasiltolak tidak boleh dilakukan.

Jika A adalah suatu matriks dan c adalah skalar, maka hasildarab cA adalah matriks yang terhasil dengan mendarabkan setiap unsur matriks dengan skalar c

tersebut. Kedudukan setiap unsur bagi matriks yang terhasil adalah sama seperti kedudukan setiap unsur bagi matriks A yang asal.

Pendaraban dua matriks A dan B hanya boleh dilakukan dengan satu syarat penting yang mesti dipenuhi, iaitu, bilangan lajur matriks A mesti sama dengan bilangan baris matriks B. Dalam erti kata lain, walaupun dua matriks tidak bersaiz sama, keduanya masih lagi boleh didarabkan asalkan bilangan lajur matriks pertama sama dengan bilangan baris matriks kedua. Saiz matriks hasildarab tersebut diberi oleh bilangan baris matriks pertama \times bilangan lajur matriks kedua. Idea yang mesti dihayati ialah untuk mendapatkan setiap unsur $(ab)_{ij}$ bagi matriks hasildarab AB, kita darabkan baris ke- i bagi matriks A dengan lajur ke- j bagi matriks B.

Operasi hasilbahagi antara dua matriks tidak boleh dilakukan. Ini mungkin kerana tidak adanya keperluan teori seperti ini. Tidak seperti operasi hasildarab antara dua matriks di mana kegunaannya sangat banyak seperti aplikasi di dalam menyelesaikan persamaan serentak. Oleh itu, operasi hasilbahagi tidak ujud (lihat Ibrahim & Rohayatimah, 1997).

Aspek Pembelajaran Matriks

Terdapat beberapa kajian tentang aspek pembelajaran matriks. Tinjauan kajian lepas tentang aspek pembelajaran matriks adalah sangat penting kerana ia dapat memberi maklumat latar yang berguna bagi kajian ini. Harel (1989) dan Carlson (1993) telah membuat kajian tentang kesukaran yang dialami oleh guru dan pelajar dalam pengajaran dan pembelajaran kursus Algebra Linear dan seterusnya

memberikan cadangan terhadap pendekatan alternatif kepada proses dan konsep visualisasi bagi tajuk berkenaan.

Kajian tentang kesukaran yang dialami oleh pelajar dalam matematik telah dibuat oleh Crank dan Bulgren (1993). Dalam kajian mereka ke atas pelajar yang mengalami kesukaran dalam pelajaran matematik, mereka menggunakan ‘visual depiction’ seperti web, matriks, garisanmasa, jaringan , dan gambarajah untuk menunjukkan hubungan bagi mengajar isi kandungan pengajaran kepada pelajar berkenaan. Mereka mendapati kaedah ini telah meningkatkan pembelajaran pelajar tersebut. Kajian seperti ini juga telah dilakukan oleh Parmer & Cawley (1994).

Apakah yang menyebabkan ramai pelajar mengalami kesukaran dalam matematik? Menurut Fook (1994), ramai pelajar di sekolah menengah memahami suatu takrif matriks melalui cara peniruan atau dengan menyelesaikan beratus-ratus contoh soalan. Akibatnya ramai pelajar tidak dapat memahami dan menghayati bukti-bukti, teorem atau kaedah-kaedah sebenar untuk menyelesaikan sesuatu masalah.

Adakah matriks lebih efisen berbanding kaedah pengiraan matematik yang lain? Robinson dan Schraw (1994) telah menjalankan kajian ke atas 138 orang pelajar sebuah kolej untuk mengenal pasti mengapa matriks boleh menunjukkan hubungan konsep dengan lebih baik daripada teks. Mereka mendapati bahawa matriks adalah lebih efisen dari segi pengiraannya berbanding dengan kaedah teks.

Buku teks memainkan peranan yang penting dalam membantu proses pengajaran dan pembelajaran sesuatu mata pelajaran terutamanya bagi mata pelajaran yang abstrak seperti matematik. Ngean (1992), telah menjalankan kajian ke

atas pendekatan-pendekatan yang digunakan oleh beberapa buah buku teks tempatan bagi pengajaran tajuk matriks dan mendapati permulaan-permulaan yang digunakan di dalam buku-buku berkenaan tidak berapa menarik. Seterusnya beliau mencadangkan beberapa cara atau pendekatan supaya dapat menjadikan pendekatan pembelajaran bagi tajuk matriks lebih menarik.

Beberapa kajian lain yang dapat memberi sumbangan kepada pengajaran dan pembelajaran tajuk matriks ialah seperti kajian yang dijalankan oleh Koyama (1993). Dalam kajiannya itu, beliau telah menjalankan kajian untuk memodelkan kefahaman matematik; membincangkan konsep asas bagi memahami matematik; membincangkan komponen asas yang biasa kepada proses model bagi kefahaman matematik; dan menghasilkan suatu gambaran secara teori satu model proses yang mengandungi dua paksi.

Tharp dan Uprichard (1992) pula, telah menjalankan kajian terhadap lima orang pelajar yang cemerlang dalam Geometri dengan menggunakan pendekatan pertanyaan penyelesaian masalah, mendapati bahawa pelajar berkenaan memilih untuk tidak mengendahkan peluang untuk memikirkan hubungan dan konsep secara mendalam; menggunakan kiu yang tidak relevan berdasarkan emosi dan fakto-faktor luaran untuk membuat pilihan apabila kefahaman telah diperolehi; dan masih tidak mahu terlibat dalam pembelajaran mereka dan menjadi pasif apabila menghampiri penghujung waktu pembelajaran.

Strategi Penyelesaian Masalah Tentang Matriks

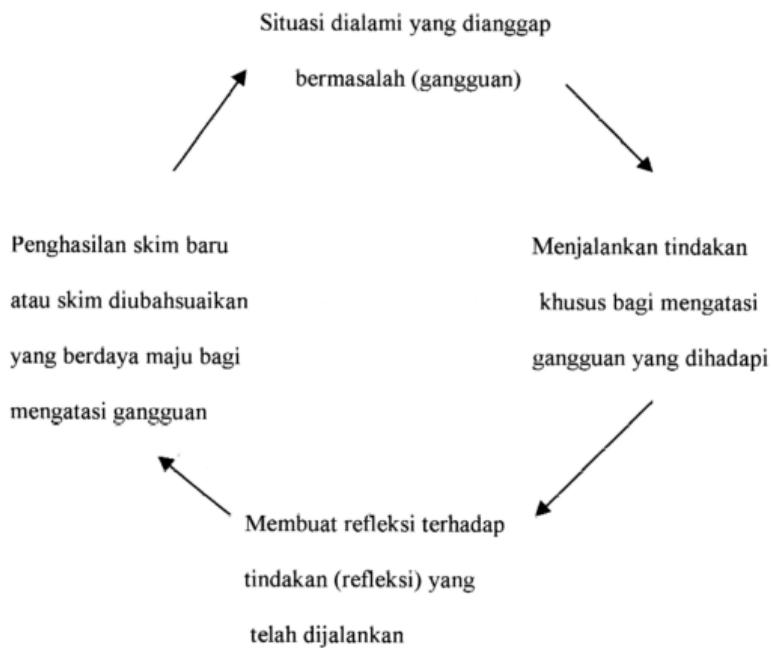
Makna Penyelesaian Masalah

Menurut Nik Azis (1997), pendekatan konstruktivisme radikal menganjurkan kaedah pembelajaran matematik yang membabitkan aktiviti pengabstrakan generalisasi (kesimpulan) dan aktiviti penyelesaian masalah. Pendokong pendekatan itu juga berpendapat bahawa pengetahuan matematik merupakan suatu yang dicipta atau dibina sendiri oleh pelajar, dan bukan suatu yang ditemui dalam persekitaran luar (realisme) atau suatu yang dikembangkan daripada idea semula jadi (idealisme). Melalui aktiviti refleksi, komunikasi, dan perundingan, para pelajar membina konsep matematik yang membolehkan mereka untuk menyelesaikan masalah dan menyusun pengalaman mereka masing-masing. Menurut mereka lagi, pembentukan generalisasi secara induktif tidak semestinya menjaminkan pemahaman terhadap apa yang dirumuskan.

Pendokong konstruktivisme radikal berpendapat sesuatu situasi yang dialami oleh seseorang pelajar akan menjadi masalah bagi pelajar tersebut hanya apabila situasi itu dianggap bermasalah (gangguan) olehnya. Masalah matematik merupakan kekangan khusus yang dialami oleh seseorang pelajar dan masalah itu tidak mempunyai status yang bebas. Masalah sebagai suatu yang saling berkait dengan keadaan diri seseorang penyelesaikan masalah. Oleh itu, penyelesaian masalah bukan terdiri daripada satu himpunan kemahiran yang boleh diajar secara langsung kepada para pelajar (lihat Nik Azis, 1997).

Proses dan Strategi Penyelesaian Masalah

Menurut Nik Azis (1997), pendekatan konstruktivisme radikal berpendapat bahawa, proses pengabstrakan reflektif merupakan sumber dan kandungan bagi pengetahuan yang dibentuk oleh individu. Menurut pendekatan itu lagi, masalah adalah terdiri daripada kekangan, gangguan, atau halangan yang menyekat pelajar daripada mencapai matlamat yang tertentu. Oleh itu, pendekatan konstruktivisme radikal telah menganjurkan beberapa proses dalam penyelesaian masalah seperti dalam Rajah 1.



Rajah 1 Beberapa Proses Dalam Penyelesaian Masalah

Menurut pendekatan kontruktivisme radikal, penyelesaian masalah merupakan satu aspek penting dalam pembelajaran konsep matematik. Menurut mereka lagi, kaedah pengajaran melalui penyelesaian masalah mengiktirafkan bahawa para pelajar merupakan orang yang paling layak untuk menentukan apa yang dapat mendorong mereka untuk menghasilkan penyelesaian yang boleh diterima oleh mereka, selaras dengan pengetahuan semasa yang dipunyai oleh mereka.

Beberapa kajian tentang strategi penyelesaian masalah oleh pelajar telah dikenal pasti. Misalnya Lim (1994), dalam kajiannya terhadap 234 orang pelajar lelaki dan 225 orang pelajar perempuan dari sebuah sekolah menengah telah mendapati bahawa mereka menggunakan pelbagai strategi penyelesaian masalah seperti penggunaan analogi ruang, matriks dan kaedah penomboran.

Schwartz dan Grawe (1998) telah menjalankan kajian terhadap cara pelajar menyelesaikan situasi masalah dalam dunia sebenar. Mereka telah membantu pelajar berkenaan memahami keadaan masalah yang sedang dikaji dan mengembangkan perspektif penyelesaian terhadap masalah berkenaan.

Kajian yang telah dijalankan oleh Tompkins (1991) dan Gordon (1991), adalah untuk mengenal pasti langkah-langkah penyelesaian yang digunakan oleh pelajar (bukan pakar) dan guru (pakar). Rachlin (1995) pula, telah menjalankan kajian terhadap pelajar Gred 8 untuk mengenal pasti proses penyelesaian yang digunakan oleh mereka dalam menyelesaikan masalah piawai dan bukan piawai.

Ketidak Konsistenan

Behr dan Harel (1990) berpendapat kesilapan yang dilakukan oleh pelajar dan miskonsepsi dalam matematik tidak berlaku secara mendadak tetapi berlaku secara uniformiti dan mengikut satu corak dalam diri seseorang individu (pelajar). Kesilapan seringkali berlaku tatkala pelajar cuba mencipta prosedur dan syarat baru. Peraturan pemandangan merupakan satu hipotesis yang dipunyai oleh pelajar untuk mengatasi gangguan yang wujud dan masalah yang tidak dapat diselesaikan. Menurut Behr, peraturan pemandangan ini dapat memberikan satu gambaran umum tentang bagaimana pelajar mengatasi satu masalah yang dihadapi. Peraturan ini melihat kepada faktor pemprosesan maklumat dalam diri pelajar tentang bagaimana pelajar membuat andaian dan generalisasi dilakukan untuk dikaitkan dengan keadaan masalah yang agak sama, iaitu mengubahsuai keadaan masalah semasa supaya boleh dikaitkan dengan maklumat yang sedia ada oleh pelajar.

Menurut Vinner (1990) pula, kejadian ketidak konsistenan boleh dibahagikan kepada dua jenis iaitu cetek dan mendalam. Ketidak konsistenan cetek adalah satu kesilapan dalam pembuktian dan keputusan sesuatu axiom yang bercanggah dengan satu axiom yang lain. Menurutnya, mengetahui ketidak konsistenan cetek yang dialami oleh pelajar adalah sukar. Ketidak konsistenan mendalam pula boleh diperhatikan tetapi kita tidak mengetahui bagaimana ia dapat diatasi. Menurut pengkaji, kejadian ketidak konsistenan mendalam ini boleh disebabkan oleh satu konsep yang lemah dan penggunaan satu anggapan dalaman yang tidak betul.

Pengaruh Bentuk Soalan

Selain daripada faktor subjek dan pengalaman pengkaji menjalankan kajian, faktor bentuk soalan juga dapat mempengaruhi tingkah laku lisan dan bukan lisan seseorang subjek. Menurut Mukhopadhyay (1990), didapati bentuk soalan yang dikemukakan mempengaruhi keupayaan pelajar untuk menyelesaikan masalah. Menurutnya masalah dalam bentuk cerita idea hutang dapat diselesaikan dengan lebih mudah oleh pelajar berbanding masalah isomorfik dalam bentuk simbol matematik.

Menurut Post, Behr dan Lesh (1986), pilihan perkataan yang digunakan dalam sesuatu soalan akan mempengaruhi jawapan yang diperoleh dari pelajar. Menurut Behr dan Harel (1990) pula, terdapat beberapa garis panduan yang perlu diberi perhatian dalam sistem penyoalan, iaitu penyediaan satu situasi yang bermasalah oleh guru, dan guru harus membimbing pelajar untuk mengatasi masalah ini. Situasi bermasalah yang disediakan mesti bertindak sebagai satu gangguan yang sewajarnya dengan tahap pelajar. Melalui bimbingan ini, pelajar akan dapat mengkonstruksikan pengetahuan yang sesuai dan konsisten dengan prinsip-prinsip dalam domain penyelesaian masalah tersebut. Sebelum penyediaan masalah, aspek berikut harus diteliti oleh pengkaji, iaitu menyelami pengetahuan matematik pelajar, di mana pengkaji mesti menganalisis domain matematik daripada perspektif logikal dan kognitif pelajar, mengidentifikasi struktur kognitif pelajar sekiranya dirasakan perlu, di samping memupuk pengalaman ke arah penyelesaian masalah oleh pelajar,

dan menggalakkan invensi oleh pelajar untuk membina satu domain yang mempunyai strategi yang konsisten dengan masalah tersebut.

Kesimpulan

Sebagai kesimpulan, kajian lepas telah mengenal pasti beberapa pengetahuan asas tentang matriks. Dapatan kajian tersebut dapat dijadikan maklumat latar bagi kajian yang akan dijalankan oleh pengkaji. Bagaimana pun, kajian belum dijalankan secara khusus untuk mengenal pasti kefahaman yang dipunyai oleh pelajar tentang pendaraban matriks. Kajian tentang pendaraban matriks yang akan dijalankan akan meneliti respon bertulis pelajar dalam menyelesaikan masalah tentang pendaraban matriks. Respon bertulis ini akan membantu pengkaji mengenal pasti kefahaman yang dipunyai oleh pelajar yang diberi ujian kefahaman.