BAB EMPAT

ANALISIS DATA

Pengenalan

Bab Empat membincangkan dua bentuk analisis data, iaitu analisis dalam kes dan analisis merentasi kes. Dalam analisis pertama, tumpuan diberi pada pertuturan lisan, catatan berbentuk tulisan, lakaran, bahasa badan peserta kajian, dan nota catatan pengkaji berasaskan gambaran mental, perwakilan, perbandingan, makna operasi bahagi, dan penyelesaian masalah bahagi yang membabitkan pecahan. Daripada analisis itu, cara berfikir setiap orang murid tentang konsep asas nombor pecahan, makna operasi bahagi, dan kaedah khusus menyelesaikan operasi bahagi yang membabitkan pecahan dirumuskan.

Dalam analisis kedua pula, cara berfikir setiap peserta kajian dirumuskan bersama untuk membentuk corak pemikiran mereka tentang konsep asas pecahan wajar, pecahan tak wajar, satu keseluruhan, makna operasi bahagi, dan kaedah khusus yang digunakan dalam menyelesaikan masalah bahagi yang membabitkan pecahan.

Iqwan

Iqwan berumur 13 tahun 2 bulan semasa temu duga dijalankan. Beliau merupakan seorang murid Tingkatan Satu. Dalam peperiksaan UPSR Tahun 2008, beliau telah mendapat gred A untuk mata pelajaran matematik. Manakala dalam ujian bulan Januari 2009, Iqwan memperoleh markah 65% bagi mata pelajaran matematik. Menurut Iqwan, matematik merupakan salah satu mata pelajaran yang paling diminati sebab beliau suka mengira dan menyelesai masalah.

Gambaran Pecahan

Bahagian ini membabitkan usaha untuk mengenal pasti gambaran mental yang dipunyai oleh Iqwan tentang 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3 dan 7/3. Pada permulaan sesi temu duga, Iqwan diminta untuk menggambarkan 1/2. Kemudiannya, aktiviti diteruskan dengan menggambarkan 1/3, 2/3, 3/3, dan diikuti dengan menggambarkan 4/3 dan 7/3 secara spontan. Temu duga dianalisiskan secara berasingan supaya konsepsi peserta kajian dapat dirumuskan. Dalam petikan ini dan seterusnya, (P) menandakan pengkaji, manakala (M) pula menandakan murid Tingkatan Satu yang ditemu duga.

Satu perdua. Dalam aktiviti ini, Iqwan diminta menggambarkan 1/2 secara spontan. Petikan 1GP1 memaparkan respons beliau.

Petikan 1GP1: Gambaran 1/2

P: Apakah yang tergambar dalam fikiran anda, bila saya sebut "satu perdua"?
M: Ada kek, dibahagikan kepada dua.
P: Bagaimanakah anda tahu itu "satu perdua"?
M: Satu di sini, satu lagi di sana (murid melukis bulatan dan melorek setengah daripadanya).

P: Selain itu, apa lagi yang dapat anda gambarkan tentang "satu perdua"?
M: Sebuah piza, saya belah kepada dua. Saya makan satu dan simpan satu.
P: Apakah maksud "satu perdua" di situ?
M: Saya ada sebelah lagi.
P: Apakah gambaran lain bagi "satu perdua" yang dapat anda bayangkan?
M: Bola...ada dua biji, sebiji bocor (murid menunjukkan salah sebiji bola yang dilukis), tinggal "satu perdua" lagi yang boleh diguna.

Dalam Petikan 1GP1, Iqwan menggambarkan 1/2 sebagai sebuah kek berbentuk bulatan. Kemudiannya, beliau melukis satu garisan di atas bulatan itu dan melorek salah satu daripada bahagian tersebut. Pernyataan "Satu di sini, satu lagi di sana" menunjukkan Iqwan menganggap salah satu bahagian berlorek sebagai pecahan 1/2. Selain itu, Iqwan juga menggambarkan 1/2 sebagai sebuah piza yang mempunyai dua bahagian. Iqwan menyebut "saya makan satu dan simpan satu lagi" menunjukkan beliau menganggap salah satu bahagian piza berkenaan sebagai 1/2.

Dalam pada itu, Iqwan juga menggambarkan 1/2 sebagai dua biji bola. Beliau menyatakan kedua-dua bola itu mempunyai ciri yang berlawanan, iaitu bocor dan berkeadaan baik. Pernyataan “Bola...ada dua biji, sebiji bocor, tinggal satu perdua lagi yang boleh diguna” menunjukkan Iqwan menganggap salah satu bola tersebut sebagai 1/2. Dalam menggambarkan 1/2, Iqwan nampaknya menggunakan kedua-dua contoh yang bersifat selanjar dan diskret. Contoh selanjar yang digambarkan oleh beliau ialah sebuah kek dan sebuah piza yang berbentuk bulatan, manakala contoh diskret pula ialah dua biji bola.

Satu pertiga dan dua pertiga. Iqwan diiminta untuk menggambarkan 1/3 dan 2/3 secara spontan. Petikan 1GP2 memaparkan respons beliau.

Petikan 1GP2: Gambaran 1/3 dan 2/3

P: Kalau saya sebut “satu pertiga”, apakah yang Iqwan dapat gambarkan?

M: Sebuah kek, dibelah kepada tiga. Apabila saya makan satu, cikgu makan satu, tinggal “satu pertiga” lagi (murid melukis sebuah bulatan dan melorek dua bahagian).

P: Jadi, bagaimanakah anda hendak jelaskan pecahan “dua pertiga”?

M: Kita kena makan satu bahagian kek sahaja. Jadi tinggal lagi dua bahagian, itu adalah “dua pertiga”.

P: Apakah gambaran lain yang terlintas dalam fikiran Iqwan tentang “satu pertiga”?

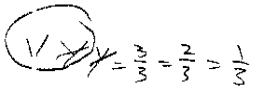
M: Cuba cikgu tengok kipas tu, ada tiga bahagian. Kalau kita cabut satu, tinggal lagi “dua pertiga”.

P: Jadi apakah “satu pertiga” di situ?

M: Kalau kita cabut kedua-dua, masih ada “satu pertiga” lagi tinggal.

P: Selain itu, apa lagi yang tergambar oleh anda tentang “satu pertiga”?

M: Katakan ada tiga batang ais krim. Sekarang ada “tiga pertiga” (menulis 3/3), jika makan satu, ada lagi “dua pertiga” (menulis 2/3). Kalau dimakan satu lagi, tinggal “satu pertiga” (menulis 1/3).



Dalam Petikan 1GP2, Iqwan menggambarkan 1/3 sebagai sebiji kek berbentuk bulatan yang mempunyai tiga bahagian. Berikutnya, Iqwan melorek dua bahagian dan mengatakan ia telah dimakan. Nampaknya, ketiga-tiga bahagian kek dilukis sama besar saiznya. Pernyataan “apabila saya makan satu, cikgu makan satu, tinggal satu pertiga

lagi” menunjukkan beliau menganggap satu daripada tiga bahagian kek tersebut sebagai 1/3.

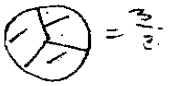
Seterusnya, Iqwan menggambarkan 2/3 sebagai sebuah kipas angin yang mempunyai tiga bilah mata kipas. Iqwan berkata “kalau kita cabut satu, tinggal lagi dua pertiga” menunjukkan beliau menganggap dua daripada tiga bahagian kipas sebagai 2/3. Selain itu, Iqwan menggambarkan 1/3, 2/3, dan 3/3 sebagai tiga batang ais krim. Iqwan menyebut “Katakan ada tiga batang ais krim. Sekarang ada tiga pertiga” dan menulis 3/3 menunjukkan beliau menganggap tiga batang ais krim yang belum dimakan lagi sebagai 3/3. Kemudiannya, Iqwan menyebut “jika makan satu, ada lagi dua pertiga” dan menulis 2/3 menunjukkan beliau menganggap dua daripada tiga batang ais krim yang belum dimakan lagi sebagai 2/3. Dalam penjelasan lanjut, Iqwan menyatakan “Kalau dimakan satu lagi, tinggal satu pertiga” dan menulis 1/3 menunjukkan beliau menganggap satu daripada tiga batang ais krim yang belum dimakan lagi sebagai 1/3.

Dalam menggambarkan 1/3 dan 2/3, nampaknya Iqwan menggunakan kedua-dua contoh benda selanjar dan diskret. Bagi contoh selanjar, beliau menggambarkan 1/3 sebagai sebiji kek yang berbentuk bulatan, manakala bagi contoh diskret pula, beliau menggambarkan 1/3 dan 2/3 sebagai tiga bilah mata kipas.

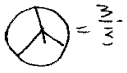
Dalam aktiviti seterusnya Iqwan diminta untuk menggambar 3/3. Beliau memberikan respons seperti yang ditunjukkan dalam Petikan 1GP3.

Petikan 1GP3: Gambaran 3/3

P: Bila saya kata “tiga pertiga”, apakah yang mula-mula terbayang dalam fikiran anda?
M: (Murid menulis “3/3”). Piza, ada tiga bahagian (murid melukis sebuah bulatan).



P: Bagaimanakah anda tahu itu “tiga pertiga”?
M: Ada tiga bahagian lagi di situ (murid menandakan pada tiga bahagian).
P: Apakah lagi yang anda dapat bayangkan tentang “tiga pertiga”?
M: Kek yang dibahagikan kepada tiga bahagian (murid melukis sebuah bulatan).
P: Mengapakah anda kata itu “tiga pertiga”?
M: Sebab ada tiga bahagian yang belum dimakan lagi.

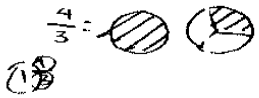


Dalam Petikan 1GP3, Iqwan menjelaskan 3/3 sebagai sebuah piza berbentuk bulatan yang mempunyai tiga bahagian dalam mana saiz setiap bahagian itu nampaknya dilukis sama besar. Kemudiannya, Iqwan berkata “ada tiga bahagian lagi di situ...” menunjukkan beliau menganggap semua bahagian piza yang tidak dimakan sebagai 3/3. Selain itu, Iqwan juga menggambar 3/3 sebagai sebiji kek berbentuk bulatan yang mempunyai tiga bahagian yang dilukis dengan saiz yang sama besar. Iqwan berkata “tiga bahagian belum dimakan lagi” menunjukkan beliau menganggap semua bahagian piza yang tidak dimakan sebagai 3/3. Dalam menggambarkan 3/3, Iqwan hanya menggunakan contoh benda diskret sahaja.

Empat pertiga dan tujuh pertiga. Iqwan diminta menggambarkan 4/3 dan 7/3. Petikan 1GP4 memaparkan respons beliau.

Petikan 1GP4: Gambaran 4/3 dan 7/3

P: Jika saya sebut “empat pertiga”, apakah yang dapat anda gambarkan?
M: Ini suatu pecahan tak wajar, kita kena jadikan ia pecahan wajar, kita kena bahagi empat dengan tiga, dapat 1 1/3.
P: Cuba Iqwan jelaskan dengan lebih terperinci lagi pecahan tersebut.
M: Satu maknanya satu bulatan dan “satu pertiga” ialah satu bahagian bulatan itu (murid melukis rajah).



P: Bahagian manakah pada rajah itu ialah “empat pertiga”?
M: Bahagian yang berlorek.
P: Jika saya sebut “tujuh pertiga”, apakah yang dapat anda bayangkan?
M: Tujuh pertiga ialah pecahan tak wajar. Kalau kita bahagikan tujuh dengan tiga, dapat 2 1/3.
P: Apakah maksud pecahan itu?
M: Dua ialah dua bulatan, “satu pertiga” ialah satu bahagian bulatan ini (murid melukis rajah).

Dalam Petikan 1GP4, Iqwan menggambarkan 4/3 sebagai pecahan tak wajar yang setara dengan menggabungkan satu keseluruhan dengan 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Seterusnya, Iqwan melukis dua buah bulatan yang mana salah satu daripadanya mempunyai tiga bahagian yang dilukis sama saiznya. Menurut Iqwan,

“Satu maknanya satu bulatan dan satu pertiga ialah bahagian bulatan itu” menunjukkan beliau menganggap bulatan pertama sebagai satu keseluruhan, manakala satu daripada tiga bahagian pada bulatan kedua sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan dua perkara ini membentuk 4/3. Iqwan menggunakan operasi bahagi untuk menukar pecahan tak wajar, 4/3 ke pecahan wajar, 1 1/3.

Seterusnya, Iqwan menggambarkan 7/3 sebagai pecahan tak wajar yang setara dengan menggabungkan dua keseluruhan dengan 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Beliau menukarkan pecahan tak wajar, 7/3 ke pecahan wajar, 2 1/3, dengan menggunakan operasi bahagi. Kemudiannya, Iqwan melukis tiga buah bulatan yang salah satu daripadanya mempunyai tiga bahagian yang sama saiznya. Iqwan berkata “Dua ialah dua bulatan, satu pertiga ialah satu bahagian bulatan ini” menunjukkan bahawa beliau menganggap dua bulatan pertama sebagai dua keseluruhan, manakala satu daripada tiga bahagian pada bulatan kedua sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan perkara ini membentuk 7/3. Dalam menggambarkan 4/3 dan 7/3, Iqwan menggunakan contoh bahan selanjar sahaja.

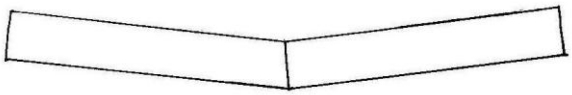
Mewakilkan Pecahan

Dalam tugasan ini, Iqwan diminta untuk mewakilkan 1/2, 1/3, 2/3, 4/3, dan 7/3. Petikan 1WPW1 memaparkan respons beliau semasa mewakilkan 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3, manakala Petikan 1WTW1 dan 1WTW2 memaparkan responsnya dalam mewakilkan 4/3 dan 7/3.

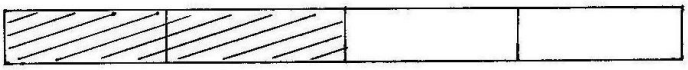
Satu perdua. Pada permulaan aktiviti, Iqwan diberikan Kad 1. Beliau diminta untuk membaca perkataan yang tercatat pada kad tersebut. Kemudiannya, beliau diminta untuk mewakilkan pecahan tersebut dengan menggunakan jalur kertas. Petikan 1WPW1(1) memaparkan responsnya.

Petikan 1WPW1(1): Mewakilkan 1/2

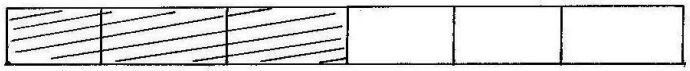
P: (Sehelai jalur kertas kosong diberikan kepada murid). Cuba Iqwan baca perkataan pada Kad 1.
M: Satu perdua.
P: Sekiranya anda diminta menjelaskan satu perdua dengan menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Simbol bagi satu perdua adalah begini (murid menulis 1/2 di atas kertas).
P: (Beberapa helai jalur kertas kosong diberikan kepada murid). Jika anda ada jalur kertas ini, bagaimanakah anda menjelaskan satu perdua?
M: Kita lipat ini kepada dua. Kita kena koyakkan kertas ini kepada separuh untuk mendapatkan satu perdua.



P: Apakah cara lain lagi untuk menjelaskan satu perdua?
M: Satu perdua, kita tolak dua perdua dengan satu perdua.
P: Cuba anda jelaskan dengan menggunakan jalur kertas ini.
M: Bayangkan jalur kertas ini sebiji kek. Ia ada dua bahagian, kita kena belah dua. Jadi kita ada dua perdua, jika kita tolak setengah, masih tinggal satu perdua lagi.
P: (Jalur kertas 4 petak diberikan kepada murid). Jika anda ada jalur kertas ini, cuba tunjukkan satu perdua.
M: Kena lorek dua petak, kita anggap itu dah dimakan, tinggal lagi dua perempat.
P: Apakah perkaitan satu perdua dalam penjelasan anda itu?
M: Dua perempat ialah satu perdua.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab ia separuh jalur kertas (murid menunjukkan pada 2 petak yang tidak berlorek).



P: (Sehelai jalur kertas enam petak diberikan kepada murid). Jika anda ada jalur kertas ini, cuba tunjukkan satu perdua?
M: Sini ada enam petak semuanya. Saya makan satu, cikgu makan satu, kawan makan satu. Kita dah makan tiga semuanya. Jadi masih ada tiga bahagian lagi, ia adalah tiga perenam. Apabila dikecilkan, kita dapat satu perdua.



P: Apakah yang anda maksudkan dengan dikecilkan?
M: Bahagi tiga, menjadi satu perdua.

Dalam Petikan 1WPW1(1), Iqwan membaca perkataan yang tercatat pada Kad 1 sebagai “satu perdua”. Kemudiannya, beliau mewakilkan 1/2 dengan melipat jalur kertas kosong kepada dua bahagian. Iqwan berkata “koyakkan kertas ini kepada separuh... Bayangkan jalur kertas ini sebiji kek” menunjukkan beliau membahagikan jalur kertas, yang dianggapkan sebagai sebuah kek kepada dua bahagian yang sama saiz. Dalam memberi penjelasan lanjut, Iqwan menyatakan bahawa dua bahagian kek bersamaan dengan 2/2. Pernyataan “kita ada dua perdua, jika kita tolak setengah, masih

tinggal satu perdua lagi” menunjukkan beliau menganggap satu daripada dua bahagian sebagai 1/2.

Seterusnya, Iqwan diberikan jalur kertas empat petak untuk mewakilkan 1/2. Beliau melorek dua petak bersebelahan pada sehelai jalur kertas empat petak. Iqwan berkata “kita anggap itu dah dimakan, tinggal lagi dua perempat” menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada empat petak sebagai 2/4. Menurut Iqwan, 2/4 adalah setara dengan 1/2 kerana petak yang mewakili 2/4 dan petak yang mewakili 1/2 berada pada separuh jalur kertas.

Selanjutnya, Iqwan diminta untuk mewakilkan pecahan satu perdua dengan menggunakan jalur kertas enam petak. Beliau melorek tiga petak yang terletak bersebelahan dan menyebut “sini ada enam petak semuanya. Saya makan satu, cikgu makan satu, kawan makan satu. Kita dah makan tiga semuanya. Jadi masih ada tiga bahagian lagi, ia adalah tiga perenam”. Pernyataan itu menunjukkan Iqwan menganggap tiga daripada enam petak sebagai pecahan 3/6. Tingkah laku Iqwan yang berikutnya menunjukkan bahawa beliau boleh mengecil 3/6 melalui operasi bahagi untuk mendapat 1/2.

Selain penggunaan jalur kertas, Iqwan juga diminta untuk mewakilkan 1/2 menggunakan cip kertas. Petikan 1WPW1(2) memaparkan tingkah laku beliau.

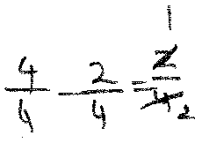
Petikan 1WPW1(2): Mewakilkan 1/2

P: (Empat cip kertas diberikan kepada murid). Jika anda ada cip kertas ini, cuba tunjukkan satu perdua.

M: Ada empat bulatan semuanya, itu ialah empat perempat. Bila kita makan dua, kita ada lagi dua perempat (menolak dua cip kertas ke tepi).

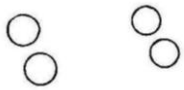
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu perdua?

M: Kita ringkaskan begini (meringkaskan 2/4 menjadi 1/2).



P: Cuba jelaskan satu perdua dengan menggunakan cip kertas itu.

M: Ini ialah dua (murid tunjuk kepada dua cip kertas). Itu juga dua (tunjuk kepada dua cip kertas lain), ada empat semuanya. Jadi, dua perempat boleh diringkaskan menjadi 1/2.



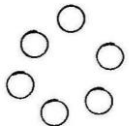
P: (Enam cip kertas diberikan kepada murid). Cuba jelaskan satu perdua dengan menggunakan cip kertas ini.

M: (Diam seketika). Katakan enam cip kertas ini ialah satu bulatan yang ada enam bahagian. Itu ialah enam perenam. Kita keluarkan tiga cip kertas, tinggal lagi tiga perenam (menolak tiga cip ke tepi). Apabila dikecilkan tiga perenam, kita dapat satu.

$$\frac{6}{6} - \frac{3}{6} = \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}_{2}}$$

P: Apakah maksud satu perdua pada cip-cip kertas itu?

M: Tiga cip ini adalah satu, tiga cip lagi pun satu juga. Semua ada dua.



P: Jadi, ada berapakah cip kertas jika satu perdua daripada enam biji?

M: Ada tiga biji kerana satu bulatan dipecahkan kepada enam bahagian. Apabila tiga biji dimakan, tinggal lagi tiga biji. Itu satu perdua sebab tiga biji dengan enam biji diringkaskan menjadi satu perdua.

Dalam Petikan 1WPW1(2), Iqwan mewakilkan 1/2 dengan menyusun empat cip kertas secara berdekatan. Kemudiannya, Iqwan berkata “kita makan dua, kita ada lagi dua perempat” menunjukkan bahawa beliau memisahkan dua cip kertas dan menganggapnya sebagai 2/4. Seterusnya, Iqwan meringkaskan 2/4 menjadi 1/2. Dalam penjelasan lanjut, Iqwan menyebut “Ini ialah satu... Itu juga satu... ada dua semuanya Jadi, dua perempat boleh diringkaskan menjadi 1/2” menunjukkan bahawa beliau membilang pasangan cip kertas sebagai satu kumpulan. Tingkah laku Iqwan selanjutnya menunjukkan beliau menganggap dua daripada empat cip kertas sebagai 2/4 yang kemudiannya diringkaskan menjadi 1/2.

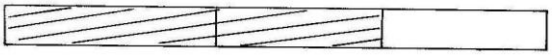
Selanjutnya, Iqwan diberikan enam cip kertas bagi mewakilkan pecahan satu perdua. Iqwan mewakilkan 1/2 dengan menyusun enam keping cip kertas bagi membentuk sebuah bulatan. Seterusnya, Iqwan mengatakan enam keping cip kertas menandakan 6/6. Kemudiannya, Iqwan menolak tiga cip kertas ke tepi dan berkata “Tiga cip ini adalah satu, tiga cip lagi pun satu juga. Semua ada dua... Itu satu perdua sebab tiga biji dengan enam biji diringkaskan menjadi satu perdua”. Pernyataan itu

menunjukkan beliau menggabungkan tiga keping cip kertas bersama dan menganggap setiap tiga keping cip kertas sebagai satu kumpulan. Selanjutnya, Iqwan menolak tiga cip kertas ke tepi dan menyatakan bahawa tiga daripada enam keping cip kertas sebagai 3/6 yang kemudiannya diringkaskan menjadi 1/2.

Satu pertiga dan dua pertiga. Iqwan diberikan Kad 2 dan diminta untuk membaca perkataan yang tercatat di atasnya. Kemudiannya, beliau diminta mewakilkan pecahan yang tertulis pada kad tersebut dengan menggunakan jalur kertas kosong yang disediakan. Petikan 1WPW1(3) memaparkan responsnya.

Petikan 1WPW1(3): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: Cuba Iqwan baca perkataan pada Kad 2.
M: Satu pertiga.
P: (Sehelai jalur kertas kosong diberikan kepada murid). Sekiranya seorang kawan minta pertolongan anda untuk jelaskan satu pertiga dengan menggunakan bahan ini. Bagaimanakah anda melakukannya?
M: Ini adalah coklat bar yang ada tiga bahagian (murid melukis dua garisan pada jalur kertas). Ia mempunyai penyebut tiga, kalau kita makan bahagian pertama dan kedua (murid meletakkan tanda pangkah pada petak pertama dan kedua), ia tiada lagi. Tinggal lagi satu bahagian, itu adalah satu pertiga.



P: (Berikan Kad 3 kepada murid). Cuba jelaskan ini.
M: Kita kena keluarkan satu bahagian (murid letak tanda pangkah pada satu petak). Tinggal lagi dua bahagian, itu adalah dua pertiga.

P: (Sehelai jalur enam petak diberikan kepada Iqwan). Sekiranya seorang kawan minta pertolongan anda untuk jelaskan satu perdua dengan menggunakan bahan ini. Bagaimanakah anda melakukannya?
M: Ini ada enam perenam (diam seketika). Saya terang dua pertiga boleh cikgu?
P: Mengapa begitu?
M: Sebab dua pertiga lebih senang nak dijelaskan.
P: Baiklah.
M: Ada enam perenam, kita ambil dua perenam, tinggal lagi empat perenam, kecilkan jadi dua pertiga (murid melorek dua petak).

$$\frac{\cancel{4}}{\cancel{6}}\ \frac{2}{3}$$

P: Sekarang cuba jelaskan satu pertiga?
M: (Diam seketika). Kita kena ambil lima bahagian, ada lagi satu… itu satu perenam… tak betul!
P: Mengapa tak betul?
M: Kita ambil empat bahagian, ada lagi dua… itu dua perenam… dikecilkan jadi satu pertiga.

$$\frac{6}{6} - \frac{3}{6} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{6}\ 2}$$

Dalam Petikan 1WPW1(3), Iqwan mewakilkan 1/3 dengan membentuk tiga petak pada sehelai jalur kertas kosong. Iqwan menganggap jalur kertas berkenaan sebagai sebatang bar coklat. Seterusnya, Iqwan meletakkan tanda pada petak pertama dan kedua lalu menyebut "...kita makan bahagian pertama dan kedua, ia tiada lagi. Tinggal lagi satu bahagian, itu adalah satu pertiga". Pernyataan tersebut menunjukkan beliau memisahkan dua daripada tiga petak dan menganggap satu petak yang tidak diletakkan tanda sebagai 1/3. Berikutnya, Iqwan mewakilkan dua pertiga dengan meletakkan tanda pada salah satu petak dan berkata "... kita kena keluarkan satu bahagian". Tingkah laku Iqwan itu menunjukkan beliau menganggap dua daripada tiga petak sebagai 2/3.

Seterusnya, Iqwan diminta untuk mewakilkan pecahan satu pertiga dan dua pertiga dengan menggunakan jalur kertas enam petak. Iqwan mewakilkan 1/3 dengan menganggap jalur kertas enam petak sebagai 6/6. Kemudiannya, beliau diam seketika dan tidak dapat meneruskan penjelasan. Iqwan minta untuk mewakilkan 2/3 terlebih dahulu dengan alasan 2/3 adalah lebih senang diwakilkan berbanding 1/3.

Seterusnya, Iqwan mewakilkan 2/3 dengan menyebut "...kita ambil dua perenam, tinggal lagi empat perenam, kecilkan jadi dua pertiga". Pernyataan itu menunjukkan bahawa Iqwan menganggap empat daripada enam petak sebagai 4/6, yang kemudiannya diringkaskan menjadi 2/3.

Selanjutnya, Iqwan diminta mewakilkan 1/3 sekali lagi. Pada kali ini, Iqwan mewakilkan satu pertiga dengan menolak lima bahagian. Walau bagaimanapun, Iqwan menyedari kesalahannya dengan berkata "...itu satu perenam… tak betul!". Tingkah laku Iqwan ini dapat ditafsirkan bahawa beliau cuba mewakilkan "1" pada "1/3" menggunakan "sebiji" cip kertas. Iqwan mengatakan "tak betul" mungkin kerana beliau menyedari pengangka "3" pada "1/3" berbeza daripada jumlah keseluruhan cip kertas, iaitu enam biji. Berikutnya, beliau melorek empat petak dan berkata "kita ambil empat bahagian, ada lagi dua… itu dua perenam". Pernyataan itu menunjukkan beliau

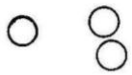
menganggap dua daripada enam petak sebagai 2/6, yang kemudiannya diringkaskan menjadi 1/3.

Selain penggunaan jalur kertas, Iqwan diminta untuk mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan menggunakan cip kertas. Petikan 1WPW1(4) memaparkan respons beliau.

Petikan 1WPW1(4): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: (Tiga cip kertas diberikan kepada murid). Sekiranya seorang kawan minta pertolongan anda untuk jelaskan satu perdua dengan menggunakan bahan ini. Bagaimanakah anda melakukannya?

M: Sekarang ada tiga pertiga. Apabila kita makan dua biji, tinggal lagi satu pertiga (murid menolak dua cip kertas ke tepi).



P: (Enam cip kertas diberikan kepada murid). Jika anda ada cip kertas ini, cuba jelaskan satu pertiga.

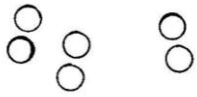
M: (Diam seketika). Kalau satu pertiga tu payah!. Boleh saya jelaskan dua pertiga dahulu cikgu?

P: Baiklah.

M: Sekarang, ada enam perenam, katakan kita makan dua biji coklat, tinggal empat biji lagi (murid menolak dua cip kertas ke tepi).

P: Bagaimanakah anda mendapat dua pertiga?

M: Ada empat perenam lagi, dikecilkan kita ada dua pertiga.



P: Mengapakah empat perenam ialah dua pertiga?

M: (Diam seketika). Sebab ia sama.

P: Cuba jelas dengan cip kertas.

M: (Diam seketika). Ia ada empat cip kertas, kalau kita pisahkan, di sini ada dua biji, di sana ada dua biji, ada dua kumpulan. Jadi semuanya ada 3 kumpulan. Kalau digabung, kita dapat dua pertiga.

Dalam Petikan 1WPW1(4), Iqwan mewakilkan 1/3 dengan menyusun tiga cip kertas berdekatan dan berkata itu ialah 3/3. Kemudiannya, beliau menolak dua cip kertas ke tepi dengan menyebut ia telah dimakan. Tingkah laku Iqwan yang berikutnya menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga cip kertas sebagai 1/3.

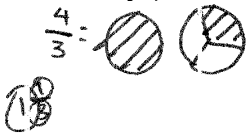
Seterusnya, Iqwan tidak berjaya mewakilkan 1/3 dengan menggunakan enam cip kertas. Beliau meminta kebenaran untuk mewakilkan 2/3 terlebih dahulu. Beliau menyusun menyusun enam cip kertas dan berkata “kita makan dua biji coklat, tinggal empat biji lagi”. Tingkah laku Iqwan itu menunjukkan beliau menganggap empat daripada enam cip kertas sebagai 4/6, yang kemudiannya diringkaskan menjadi 2/3.

Dalam penjelasan lanjut, Iqwan menyusun pasangan cip kertas dalam tiga kumpulan dan berkata “di sini ada dua biji, di sana ada dua biji, ada dua kumpulan, jadi semuanya ada tiga kumpulan”. Tingkah laku Iqwan itu menunjukkan beliau membilang pasangan cip kertas sebagai satu kumpulan dan menganggap dua daripada pasangan cip kertas sebagai 2/3.

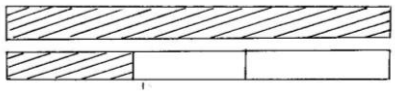
Empat pertiga dan tujuh pertiga. Dalam aktiviti ini, Iqwan diberi beberapa jalur kertas. Kemudiannya, beliau diminta untuk mewakilkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 secara berasingan. Petikan 1WTW1 memaparkan responsnya.

Petikan 1WTW1: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

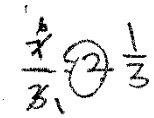
P: (Berikan Kad 1 kepada Iqwan). Cuba baca pecahan yang terdapat pada kad itu.
M: Empat pertiga.
P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk jelaskan pecahan pada Kad 1, bagaimanakah anda menjelaskannya?
M: Ini suatu pecahan tak wajar, kita kena jadikan ia pecahan wajar, jadikan 1 1/3 (murid melukis dua buah bulatan dan meloreknya).



P: (Letakkan beberapa jalur kertas di hadapan Iqwan). Apakah maksud 1 1/3?
M: (Ambil 2 jalur kertas). Sini ada satu (jalur kertas) dan sini ada ini (1/3 jalur kertas).

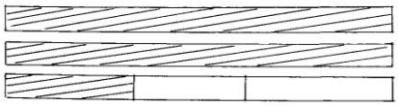


P: (Berikan Kad 2 kepada Iqwan). Cuba baca pecahan yang terdapat pada kad itu.
M: Tujuh pertiga.
P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk jelaskan pecahan pada Kad 2, bagaimanakah anda menjelaskannya?
M: 7/3 ialah pecahan tak wajar. Kita tukar ke 2 1/3.



P: Cuba jelaskan maksud angka yang anda tunjukkan itu.
M: Kita ada 2 bulatan lengkap dan 1/3 bulatan yang satu lagi.

P: Ada cara lain lagi tak nak terangkan 7/3?
M: Tiada.
P: (Berikan beberapa lajur kertas). Jelaskan 7/3 dengan jalur kertas berikut kepada kawan anda.
M: (Iqwan ambil 3 helai jalur kertas). Kita lipat jalur kertas ini kepada 3 bahagian, lorek satu untuk dijadikan 1/3.



Dalam Petikan 1WTW1, Iqwan menyatakan bahawa 4/3 ialah pecahan tak wajar. Beliau menukar 4/3 ke 1 1/3 dan melukis dua buah bulatan, iaitu sebuah tanpa dibahagikan kepada bahagian, manakala sebuah lagi pula mempunyai tiga bahagian. Kemudiannya, Iqwan melorek satu bulatan penuh dan satu bahagian pada bulatan yang sebuah lagi bagi mewakili 1 1/3.

Seterusnya, Iqwan diminta mewakilkan 4/3 dengan menggunakan jalur kertas. Iqwan mengambil satu jalur kertas dan berkata "Ada satu jalur, itu nombor bulat". Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau mewakilkan nombor bulat satu dengan sehelai jalur kertas. Seterusnya, beliau mengambil satu jalur kertas lain dan melipatnya kepada tiga bahagian sama besar. Iqwan melorek satu daripada tiga bahagian dan menganggapnya sebagai 1/3. Dalam penjelasan lanjut, beliau menyatakan sehelai jalur kertas dan satu daripada tiga bahagian pada jalur kertas mewakili 4/3.

Selanjutnya, Iqwan mewakilkan 7/3 dengan menukarnya ke 2 1/3. Dalam penjelasan lanjut, Iqwan melukis dua buah bulatan dan sebuah bulatan lain yang terbahagi kepada tiga bahagian. Menurut Iqwan, dua buah bulatan dan satu daripada tiga bahagian yang dilorekkan menandakan 7/3.

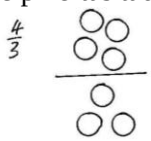
Apabila diminta mewakilkan 7/3 menggunakan jalur kertas, Iqwan mengambil dua helai jalur kertas dan menganggapnya sebagai nombor dua. Beliau melipatnya sehelai jalur kertas lain kepada tiga bahagian sama besar. Menurut Iqwan, dua helai jalur kertas dan satu daripada tiga bahagian yang berlorek adalah mewakili 7/3.

Berikutnya, Iqwan diberi beberapa cip kertas dan beliau diminta untuk mewakilkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 secara berasingan. Petikan 1WTW2 memaparkan respons beliau.

Petikan 1WTW2: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

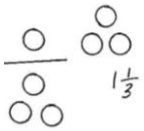
P: (Berikan beberapa cip kertas diberikan kepada murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk jelaskan pecahan pada Kad 1 dengan menggunakan cip kertas ini, bagaimanakah anda lakukan?

M: Kita tukar empat pertiga jadi satu satu pertiga macam tadi. Letakkan cip kertas macam ini (murid menulis 4/3 dan menyusun empat cip berdekatan angka 4 dan tiga cip berdekatan angka 3). Kita pindah cip kertas tadi ke satu pertiga.



P: Cuba jelaskan maksud anda.

M: Ada tiga cip lagi (diam seketika), itu ialah satu (murid letak satu cip kertas berdekatan pengangka 1, tiga cip kertas berdekatan penyebut 3, dan tiga cip kertas berdekatan nombor 1).

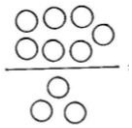


P: Mengapakah tiga cip kertas diletak berdekatan nombor 1?

M: Sebab tiga dibahagi dengan tiga ialah 1.

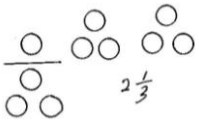
P: (Beberapa cip kertas diberikan kepada murid). Jika Iqwan ada ini, bagaimanakah anda nak jelaskan tujuh pertiga?

M: Ini ialah tujuh pertiga. Letak cip tu begini (murid menyusun tujuh cip kertas berdekatan nombor 7 dan tiga cip kertas berdekatan nombor 3).



P: Cuba jelaskan lagi!

M: Ambilkan tiga pertiga sekali lagi, jadi ada 2 semuanya. Jadi ada 1/3 cip kertas lagi tinggal di situ (murid mengambil 7 cip kertas, menyusun 7 cip di atas dan 3 cip di sebelah bawah).



Dalam Petikan 1WTW2, Iqwan mewakilkan 4/3 dengan menukarnya ke 1 1/3. Kemudiannya, Iqwan menyusun empat cip kertas berdekatan “4” dan tiga cip kertas berdekatan nombor tiga pada “1/3” yang dipisahkan oleh satu garisan mengufuk di antaranya. Seterusnya, Iqwan berkata “kita pindah cip tadi ke satu pertiga. Ada tiga cip lagi, itu ialah satu” menunjukkan beliau mewakilkan “1” dengan tiga biji cip kertas, manakala “1/3” pula diwakili secara langsung oleh sebiji cip kertas yang dipisahkan oleh satu garisan horizontal dengan tiga biji cip kertas.

Dalam aktiviti seterusnya, Iqwan mewakilkan 7/3 dengan menukarnya ke 2 1/3. Beliau menyusun tujuh cip kertas berhampiran “7” dan tiga cip kertas berhampiran nombor tiga pada “1/3” yang dipisahkan oleh satu garisan mengufuk di antaranya.

Pernyataan “Ambilkan tiga pertiga sekali lagi, jadi ada 2 semuanya. Jadi ada 1/3 cip kertas lagi tinggal di situ” menunjukkan Iqwan mewakilkan “2” dengan dua kumpulan tiga cip kertas, manakala “1/3” pula diwakili secara langsung oleh sebiji cip kertas yang dipisahkan oleh satu garisan horizontal dengan tiga biji cip kertas.

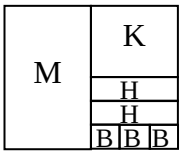
Mentafsirkan Pecahan

Tugasan ini terdiri daripada dua aktiviti, iaitu mentafsirkan pecahan daripada perwakilan yang berbentuk selanjar dan mentafsirkan pecahan daripada perwakilan yang berbentuk diskret. Petikan 1TRP1 memaparkan respons Iqwan mentafsirkan pecahan dari perwakilan berbentuk selanjar, manakala Petikan 1TRP2 pula memaparkan respons beliau mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk diskret.

Perwakilan berbentuk selanjar. Dalam aktiviti ini, perwakilan berbentuk segi empat ditunjukkan kepada Iqwan. Beliau diminta mentafsirkan nilai pecahan dari petak warna merah, kuning, dan biru. Petikan 1TRP1 memaparkan responsnya.

Petikan 1TRP1: Mentafsir Pecahan Perwakilan Selanjar

P: Ini ialah sebuah rajah segi empat sama yang terdiri daripada beberapa warna. Cuba bilang berapakah bilangan warna yang terdapat pada rajah itu?



M: Ada empat warna.
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan dari petak berwarna merah yang terdapat dalam rajah itu?
M: (Diam seketika). 6/12.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab kalau saya guna hijau untuk kira, saya akan ada satu, dua, ..., enam petak hijau di dalam petak berwarna merah.
P: Bagaimanakah anda tahu perdua belas?
M: Sebab petak hijau ada dua belas semua sekali.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan lain bagi petak berwarna merah?
M: 2/4.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Guna kuning untuk kira. Merah ada dua kuning, itu 2/4.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan lain bagi kawasan merah?
M: (Murid menulis 36/72).
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab 18 + 18 = 36, dan 36 + 36 = 72.
P: Apakah yang dimaksudkan dengan 18 + 18 = 36 dan 36 + 36 = 72?
M: Guna biru untuk kira. Merah ada 36 petak, semua ada 72 petak.

P: Sekarang, lihat kawasan kuning. Cuba tafsirkan nilai pecahan petak kuning daripada seluruh rajah.
M: (Diam seketika). 1/4.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab kawasan kuning ada empat petak dalam rajah itu.
P: Cuba tunjukkan cara anda mendapat empat petak.
M: Ini satu, dua, tiga dan empat (murid tunjuk pada seluruh rajah).
P: Apakah nilai pecahan selain daripada itu bagi kawasan kuning?
M: Ada 3/12.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Saya guna hijau untuk membilang kuning. Jadi ada tiga (diam seketika) semuanya ada dua belas.
P: Apakah nilai pecahan bagi kawasan yang berwarna kuning?
M: Ada 9/36.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Sebab saya guna biru untuk kira kuning. Satu, dua, tiga … sembilan. (Diam seketika, mengira petak pada seluruh rajah menggunakan pen). Semua ada 36.
P: Cuba Iqwan lihat kawasan hijau pula, apakah nilai pecahan petak hijau daripada seluruh rajah?
M: (Diam seketika). Satu, dua, ... dua belas ada 2/12.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Warna hijau ada dua, kalau terus bilang, semuanya dapat dua belas petak.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan yang lain bagi petak yang berwarna hijau?
M: (Diam seketika). Ada 6/36.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Sebab jika saya guna warna biru untuk membilang, saya dapati ada enam petak biru dalam petak hijau. Semuanya ada tiga puluh enam, jadi pecahan itu ialah 6/36.
P: Selain itu, apa lagi nilai bagi petak hijau?
M: (Diam seketika dan menggelengkan kepala).

Dalam Petikan 1TRP1, Iqwan memberi tiga tafsiran pecahan bagi petak berwarna merah, iaitu 6/12, 2/4, dan 36/72. Dalam tafsiran pertama, Iqwan berkata “Sebab kalau saya guna hijau untuk kira, saya akan ada satu, dua, ..., enam petak hijau di dalam petak berwarna merah” menunjukkan bahawa beliau membayangkan terdapat enam segi empat berwarna hijau dalam segi empat berwarna merah. Berikutnya, Iqwan berkata “sebab petak hijau ada dua belas semua sekali” menunjukkan beliau membayangkan terdapat dua belas segi empat berwarna hijau dalam seluruh rajah. Seterusnya, Iqwan kelihatan mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah dengan membahagikan bilangan segi empat berwarna hijau yang terdapat dalam segi empat berwarna merah dengan enam segi empat berwarna hijau yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 6/12.

Dalam tafsiran kedua, Iqwan menyebut “Guna kuning untuk kira. Merah ada dua kuning, itu dua perempat” menunjukkan beliau membayangkan terdapat dua segi empat

berwarna kuning dalam segi empat berwarna merah dan terdapat sebanyak empat segi empat berwarna kuning dalam seluruh rajah. Berikutnya, tingkah laku Iqwan mencadangkan beliau mentafsirkan pecahan bagi segi empat berwarna merah dengan membahagikan bilangan segi empat berwarna kuning dalam segi empat berwarna merah dengan bilangan segi empat berwarna kuning dalam seluruh rajah sebagai 2/4.

Dalam tafsiran ketiga, Iqwan menyebut “Guna biru untuk kira. Merah ada tiga puluh enam petak, semua ada tujuh puluh dua petak” menunjukkan beliau membayangkan terdapat 36 segi empat berwarna biru dalam segi empat berwarna merah dan 72 segi empat berwarna biru dalam seluruh rajah. Berikutnya, tingkah laku Iqwan menunjukkan beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah dengan membahagikan bilangan segi empat berwarna biru yang terdapat dalam segi empat berwarna merah dengan bilangan segi empat berwarna biru yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 36/72.

Berikutnya, Iqwan diminta mentafsirkan pecahan bagi petak yang berwarna kuning. Beliau memberikan tiga tafsiran pecahan, iaitu 1/4, 3/12, dan 9/36. Dalam tafsiran pertama, Iqwan menyebut “sebab kawasan kuning ada empat petak dalam rajah itu... ini satu, dua, tiga, dan empat” menunjukkan beliau membayangkan terdapat sebanyak empat segi empat berwarna kuning dalam seluruh rajah. Berikutnya, Iqwan mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna kuning dengan membahagikan bilangan segi empat berwarna kuning dengan bilangan segi empat berwarna kuning dalam seluruh rajah sebagai 1/4.

Dalam tafsiran kedua, Iqwan berkata “Saya guna hijau untuk membilang kuning. Jadi ada tiga (diam seketika) semuanya ada 12” menunjukkan beliau membayangkan terdapat sebanyak tiga segi empat berwarna hijau dalam segi empat berwarna kuning dan terdapat dua belas segi empat berwarna hijau dalam seluruh rajah. Seterusnya, Iqwan mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna kuning dengan membahagikan

bilangan segi empat berwarna hijau yang terdapat dalam segi empat berwarna kuning dengan bilangan segi empat yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 3/12.

Dalam tafsiran ketiga, Iqwan menyebut “saya guna biru untuk kira kuning... satu, dua, tiga … sembilan” menunjukkan beliau membayangkan terdapat sebanyak sembilan segi empat berwarna biru dalam segi empat berwarna kuning dan 36 segi empat berwarna biru dalam seluruh rajah. Seterusnya, Iqwan mentafsirkan nilai pecahan bagi petak berwarna kuning dengan membahagikan bilangan segi empat berwarna biru yang terdapat dalam segi empat berwarna kuning dengan bilangan segi empat berwarna biru yang terdapat seluruh rajah sebagai 9/36.

Seterusnya, Iqwan diminta mentafsirkan pecahan bagi segi empat berwarna hijau. Beliau memberikan dua tafsiran pecahan, iaitu 2/12 dan 6/36. Dalam tafsiran pertama, Iqwan menyatakan terdapat dua petak berwarna hijau. Seterusnya, beliau menyebut “... kalau terus bilang, semuanya dapat dua belas petak” menunjukkan Iqwan membayangkan terdapat 12 segi empat berwarna hijau dalam seluruh rajah. Seterusnya, Iqwan mentafsirkan nilai pecahan bagi segi empat berwarna hijau dengan membahagikan bilangan segi empat berwarna hijau dengan bilangan segi empat berwarna hijau yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 2/12.

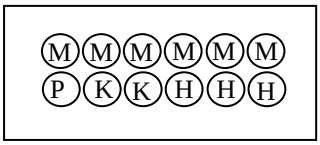
Dalam tafsiran kedua, Iqwan menyebut “enam petak biru dalam petak hijau... semuanya ada tiga puluh enam” mencadangkan beliau mengandaikan terdapat sebanyak enam segi empat berwarna biru dalam dua segi empat berwarna hijau dan terdapat sebanyak 36 segi empat berwarna biru dalam seluruh rajah. Tingkah laku Iqwan seterusnya mencadangkan beliau mentafsir nilai pecahan bagi petak berwarna hijau dengan membahagikan bilangan segi empat berwarna biru dalam segi empat hijau dengan bilangan segi empat berwarna biru dalam seluruh rajah sebagai 6/36.

Perwakilan berbentuk diskret. Dalam aktiviti ini, perwakilan berbentuk bulatan pelbagai warna ditunjukkan kepada Iqwan. Beliau diminta untuk mentafsirkan nilai

pecahan bagi bulatan warna merah, hijau, dan kuning. Petikan 1TRP2 memaparkan respons Iqwan.

Petikan 1TRP2: Mentafsir Pecahan Perwakilan Diskret

P: Cuba nyatakan bilangan warna yang terdapat dalam rajah bulatan ini?



M: Ada empat warna.
P: Apakah nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna merah daripada seluruh rajah?
M: 6/12 .
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Kerana ada satu, dua, …, enam biji merah pada rajah tersebut.
P: Bagaimanakah anda mendapat dua belas?
M: Ada satu, dua, tiga, ..., dua belas semua bulatan.
P: Apakah nilai pecahan selain 6/12 bagi bulatan merah?
M: (Diam seketika). Tiada.
P: Apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau daripada seluruh bulatan pada rajah itu?
M: 3/12.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab hijau ada tiga biji, semua bulatan ada dua belas. (murid tunjuk pada bulatan berwarna hijau).
P: Apakah lagi nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna hijau?
M: (Diam seketika). Tiada.
P: Cuba lihat kawasan kuning, apakah nilai pecahan bagi bulatan kuning?
M: (Diam seketika). Ada 2/12.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Sebab kuning ada dua, yang lain ada dua belas, jadi dua perdua belas. (murid tunjuk pada bulatan berwarna kuning).
P: Apakah nilai pecahan yang boleh anda tafsirkan bagi bulatan berwarna kuning?
M: (Diam seketika dan menggeleng kepala).

Dalam Petikan 1TRP2, Iqwan mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna merah sebagai 6/12. Iqwan menyatakan terdapat enam bulatan berwarna merah dalam rajah itu. Kemudiannya, Iqwan menyebut “Ada satu, dua, tiga, ..., dua belas semua bulatan” menunjukkan bahawa beliau mendapati terdapat 12 bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Iqwan seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna merah dengan jumlah semua bulatan dalam seluruh rajah sebagai 6/12.

Seterusnya, Iqwan diminta untuk mentafsir pecahan bagi bulatan berwarna hijau. Iqwan memberikan satu nilai tafsiran pecahan sahaja, iaitu 3/12. Dalam penjelasannya,

Iqwan berkata “Sebab hijau ada tiga biji, semua bulatan ada dua belas” menunjukkan beliau mendapati terdapat sebanyak tiga bulatan berwarna hijau dan 12 buatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Iqwan seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna hijau dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna hijau dengan jumlah semua bulatan dalam seluruh rajah sebagai 3/12.

Selanjutnya, Iqwan diminta mentafsir pecahan bagi bulatan berwarna kuning yang terdapat dalam rajah. Beliau memberikan satu nilai tafsiran sahaja, iaitu 2/12. Dalam penjelasannya, Iqwan berkata “sebab kuning ada dua, yang lain ada dua belas”. Pernyataan itu menunjukkan beliau mendapati terdapat dua bulatan berwarna kuning dan terdapat 12 bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Iqwan seterusnya mencadangkan beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna kuning dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna kuning dengan jumlah semua bilangan bulatan dalam seluruh rajah sebagai 2/12.

Membandingkan Pecahan

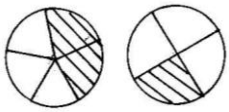
Tugasan ini terdiri daripada dua aktiviti, iaitu membandingkan pasangan pecahan 3/4 dengan 3/5 dan pasangan pecahan 5/3 dengan 5/4. Petikan 1BP1 memaparkan respons Iqwan membandingkan 3/4 dengan 3/5, manakala Petikan 1BP2 pula memaparkan respons beliau dalam membandingkan 4/3 dengan 5/3.

Tiga perempat dan tiga perlima. Dalam aktiviti 1BP1, bahan seperti jalur kertas, cip kertas, dan kertas A4 diletak di atas meja. Iqwan diminta untuk membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang beliau fikirkan paling sesuai. Petikan 1BP1 memaparkan responsnya.

Petikan 1BP1: Membandingkan 3/4 dan 3/5

P: (Tunjukkan Kad 1 – 3/4 piza kepada murid). Baca perkataan pada Kad itu.
M: Tiga perempat piza.
P: (Tunjukkan Kad 2 – 3/5 piza kepada murid). Baca perkataan pada Kad itu.
M: Tiga perlima piza.
P: Jika seorang kawan minta bantuan anda untuk membandingkan saiz piza yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk menjelaskan perbandingan itu.

M: (Diam seketika). 3/4 lebih banyak piza.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: (Mengambil 2 cip kertas sama saiz). Dua ini telah dimakan, ada tiga lagi (murid membahagikan cip kertas kepada lima bahagian). Piza kedua pula, satu telah dimakan, tinggal tiga lagi. Kita bandingkan bahagian yang tidak dimakan (murid membahagikan cip kertas kepada empat petak).



P: Mengapakah anda guna cip kertas yang sama besar untuk membandingkan 3/4 dan 3/5?
M: (Diam seketika). Sebab senang dibandingkan.
P: Jadi piza manakah lebih banyak?
M: Tiga perempat lebih banyak.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Tiga perempat ada tiga bahagian, tiga perlima ada tiga bahagian. Tapi yang ini lebih banyak (tunjuk pada cip kertas 3/4).

Dalam Petikan 1BP1, Iqwan membanding 3/4 dan 3/5 dengan mengambil dua keping cip kertas yang sama saiznya. Beliau menjelaskan 3/4 dengan membahagikan sekeping cip kertas kepada empat bahagian dan melorek satu bahagian daripadanya. Seterusnya, Iqwan berkata “satu telah dimakan, tinggal tiga bahagian lagi” menunjukkan beliau menganggap tiga daripada empat bahagian yang tidak berlorek sebagai 3/4.

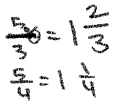
Sementara itu, Iqwan menjelaskan 3/5 dengan membahagikan sekeping cip kertas kepada lima bahagian dan melorek dua bahagian daripadanya. Kemudiannya, Iqwan menyebut “dua ini telah dimakan, ada tiga lagi”. Pernyataan tersebut menunjukkan Iqwan menganggap tiga daripada lima bahagian yang tidak berlorek sebagai 3/5. Dalam membuat perbandingan saiz piza, Iqwan menyatakan bahawa 3/4 ada tiga bahagian dan 3/5 juga ada tiga bahagian. Kemudiannya, beliau tunjuk pada 3/4 dan menyatakan bahawa 3/4 piza adalah lebih besar berbanding 3/5 piza.

Lima pertiga dan lima perempat. Iqwan diminta membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang difikirkan paling sesuai. Petikan 1BP2 memaparkan respons beliau.

Petikan 1BP2: Membandingkan 5/3 dan 5/4

P: (Berikan Kad 1 dan Kad 2 kepada murid). Jika seorang kawan minta bantuan anda membandingkan saiz coklat yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk membandingnya.

M: Kedua-dua adalah pecahan tak wajar, kita kena tukar ke pecahan wajar (murid menulis "5/3 = 1 2/3" dan "5/4 = 1 1/4").



P: Cuba jelaskan pecahan itu dengan lebih lanjut.

M: Ini dua bulatan, perlu dibahagikan begini (murid melukis dua bulatan).

P: Apakah maksud dua bulatan itu?

M: Bulatan pertama ialah satu. Bulatan kedua ialah dua bahagian sebab dua pertiga.

P: Bagaimanakah anda menjelaskan pecahan lima perempat?

M: Ada dua bulatan, bulatan pertama ialah nombor satu. Bulatan kedua kena bahagikan kepada empat bahagian, pilih satu (murid melukis dan melorek bulatan).

P: Lima pertiga atau empat pertiga yang lebih banyak coklat?

M: Lima pertiga.

M: Mengapakah begitu?

P: Sebab dua bahagian lebih daripada satu bahagian (murid tunjuk pada bulatan kedua).

Dalam Petikan 1BP2, Iqwan menyatakan bahawa 5/3 dan 5/4 ialah pecahan tak wajar dan perlu ditukarkan ke pecahan wajar. Seterusnya, Iqwan menulis "5/3 = 1 2/3" dan "5/4 = 1 1/4" menunjukkan beliau menganggap 5/3 adalah setara dengan menggabungkan satu keseluruhan dan 2/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Kemudiannya, Iqwan melukis dan melorek sebuah bulatan pertama. Manakala pada bulatan kedua, beliau membahaginya kepada tiga bahagian dan melorek dua bahagian daripadanya. Iqwan berkata "Bulatan pertama ialah nombor bulat satu. Bulatan kedua ialah dua bahagian sebab dua pertiga" menunjukkan beliau menganggap bulatan pertama sebagai satu keseluruhan, manakala satu daripada tiga bahagian pada bulatan kedua sebagai 2/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan dua perkara ini membentuk 5/3.

Berikutnya, Iqwan mewakilkan 5/4 dengan melukis dan melorek sebuah bulatan pertama dan pada bulatan kedua, beliau membahaginya kepada empat bahagian. Iqwan berkata "Ada dua bulatan, bulatan pertama ialah nombor satu. Bulatan kedua kena

bahagikan kepada empat bahagian, pilih satu" menunjukkan beliau menganggap bulatan pertama sebagai satu keseluruhan, manakala satu daripada empat bahagian pada bulatan kedua sebagai 1/4 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan dua perkara ini membentuk 5/4.

Dalam membanding saiz coklat, Iqwan berkata "Lima pertiga... Sebab dua bahagian lebih daripada satu bahagian" mencadangkan beliau menganggap dua daripada tiga bahagian adalah lebih besar berbanding satu daripada empat bahagian. Tingkah laku Iqwan selanjutnya menunjukkan beliau menganggap 5/3 adalah lebih besar berbanding 5/4.

Mewakilkan Pembahagian Pecahan

Dalam tugasan ini, Iqwan diminta untuk mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan, pecahan bahagi nombor bulat, dan pecahan bahagi pecahan. Petikan 1WBP1 memaparkan respons Iqwan mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 1WBP2 pula memaparkan tingkah laku beliau mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Sementara itu, Petikan 1WPB1 memaparkan respons Iqwan mewakilkan pecahan bahagi nombor bulat menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 1WPB2 pula memaparkan tingkah lakunya mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Akhirnya, Petikan 1WPP mengilustrasikan respons Iqwan mewakilkan pecahan bahagi pecahan dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas.

Nombor bulat bahagi pecahan. Iqwan diminta mewakilkan 2 ÷ 1/4 dan 2 ÷ 2/4 dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 1WBP1 dan 1WBP2 memaparkan tingkah laku beliau.

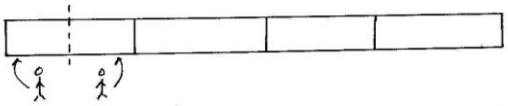
Petikan 1WBP1: Mewakilkan Nombor Bulat Bahagi Pecahan

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Cuba jelaskan 2 ÷ 1/4 dengan menggunakan bahan berikut.
M: (Diam seketika). Ada dua.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?

M: Kita kena lipat jalur kertas ini kepada empat bahagian. Nak bahagi kepada dua, setiap kumpulan dapat satu bahagian.

P: Berdasarkan jalur kertas itu, cuba tafsirkan jawapan bagi pembahagian tersebut.

M: Ini dua perdua (diam seketika). Satu perdua ini beri kepada setiap kumpulan, dapat satu bahagian.



P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda sekali lagi untuk menjelaskan 2 ÷ 2/4 menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?

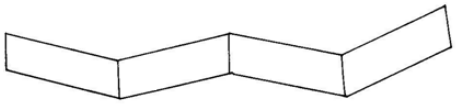
M: (Diam seketika). Ada empat bahagian, nak dua sahaja, tinggalkan dua lagi. Bahagikan kepada dua kumpulan, satu ambil ini, satu lagi ambil yang ini.

P: Berdasarkan jalur kertas itu, cuba tafsirkan jawapan bagi pembahagian tersebut.

M: Satu perdua.

P: Tadi anda kata 2 ÷ 1/4 ialah satu perdua, adakah ia sama dengan 2 ÷ 2/4?

M: Sama, sebab ada dua bahagian dan setiap kumpulan ambil satu, satu perdua (murid melipat jalur kertas).



Dalam Petikan 1WBP1, Iqwan mewakilkan 2 ÷ 1/4 dengan melipat sehelai jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya dan berkata “Kita kena lipat jalur kertas ini kepada empat bahagian”. Pernyataan berkenaan menunjukkan Iqwan menganggap satu daripada empat bahagian sebagai 1/4. Kemudiannya, Iqwan melukis satu garisan pada salah satu daripada bahagian tersebut dan dua orang. Seterusnya, beliau melukis garisan bagi menyambungkan dua bahagian tersebut kepada dua orang dengan masing-masing satu bahagian dan berkata “Nak bahagi kepada dua, setiap kumpulan dapat satu bahagian”. Pernyataan tersebut menunjukkan beliau menganggap dua bahagian tersebut diberikan kepada dua kumpulan dengan sama banyak. Tingkah laku Iqwan selanjutnya menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan nilai 2 ÷ 1/4 sebagai dua kumpulan mendapat 1/4 bahagian jalur kertas dengan sama banyak.

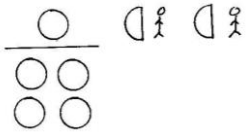
Seterusnya, Iqwan mewakilkan 2 ÷ 2/4 dengan melipatkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya dan berkata “Ada empat bahagian, nak dua sahaja, tinggalkan dua lagi”. Pernyataan ini menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada empat bahagian sebagai 2/4. Berikutnya, Iqwan melukis dua orang dengan garisan yang masing-masing menyambungkan dua orang dengan setiap bahagian yang

mewakili 2/4 tadi dan berkata “Bahagikan kepada dua kumpulan, satu ambil ini, satu lagi ambil yang ini”. Pernyataan ini menunjukkan bahawa Iqwan menganggap dua bahagian yang mewakili 2/4 diberikan kepada dua orang dengan sama banyak sebagai 2 ÷ 2/4. Tingkah laku Iqwan selanjutnya menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan nilai 2 ÷ 2/4 sebagai dua orang mendapat 2/4 jalur kertas dengan sama banyak.

Petikan 1WBP2: Mewakilkan Nombor Bulat Bahagi Pecahan

P: (Berikan beberapa cip kertas kepada murid). Cuba jelaskan 2 ÷ 1/4 dengan menggunakan cip kertas, bagaimanakah anda melakukannya?

M: Satu perempat, ini ada dua kumpulan, kita buang tiga. Belah dua begini, kumpulan pertama ambil ini, kumpulan kedua ambil itu, kena bahagi sama rata (murid menyusun cip kertas).



P: Berdasarkan cip kertas itu, cuba tafsirkan jawapan bagi pembahagian tersebut.

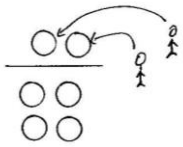
M: Satu perdua.

P: Apakah yang anda maksudkan dengan satu perdua?

M: Separuh bulatan.

P: Jika seorang kawan minta anda jelaskan 2 ÷ 2/4 menggunakan cip kertas, bagaimanakah anda melakukannya?

M: Sebenarnya empat perempat, buang dua, tinggal dua perempat lagi. Nak bahagi kepada dua, kumpulan ini ambil satu, kumpulan ini ambil satu.



P: Berdasarkan cip kertas itu, cuba tafsirkan jawapan bagi pembahagian tersebut.

M: Satu perdua.

Dalam Petikan 1WBP2, Iqwan mewakilkan 2 ÷ 1/4 dengan menyusun empat cip kertas di sebelah atas satu garisan dan empat cip kertas di sebelah bawah garisan tersebut lalu berkata “Satu perempat, ini ada dua kumpulan, kita buang tiga”. Pernyataan tersebut menunjukkan Iqwan menganggap satu daripada empat cip kertas sebagai 1/4. Kemudiannya, Iqwan menggunting sekeping cip kertas yang berada pada atas garisan kepada dua bahagian sama besar dan menyebut “Belah dua begini, kumpulan pertama ambil ini, kumpulan kedua ambil itu, kena bahagi sama rata”. Tingkah laku Iqwan tersebut menunjukkan beliau menganggap memberikan dua belah cip kertas kepada dua orang dengan sama banyak sebagai 2 ÷ 1/4.

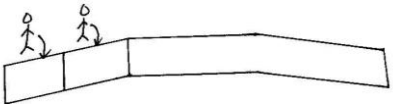
Seterusnya, Iqwan mewakilkan 2 ÷ 2/4 dengan menyusun empat keping cip kertas di sebelah atas satu garisan dan empat cip kertas di sebelah bawah garisan berkenaan lalu berkata “Sebenarnya empat perempat, buang dua, tinggal dua perempat lagi”. Pernyataan berkenaan menunjukkan Iqwan menganggap dua daripada empat cip kertas sebagai 2/4. Selanjutnya, beliau meletakkan dua cip kertas di sebelah dua orang dan menyebut “Nak bahagi kepada dua, kumpulan ini ambil satu, kumpulan ini ambil satu”. Tingkah laku Iqwan berkenaan menunjukkan bahawa beliau menganggap memberikan dua cip kertas dengan sama banyak kepada dua orang sebagai 2 ÷ 2/4. Dalam kedua-dua aktiviti, nampaknya Iqwan mentafsirkan nilai pecahan yang diterima oleh setiap orang berasaskan cip kertas yang terdapat pada atas garisan sahaja.

Pecahan bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, Iqwan diminta untuk mewakilkan 1/3 ÷ 2 dan 2/3 ÷ 2 menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 1WPB1 dan 1WPB2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 1WPB1: Mewakilkan Pecahan Bahagi Nombor Bulat

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 1/3 ÷ 2 dengan menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?

M: Kita lipat jalur kertas kepada tiga bahagian, lihat satu bahagian sahaja. Boleh saya lorek cikgu?



P: Boleh, cuba jelaskan.

M: Nak satu pertiga, ada dua kumpulan, satu ambil dari sini dan satu ambil dari sana.

P: Cuba tafsirkan jawapan pembahagian itu menggunakan jalur kertas.

M: Satu.

P: Apakah maksud satu?

M: Satu kumpulan mendapat satu bahagian.

P: Cuba nyatakan dalam pecahan.

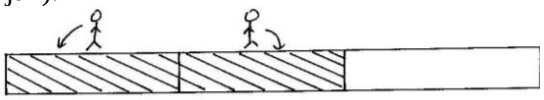
M: (Diam seketika). Satu perdua, sebab ada dua bahagian.

P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk jelaskan 2/3 ÷ 2 menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?

M: (Diam seketika). Ada tiga pertiga, nak dua pertiga, satu ni kena buang.

P: Cuba jelaskan lebih lanjut lagi.

M: Ada dua kumpulan, nak bahagi kepada dua kumpulan, ini ambil satu, itu ambil satu (murid melorek rajah).



P: Cuba guna jalur kertas tafsirkan jawapan bagi pembahagian tersebut.

M: Satu kumpulan dapat satu bahagian.

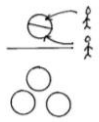
P: Cuba jelas menggunakan pecahan?
M: Satu perdua, sebab ada dua bahagian.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Sebab (diam seketika) satu perdua tu (diam seketika) ada satu kumpulan dan dapat setengah sahaja.
P: Satu perdua yang mana satu?
M: Setengah bagi dua bahagian itu.

Dalam Petikan 1WPB1, Iqwan mewakilkan 1/3 ÷ 2 dengan melipat sehelai jalur kertas kepada tiga bahagian yang kelihatan sama besar saiznya dan berkata "Kita lipat jalur kertas kepada tiga bahagian, lihat satu bahagian sahaja". Pernyataan tersebut menunjukkan beliau menganggap satu daripada tiga bahagian sebagai 1/3. Kemudiannya, Iqwan melukis satu garisan pada salah satu daripada bahagian tersebut dan menyebut "Nak satu pertiga, ada dua kumpulan, satu ambil dari sini dan satu ambil dari sana". Tingkah laku Iqwan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada dua bahagian pada bahagian yang diwakili oleh 1/3 tadi sebagai 1/2.

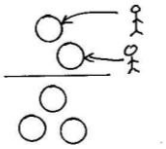
Seterusnya, Iqwan mewakilkan 2/3 ÷ 2 dengan melipat jalur kertas kepada tiga bahagian dan berkata "Ada tiga pertiga, nak dua pertiga, satu ni kena buang". Pernyataan tersebut menunjukkan Iqwan menganggap dua daripada tiga bahagian sebagai 2/3. Berikutnya, Iqwan melorek kedua-dua bahagian tersebut dan melukis dua orang lalu berkata "Ada dua kumpulan, nak bahagi kepada dua kumpulan, ini ambil satu, itu ambil satu". Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap orang mendapat satu bahagian daripada bahagian yang mewakili 2/3 tadi sebagai 2/3 ÷ 2. Dalam kedua-dua aktiviti itu, nampaknya Iqwan mentafsir nilai bagi 1/3 ÷ 2 dan 2/3 ÷ 2 dengan hanya mengambil kira bahagian yang mewakili 1/3 dan 2/3 jalur kertas masing-masing sahaja.

Petikan 1WPB2: Mewakilkan Pecahan Bahagi Nombor Bulat

P: (Sediakan beberapa cip kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda menjelaskan 1/3 ÷ 2 dengan menggunakan cip kertas, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Mula-mula ada tiga pertiga, buang dua, ada satu sahaja. Ini satu, ini tiga (diam seketika).



P: Cuba jelaskan 1/3 ÷ 2 pada cip kertas itu.
M: Jika nak beri kepada dua kumpulan, kena belah dua, kumpulan ini ambil sebelah, kumpulan ini ambil sebelah lagi (murid menyusun cip kertas).
P: Berdasarkan susunan itu, cuba tafsirkan jawapan bagi pembahagian tersebut.
M: Satu perdua, sebab ada dua, hendak satu sahaja.
P: Cuba kaitkan dengan pecahan?
M: Satu perdua, sebab ada dua bahagian.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Sebab (diam seketika) satu perdua tu (diam seketika) ada satu kumpulan dan dapat setengah sahaja.
P: Jika 2/3 ÷ 2, bagaimanakah pula?
M: Potong satu, sekarang ada dua pertiga nak bahagi kepada dua kumpulan. Satu kumpulan ambil yang ini, kumpulan satu lagi ambil yang itu.



P: Berdasarkan susunan itu, cuba tafsirkan jawapan bagi pembahagian tersebut.
M: Sekarang ada satu, dua (diam seketika), ini dua perdua.

Dalam Petikan 1WPB2, Iqwan mewakilkan 1/3 ÷ 2 dengan menyusun tiga cip kertas di sebelah atas satu garisan dan tiga cip kertas yang lain di sebelah bawah garisan tersebut lalu berkata “Mula-mula ada tiga pertiga, buang dua, ada satu sahaja. Ini satu, ini tiga”. Pernyataan tersebut menunjukkan Iqwan menganggap satu daripada tiga cip kertas yang terdapat di sebelah atas garisan sebagai 1/3. Kemudiannya, Iqwan melukis satu garisan pada sekeping cip kertas yang berada di sebelah atas garisan. Beliau melukis garisan bagi menyambungkan setiap belah cip kertas ke dua orang dan berkata “Jika nak beri kepada dua kumpulan, kena belah dua, kumpulan ini ambil sebelah, kumpulan ini ambil sebelah lagi”. Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau membahagikan sekeping cip kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya dan memberikan setiap belah cip kertas tersebut kepada dua orang yang masing-masing mendapat sebelah daripadanya.

Selanjutnya, Iqwan diminta untuk mewakilkan 2/3 ÷ 2. Beliau menyusun dua cip kertas di sebelah atas satu garisan dan tiga cip kertas di sebelah bawah garisan tersebut sebagai 2/3. Kemudiannya, Iqwan melukis dua garisan bagi menyambungkan dua cip kertas yang berada di sebelah atas garisan kepada dua orang dan berkata “Potong satu, sekarang ada dua pertiga nak bahagi kepada dua kumpulan. Satu kumpulan ambil yang

ini, kumpulan satu lagi ambil yang itu”. Pernyataan tersebut menunjukkan beliau memberikan setiap cip kertas kepada dua orang yang masing-masingnya mendapat sekeping cip kertas. Tingkah laku Iqwan yang selanjutnya menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan nilai 2/3 ÷ 2 sebagai membahagikan bahagian yang mewakili 2/3 kepada dua orang dengan sama banyak. Dalam kedua-dua aktiviti, nampaknya Iqwan menyusun cip kertas secara langsung bagi mewakilkan 1/3 ÷ 2 dan 2/3 ÷ 2.

Pecahan bahagi pecahan. Iqwan diminta untuk mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dan 1/2 ÷ 2/3 dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 1WPP memaparkan tingkah laku beliau.

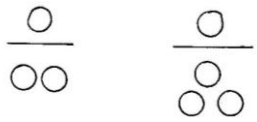
Petikan 1WPP: Mewakilkan Pecahan ÷ Pecahan

P: (Sediakan beberapa helai jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang rakan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 1/2 ÷ 1/3 menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?

M: (Diam seketika). Susah ni cikgu, tak boleh buat la!

P: Cuba gunakan cip kertas untuk menjelaskan 1/2 ÷ 1/3?

M: Satu pertiga tu boleh faham, tapi satu perdua tu yang menyebabkan saya payah untuk faham. Saya rasa tak boleh la cikgu!



Dalam Petikan 1WPP, Iqwan tidak berjaya mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dengan menggunakan kedua-dua jalur kertas dan cip kertas.

Makna Bahagi

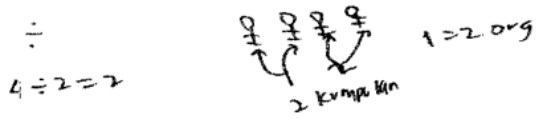
Tugasan ini terdiri daripada tiga aktiviti, iaitu mentafsir makna bahagi daripada simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat, nombor bulat bahagi pecahan, pecahan bahagi nombor bulat, dan pecahan bahagi pecahan. Petikan 1MK1 memaparkan respons Iqwan mentafsirkan makna bahagi daripada aktiviti yang membabitkan bulat bahagi nombor bulat, Petikan 1MK2 dan 1MK3 memaparkan respons Iqwan mentafsirkan makna bahagi daripada aktiviti yang membabitkan nombor bulat bahagi pecahan dan pecahan bahagi nombor bulat masing-masing, manakala

Petikan 1MK4 pula memaparkan respons beliau mentafsirkan bahagi daripada aktiviti yang membabitkan pecahan bahagi pecahan.

Nombor bulat bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator ditunjukkan kepada Iqwan. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi daripada simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat. Petikan 1MK1 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 1MK1: Mentafsir Makna Dibahagi 2

P: Jika nombor-nombor berikut keluar dan masuk (Simulasi 8 masuk – 4 keluar; 7 masuk – 3.5 keluar; dan 6 masuk – 3 keluar). Cuba catatkan pasangan nombor yang masuk dan keluar. Cuba teka apakah kalkulator buat pada nombor itu?
M: (Diam seketika). Bahagi dengan suatu nombor.
P: Apakah nombor itu?
M: Bahagi kepada dua kumpulan.
P: Bahagi kepada dua tu apa?
M: (Diam seketika). Boleh saya beri contoh?
P: Ya, boleh.
M: Jika kita ada dua kumpulan, ia kena bahagi dengan adil.
P: Adil itu bagaimana?
M: Begini (diam seketika) jika sebuah kek hendak dibahagikan kepada dua, kita kena belah kek itu sama banyak kepada dua orang.
P: Cuba jelaskan "belah" dengan lebih lanjut.
M: Kecilkan dengan sama banyak.
P: Cuba ceritakan lagi tentang pisahkan sama banyak.
M: Kek yang belah sama besar diberikan kepada dua orang rakan sama banyak.
P: Jika saya masukkan nombor empat, apakah kalkulator buat?
M: (Diam seketika, kemudian tunjukkan pengiraan "4 ÷ 2 = 2a").
P: Cuba jelaskan "4 ÷ 2 = 2".
M: (Murid melukis rajah). Ada empat orang dan dua kumpulan, dua orang ini di kumpulan 1 dan dua orang lagi di kumpulan 2.



P: Baiklah, kalau kalkulator bahagi dua tu dia buat apa?
M: Pecahkan kepada dua kumpulan.
P: Boleh anda jelaskan tentang "pecahkan kepada dua kumpulan"?
M: Pecahkan tu... kita pisahkan.
P: Cuba jelaskan lagi.
M: Empat orang dipisahkan kepada dua kumpulan. "1" ni ada dua orang, "2" pun ada dua orang (murid menulis nombor pada rajah).
P: Cuba tunjukkan cara anda "pisahkan orang".
M: Kita pisahkan dua orang dua orang (murid tunjuk pada rajah).
P: Apakah maksud pisahkan dua orang dua orang?
M: Keluarkan dua orang dalam semua itu, lepas itu keluarkan dua lagi (murid melukis garisan menyambung orang dengan kumpulan).
P: Apakah yang anda dapat dari situ?
M: (Dengan nada perlahan). Dua kumpulan ini masing-masing ada dua orang.
P: Sekarang, jika saya masukkan nombor sepuluh, apa yang kalkulator buat?
M: (Diam seketika, murid tunjukkan pengiraan "10 ÷ 2 = 5").

P: Cuba jelaskan ayat matematik itu.
M: Setiap bulatan akan diambil oleh setiap orang dengan bilangan yang sama banyak. Setiap orang akan dapat lima biji.

P: Semasa anda menyambungkan garisan tu, anda fikir apa?
M: Bahagi bulatan kepada dua orang dengan adil.
P: Cuba ceritakan lagi tentang "adil".
M: Lima bulatan ini diberi kepada orang pertama. Lima bulatan itu pula berikan kepada orang kedua.
P: Jika saya masukkan nombor lima, apakah kalkulator akan buat?
M: (Diam seketika). Setiap orang akan dapat dua point lima (murid tunjukkan pengiraan "5 ÷ 2 = 2.5").
P: Apakah maksud pengiraan itu?
M: Ini lima kotak, nak dibahagikan kepada dua orang. Setiap orang akan ambil sebiji kotak (murid melukis rajah).

P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Berikan sama banyak.
P: Bagaimanakah anda tahu kena berikan sebanyak kotak itu kepada setiap orang?
M: (Murid tunjuk pada "2.5").
P: Tadi anda kata "berikan sama banyak". Apakah maksudnya?
M: (Diam seketika). Yang lebih sebiji lagi ini perlu dibelah kepada dua bahagian dengan sama banyak (murid menyambung setiap bahagian kepada setiap orang). Dua point lima, dua point lima, dua kali ialah lima.
P: Dua point lima, dua point lima tu apa?
M: (Diam seketika). Dua point lima diberi kepada orang pertama dan orang kedua.

Dalam Petikan 1MK1, Iqwan menganggap operasi yang terlibat dalam simulasi nombor masuk dan keluar dari kalkulator sebagai bahagi. Menurut Iqwan, bahagi bermaksud memberikan objek dengan adil kepada beberapa orang. Kemudiannya, Iqwan menjelaskan perkataan adil dengan memberikan satu contoh, iaitu sebuah kek yang dibelahkan sama besar saiznya. Menurut Iqwan lagi, "membelah" bererti "mengecilkan dengan sama banyak". Sebagai penjelasan lanjut, beliau menyatakan bahawa jika sebuah kek dibelahkan dengan sama besar, maka setiap orang rakannya mendapat kek dengan sama banyak. Tingkah laku Iqwan ini menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi sebagai mengecilkan satu bahan kepada beberapa bahagian yang sama besar saiznya, kemudiannya memberikan bahan tersebut kepada beberapa orang dengan sama banyak.

Seterusnya, Iqwan diminta untuk menjelaskan operasi yang berlaku sekiranya nombor empat dimasukkan ke dalam kalkulator. Iqwan melukis empat orang dan melabelkan dua daripada empat orang itu sebagai 1, manakala dua orang yang lain sebagai 2. Tingkah laku Iqwan selanjutnya dapat ditafsirkan bahawa beliau menganggap oprasi bahagi sebagai membahagikan sejumlah orang kepada beberapa kumpulan yang mempunyai sama ramai bilangan ahlinya. Pernyataan "dua kumpulan ini masing-masing ada dua orang" mencadangkan bahawa Iqwan mentafsirkan makna 4 ÷ 2 sebagai membahagikan empat orang kepada dua kumpulan, dengan masing-masing mempunyai dua orang ahli.

Selanjutnya, Iqwan mentafsir operasi bahagi yang berlaku apabila nombor sepuluh dimasukkan ke dalam kalkulator dengan melukis sepuluh buah bulatan. Kemudiannya, beliau melukis garisan bagi menyambungkan lima buah bulatan pertama ke salah seorang dan lima bulatan yang kedua ke seorang yang lain dan berkata "Bahagi bulatan kepada dua orang dengan adil ... lima bulatan beri kepada orang pertama. Lima bulatan ini pula berikan kepada orang kedua". Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau mentafsir makna bahagi yang membabitkan 10 ÷ 2 sebagai memberikan sepuluh bulatan kepada dua orang, dengan setiap orang mendapat lima buah bulatan.

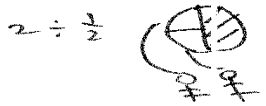
Seterusnya, Iqwan mentafsirkan makna bahagi apabila nombor lima dimasukkan ke dalam kalkulator dengan melukis lima buah kotak dan dua orang. Berikutnya, Iqwan melukis garisan bagi menyambungkan dua buah kotak pertama ke orang pertama dan dua buah kotak kedua ke orang kedua. Menurut Iqwan, setiap orang mendapat dua buah kotak. Kemudiannya, beliau melukis satu garisan pada sebuah kotak yang lain. Tingkah laku Iqwan itu menunjukkan bahawa beliau membahagikan sebuah kotak kepada dua bahagian sama besar saiznya. Sebagai penjelasan lanjut, Iqwan menyebut "dua point lima, dua point lima dua kali ialah lima" mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 5 ÷ 2 sebagai memberikan 5 buah kotak kepada dua

orang dengan sama banyak, dengan setiap orang mendapat 2 buah kotak sempurna dan separuh kotak yang lain.

Nombor bulat bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, Iqwan diminta untuk mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator apabila nombor 2 dan 3 dimasukkan ke dalam kalkulator yang dilabelkan dengan "÷ 1/2", "÷ 1/3", dan "÷ 2/3". Petikan 1MK2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 1MK2: Mentafsir Makna Dibahagi 1/2, 1/3, dan 2/3

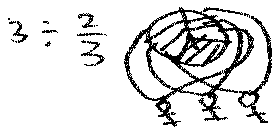
P: (Kalkulator yang dilabelkan "÷ 1/2" ditunjukkan kepada murid). Kalkulator ini mempunyai tugas lain, nyatakan tugas kalkulator sekarang?
M: Bahagi satu perdua.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Dia akan bahagi dengan satu perdua.
P: Jika saya masukkan nombor dua, apakah yang kalkulator akan buat?
M: (Murid menulis 2 ÷ 1/2).
P: Cuba baca apa yang anda tulis.
M: Dua dibahagi dengan satu perdua.
P: Kalkulator dibahagi dengan satu perdua tu dia buat apa?
M: Kalau kita ada sebuah bulatan, ia akan dibahagikan kepada dua. Sebelah ini akan dibahagikan kepada dua lagi (murid melukis rajah).



P: Cuba ceritakan "separuh bulatan" itu dengan lebih jelas.
M: Sebelah ini dipotong kepada dua bahagian kecil. Orang ini ambil satu, orang ini ambil satu.
P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Belah bulatan dengan adil.
P: "Belah bulatan dengan adil" tu apa?
M: Pisahkan dua bahagian sama besar.
P: Apakah maklumat yang dapat anda tahu dengan bahagi adil itu?
M: Mereka dapat bahagian yang sama.
P: (Kalkulator yang dilabelkan "÷ 1/3" ditunjukkan kepada murid). Kalkulator ini mempunyai tugas lain, nyatakan tugas kalkulator itu sekarang?
M: Bahagi satu pertiga.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Dia akan bahagi dengan satu pertiga.
P: Jika saya masukkan nombor tiga, apakah yang kalkulator akan buat?
M: (Murid menulis 3 ÷ 1/3).
P: Cuba baca apa yang anda tulis.
M: Tiga dibahagi dengan satu pertiga.
P: Kalkulator dibahagi dengan satu pertiga tu dia buat apa?
M: Ini sebuah kek, belah satu pertiga kek (murid melorek dua bahagian). Kita pisahkan kepada tiga orang.

P: Anda kata "dibahagi dengan satu pertiga" tu apa maksudnya?
M: Kita belah dan pisah kepada tiga bahagian.

P: Cuba jelaskan lagi “belah dan pisah kepada tiga bahagian”.
M: Tadi kita belah dengan pisau kepada tiga bahagian. Sini ada tiga keping kek, garisan ini beri kepada dia, ini dia ambil, dan yang ini untuk dia.
P: Apakah maklumat yang dapat anda tahu dengan memberikan bahagian itu kepada setiap orang?
M: (Diam seketika). Kek sama besar.
P: (Kalkulator yang dilabelkan “÷ 2/3” ditunjukkan kepada murid) Kalkulator ini mempunyai tugas lain, nyatakan tugas kalkulator itu sekarang?
M: Bahagi dua pertiga.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Dia akan bahagi dengan dua pertiga.
P: Jika saya masukkan nombor tiga, apakah kalkulator buat?
M: Bahagi dengan dua pertiga (murid menulis 3 ÷ 2/3).
P: Kalkulator “bahagi dua pertiga” tu dia buat apa?
M: Belah sebuah bulatan (diam seketika) ambil satu bahagian. Dia belah tiga bahagian (murid melorek satu bahagian).



P: Apakah makna “bahagi dua pertiga” di situ?
M: (Diam seketika). Belah tiga bahagian.
P: Cuba jelaskan “belah tiga bahagian”.
M: Di sebelah ini belah tiga, sana pun tiga.
P: Apakah makna bahagi?
M: (Diam seketika). Keluarkan kepada tiga orang.
P: Mengapakah anda belah begitu?
M: Jadikan adil.
P: Tadi anda kata “keluarkan”, cuba tunjuk cara anda keluarkan kepada tiga orang.
M: (Sambung garisan sekeping demi sekeping kepada seorang demi seorang).
P: Semasa anda melukis garisan tu, anda fikir apa ?
M: Seorang ambil satu sama banyak (murid membilang garisan).

Dalam Petikan 1MK2, Iqwan mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 2 dimasukkan ke dalam kalkulator yang dilabelkan “÷ 1/2” dengan melukis sebuah bulatan yang dibahagikan kepada dua bahagian sama besar. Beliau melukis satu garisan pada salah satu bahagian tersebut dan berkata “Kalau kita ada sebuah bulatan, ia akan dibahagikan kepada dua. Sebelah ini akan dibahagikan kepada dua lagi”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahwa Iqwan membahagikan sebuah bulatan kepada dua bahagian sama besar. Seterusnya, beliau sekali lagi membahagikan salah satu belah bulatan kepada dua bahagian dengan adil. Dia menyatakan “adil” bermaksud sama besar. Sebagai penjelasan lanjut, Iqwan melukis dua garisan dan berkata “orang ini ambil satu, orang ini ambil satu... mereka dapat bahagian sama” menunjukkan beliau memberikan setiap bahagian daripada separuh bulatan itu kepada dua orang dengan sama besar.

Berikutnya, Iqwan diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nambor 3 dimasukkan ke dalam kalkulator yang dialbelkan dengan "÷ 1/3". Beliau melukis sebuah kek berbentuk bulatan kepada tiga bahagian yang sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau melukis dua garisan pada salah satu bahagian tersebut dan berkata "Ini sebuah kek, belah satu pertiga kek. Kita pisahkan kepada tiga orang". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga bahagian kek itu sebagai 1/3. Seterusnya, beliau melukis dua garisan pada salah satu bahagian tersebut dan berkata "sini ada tiga keping kek, garisan ini beri kepada dia, ini dia ambil, dan yang ini untuk dia". Pernyataan itu mencadangkan bahawa beliau membahagikan bahagian yang mewakili 1/3 kepada tiga bahagian dan memberikan kepada tiga orang.

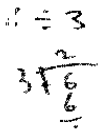
Walau bagaimanapun, lukisan yang dilukis oleh Iqwan menunjukkan bahawa beliau melukis tiga bahagian yang tidak sama besar. Tingkah laku Iqwan seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 3 ÷ 1/3 sebagai memberikan tiga bahagian yang dibentuk dari bahagian yang mewakili 1/3 bulatan kepada tiga orang dengan sama banyak bilangannya

Seterusnya, Iqwan diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 3 dimasukkan ke dalam kalkulator yang dilabelkan dengan "÷ 2/3". Beliau melukis sebuah bulatan yang terbahagi kepada tiga bahagian. Kemudiannya, beliau membahagikan dua bahagian yang mewakili 2/3 daripada bulatan itu kepada tiga bahagian masing-masing. Selanjutnya, beliau melukis garisan bagi menyambungkan setiap bahagian yang telah dibahagikan itu kepada tiga orang dengan sama banyak bilangannya. Pernyataan "keluarkan kepada tiga orang... seorang ambil satu sama banyak" menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 3 ÷ 2/3 sebagai mengecilkan bahagian yang mewakili 2/3 kepada tiga bahagian yang lebih kecil saiznya dan memberikan setiap bahagian itu kepada tiga orang penerima dengan sama banyak bilangannya.

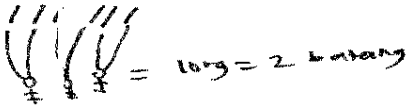
Pecahan bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar daripada sebuah kalkulator yang bertulis "÷ 3" ditunjukkan kepada Iqwan. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 6 dan 1/2 dimasukkan ke dalam kalkulator berkenaan. Petikan 1MK3 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 1MK3: Mentafsir Makna Dibahagi 3

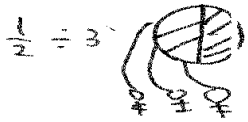
P: (Kalkulator yang dilabelkan dengan "÷ 3" ditunjukkan kepada murid). Kalkulator ini mempunyai tugas lain, cuba nyatakan tugas kalkulator sekarang?
M: Bahagi tiga.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Bahagi tiga.
P: Jika saya masukkan nombor enam, apakah kalkulator akan berlaku?
M: Diam seketika... Dapat dua.
P: Mengapakah dapat dua?
M: Sebab 6 ÷ 3 ialah 2.
P: Kalkulator bahagi tiga tu dia buat apa?
M: (Murid tunjuk pengiraan 6 ÷ 3 dengan pembahagian bentuk lazim).



P: Bahagi tu apa?
M: Boleh saya bagi contoh cikgu?
P: Ya, boleh.
M: (Murid melukis rajah).



P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Kongsi pen.
P: Cuba jelaskan kongsi pen?
M: Orang pertama, kedua, dan ketiga ambil dua, dua, dua, pen sama banyak (murid melukis rajah).
P: "Ambil dua, dua, dua, pen tu" apa maksudnya?
M: Seorang ambil sekali supaya adil (murid menulis "1 orang = 2 batang").
P: Baiklah, jika saya masukkan satu perdua, apakah kalkulator akan buat?
M: (Murid menulis 1/2 ÷ 3).
P: Cuba sebutkan apa yang anda tulis.
M: Satu perdua bahagi tiga.
P: Kalkulator bahagi tiga tu dia buat apa?
M: (Diam seketika). Ada sebuah kek, kita belah dua, ini separuh (murid melorek bulatan). Separuh lagi kena bahagi kepada tiga orang dengan sama banyak.



P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Belah kek sama besar.
P: Cuba tunjukkan cara anda membahagikan kek itu.
M: (Murid melukis dua garisan pada separuh bulatan dan menyambung setiap bahagian kepada setiap orang).
P: Garisan itu apa maksudnya?
M: Berikan kek kepada orang itu.
P: Apakah yang dapat anda tahu dalam pembahagian itu?
M: Kek yang diterima oleh mereka.

Dalam Petikan 1MK3, Iqwan mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan nombor 6 dimasukkan ke dalam kalkulator dengan melukiskan enam batang pen yang sama besar saiznya. Berikutnya, beliau melukis garisan bagi menyambungkan dua batang pen pertama ke orang pertama, dua pen yang berikutnya ke orang kedua, dan dua pen yang seterusnya ke orang ketiga. Pernyataan "...ambil dua, dua, dua, pen sama banyak ambil dua, dua, dua pen" menunjukkan bahawa Iqwan mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 6 ÷ 3 sebagai memberikan enam batang pen kepada tiga orang dengan sama banyak bilangannya.

Seterusnya, Iqwan diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 1/2 dimasukkan ke dalam kalkulator berkenaan. Beliau melukis sebuah kek berbentuk bulatan yang dibahagikan kepada dua bahagian yang sama besar saiznya. Kemudiannya, Iqwan melukis dua garisan pada salah satu bahagian kek itu dan berkata "Ada sebuah kek, kita belah dua, ini separuh ... Separuh lagi kena bahagi kepada tiga orang dengan sama banyak". Pernyataan itu menunjukkan bahawa Iqwan mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 1/2 ÷ 3 dengan membahagikan sebuah kek kepada tiga bahagian. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau berhasrat membahagikan sebelah kek dengan sama besar saiznya, walau bagaimanapun bahagian yang dilukis tidak sama besar saiz.

Seterusnya, Iqwan melukis garisan bagi menyambung setiap bahagian kek kepada tiga orang masing-masing. Sebagai penjelasan lanjut, Iqwan mengatakan bahawa perkara yang dapat diketahui beliau daripada pembahagian itu ialah "kek yang diterima

oleh mereka". Tingkah laku Iqwan mencadangkan beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 1/2 ÷ 3 sebagai membelah separuh kek kepada tiga bahagian dan berikan kepada tiga orang dengan sama banyak bilangannya.

Pecahan bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang bertulis "÷ 1/2" ditunjukkan kepada Iqwan. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 1/2 dimasukkan ke dalam kalkulator. Petikan 1MK4 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 1MK4: Mentafsir Makna Bahagi 1/2

P: (Kalkulator yang dilabelkan "÷ 1/2" ditunjukkan kepada murid) .
Jika saya tekan satu perdua, apakah kalkulator buat?
M: Bahagi satu perdua (murid menulis 1/2 ÷ 1/2).
P: Apakah makna bahagi satu perdua?
M: Maknanya, ada sebuah bulatan, ini separuh (diam seketika). Tak dapat!

Dalam Petikan 1MK4, Iqwan tidak berjaya mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan nombor 1/2 dimasukkan ke dalam kalkulator.

Menyelesaikan Masalah Pembahagian Pecahan

Tugasan ini terdiri daripada empat aktiviti, iaitu menyelesaikan Masalah Membabitkan Jus Oren, Masalah Membabitkan Tongkat, Masalah Membabitkan Bar Coklat, dan Masalah Membabitkan Piza. Petikan 1SPP1 memaparkan respons Iqwan menyelesaikan Masalah Membabitkan Jus Oren, manakala Petikan 1SPP2 pula memaparkan tingkah laku Iqwan menyelesaikan Masalah Membabitkan Tongkat Buluh, sementara Petikan 1SPP3 memaparkan respons beliau menyelesaikan Masalah Membabitkan Bar Coklat, dan Petikan 1SPP4 pula memaparkan tingkah laku Iqwan menyelesaikan Masalah Membabitkan Piza.

Masalah membabitkan jus oren. Dalam aktiviti ini, Iqwan diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan penyukatan 2 *l* jus oren menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l*. Petikan 1SPP1 memaparkan tingkah laku beliau.

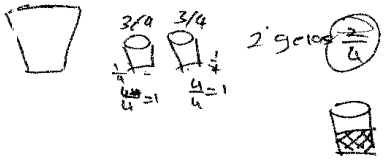
Petikan 1SPP1: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Jus Oren

P: (Sediakan beberapa jalur kertas, cip kertas, dan gambar cawan di hadapan murid). Katakan suatu cawan mempunyai muatan maksimum 3/4 *l*. Jika anda hendak menyukat jus oren sebanyak 2 *l* dengan menggunakan cawan itu, jelaskan berapakah bilangan cawan yang diperlukan?

M: (Diam seketika). Dua cawan.

P: Cuba jelaskan jawapan anda.

M: (Murid melukis gambar cawan).



P: Cuba jelaskan apa yang anda buat.

M: Bekas besar ini ada dua liter jus oren, dua cawan kecil ini boleh muat 3/4 liter sahaja. Kita nak dua cawan, ini tak sampai dua liter lagi.

P: Bagaimanakah anda tahu tak sampai dua liter?

M: Kalau 4/4 ni satu liter, dua cawan maksudnya tak sama lagi dengan dua liter. Dia ada lebih lagi tiga, empat, dua...dua gelas, 2/4 lebih.

P: Apakah maksud 2/4 lebih?

M: Pada satu cawan, ambil separuh.

P: Saya tak begitu faham penjelasan anda, cuba jelaskan sekali lagi.

M: Kalau ini 4/4, itu juga 4/4, semua ialah dua liter. Kita dah ada dua cawan. Setiap satu ada 3/4 sahaja, jadi ada lebih 1/4, 1/4, lebih 2/4 sahaja.

P: Mengapakah anda kata separuh tadi?

M: Sebab satu cawan tu 4/4, jadi 2/4 ialah separuh daripada 4/4 (murid melukis pada cawan).

P: Cuba tunjukkan cara anda menyukat separuh (murid melukis sebiji cawan).

M: (Diam seketika). Ini 1/4, 2/4, 3/4, 4/4.

P: Tadi saya kata cawan hanya dapat sukat 3/4 liter sahaja.

M: (Diam seketika, kemudian melukis tiga garisan). Satu, dua, tiga.

P: Berapakah sukatan itu sekarang?

M: 2/4 gelas.

P: Cuba jelaskan bagaimanakah anda mendapat 2/4?

M: Dua dua... dua pertiga, bukan 2/4 sebab ada tiga garisan.

P: Baiklah, cuba beritahu berapakah bilangan gelas yang diperlukan semuanya?

M: (Diam seketika). Dua gelas dan 2/3 gelas lagi.

Dalam Petikan 1SPP1, Iqwan menyelesaikan masalah yang melibatkan jus oren dengan melukis sebuah bekas besar dan mengatakan muatannya ialah 2 *l*. Kemudiannya, beliau melukis dua buah cawan dan menyatakan bahawa setiap cawan mempunyai muatan sebanyak 3/4 *l* jus oren. Seterusnya, Iqwan berkata “Kita nak dua cawan, ini tak sampai dua liter lagi” menunjukkan bahawa beliau menganggap dua buah cawan masih tidak mencukupi untuk menyukat 2 *l* jus oren. Berikutnya, Iqwan menjelaskan bahawa terdapat lebihan sebanyak 2/4 *l* jus oren lagi setelah disukat dengan dua buah cawan.

Menurut Iqwan, 2/4 *l* jus oren adalah bersamaan dengan separuh cawan, iaitu satu daripada dua bahagian cawan. Tingkah laku Iqwan ini menunjukkan bahawa beliau meringkaskan 2/4 menjadi 1/2 bagi menjelaskan jawapannya.

Sebagai penjelasan lanjut, Iqwan melukis sebuah cawan tambahan yang mempunyai tiga bahagian dan menyebut "dua ... dua pertiga...sebab ada tiga bahagian". Tingkah laku Iqwan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap sebanyak 2 buah cawan dan 2/3 daripada cawan lain diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren dengan menggunakan cawan yang mempunyai muatan maksimum 3/4 *l*.

Masalah membabitkan tongkat buluh. Dalam aktiviti ini, Iqwan diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan pemotongan buluh berukuran 10 *cm* menjadi tongkat yang berukuran 2 *cm* setiap satu, buluh berukuran 4 *cm* dipotong menjadi tongkat yang berukuran 1/2 *cm* setiap satu, buluh berukuran 2 *cm* dipotong menjadi tongkat yang berukuran 2/3 *cm* setiap satu, dan buluh berukuran 3/4 *cm* dipotong menjadi tongkat yang berukuran 1/2 *cm* setiap satu. Petikan 1SPP2 memaparkan tingkah laku beliau.

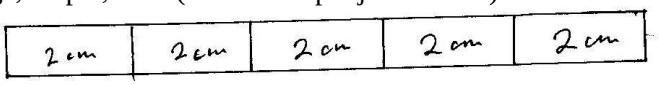
Petikan 1SPP2: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Tongkat Buluh

P: (Jalur kertas dan gunting diletakkan di hadapan murid). Ini ialah sebatang buluh berukuran 10 *cm*. Anda diminta untuk memotong buluh tersebut bagi membentuk tongkat buluh yang berukuran 2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 2 *cm* yang dapat anda bentuk semuanya?

M: Ada 10 *cm*, kena bahagi dengan 2, ada 5 batang.

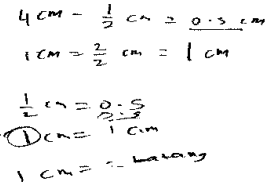
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: Satu, dua, tiga, empat, lima (murid melipat jalur kertas).



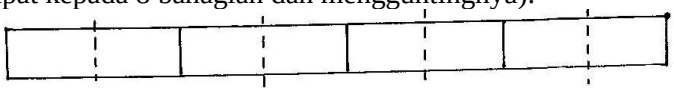
P: (Jalur kertas dan gunting diletakkan di hadapan murid). Katakan ini adalah buluh berukuran 4 *cm*. Anda diminta memotong buluh berkenaan bagi membentuk tongkat yang berukuran 1/2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 1/2 *cm* yang dapat anda bentuk semuanya?

M: Kita ada 4 *cm*. Kita nak potong 1/2 cm, itu ialah 0.5 *cm*. 1 cm ialah 2/2 sebab dikecilkan menjadi 1 *cm*. Di sini kita dah tahu 1/2 *cm* ialah 0.5 *cm*. Jadi kita perlu cari ada berapa batang dalam 1 *cm*. Kalau 0.5 *cm* ialah 1 batang, jadi 1 *cm* akan ada 2 batang tongkat.



P: Tunjukkan cara anda memotong tongkat buluh itu.

M: (Murid melipat kepada 8 bahagian dan mengguntingnya).



P: Mengapakah anda melipat lapan semua?

M: Sebab 1 *cm* ada 2 batang tongkat, 4 *cm* ada 8 batang tongkat.

P: Berapakah bilangan tongkat yang dapat anda sediakan?

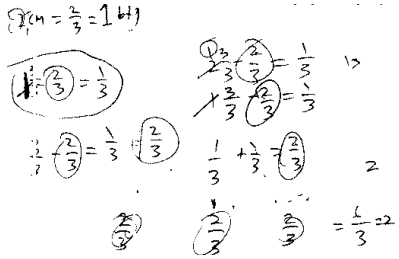
M: Ada 8 batang semuanya.

P: (Jalur kertas dan gunting diletakkan di hadapan murid). Katakanlah anda ada buluh berukuran 2 *cm*, cuba potong buluh tersebut bagi membentuk tongkat yang berukuran 2/3 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat yang dapat anda bentuk?

M: (Diam seketika). 1 *cm* ialah 3/3, tapi kita hendak 2/3 *cm* untuk mendapat 1 batang tongkat. Kena tambah dua kali.

P: Apakah maksud anda?

M: (Diam seketika). Kita ambil "1*cm* – 2/3*cm* = 1/3*cm*" ini sebatang, "1*cm* – 2/3*cm* = 1/3*cm*" ini sebatang lagi. "1/3 + 1/3 = 2/3" ini sebatang lagi. Jadi 1, 2, 3, ada 3 batang semuanya.

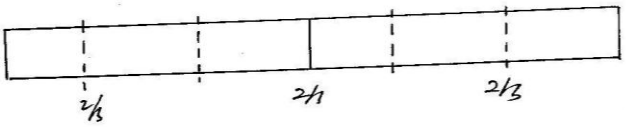


P: Cuba tunjukkan cara anda memotong 2/3 *cm*.

M: (Diam seketika). Kita buat dua bahagian dulu (murid melipat kertas).

P: Cuba tunjukkan berikutnya.

M: Sini ada tiga bahagian, sana pun ada tiga bahagian.



P: Mengapakah anda buat begitu?

M: Sebab nak potong 2/3 *cm*.

P: Cuba jelaskan 2/3 *cm* tongkat tersebut.

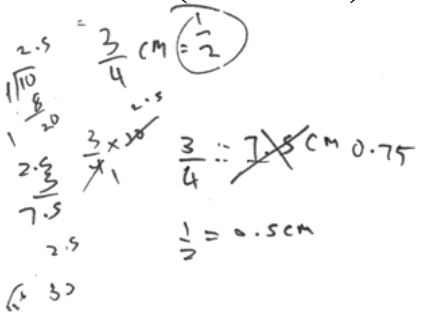
M: Dua bahagian ini ialah 2/3, ini ialah satu batang (murid melorek pada dua petak). Dua ini pun 2/3, ini sebatang lagi (murid melorek pada dua petak lain). Tinggal dua petak di tengah ini pun 2/3. Ada tiga batang semuanya (murid tunjuk pada dua petak di tengah).

P: Jadi ada berapa batang semuanya?

M: Tiga batang.

P: (Jalur kertas dan gunting diletakkan di hadapan murid). Katakan ini adalah buluh berukuran 3/4 *cm*. Anda diminta memotong buluh bagi membentuk tongkat berukuran 1/2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 1/2 *cm* yang dapat anda bentuk?

M: 3/4 sama dengan 0.75 *cm* dan 1/2 *cm* (diam seketika).



P: Adakah 3/4 itu melebihi satu?

M: (Diam seketika). Susah sikit ni.

P: Baiklah, kalau saya kata anda ada 3/4 *cm*. Cuba tunjukkan pada jalur kertas ini.

M: Kena ada tiga bahagian.
P: Cuba sebutkan nilai pecahan bagi setiap petak.
M: Bahagian ini ialah 1/4 *cm*, ini pun 1/4 *cm*, dan satu bahagian lagi juga 1/4.
P: Sekarang, beritahu saya ada berapakah bilangan 1/2 *cm* dalam 3/4 *cm*?
M: Jika "1/4 + 1/4 = 1/2", ini sebatang.
P: Jadi anda boleh potong berapa batang semua sekali?
M: Satu bahagian ini ialah 1/4 batang. Semua ada 1 dan 1/4 batang.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 1 \text{ btg } \frac{1}{4} \text{ btg}$$

Dalam Petikan 1SPP2, Iqwan menyelesaikan masalah yang membabitkan pemotongan buluh berukuran 10 *cm* menjadi tongkat yang berukuran 2 *cm* dengan melukis empat garisan pada satu jalur kertas. Iqwan mengira "satu, dua, tiga, empat, dan lima" menunjukkan bahawa beliau membentuk lima bahagian sama besar dan menganggap setiap bahagian mewakili tongkat yang berukuran 2 *cm*.

Seterusnya, Iqwan diminta untuk memotong buluh berukuran 4 *cm* menjadi tongkat yang berukuran 1/2 *cm*. Iqwan menyatakan 1/2 *cm* adalah bersamaan dengan 0.5 *cm*. Kemudian, beliau menjelaskan bahawa 2/2 adalah bersamaan dengan 1 *cm* sebab ia boleh diringkaskan menjadi 1. Pernyataan "kalau 0.5 *cm* ialah 1 batang, jadi 1 *cm* akan ada 2 batang tongkat" mencadangkan bahawa Iqwan boleh menggunakan operasi penambahan nombor perpuluhan, iaitu 0.5 *cm* sebanyak dua kali menjadi 1 *cm*. Berikutnya, Iqwan melipat sehelai jalur kertas kepada lapan bahagian sama besar dan berkata "1 *cm* ada 2 tongkat, 4 *cm* ada 8 tongkat". Pernyataan tersebut menunjukkan Iqwan tahu menggunakan konsep nisbah bagi mengenal pasti perhubungan di antara 1 *cm* dengan 2 batang tongkat dan 4 *cm* dengan 8 batang tongkat.

Berikutnya, Iqwan diminta untuk menyediakan tongkat berukuran 2/3 *cm* daripada buluh yang berukuran 2 *cm*. Beliau mengatakan 1 *cm* adalah bersamaan dengan 3/3. Kemudiannya, Iqwan menyebut "2/3 *cm* untuk mendapat 1 batang. Kena tambah dua kali" dan menunjukkan pengiraan "1 *cm* – 2/3 *cm* = 1/3 *cm*" sebanyak dua kali. Tingkah laku Iqwan itu menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea mengenal pasti bilangan

tongkat berukuran 2/3 *cm* yang dapat dibentuk daripada buluh yang berukuran 1 *cm*. Menurut Iqwan, penghasilan tongkat yang berukuran 2/3 *cm* menyebabkan terhasilnya baki buluh yang berukuran 1/3 *cm*. Seterusnya, Iqwan menunjukkan pengiraan "1/3 + 1/3 = 2/3" dan berkata "ini sebatang lagi. Jadi 1, 2, 3... ada 3 batang semuanya" menunjukkan bahawa beliau menganggap bahawa dua batang baki buluh berukuran 1/3 *cm* yang dicantum bersama dapat membentuk tongkat yang berukuran 2/3 *cm*. Tingkah laku Iqwan selanjutnya menunjukkan bahawa beliau menganggap sebanyak tiga batang tongkat berukuran 2/3 *cm* dapat dihasilkan daripada sebatang buluh yang berukuran 2 *cm*.

Selanjutnya, Iqwan diminta untuk menyelesaikan masalah penyediaan tongkat buluh yang berukuran 1/2 *cm* daripada sebatang buluh yang berukuran 3/4 *cm*. Iqwan mengambil sehelai jalur kertas dan membahaginya kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Pernyataan "Bahagian ini ialah 1/4 *cm*, ini pun 1/4 *cm*, dan satu bahagian lagi juga 1/4" menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap bahagian adalah ukuran 1/4 *cm*. Sebagai penjelasan lanjut, Iqwan menyebut "1/4 + 1/4 = 1/2, ini sebatang" menunjukkan bahawa beliau membayangkan gabungan dua bahagian buluh yang berukuran 1/4 *cm* menjadi sebatang tongkat yang berukuran 1/2 *cm*. Tingkah laku Iqwan selanjutnya menunjukkan bahawa beliau menganggap sebatang buluh yang berukuran 3/4 *cm* dapat menghasilkan sebatang tongkat dan 1/4 batang tongkat tambahan.

Masalah membabitkan bar coklat. Dalam aktiviti ini, Iqwan diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan bar coklat. Petikan 1SPP3 memaparkan tingkah laku beliau.

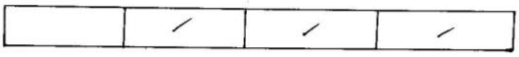
Petikan 1SPP3: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Bar Coklat

P: (Beberapa jalur kertas disediakan di hadapan murid). Jika ini adalah bar coklat. Tunjukkan bagaimanakah anda mengambil 1/4 bar coklat tersebut?

M: Itu ialah 4/4, kita ambil 1 bahagian (murid melipat jalur kertas).

P: Katakan 4 orang kawan anda datang dan anda hendak memberikan semua coklat tersebut kepada mereka. Bagaimanakah anda membahagikan semua coklat milik anda kepada 4 orang kawan tersebut?

M: Kita lukis empat bahagian.



P: Cuba tafsirkan nilai pecahan coklat bagi setiap rakan anda dapat daripada seluruh coklat tersebut?

M: (Diam seketika). Saya nak dikira tak cikgu?

P: Tak, berikan semuanya kepada 4 orang rakan anda.

M: Tiga bahagian ini telah diambil, tinggal satu bahagian ini sahaja (Murid mencantumkan bahagian yang dipotong dengan bahagian lain). Seorang dapat 1/12.

P: Bagaimanakah anda mendapat 1/12?

M: Kita belah 4 bahagian seperti sebelum ini (Bahagikan kepada 12 petak). Semua ada 16/16 (diam seketika), seorang dapat 1/16, bukannya 1/12.

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: (Murid mengira dengan operasi aritmetik). Ya, seorang dapat 1/16, bukan 1/12.

$$\frac{1\times4}{4\times4}\ \frac{16}{16} = \frac{1}{16} = 1\text{ orang}$$

Dalam Petikan 1SPP3, Iqwan menyelesaikan masalah yang membabitkan bar coklat dengan melipat satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya dan menyebut “Itu ialah 4/4, kita ambil 1 bahagian”. Pernyataan tersebut menunjukkan Iqwan menganggap satu daripada empat bahagian sebagai 1/4. Untuk membahagi sekeping coklat kepada empat orang kawannya, Iqwan melukis tiga garisan pada salah satu daripada bahagian yang dianggapkan mewakili 1/4 bagi membentuk empat bahagian yang sama besar saiznya. Kemudiannya, Iqwan mencantum jalur kertas yang dipotong itu dengan bahagian lain dan menyebut “seorang dapat 1/12”. Tingkah laku Iqwan itu menunjukkan bahawa beliau membahagikan setiap tiga bahagian lain kepada tiga bahagian yang lebih kecil. Walau bagaimanapun, Iqwan mengatakan bahawa setiap bahagian sepatutnya dibahagikan kepada empat bahagian yang lebih kecil, bukannya tiga bahagian lebih kecil seperti yang dilakukan sebelum itu.

Sebagai penjelasan lanjut, Iqwan berkata “Semua ada 16/16, seorang dapat 1/16, bukannya 1/12” dan menulis “1/4 x 4/4, 16/16 = 1/16 = 1 orang”. Tingkah laku Iqwan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap seluruh jalur kertas tersebut mempunyai 16 bahagian yang sama besar saiznya. Dalam proses pembahagian coklat, nampaknya

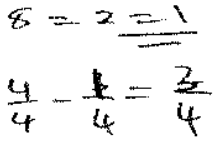
pengiraan yang dilakukan oleh Iqwan mempunyai beberapa kesalahan, namun beliau berjaya mengatakan bahawa salah seorang daripada kawannya menerima 1/16 coklat.

Masalah membabitkan piza. Dalam aktiviti ini, Iqwan diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan pembahagian piza kepada empat orang rakannya. Petikan 1SPP4 memaparkan respons beliau.

Petikan 1SPP4: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Piza

P: (Sediakan 8 cip kertas di hadapan murid). Jika ini adalah piza yang dibeli oleh emak anda. Cuba ambil 1/4 piza tersebut.

M: Cuba cikgu bayang dua biji piza ialah satu, sekarang kalau kita tolak (murid tunjuk pengiraan "4/4 – 1/4 = 3/4"). Kita kena ambil dua biji piza.

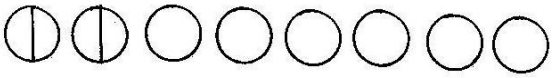


P: Bagaimanakah anda tahu itu 1/4?

M: Sebab 2/8 diringkaskan jadi 1/4.

P: Sekarang katakan datang empat orang kawan, anda berikan semua piza milik anda kepada mereka. Tunjukkan cara anda membahagikan piza berkenaan kepada rakan-rakan anda.

M: Kita tanda setiap bahagian macam ini (murid melukis pada dua cip kertas).



P: Apakah maksud garisan itu?

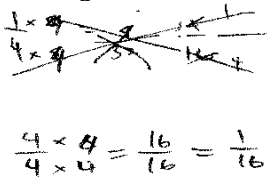
M: Belah piza kepada dua bahagian.

P: Cuba tafsirkan nilai pecahan piza yang akan diperoleh setiap rakan anda.

M: Semua ada 16/16, jadi satu ialah 1/16.

P: Bagaimanakah anda jawapan itu?

M: Kita darab dengan 8 begini (murid tunjuk pengiraan). Tak betul! Ia kena darab dengan 4 sebab dibahagikan kepada 4 bahagian.



P: Apakah maksud pengiraan itu?

M: (Diam seketika). Kita dapat 1/16 seorang.

Dalam Petikan 1SPP, Iqwan menyelesaikan masalah yang membabitkan piza dengan berkata "Cuba cikgu bayang dua biji piza ialah satu" dan menulis "4/4 – 1/4 = 3/4". Tingkah laku Iqwan itu menunjukkan bahawa beliau mencantum setiap dua buah piza bagi membentuk empat kumpulan, kemudian beliau menganggap satu daripada

empat kumpulan tersebut sebagai 1/4. Dalam penjelasan lanjut, nampaknya Iqwan boleh meringkaskan 2/8 dengan operasi bahagi menjadi 1/4.

Seterusnya, Iqwan melukis satu garisan pada dua buah cip kertas dan berkata "Belah piza kepada dua bahagian". Pernyataan tersebut menunjukkan Iqwan membahagikan dua cip kertas menjadi empat bahagian yang sama besar saiznya. Sebagai penjelasan lanjut, Iqwan menyebut "Semua ada 16/16, jadi satu ialah 1/16" menunjukkan bahawa beliau menganggap seluruh jalur kertas ialah 16/16. Dalam pengiraan yang ditunjukkan, nampaknya Iqwan ada melakukan beberapa kesalahan mengira, namun beliau berjaya menyatakan bahawa salah seorang daripada kawannya mendapat 1/16 piza.

Rumusan Konsepsi Iqwan

Pada umumnya, saya mentafsirkan konsepsi Iqwan tentang pecahan, makna bahagi, pembahagian pecahan, dan penyelesaian masalah bahagi yang membabitkan pecahan adalah seperti berikut:

1) Menggambarkan satu benda yang mempunyai *y* bahagian sama besar dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3). Selain itu, Iqwan juga menggambarkan *y* benda sama jenis dan menganggap *x* daripada *y* benda yang mempunyai ciri berlawanan sebagai *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3). Bagi pecahan tak wajar, Iqwan menggambarkan sejumlah *a* objek sama jenis (tanpa membentuk bahagian) dan sebuah objek lain yang mempunyai *q* bahagian yang sama besar. Beliau menganggap *a* objek dan *b* daripada *q* bahagian pada objek yang lain sebagai *p/q* (*p/q* ialah 4/3 dan 7/3; *a b/q* ialah 1 1/3 dan 2 1/3).

   Dalam menggambarkan pecahan, beliau menggunakan tiga kategori perwakilan, iaitu makanan, alat permainaan, dan alat elektrik bagi menjelaskan 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3, dan 7/3. Makanan bersifat selanjar adalah seperti kek dan

pizza, manakala makanan bersifat diskret pula adalah seperti ais krim. Selain itu, alat permainan digambarkan dalam bentuk selanjar seperti bola sepak. Sebaliknya alat elektrik pula digambarkan dalam bentuk diskret seperti mata bilah kipas angin. Bentuk gambaran yang paling dominan ialah bulatan berbentuk selanjar.

2) Mewakilkan pecahan wajar *x/y (x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan jalur kertas kosong atau menggabung petak bersebelahan pada jalur kertas komposit kepad*a y* petak yang sama besar. Kemudiannya, beliau menganggap *x* dari*p*ada *y* peta*k* sebagai *x/y*. Dalam kes yang membabitkan penggunaan cip kertas, Iqwan menyusu*n y* cip kertas atau menggabungkan beberapa cip kertas bagi membentu*k y* kumpulan cip kertas yang sama bilangannya. Beliau menganggap *x* daripad*a y* kumpulan cip kertas sebaga*i x/y*.

Iqwan menghadapi kesukaran bagi menjelaskan pecahan dengan menggunakan petak atau cip kertas berbentuk komposit pada permulaan protokol. Namun begitu, setelah Iqwan menolak dua pecahan dan meringkaskan hasilnya bagi menjelaskan pecahan *x/y*, beliau dapat menjelaskan pecahan bagi kes yang membabitkan bilangan bahan dengan bilangan komposit bagi kes lain.. Ini mungkin kerana beliau telah mengalami proses pembelajaran melalui mengubahsuai pengetahuan sedia ada atau pembinaan pengetahuan baru.

Bagi kes pecahan tak wajar *p/q*, Iqwan mewakilkannya dengan menukarnya k*e a b/q (p/q* ialah 4/3 dan 7/3*; a b/q* ialah 1 1/3 dan 2 1/3). Beliau mengambi*l a* jalur kertas kosong dan membahagikan satu jalur kertas kosong yang lain kepada *q* bahagian sama besar. Seterusnya, beliau melorek sebanya*k a* jalur kertas kosong da*n b* daripad*a q* bahagian pada jalur kertas yang lain sebaga*i p/q*. Dalam aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk diskret, Iqwan menukarka*n p/q* k*e a b/q*. Beliau menyusun sebanya*k a* kumpulan yang terdiri daripad*a q* cip kertas,

meletakkan *b* cip kertas di sebelah atas satu garisan, dan menyusun *q* cip kertas yang lain di sebelah bawah garisan sebagai *p/q*.

3) Mentafsirkan pecahan dari perwakilan berbentuk selanjar dengan tiga cara, iaitu membahagikan bilangan petak yang ditafsirkan pecahannya dengan jumlah bilangan petak pada seluruh rajah sebagai *x/y*, membahagikan bilangan petak lain yang memenuhi petak yang ditafsirkan pecahan dengan jumlah bilangan petak lain yang memenuhi seluruh rajah, dan membahagikan bilangan petak yang dibayangkan memenuhi petak yang ditafsirkan pecahan dengan jumlah bilangan petak bayangan yang dianggapkan memenuhi seluruh rajah.

Dalam kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret, Iqwan membilang sebanyak *x* bulatan yang ditafsirkan pecahannya dan membilang sebanyak *y* bulatan pelbagai warna pada seluruh rajah. Kemudiannya, beliau membahagikan bilangan bulatan yang ditafsirkan pecahannya dengan jumlah bilangan bulatan dalam seluruh rajah sebagai *x/y*.

4) Membandingkan *x/y* (*x/y* ialah 3/4 dan 3/5) dengan membahagikan satu benda kepada *y* bahagian, melorek beberapa bahagian, dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y*. Semasa membanding pecahan, Iqwan didapati memerhatikan saiz *x* bagi menentukan pecahan mana lebih besar. Selain itu, Iqwan didapati membandingkan *p/q* (*p/q* ialah 5/3 dan 5/4; *a b/q* ialah 1 2/3 dan 1 1/4) dengan membentuk satu objek pertama dan satu objek kedua yang terbahagi kepada *q* bahagian sama besar. Seterusnya, beliau menganggap *a* objek pertama dan *b* daripada *q* bahagian pada objek kedua sebagai *p/q*. Beliau membandingkan keluasan *b* pada 5/3 dengan keluasan *b* pada 5/4. Iqwan menganggap keluasan *b* pada 5/3 adalah lebih besar keluasan *b* pada 5/4.

5) Mewakilkan *n* ÷ *x/y* (*n* ÷ *x/y* ialah 2 ÷ 1/4 dan 2 ÷ 2/4) atau *x/y* ÷ *n* (*x/y* ÷ *n* ialah 1/3 ÷ 2 dan 2/3 ÷ 2) dengan membahagikan satu objek berbentuk selanjar kepada

y bahagian sama besar saiznya dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y*. Kemudiannya, beliau membahagikan *x* bahagian berkenaan kepada *n* bahagian lebih kecil sekali lagi. Berikutnya, Iqwan menganggap operasi $n \div x/y$ dan $x/y \div n$ sebagai memberikan setiap bahagian berkenaan kepada *n* orang dengan sama banyak.

Dengan menggunakan bahan berbentuk diskret pula, Iqwan didapati menyusun cip kertas secara langsung mengikut kedudukan pengangka dan penyebut pecahan yang diwakili. Beliau nampaknya menganggap pembahagian sebagai memberikan cip kertas yang mewakili pengangka dengan sama banyak kepada penerima dengan sama banyak bagi kedua-dua kes yang membabitkan $n \div x/y$ dan $x/y \div n$. Walau bagaimanapun, Iqwan tidak berjaya mewakilkan $x/y \div n/m$ ($x/y \div n/m$ ialah $1/2 \div 1/3$) dengan menggunakan kedua-dua bahan berbentuk selanjar dan diskret dengan alasan sukar menjelaskan "bahagi *x/y*".

6) Mentafsirkan operasi yang terlibat dalam simulasi nombor masuk dan keluar dari kalkulator sebagai bahagi. Beliau menganggap ciri bagi operasi bahagi ialah adil yang dimaksudkan mengecilkan satu objek kepada beberapa bahagian dengan sama besar saiznya.

Beliau mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan $x \div y$ ($x \div y$ ialah $4 \div 2$, $10 \div 2$, $5 \div 2$, dan $6 \div 3$) dengan satu idea, iaitu membahagikan sejumlah *x* objek kepada *y* orang dengan sama banyak bilangannya. Iqwan hanya menggunakan bahan berbentuk diskret dalam menjelaskan makna bahagi yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat.

Selain itu, Iqwan mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan $x/y \div n$ dan $n \div x/y$ ($x/y \div n$ ialah $2 \div 1/2$, $3 \div 1/3$, $3 \div 2/3$ dan $n \div x/y$ ialah $1/2 \div 3$) dengan idea yang sama. Beliau membahagikan satu objek kepada *y* bahagian dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y*. Kemudiannya, beliau

membahagikan bahagian yang diwakili oleh *x/y* tadi kepada *n* kali untuk diagihkan kepada *n* penerima dengan sama banyak. Dalam pembahagian itu, nampaknya Iqwan membahagikan bahagian yang mewakili *x/y* kepada *n* bahagian tanpa mengambil kira keseragaman saiznya.

Bagi kes yang membabitkan *x/y* ÷ *p/q*, Iqwan membentuk *q* bahagian pada satu jalur kertas dan menganggap *p* daripadanya sebagai *p/q*. Beliau tidak berjaya mentafsirkan makna bahagi dengan alasan sukar menjelaskan "bahagi *x/y*". Bagi bahan berbentuk diskret, Iqwan menyusun *x* dan *y* objek bagi membentuk pecahan *x/y* dan menyusun *p* dan *q* objek bagi membentuk pecahan *p/q*. Walau bagaimanapun, beliau tidak berjaya mentafsirkan makna bahagi dengan alasan sukar menjelaskan "bahagi *x/y*".

7) Menggunakan dua idea untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan menyukat jus oren, iaitu meringkaskan pecahan dan perhubungan bahagian-keseluruhan pada rajah berbentuk selanjar. Beliau meringkaskan pecahan dengan mengatakan bahawa 2/4 ialah 1/2, manakala 4/4 ialah 1. Bagi menjustifikasikan jawapan akhir, beliau melukis rajah cawan berbentuk selanjar dan seterusnya melukis bahagian yang sama besar saiznya untuk dikaitkan sebagai 2/3 cawan jus oren. Ini menunjukkan beliau menganggap satu keseluruhan bagi cawan ialah 3/3, sedangkan muatan cawan ialah 3/4 *l*.

Dalam aktiviti yang membabitkan tongkat buluh pula, nampaknya Iqwan menyelesaikan masalah tersebut dengan menggunakan lima idea, iaitu idea bahagian-keseluruhan secara aritmetik dan rajah berbentuk selanjar, meringkaskan pecahan, operasi tambah dan tolak pecahan, dan konsep nisbah. Idea hubungan bahagian-keseluruhan secara aritmetik dapat diperhatikan dalam pengiraan "3/3 – 2/3 = 1/3" yang mana 3/3 merujuk satu keseluruhan, manakala 1/3 dan 2/3 pula ialah bahagian masing-masing.

Selain itu, idea bahagian-keseluruhan juga digunakan oleh Iqwan semasa beliau membentuk bahagian pada jalur kertas bagi menjelaskan pembentukan tongkat yang berukuran 2 *cm*, 1/2 *cm*, dan 2/3 *cm* masing-masing. Dalam pada itu, Iqwan juga menggunakan idea meringkaskan pecahan bagi menyelesaikan masalah yang membabitkan pemotongan buluh. Misalnya, beliau menganggap 2/2 sebagai 1, 3/3 sebagai 1, dua kali 3/3 sebagai 2, dan 2/4 sebagai 1/2.

Dalam pada itu, Iqwan juga menggunakan idea pecahan dari konteks nombor perpuluhan semasa menyelesaikan masalah. Misalnya, Iqwan mengatakan 1/2 sebagai 0.5 dan 3/4 sebagai 0.75. Di samping itu, beliau juga menggunakan kemahiran operasi tambah dan tolak pecahan semasa mengenal pasti bilangan tongkat yang dapat dihasilkan dalam aktiviti pemotongan buluh itu. Antara operasi tambah pecahan yang dimaksudkan ialah "1/3 + 1/3 = 2/3" dan "1/4 + 1/4 = 2/4", manakala operasi tolak pula ialah "3/3 – 2/3 = 1/3" dan "1 – 1/3 = 2/3". Dalam pada itu, Iqwan juga menggunakan konsep nisbah dengan mengatakan "Kalau 0.5 *cm* ialah 1 batang, jadi 1 *cm* akan ada 2 batang tongkat" bagi mengenal pasti bilangan tongkat yang dihasilkan.

Iqwan menggunakan dua idea untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan bar coklat, iaitu hubungan bahagian-keseluruhan berasaskan aritmetik dan hubungan bahagian-keseluruhan berasaskan bahan berbentuk selanjar. Beliau menghubungkan bahagian-keseluruhan secara aritmetik dengan menganggap 4/4 sebagai seluru jalur kertas dan salah satu daripada bahagian tersebut sebagai 1/4.

Selain itu, beliau juga menganggap 16/16 sebagai seluruh jalur kertas yang mempunyai 16 bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap salah satu daripada 16 bahagian tersebut sebagai 1/16. Selain itu, Iqwan juga menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian coklat dengan idea hubungan bahagian-

keseluruhan pada bahan berbentuk selanjar apabila beliau membahagikan satu jalur kertas kepada 4 bahagian sama besar. Dalam memberikan 1/4 daripada coklat kepada 4 orang kawannya pula, beliau membahagikan jalur kertas itu kepada 16 bahagian sama besar.

Begitu juga dalam kes yang membabitkan mengagihkan piza kepada empat orang rakan, nampaknya Iqwan juga menggunakan dua cara seperti yang digunakan untuk menyelesaikan masalah pembahagian coklat kepada empat orang kawannya. Bezanya cuma aktiviti ini berlaku dalam konteks bahan yang berbentuk diskret .

Bentuk Pemikiran

Bahagian ini merumuskan bentuk pemikiran Iqwan tentang konsep pecahan, makna bahagi, dan penyelesaian masalah yang membabitkan pembahagian pecahan.

Perwakilan. Iqwan mewakilkan pecahan wajar dan tak wajar dengan menggunakan tiga jenis benda, iaitu makanan, alat permainan, dan alat elektrik. Perwakilan bagi benda yang membabitkan makanan yang berbentuk selanjar seperti kek dan piza, manakala yang berbentuk diskret pula adalah seperti bola dan ais krim. Perwakilan bagi benda yang membabitkan alat permainan hanya digambarkan dalam bentuk diskret iaitu sebiji bola. Selain itu, perwakilan bagi benda yang membabitkan kumpulan manusia digambarkan dalam bentuk diskret. Bentuk gambaran yang paling dominan ialah bulatan berbentuk selanjar. Ringkasan tentang perwakilan bagi benda yang digunakan oleh Iqwan dalam mewakilkan pecahan adalah seperti yang ditunjukkan dalam Jadual 6.

Jadual 6

Perwakilan Pecahan bagi Iqwan untuk Mewakilkan Pecahan

Perwakilan bagi jenis benda	**Makanan**		**Permainan**		**Alat Elektrik**	
Selanjar	Kek: Satu bulatan dibahagikan kepada tiga bahagian.					
Selanjar	Piza: Satu bulatan dibahagikan kepada tiga bahagian.					
Diskret	Ais krim: Tiga tanda pangkah yang dibulatkan dua daripadanya.		Bola: Dua bulatan dengan sebuah daripadanya berkeadaan baik manakala sebuah lagi bocor.		Kipas angin: Anak mata kipas.	Secara lisan

Konsep pecahan wajar. Iqwan menggunakan tiga bentuk pemikiran yang berbeza untuk memberi makna kepada pecahan wajar, iaitu pemetakan, pengumpulan, dan pemisahan.

Pemetakan. Iqwan menggunakan idea pemetakan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemetakan tunggal, pemetakan berpasangan, dan pemetakan bertiga bergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

Pemetakan tunggal. Iqwan melakukan pemetakan tunggal bahan selanjar dalam aktiviti yang membabitkan gambaran pecahan, mewakilkan pecahan, dan membandingkan pecahan. Beliau membentuk bahagian yang sama besar saiznya pada satu objek berdasarkan nilai penyebut pecahan. Misalnya, dalam Petikan 1GP1, 1GP2, dan 1GP3, beliau menggambarkan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan satu objek kepada *y* bahagian sama besar saiznya dan melorek *x* daripada *y* bahagian pada objek itu.

Dalam aktiviti perwakilan pecahan pula, misalnya dalam Petikan 1WPW1(1) dan 1WPW1(3), Iqwan menjelaskan makna pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan satu jalur kertas kepada *y* bahagian yang sama besar saiznya dan melorek *x* bahagian daripadanya. Dalam aktiviti membabitkan membandingkan pecahan

tak wajar dalam Petikan 1BP2, Iqwan mewakilkan 5/3 dengan membahagikan dua objek masing-masing kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau menjelaskan makna pecahan *x/y* dengan membahagikan satu objek berdasarkan penyebut pecahan, *y*, dengan sama besar saiznya sebelum melakukan tindakan selanjutnya.

Pemetakan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk selanjar yang bilangannya, *m*, iaitu dua kali ganda *y*, Iqwan melorek (*m/2*) petak bersama bagi membentuk *y* bahagian yang terdiri daripada (*m*/2) petak dalam satu keseluruhan. Kemudiannya, beliau melorek *x* bahagian (*m/2* petak) sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 1WPW1(1), beliau melorek dua daripada empat petak bersebelahan dan menganggap empat petak sebagai dua bahagian yang sama besar saiznya. Tingkah laku Iqwan mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal bagi membentuk bilangan bahagian yang sama besar saiznya berasaskan nilai penyebut pecahan.

Dalam Petikan 1WPW1(3), Iqwan menghadapi kesukaran untuk menjelaskan 1/3 dengan menggunakan jalur kertas enam petak pada permulaan temu duga. Beliau memohon untuk menjelaskan 2/3 terlebih dahulu dengan alasan lebih senang. Selepas aktiviti tersebut, nampaknya Iqwan membuat pengubahsuaian terhadap pemikirannya dan tidak lagi menghadapi kesukaran. Misalnya, Iqwan menganggap enam cip kertas sebagai 6/6. Beliau menolak 6/6 dengan 2/6 menjadi 4/6 yang diringkaskan menjadi 2/3. Iqwan melorek dua petak bersebelahan dan menganggap empat petak yang tidak berlorek sebagai 2/3. Tingkah laku Iqwan mencadangkan bahawa beliau menganggap setiap dua petak bersebelahan bercantum menjadi tiga bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Iqwan mencadangkan bahawa beliau menganggap setiap dua petak bersebelahan bercantum menjadi empat bahagian yang sama besar saiznya. Beliau

menggunakan bahagian berkenaan untuk menjelaskan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3).

Pemetakan bertiga. Bagi kes yang membabitkan bilangan petak, *m* dalam ganda tiga bagi *y*, Iqwan menggabungkan (*m/3*) petak bagi membentuk *y* bahagian yang terdiri daripada (*m/3*) petak. Kemudiannya, beliau melorek *x* bahagian (*m/3* petak) daripada *y* (*m/3* petak) bahagian sebagai pecahan *x/y*. Dalam Petikan 1WPW1(1), Iqwan menganggap enam petak sebagai 6/6. Beliau menolak 6/6 dengan 3/6 menjadi 3/6 yang kemudiannya diringkaskan menjadi 1/2. Iqwan melorek tiga daripada enam cip kertas bagi membentuk dua bahagian yang terdiri daripada tiga petak masing-masing. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal iaitu membentuk dua bahagian sama besar saiznya berasaskan penyebut bagi pecahan 1/2, iaitu 2.

Selain itu, Iqwan juga menggunakan idea pemetakan bertiga bagi mentafsir pecahan dari rajah pelbagai berbentuk selanjar seperti ditunjukkan dalam Petikan 1TRP1. Beliau menganggap tiga petak berwarna biru sebagai satu petak yang telah dicantumkan. Kemudiannya, beliau menganggap setiap petak pada rajah selanjar dibahagikan berdasarkan saiz petak berwarna biru yang dicantumkan itu. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau melakukan pemetakan bertiga berasaskan idea pemetakan tunggal untuk membentuk bahagian berasaskan penyebut pecahan yang diwakili.

Pengumpulan. Ida menggunakan idea pengumpulan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pengumpulan tunggal dan pengumpulan berpasangan bergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

Pengumpulan tunggal. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan nilai penyebut pecahan, Iqwan menganggap setiap bahan berkenaan sebagai satu kumpulan yang berasingan. Dalam Petikan 1GP1 misalnya,

Iqwan menggambarkan 1/2 sebagai dua biji bola yang masing-masing merupakan kumpulan berbeza. Beliau menganggap satu daripadanya yang bocor sebagai pecahan 1/2. Dalam Petikan 1GP2 pula, Iqwan menggambarkan 1/3 sebagai tiga batang ais krim yang masing-masing merupakan kumpulan yang berbeza. Beliau menganggap satu daripadanya sebagai pecahan 1/3.

Dalam aktiviti yang membabitkan perwakilan, misalnya dalam Petikan 1WPW1(4), Iqwan mewakilkan 1/3 dengan melukis tiga cip kertas. Beliau menganggap tiga cip kertas sebagai terdiri daripada tiga kumpulan cip kertas yang berasingan. Iqwan menganggap satu daripada tiga kumpulan cip kertas sebagai pecahan 1/3. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap satu unit cip kertas sebagai satu kumpulan yang berasingan yang bilangannya bersamaan dengan nilai penyebut pecahan.

Dalam aktiviti yang membabitkan tafsiran pecahan daripada rajah perwakilan diskret seperti dalam Petikan 1TRP2, Iqwan mentafsir pecahan dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna merah dengan jumlah bilangan bulatan. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap satu unit bulatan sebagai satu kumpulan yang berasingan sebagai asas untuk mentafsir pecahan dari rajah berbentuk diskret itu.

Pengumpulan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret komposit dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, y, Iqwan menyusun dua cip kertas bersama semasa mewakilkan pecahan x/y (x/y ialah 1/2, 1/3, dan 2/3). Misalnya, dalam Petikan 1WPW1(2), Iqwan menentukan bilangan cip kertas dengan menolak 4/4 dengan 2/4 menjadi 2/4. Beliau meringkaskan 2/4 menjadi 1/2. Kemudiannya, Iqwan menganggap salah satu daripada pasangan cip kertas itu ialah pecahan 1/2. Dalam Petikan 1WPW1(4) pula, beliau mewakilkan 1/3 dengan menolak 6/6 dengan 2/6 menjadi 4/6. Beliau meringkaskan 4/6 menjadi 2/3.

Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau menjelaskan makna pecahan dengan bahan diskret komposit secara meringkaskan pecahan menjadi *x/y*, kemudiannya beliau mengumpulkan cip kertas bersama bagi membentuk *y* kumpulan yang terdiri daripada dua cip kertas dalam setiap kumpulan. Beliau menganggap *x* kumpulan daripada *y* kumpulan pasangan cip kertas sebagai pecahan *x/y*.

Pemisahan. Iqwan menggunakan idea pemisahan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemisahan tunggal, pemisahan berpasangan, dan pemisahan bertiga bergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

Pemisahan tunggal. Bagi aktiviti yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk selanjar yang bilangan bahagiannya adalah sama dengan nilai penyebut, *y*, Iqwan melorek *x* daripada *y* bahagian yang mencadangkan beliau memisahkan *x* unit tunggal daripada *y* unit tunggal dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3). Dalam aktiviti gambaran mental seperti Petikan 1GP1 misalnya, beliau melorek satu daripada dua bahagian yang dibahagikan dengan sama besar saiznya dan menganggapnya sebagai pecahan 1/2. Sementara itu, dalam aktiviti membabitkan perwakilan seperti dalam Petikan 1WPW1(3) pula, Iqwan menjelaskan makna 1/3 dengan melorek satu daripada tiga bahagian yang dibentuk pada satu jalur kertas.

Selain itu, Iqwan juga menggunakan idea pemisahan tunggal untuk membandingkan pecahan 3/4 dan 3/5 seperti yang ditunjukkan dalam Petikan 1BP1. Pada kedua-dua bulatan yang masing-masing dibahagikan kepada empat dan lima bahagian sama besar, Iqwan melorek tiga unit pada bulatan dan bulatan kedua sebagai mewakili pecahan 3/4 dan 3/5 masing-masing. Tingkah laku Iqwan dalam aktiviti yang membabitkan gambaran mental pecahan, perwakilan pecahan, dan perbandingan pecahan menunjukkan bahawa beliau memisahkan *x* unit tunggal daripada *y* unit tunggal dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y*.

Bagi aktiviti yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan penyebut pecahan, *y*, Iqwan mewakilkan pecahan *x/y* dengan menolak *x* daripada *y* cip kertas ke sebelah yang mencadangkan beliau memisahkan *x* unit tunggal bahan daripada *y* unit tunggal bahan sebagai pecahan *x/y*. Misalnya, dalam Petikan 1GP2, Iqwan menggambarkan 1/3 dengan membulatkan dua daripada tiga batang ais krim.

Selain itu, Petikan 1TRP2 pula menunjukkan bahawa Iqwan mentafsir pecahan daripada rajah pelbagai berbentuk diskret dengan membilang enam bulatan berwarna merah unit demi unit dan membahagikan dengan jumlah semua bulatan berwarna dengan juga dengan membilang unit demi unit. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau menggunakan penyebut, *y*, sebagai panduan untuk membentuk bilangan bahagian bagi satu keseluruhan, manakala makna bagi pecahan *x/y* pula dijelaskan dengan memisahkan setiap *x* unit tunggal bahan daripada *y* unit tunggal bahan.

Pemisahan berpasangan. Bagi aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk selanjar yagn bilangan petaknya, *m* ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, *y*, Iqwan melorek (*m/2*) petak pada satu jalur kertas sebagai memisahkan pasangan petak (*m/2*) daripada *y* petak bagai mewakilkan pecahan *x/y*. Dalam Petikan 1WPW1(1), Iqwan melorek dua daripada empat petak yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan sepasang daripada dua pasang petak yang dianggapkan sebagai satu daripada dua bahagian jalur kertas untuk mewakili pecahan 1/2.

Bagi aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk diskret dengan bilangannya, *m* ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, *y*, Iqwan menyusun (*m/*2) cip kertas bagi membentuk *y* kumpulan (*m/*2) cip kertas. Beliau menolak *x* daripada *y* kumpulan cip kertas sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 1WPW1(2), Iqwan menyusun dua cip kertas bersama bagi membentuk dua kumpulan dua cip kertas. Beliau menolak

salah satu kumpulan dua cip kertas tersebut sebagai 1/2. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau memisahkan dua kumpulan dua cip kertas sebagai pecahan 1/2.

Selain itu, Petikan 1WPW1(4) menunjukkan bahawa Iqwan mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan idea yang sama dengan menggunakan enam cip kertas. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau menggunakan penyebut, *y*, sebagai panduan untuk membentuk bilangan kumpulan bagi satu keseluruhan, manakala makna bagi pecahan *x/y* pula dijelaskan dengan memisahkan setiap *x* unit berpasangan bahan daripada *y* unit berpasangan bahan. Ringkasan tentang perwakilan bagi benda yang digunakan oleh Iqwan dalam mewakilkan pecahan adalah seperti yang ditunjukkan dalam Jadual 7.

Jadual 7

Rumusan Bentuk Pemikiran Iqwan tentang Konsep Pecahan Wajar

Konsepsi	**Petikan**	**Sub Konsepsi**	**Petikan**
Pemetakan tunggal (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya pada bahan berbentuk selanjar.	1GP1, 1GP2, 1GP3, 1WPW1(1), 1WPW1(3), 1BP2	*Penolakan pecahan dan meringkas hasilnya (Bahan selanjar)* Menolak satu keseluruhan, *y/y*, dengan pecahan *x/y* menghasilkan pecahan (*y*-x)/*y*. Membahagikan (*y*-x)/*y* dengan satu nombor bagi membentuk pecahan yang lebih kecil.	1WPW1(1) 1WPW1(3)
		Pemetakan berpasangan (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya dengan menganggap dua petak bersebelahan masing-masing sebagai satu bahagian. *Dalam Petikan 1WPW1(1), Iqwan menghadapi kesukaran menjelaskan 1/3 dengan menggunakan jalur kertas 6 petak pada permulaan protokol.	1WPW1(1) 1WPW1(3)1
		Pemetakan bertiga (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya dengan menganggap tiga petak bersebelahan masing-masing sebagai satu bahagian.	1WPW1(1)1 TRP1
Pengumpulan tunggal (Bahan diskret) Bilangan bahan berbentuk diskret sama dengan nilai penyebut bagi pecahan. menganggap setiap unit bahan sebagai satu kumpulan yang berbeza.	1GP1, 1GP2, 1WPW1(4), 1TRP2	*Penolakan pecahan dan meringkas hasil pecahan (Bahan diskret)* Menolak satu keseluruhan, *y/y*, dengan pecahan *x/y* menghasilkan pecahan (*y*-x)/*y*. Membahagikan (*y*-x)/*y* dengan satu nombor bagi membentuk pecahan yang lebih kecil.	1WPW1(2) 1WPW1(4)
		Pengumpulan berpasangan (Bahan disket) Membentuk kumpulan yang terdiri daripada dua bahan.	1WPW1(2)1 WPW1(4)

Jadual 7 (bersambung)

Konsepsi	Petikan	Sub Konsepsi	Petikan
Pemisahan tunggal (Bahan selanjar dan diskret) Memisahkan *x* unit tunggal bahagian daripada *y* unit tunggal bahagian atau *x* unit tunggal bahan daripada *y* unit tunggal bahan sebagai *x/y*.	1GP1, 1GP2, 1WPW1(3)	*Pemisahan berpasangan (Bahan selanjar dan diskret dalam gandaan dua bagi menyebut pecahan)* Memisah *x* pasang bahagian atau *x* pasang bahan daripada sejumlah *y* pasang bahagian atau *y* pasang bahan sebagai pecahan *x/y*.	1WPW1(1)1 WPW1(4)

Konsep pecahan tak wajar. Iqwan memiliki tiga bentuk pemikiran tentang konsep pecahan tak wajar, iaitu pemetakan, pemisahan, dan menyusun secara langsung bergantung pada konteks tugasan yang dihadapi. Beliau memetakkan dan memisahkan bahan berbentuk selanjar berasaskan nombor bercampur yang dianggapkan setara dengan pecahan tak wajar, manakala bagi bahan diskret pula disusun secara langsung berdasarkan nombor bulat yang membentuk pecahan tak wajar.

Pemetakan tunggal. Dalam aktiviti membabitkan gambaran mental, perwakilan, dan perbandingan, Iqwan menjelaskan pecahan tak wajar *n/m* dengan menukarnya ke nombor bercampur *r s/m*. Dalam Petikan 1GP4, Iqwan menyatakan 4/3 dan 7/3 sebagai pecahan tak wajar. Beliau menukar setiap pecahan itu ke 1 1/3 dan 2 1/3 masing-masing. Iqwan menjelaskan 1 1/3 dengan melukis dua buah bulatan dengan salah sebuah daripadanya dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Bagi 2 1/3 pula beliau melukis tiga buah bulatan dengan salah sebuah daripadanya dibahagikan kepada tiga bahagian. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal bagi membentuk bilangan seunit bahagian yang sama dengan nilai penyebut pecahan wajar yang terdapat pada nombor bercampur.

Dalam Petikan 1WTW1, Iqwan menggunakan idea menggambarkan pecahan wajar bagi mewakilkan pecahan 4/3 dan 7/3. Beliau menukar 4/3 ke 1 1/3, manakala 7/3 pula ditukarkan ke 2 1/3. Iqwan menjelaskan makna 4/3 dengan mengambil dua jalur

kertas dengan salah satu daripadanya dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Bagi pecahan 7/3 pula, Iqwan mengambil tiga jalur kertas dengan salah satu daripadanya dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Beliau membahagikan satu jalur kertas lain kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal bagi membentuk bilangan seunit bahagian yang sama dengan nilai penyebut pecahan wajar yang terdapat pada nombor bercampur.

Dalam petikan 1BP2 pula, Iqwan membandingkan 5/3 dan 5/4 menukar pecahan 5/3 ke 1 2/3, manakala pecahan 5/4 pula ditukarkan ke 1 1/4. Iqwan menjelaskan makna 5/3 dengan melukis dua buah bulatan yang sama besar saiznya. Beliau membahagikan salah satu daripada bulatan itu kepada tiga bahagian dengan sama besar saiznya. Bagi pecahan 5/4 pula, Iqwan melukis dua buah bulatan yang sama besarnya saiznya. Beliau membahagikan salah satu daripada bulatan itu kepada empat bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal bagi membentuk bilangan seunit bahagian yang sama dengan nilai penyebut pecahan wajar yang terdapat pada nombor bercampur.

Pemisahan tunggal. Setelah rajah dilukis dan dilakukan pemetakan tunggal berasaskan nombor bercampur *r s/m*, Iqwan menjelaskan makna pecahan tak wajar *n/m* dengan melorek *r* jalur kertas sebagai mewakili *r* satu keseluruhan dan *s* daripada *m* bahagian pada jalur kertas lain sebagai mewakili *s/m*. Gabungan kedua-dua jalur kertas yang dilorek dianggapkan sebagai pecahan tak wajar yang setara dengan *r s/m*. Dalam Petikan 1GP4 misalnya, Iqwan melorek sebuah bulatan sebagai satu keseluruhan dan satu daripada tiga bahagian pada bulatan lain sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan. Gabungan kedua-dua kawasan berlorek dianggapkan sebagai 4/3. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau melakukan pemisahan tunggal dengan melorek *r* unit satu

keseluruhan dan *s* daripada *m* unit tunggal bahagian yang dibentuk sebagai pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3 dan 7/3 dan *r s/m* ialah 1 1/3 dan 2 1/3 masing-masing).

Dalam Petikan 1WTW1, Iqwan mewakilkan 4/3 dengan menukarnya ke nombor bercampur 1 1/3. Beliau mengambil satu jalur kertas dan meloreknya sebagai satu keseluruhan. Kemudiannya, Iqwan melorek satu daripada tiga bahagian pada satu jalur kertas lain sebagai 1/3. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 4/3. Bagi kes membabitkan 7/3, Iqwan menukar pecahan berkenaan ke 2 1/3. Beliau mengambil dua jalur kertas dan meloreknya sebagai dua satu keseluruhan. Seterusnya, beliau melorek satu daripada tiga bahagian sebagai pecahan 1/3. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 7/3. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau melakukan pemisahan tunggal dengan melorek *r* unit satu keseluruhan dan *s* daripada *m* unit tunggal bahagian yang dibentuk sebagai pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3 dan 7/3 dan *r s/m* ialah 1 1/3 dan 2 1/3 masing-masing).

Dalam aktiviti yang membabitkan perbandingan pecahan tak wajar seperti dalam Petikan 1BP2, Iqwan menukar pecahan 5/3 dan 5/4 ke 1 2/3 dan 1 1/4 masing-masing. Iqwan melorek satu bulatan sebagai satu keseluruhan dan dua daripada tiga bahagian pada bulatan lain sebagai 2/3. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 5/3. Selain itu, Iqwan melorek satu bulatan sebagai satu keseluruhan dan satu daripada empat bahagian pada bulatan lain sebagai 1/4. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 5/4. Tingkah laku Iqwan menunjukkan bahawa beliau melakukan pemisahan tunggal dengan melorek *r* unit satu keseluruhan dan *s* daripada *m* unit tunggal bahagian yang dibentuk sebagai pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 5/3 dan 5/4 dan *r s/m* ialah 1 2/3 dan 1 2/3 masing-masing).

Susun secara langsung. Iqwan menjelaskan makna pecahan tak wajar menggunakan bahan diskret dengan menyusun secara langsung. Dalam Petikan 1WTW2, menyusun bilangan cip kertas berdasarkan kedudukan nombor bulat yang

terdapat pada pecahan tak wajar. Beliau meletak empat cip kertas di sebelah atas satu garisan dan tiga cip kertas di bawah garisan berkenaan. Iqwan menukar pecahan tak wajar 4/3 ke nombor bercampur 1 2/3. Kemudiannya, beliau menolak tiga cip kertas sebagai satu keseluruhan dan satu cip kertas di sebelah atas satu garisan dan tiga cip kertas di sebelah bawah garisan berkenaan sebagai pecahan 1/3. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 4/3.

Keadaan yang sama juga diperhatikan apabila beliau menjelaskan 7/3 dalam Petikan 1WTW2, iaitu Iqwan menyusun tujuh cip kertas di sebelah atas satu garisan dan tiga cip kertas di sebelah bawah garisan berkenaan. Kemudiannya, Iqwan menukar pecahan 7/3 ke 2 1/3. Idea pemikiran ini juga digunakan oleh Iqwan bagi mewakilkan "pecahan bahagi nombor bulat" dan "nombor bulat bahagi pecahan" seperti dalam Petikan 1WPB2 dan 1WPP. Bentuk pemikiran Iqwan tentang pecahan tak wajar dapat dirumuskan seperti dalam Jadual 8.

Jadual 8

Rumusan Bentuk Pemikiran Iqwan Tentang Pecahan Tak Wajar

Konsepsi	**Petikan**	**Sub Konsepsi**	**Petikan**
Nombor bercampur Menukar *x/y* menjadi *a b/y* (*x/y* ialah 4/3, 7/3, 5/3, 5/4 dan *a b/y* ialah 1 1/3, 2 1/3, 1 2/3, dan 1 1/4 masing-masing).	1GP4, 1WTW2, 1BP2	*Pemetakan tunggal* (*Bahan selanjar*) Membentuk *a* objek dan membahagikan sebuah objek lain kepada *y* bahagian sama besar saiznya.	1GP4, 1WTW2, 1BP2
		Pemisahan tunggal (*Bahan selanjar*) Melorek *a* objek sebagai mewakili *a* satu keseluruhan dan *x* daripada *y* bahagian pada objek lain sebagai pecahan *x/y*. Gabungan kedua-dua dianggapkan sebagai *a x/y*.	1GP4, 1WTW2, 1BP2
		Menyusun secara langsung (*Bahan diskret*) Menyusun objek secara langsung berasaskan nombor *a*, *b*, dan *y* sebagai mewakili pecahan *x/y* (*x/y* ialah 4/3 atau 7/3; *a b/y* ialah 1 1/3 atau 2 1/3).	1WTW2, 1WPB2, 1WPP

Makna bahagi. Iqwan mentafsir makna bahagi dengan menggunakan idea pemetakan yang membabitkan:

a. Hasil yang terdiri daripada satu keseluruhan bagi kes membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat tanpa meninggalkan baki,

b. Hasil yang terdiri daripada satu keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi nombor bulat meninggalkan baki,

c. Hasil yang terdiri daripada bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi pecahan dan pecahan bahagi nombor bulat.

Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan. Iqwan mentafsir makna bahagi membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah $4 \div 2$ dan $10 \div 2$) dengan menganggap n sebagai bilangan petak atau kumpulan dan m sebagai bilangan benda berbentuk diskret. Beliau mengagihkan m benda tersebut kepada n petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat m/n benda dengan sama banyak bilangannya.

Dalam Petikan 1MK1 misalnya, Iqwan mentafsir makna bahagi bagi $4 \div 2$ dengan menganggap 2 sebagai dua kumpulan dan 4 sebagai empat orang, yang mana empat orang tersebut diagihkan kepada setiap kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mempunyai dua orang ahli. Dalam petikan yang sama, beliau mentafsir makna bahagi bagi $10 \div 2$ dengan menganggap 2 sebagai dua orang dan 10 sebagai sepuluh bahan, yang mana bahan tersebut diagihkan kepada sepuluh orang secara satu-satu hingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap orang mendapat lima benda.

Iqwan juga menggunakan idea yang sama bagi mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah $6 \div 3$) seperti dalam Petikan 1MK3. Beliau menganggap 3 sebagai tiga orang dan 6 sebagai enam batang pen, yang mana enam

batang pen tersebut diagihkan kepada setiap orang secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat dua batang pen.

Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan. Bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi nombor bulat yang meninggalkan baki pula, Rina mentafsir makna bahagi yang membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah $5 \div 2$ dan $5 \div 3$) dengan menganggap n sebagai bilangan petak dan m sebagai bilangan bahan, yang mana sebanyak x daripada m bahan diagihkan kepada n petak secara satu-satu sehingga meninggalkan baki, r. Kemudiannya, r bahan itu dipetakkan kepada n bahagian bagi menghasilkan sebanyak n bahagian yang bersaiz r/n. Seterusnya, beliau mengagihkan bahagian tersebut kepada n petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendapat x bahan dan r/n bahagian.

Dalam Petikan 1MK1 misalnya, beliau mentafsir makna bahagi membabitkan $5 \div 2$ dengan menganggap 2 sebagai dua kumpulan dan 5 sebagai lima buah kotak, yang mana lima buah kotak itu diagihkan kepada dua kumpulan secara satu-satu sehingga meninggalkan baki sebuah kotak. Kemudiannya, sebuah kotak itu dibahagikan kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau mengagihkan dua bahagian kotak itu kepada dua kumpulan satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap orang mendapat dua buah kotak lengkap dan satu daripada dua bahagian kotak lengkap.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan. Iqwan mentafsir makna bahagi membabitkan $a \div m/n$ ($a \div m/n$ ialah $1 \div 1/4$, $2 \div 1/2$, $3 \div 1/3$, dan $3 \div 2/3$) dan $m/n \div a$ ($m/n \div a$ ialah $1/3 \div 2$ dan $2/3 \div 2$) dengan menganggap a sebagai bilangan petak atau kumpulan dan m/n sebagai m daripada n bahagian bagi benda keseluruhan berbentuk selanjar. Beliau memetakkan m bahagian tersebut kepada a bahagian, yang mana menghasilkan sebanyak a bahagian yang bersaiz m/a bagi m benda keseluruhan. Seterusnya, Iqwan mengagihkan bahagian tersebut satu per satu

kepada *a* petak atau kumpulan sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak atau kumpulan mendapat *m/a* bahagian bagi *m* benda keseluruhan.

Dalam Petikan 1WBP1 misalnya, Iqwan mentafsir makna bahagi membabitkan 1 ÷ 1/4 dengan menganggap 1 sebagai satu petak dan 1/4 sebagai satu daripada empat bahagian bagi benda keseluruhan berbentuk selanjar. Beliau mengagihkan satu bahagian bagi benda keseluruhan kepada satu petak. Dalam pembahagian itu, satu petak mendapat satu bahagian daripada 1/4 benda keseluruhan.

Dalam petikan yang sama, Iqwan mentafsir makna bahagi membabitkan 2 ÷ 1/2 dengan menganggap 2 sebagai dua petak dan 1/2 sebagai satu daripada dua bahagian bagi benda keseluruhan berbentuk selanjar. Beliau memetakkan satu daripada dua bahagian itu kepada dua bahagian sama besar saiznya. Seterusnya, Iqwan mengagihkan dua bahagian itu kepada dua petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendapat satu daripada dua bahagian bagi 1/2 benda keseluruhan.

Selain itu, Iqwan juga menggunakan idea yang sama dengan *m/n* ÷ *a* bagi mentafsir makna bahagi membabitkan *m/n* ÷ *a* (*m/n* ÷ *a* ialah 1/3 ÷ 2). Dalam Petikan 1WPB1 misalnya, Iqwan menganggap *a* sebagai bilangan petak dan *m/n* sebagai *m* daripada *n* bahagian bagi benda keseluruhan berbentuk selanjar. Beliau membahagikan *m* bahagian tersebut kepada *a* bahagian, yang mana menghasilkan sebanyak *a* bahagian yang bersaiz *m/a* bagi *m/n* benda. Kemudiannya, beliau mengagihkan *m* bahagian tersebut secara satu-satu kepada *a* petak sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak *a* mendapat sebanyak *m/a* bahagian daripada 1/3 benda keseluruhan.

Bagi kes 1 ÷ 1/4, 2 ÷ 1/2, dan 1/3 ÷ 2, Iqwan mentasir makna bahagi sebagai pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan yang sama besar saiznya. Walau bagaimanapun, bagi kes membabitkan *a* ÷ *m/n* (*a* ÷ *m/n* ialah 3 ÷ 1/3 dan 3 ÷ 2/3) sebagai pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan yang tidak sama besar saiznya. Dalam Petikan 1MK3 misalnya, beliau

mentafsir makna bahagi membabitkan 3 ÷ 1/3 dengan menganggap 3 sebagai tiga petak dan 1/3 sebagai satu daripada tiga bahan keseluruhan berbentuk selanjar. Kemudiannya, beliau membahagikan satu bahagian tersebut kepada tiga bahagian lebih kecil tanpa mengambil kira keseragaman saiznya. Iqwan mengagihkan bahagian tertentu benda keseluruhan kepada tiga petak satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendapat bahagian yang sama banyak bilangannya, tetapi tidak sama besar saiznya. Iqwan menggunakan idea yang sama dengan 3 ÷ 1/3 bagi mentafsir makna bahagi membabitkan 3 ÷ 2/3.

Selain itu, Iqwan mentafsir makna bahagi membabitkan *m/n* ÷ *a/b* (*m/n* ÷ *a/b* ialah 1/2 ÷ 1/3) dengan menganggap *m/n* sebagai *m* daripada *n* petak keseluruhan dan *a/b* sebagai *a* daripada *b* bahagian keseluruhan. Walau bagaimanapun, Iqwan mengatakan susah untuk menjelaskan "bahagi kepada *m/n*". Rumusan makna bahagi yang ditafsirkan oleh Iqwan adalah seperti dalam Jadual 9.

Jadual 9

Rumusan Makna Bahagi yang dimiliki oleh Iqwan

Makna bahagi	**Penjelasan Makna Bahagi**	**Petikan**
Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan	Bagi kes pembahagian tanpa meninggalkan baki, Iqwan mentafsir makna bahagi membabitkan *m* ÷ *n* (*m* ÷ *n* ialah 4 ÷ 2, 6 ÷ 3, dan 10 ÷ 2) dengan menganggap *n* sebagai bilangan petak atau kumpulan dan *m* sebagai bilangan bahan berbentuk diskret, yang mana bahan berkenaan diagihkan kepada *n* petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap daripada *n* petak atau kumpulan mendapat *m/n* bahan keseluruhan.	1MK1, 1MK3
Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan	Bagi kes pembahagian meninggalkan baki membabitkan *m* ÷ *n* (*m* ÷ *n* ialah 5 ÷ 2), beliau menganggap *n* sebagai bilangan petak dan *m* sebagai bilangan bahan, yang mana bahan berkenaan diagihkan secara satu-satu sehingga meninggalkan baki. Kemudiannya, baki bahan dipetakkan kepada *n* bahagian, yang mana bahagian itu diagihkan kepada *n* petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap *n* petak mendapat *x* benda dan *r/n* bahagian (*x* ialah nombor bulat daripada hasil bahagi antara *m* dan *n* dan *r* ialah baki daripada pembahagian *m* dan *n*).	1MK1

Jadual 9 (bersambung)

Makna bahagi	Penjelasan Makna Bahagi	Petikan
Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan	Mentafsir makna bahagi membabitkan *a* ÷ *m/n* (*a* ÷ *m/n* ialah 1 ÷ 1/4) dan *a* ÷ *m/n* (*a* ÷ *m/n* ialah 2 ÷ 1/2) dengan menganggap *a* sebagai bilangan kumpulan dan *m/n* sebagai *m* daripada *n* bahagian sama saiz, yang mana bahagian tersebut diagihkan kepada *a* petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat sebanyak *m/a* bahagian. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat sebanyak *m/a* bahagian daripada *1/n* benda keseluruhan dengan sama besar saiznya.	1WBP1, 1WPB1, 1MK2
	Mentafsir makna bahagi membabitkan (*a* ÷ *m/n* ialah 3 ÷ 1/3 dan 3 ÷ 2/3), *m/n* ÷ *a* (*m/n* ÷ *a* ialah 1/3 ÷ 2 dan 2/3 ÷ 2) dengan menganggap *a* sebagai bilangan kumpulan dan *m/n* sebagai bilangan bahagian, yang mana *m* daripada *n* bahagian yang tidak sama saiz diagihkan kepada *a* kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat sebanyak *m/a* bahagian daripada *1/n* benda keseluruhan yang tidak sama besar saiznya.	1MK2, 1MK3
Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan	Bagi kes membabitkan *m/n* ÷ *a/b* (*m/n* ÷ *a/b* ialah 1/2 ÷ 1/3) dengan menganggap *b/a* sebagai bilangan petak dengan keadaan *b* daripada *a* petak dan *m/n* sebagai bilangan bahagian dengan keadaan *m* daripada *n* bahagian. Namun begitu, Iqwan menyatakan sukar untuk menjelaskan "bahagi dengan *m/n*".	1WPP

Penyelesaian Masalah. Iqwan menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, tongkat buluh, bar coklat, dan piza dengan mengaplikasikan tiga pengetahuan tentang nombor, empat pengetahuan tentang operasi, dan dua makna bahagi bagi menjelaskan jawapannya.

Pengetahuan tentang nombor. Iqwan menggunakan dua jenis nombor semasa menyelesaikan masalah membabitkan pecahan, iaitu nombor pecahan dan nombor perpuluhan. Beliau menjelaskan nombor pecahan dengan menggunakan dua idea, iaitu pemetakan dan pemisahan tunggal dan pengumpulan dan pemisahan bahan. Nombor perpuluhan pula dijelaskan dalam konteks persepuluh dan perseratus.

Pemetakan dan pemisahan tunggal. Dalam Petikan 1SPP1, Iqwan menyatakan bahawa jawapan bagi masalah membabitkan jus oren sebagai sebanyak dua buah cawan penuh dan 2/4 daripada cawan ketiga diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren. Beliau menyemak baki jus oren dengan memetakkan sebuah cawan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek dua daripada tiga bahagian dan menganggapnya sebagai

2/4 cawan. Sejurus kemudian, Iqwan menyedari bahawa sebuah cawan mempunyai tiga bahagian dan bukannya empat bahagian, beliau menyatakan bahawa sebanyak 2 dan 2/3 buah cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l*.

Dalam Petikan 1SPP2 pula, Iqwan mewakilkan 2 *cm* buluh dengan memetakkan satu jalur kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya. Bagi menghasilkan tongkat yang berukuran 2/3 *cm*, beliau memetakkan setiap bahagian kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Iqwan melorek dua daripada tiga bahagian dan menganggapnya sebagai 2/3 *cm* buluh yang juga merupakan sebatang tongkat. Beliau mengulangi tingkah laku yang sama sebanyak tiga kali. Dalam pembahagian itu, Iqwan menganggap hasil bahagi ialah terdapat 3 batang tongkat berukuran 2/3 *cm* dalam buluh berukuran 2 *cm*.

Dalam Petikan 1SPP3, Iqwan mewakilkan empat bahagian coklat dengan memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek tiga daripada empat bahagian dan menganggap satu bahagian yang tidak berlorek sebagai 1/4. Berikutnya, Iqwan mengunting salah satu bahagian kepada empat bahagian dan beliau menganggap semua bahagian yang lain juga dipetakkan dengan cara yang sama dengan mengunting tadi. Ringkasnya, tingkah laku Iqwan dalam Petikan 1SPP1, 1SPP2, dan 1SPP3 menunjukkan bahawa beliau memetak dan memisahkan bahagian bahan selanjar bagi menjelaskan konsep pecahan.

Mengumpul dan memisahkan bahan. Dalam konteks bahan berbentuk diskret, Iqwan mengumpulkan dua biji piza bersama dan menganggapnya sebagai satu kumpulan. Dalam Petikan 1SPP4 misalnya, beliau menganggap lapan biji piza sebagai empat kumpulan. Berikutnya, Iqwan memisahkan dua daripada lapan piza dan menganggapnya sebagai 1/4. Untuk membahagikan piza tersebut, Iqwan memetakkan setiap piza kepada dua bahagian sama besar saiznya, menjadikan 16 bahagian semuanya.

Beliau mentafsirkan pecahan dengan mengumpulkan semua 16 bahagian sebagai satu keseluruhan dan menganggap satu daripadanya sebagai 1/16.

Nombor persepuluh dan perseratus. Dalam Petikan 1SPP2, Iqwan menganggap 1/2 *cm* sebagai 0.5 *cm* dan 3/4 *cm* sebagai 0.75 *cm*. Dalam menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada buluh yang berukuran 8 *cm*, Iqwan mengukur buluh 8 *cm* dengan menggunakan 0.5 *cm*. Bagi kes membabitkan memotong tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada buluh berukuran 3/4 *cm*, Iqwan menukarkan 3/4 *cm* menjadi 0.75 *cm*, manakala 1/2 *cm* pula dianggapkan sebagai 0.5 *cm*. Ini menunjukkan bahawa beliau tahu menghubungkan nombor pecahan dengan nombor perpuluhan bagi mengira bilangan tongkat yang diperlukan.

Pengetahuan tentang operasi. Iqwan menggunakan empat jenis operasi dalam menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, iaitu tolak, tambah, darab, dan bahagi bagi mengenal pasti jawapannya.

Penolakan pecahan. Dalam Petikan 1SPP1, Iqwan memulakan penyelesaian masalah membabitkan jus oren dengan menolak 4/4 *l* dengan 1/4 *l* menjadi 3/4 *l*. Beliau mentafsir 3/4 *l* sebagai muatan bagi sebuah cawan, manakala 1/4 *l* pula dianggapkan sebagai lebihan atau baki apabila 1 *l* jus oren dituangkan ke dalam sebuah cawan. Beliau mengulangi langkah yang sama pada kali kedua dan menganggap 2 *l* oren yang dtuangkan ke dalam dua buah cawan menghasilkan baki sebanyak 2 kali 1/4 *l* jus oren, yang mana jumlah baki jus oren ialah 2/4 *l* semuanya.

Dalam Petikan 1SPP2 pula, Iqwan menyelesaikan masalah membabitkan penyediaan tongkat berukuran 2/3 *cm* daripada buluh berukuran 2 *cm* dengan menolak 3/3 dengan 2/3 menjadi 1/3 sebanyak dua kali. Ini menunjukkan bahawa Iqwan tahu peraturan operasi tolak bagi dua nombor pecahan untuk dikaitkan dalam menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat buluh.

Penambahan pecahan. Dalam Petikan 1SPP1, Iqwan menggunakan operasi tambah bagi menambah dua baki jus oren. Misalnya, beliau menyatakan bahawa 1/4 *l* lebihan jus oren ditambah dengan 1/4 *l* lebihan jus oren menjadi 2/4 *l* jus oren. Ini menunjukkan bahawa Iqwan tahu menggunakan prosedur penambahan dua nilai pecahan bagi menyelesaikan masalah membabitkan jus oren.

Dalam Petikan 1SPP2 pula, Iqwan juga menggunakan operasi tambah bagi menambah baki dua bahagian tongkat berukuran 2/3 *cm*, iaitu 1/3 *cm* dan 1/3 *cm* yang dipotong daripada sebatang buluh berukuran 2 *cm.* Ini menunjukkan bahawa beliau tahu menambah dua pecahan wajar bagi menyelesaikan masalah membabitkan tongkat buluh.

Pendaraban pecahan. Dalam Petikan 1SPP3, Iqwan menyemak jawapan bagi masalah membabitkan agihan 1/4 daripada bar coklat kepada empat orang dengan mendarabkan pengangka dan penyebut bagi 4/4 masing-masing dengan 4 menjadikan 16/16. Begitu juga dalam Petikan 1SPP4, beliau menyemak jawapan bagi masalah membabitkan agihan 1/4 daripada piza kepada empat orang dengan mendarabkan pengangka dan penyebut bagi 4/4 masing-masing dengan 4 menjadikan 16/16. Tingkah laku Iqwan itu menunjukkan bahawa beliau tahu prosedur mendarab pecahan bagi mengekalkan satu keseluruhan bahan yang mana bilangan bahagiannya bertambah.

Pembahagian pecahan. Dalam Petikan 1SPP1, Iqwan menggunakan operasi bahagi bagi meringkaskan pengangka dan penyebut satu pecahan menjadi lebih ringkas. Misalnya, beliau menyatakan bahawa 4/4 *l* bersamaan dengan 1 *l*, yang mana menunjukkan bahawa beliau membahagikan pengangka dan penyebut masing-masing dengan angka empat menjadikan 1/1 *l* yang juga dianggapkan bersamaan dengan 1 *l* jus oren. Selain itu, Iqwan juga menggunakan operasi bahagi bagi meringkaskan 2/4 *l* lebihan jus oren menjadi 1/2 *l*. Ini menunjukkan bahawa beliau tahu menggunakan prosedur bahagi bagi meringkaskan suatu pecahan.

Pengetahuan tentang makna bahagi. Iqwan menggunakan dua idea untuk menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian pecahan, iaitu:

- Hasil bahagi merupakan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan,
- Hasil bahagi merupakan bahagian tertentu bahan keseluruhan,

Pengukuran yang menghasilkan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 1SPP1, Iqwan menyelesaikan masalah menyukat *2 l* jus oren dengan menggunakan cawan dengan muatan 3/4 *l* dengan idea pengukuran. Beliau menganggap 3/4 *l* sebagai pengukur bagi mengukur 2 *l* jus oren. Misalnya, Iqwan melukis sebuah cawan berbentuk segi empat dan menulis 3/4 *l* di sebelah atasnya dan 1/4 *l* di sebelah bawahnya. Ini menunjukkan bahawa beliau menganggap 1 *l* jus oren dapat diukur oleh sebuah cawan berukuran 3/4 *l* dan menghasilkan 1/4 *l* baki jus oren. Beliau mengulangi langkah tersebut kali kedua menunjukkan bahawa Iqwan mengukur 1 *l* lagi menjadikan kesemuanya 2 *l* jus oren diukur oleh dua buah cawan menghasilkan baki 2/4 *l* jus oren. Beliau menyatakan sebanyak dua dan dua pertiga cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren dengan menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l*. Pernyataan tersebut juga menunjukkan bahawa Iqwan menganggap dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat 2 2/3 cawan yang muatannya 3/4 *l* dalam 2 *l* jus oren.

Dalam Petikan 1SPP2 pula, Iqwan juga menggunakan idea pengukuran bagi menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada tongkat buluh berukuran 8 *cm*. Iqwan menganggap 1/2 *cm* sebagai pengukur bagi mengukur sebatang buluh berukuran 8 *cm*. Iqwan membahagikan satu jalur kertas kepada lapan bahagian sama besar saiznya dan menganggapnya sebagai 8 *cm*. Kemudiannya, beliau membahagikan setiap bahagian kepada dua bahagian sama besar saiznya. Ini menunjukkan bahawa Iqwan mengukur setiap unit *cm* dengan

menggunakan 1/2 *cm* secara satu-satu sehingga habis. Iqwan menganggap terdapat 16 batang tongkat berukuran 1/2 *cm* semuanya pada buluh yang berukuran 8 *cm*. Pernyataan tersebut juga menunjukkan bahawa Iqwan menganggap dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat 16 batang tongkat berukuran 1/2 *cm* dalam buluh yang berukuran 8 *cm*.

Dalam Petikan 1SPP2 juga, Iqwan menggunakan idea pengukuran bagi menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada tongkat buluh berukuran 3/4 *cm*. Beliau menganggap 1/2 *cm* yang digambarkan sebagai dua unit 1/4 *cm* sebagai pengukur bagi mengukur tongkat buluh yang berukuran 3/4 *cm*. Iqwan mengukur 3/4 *cm* sebanyak dua kali dan menganggapnya sebagai sebatang tongkat. Bagi baki 1/4 *cm* pula, Iqwan tidak mengukurnya dengan 1/2 cm, tetapi terus menganggapnya sebagai 1/4 batang tongkat.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 1SPP3, Iqwan menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat dengan menganggap terdapat empat petak atau kumpulan dan empat bahagian sama besar saiznya pada bar coklat, yang mana satu daripada coklat tersebut diagihkan kepada empat kumpulan atau petak secara satu-satu sehingga habis. Iqwan memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap satu daripada empat bar coklat sebagai 1/4. Iqwan membahagikan salah satu bahagian yang diwakili 1/4 kepada empat bahagian yang lebih kecil. Kemudiannya, Iqwan mengatakan bahawa seluruh jalur kertas itu mempunyai 16 bahagian coklat. Berikutnya, beliau menganggap satu daripada 16 bahagian tersebut sebagai 1/16.

Dalam Petikan 1SPP4 pula, Iqwan menyelesaikan masalah membabitkan piza dengan menganggap terdapat empat kumpulan dan lapan piza, yang mana dua daripada lapan piza diagihkan kepada empat kumpulan dengan sama banyak. Iqwan memetakkan dua piza masing-masing kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap

semua piza juga dipetakkan kepada dua bahagian yang besar saiznya, menjadikan semuanya terdapat 16 separuh piza. Iqwan menyatakan bahawa 16 bahagian bersamaan dengan 16/16 dan beliau mengaggap satu daripada 16 bahagian piza bersamaan 1/16. Rumusan cara Iqwan menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian pecahan ditunjukkan dalam Jadual 10.

Jadual 10

Cara Iqwan Menyelesaikan Masalah Membabitkan Pembahagian Pecahan

Aplikasi Pengetahuan		**Masalah Membabitkan**			
		Jus oren	**Tongkat buluh**	**Bar Coklat**	**Piza**
Nombor Pecahan	Pemetakan dan pemisahan tunggal	Petak sama besar saiz	Petak sama besar	Petak sama besar	
	Pengumpulan dan pemisahan bahan				Sama banyak bilangan
	Persepuluh dan perseratus		1/2 = 0.5 3/4 = 0.75		
Operasi	Tambah pecahan	1/4 +1/4 = 2/4 *l*	1/3 + 1/3 = 2/3 *cm*		
	Tolak pecahan	4/4 −1/4 = 3/4 *l*	3/3 − 1/3 = 2/3 *cm*		
	Darab pecahan			4/4 × 4/4 = 16/16	4/4 × 4/4 = 16/16
	Bahagi pecahan	4/4 = 1	4/4 = 1		
Makna bahagi	Pengukuran yang menghasilkan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan	Ada 2 cawan 2/3 cawan lain	Ada 3 tongkat 2/3 *cm*		
	Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu bahan keseluruhan			Setiap orang mendapat 1/16 coklat	Setiap orang mendapat 1/16 piza

Ida

Ida merupakan seorang murid Tingkatan Satu yang berumur 13 tahun 11 bulan semasa temu duga dijalankan. Beliau ialah seorang pengawas sekolah. Ida mengatakan bahawa beliau kurang berminat terhadap mata pelajaran Matematik. Mata pelajaran yang paling diminatinya ialah Agama Islam. Menurut Ida, Matematik merupakan salah satu mata pelajaran yang sukar kerana ia mempunyai banyak rumus dan melibatkan aktiviti penyelesaian masalah. Dalam ujian bulanan, beliau mendapat markah 70 peratus bagi mata pelajaran Matematik. Guru Matematiknya mengkategorikan Ida sebagai salah seorang murid yang sederhana dalam pembelajaran matematik.

Gambaran Pecahan

Bahagian ini membabitkan usaha untuk mengenal pasti gambaran mental yang dipunyai oleh Ida tentang 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3 dan 7/3. Pada permulaan sesi temu duga, beliau diminta menggambarkan 1/2 terlebih dahulu. Kemudian, aktiviti diteruskan dengan menggambarkan 1/3, 2/3, dan 3/3. Seterusnya, beliau diminta memikirkan dan menjelaskan 4/3 dan 7/3 secara spontan. Temu duga dianalisis supaya konsepsi Ida tentang pecahan dapat dikenalpastikan.

Satu perdua. Dalam aktiviti yang membabitkan gambaran mental, Ida diminta untuk memikirkan secara spontan tentang 1/2. Petikan 2GP1 memaparkan respons beliau.

Petikan 2GP1: Gambaran 1/2

P: Apakah yang tergambar dalam fikiran anda, apabila saya sebut satu perdua?
M: Satu kek, belah dua.
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu perdua?
M: Kalau makan setengah daripada kek, itu satu perdua (murid melukis dan melorek kek).

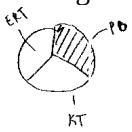
P: Selain itu, apa lagi yang tergambar oleh anda tentang satu perdua?
M: Buku, kita boleh bahagi dua (murid melukis dan melorek buku).

Dalam Petikan 2GP1, Ida menggambarkan 1/2 sebagai sebiji kek berbentuk bulatan. Kemudian, beliau melukis satu garisan pada bulatan tersebut dan berkata "kalau makan setengah daripada kek, itu satu perdua". Pernyataan itu menunjukkan bahawa Ida menganggap salah satu daripada dua bahagian tersebut sebagai 1/2. Selain itu, Ida juga menggambarkan 1/2 sebagai sebuah buku yang berbentuk segi empat. Beliau melorek sebelah buku tersebut dan menganggapnya sebagai 1/2. Dalam menggambarkan 1/2, nampaknya Ida hanya menggunakan contoh yang berbentuk selanjar sahaja.

Satu pertiga dan dua pertiga. Ida diminta untuk memikirkan dan menggambarkan 1/3, 2/3, dan 3/3 secara berasingan. Petikan 2GP2 memaparkan responsnya.

Petikan 2GP2: Gambaran 1/3 dan 2/3

P: Kalau cikgu kata satu pertiga, apakah yang Ida dapat gambarkan?
M: Satu pertiga daripada kumpulan murid (murid melukis sebuah bulatan yang ada tiga bahagian dan melorek satu daripada bahagian tersebut).



P: Cuba Ida jelaskan lukisan itu dengan lebih lanjut.
M: Katakan dalam Kemahiran Hidup, ada yang kena ambil ERT, KT, dan PD.
P: Apakah satu pertiga di situ?
M: Bahagian yang dilorek, Perdagangan adalah satu pertiga.
P: Mengapakah anda kata itu satu pertiga?
M: Sebab lorek satu daripada tiga bahagian.
P: Bagaimanakah pula dengan dua pertiga?
M: Kena lorek satu lagi, misalnya ERT.
P: Apakah lagi satu pertiga yang Ida boleh gambarkan?
M: Sebilangan botol cili sos. Satu pertiga daripadanya kena hantar ke suatu tempat (murid melukis tiga biji botol, lorek satu daripadanya).

P: Kalau cikgu kata dua pertiga, apakah yang Ida dapat gambarkan?
M: Ada dua botol cili sos murid (menunjukkan botol kedua dengan jari).

Dalam Petikan 2GP2, Ida menggambarkan 1/3 sebagai tiga jenis mata pelajaran yang terdapat dalam Kemahiran Hidup. Beliau menjelaskan gambarannya dengan melukis sebuah bulatan yang mempunyai tiga bahagian yang sama saiz dan mengatakan

setiap bahagian terdiri daripada mata pelajaran Ekonomi Rumah Tangga (ERT), Kemahiran Teknikal (KT), dan Perdagangan (PD). Nampaknya, ketiga-tiga bahagian bulatan dilukis sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau melorek salah satu daripada bahagian tersebut dan melabelnya sebagai mata pelajaran PD. Menurut Ida, bahagian berlorek ialah 1/3. Pernyataan "kena lorek satu lagi, misalnya ERT" menunjukkan beliau menganggap dua daripada tiga mata pelajaran, iaitu ERT dan PD sebagai 2/3.

Selain itu, Ida juga didapati menggambarkan 1/3 dan 2/3 dengan melukis tiga biji botol sos cili yang sama saiznya. Beliau menyatakan bahawa sebiji botol berlorek itu ialah 1/3. Berikutnya, Ida menggambarkan dua pertiga dengan menyebut "ada dua botol cili sos" menunjukkan beliau menganggap dua daripada tiga biji botol sos cili sebagai 2/3.

Dalam menggambarkan 1/3 dan 2/3, nampaknya Ida menggunakan kedua-dua contoh benda yang berbentuk selanjar dan diskret. Bagi contoh selanjar, beliau menggambarkan 1/3 dan 2/3 mata pelajaran Kemahiran Hidup yang dilukis sebagai sebuah bulatan. Bagi contoh diskret pula, beliau menggambarkan 1/3 dan 2/3 sebagai tiga biji botol sos cili.

Dalam aktiviti yang membabitkan satu keseluruhan, Ida diminta untuk memikirkan dan menggambarkan 3/3 secara spontan. Petikan 2GP3 memaparkan respons beliau.

Petikan 2GP3: Gambaran 3/3

P: Kalau cikgu sebut tiga pertiga, apakah yang mula-mula terbayang dalam fikiran anda?
M: Ada tiga biji bola (murid melukis tiga biji bola dan lorek semuanya).

P: Bagaimanakah anda tahu itu tiga pertiga?
M: Ada tiga, ambil semua sekali.
P: Selain itu, apa lagi yang terbayang dalam fikiran anda tentang tiga pertiga?
M: Tulis 3/3 (diam seketika). Ini sebiji bola, ada tiga bahagian (murid melukis sebuah bulatan dengan tiga bahagian sama besar).
P: Manakah tiga pertiga pada rajah ini?
M: Semua ini (murid melorek pada semua bahagian).

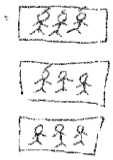
Dalam Petikan 2GP3, Ida menggambarkan 3/3 sebagai tiga biji bola. Beliau melorek ketiga-tiga bola tersebut dan berkata “ada tiga, ambil semua sekali”. Pernyataan itu menunjukkan Ida menganggap ketiga-tiga biji bola tersebut sebagai 3/3. Sementara itu, beliau juga menggambarkan 3/3 sebagai sebiji bola yang terbahagi kepada tiga bahagian dalam mana saiz setiap bahagian itu nampaknya dilukis sama besar. Kemudiannya, Ida melorek semua bahagian dan menganggap ketiga-tiga bahagian tersebut sebagai 3/3. Dalam menggambarkan 3/3, nampaknya Ida menggunakan kedua-dua contoh benda yang berbentuk selanjar dan diskret.

Empat pertiga dan tujuh pertiga. Dalam aktiviti yang melibatkan pecahan tak wajar, Ida diminta untuk menggambarkan pecahan 4/3 dan 7/3 secara berasingan. Petikan 2GP4 memaparkan respons beliau.

Petikan 2GP4: Gambaran 4/3 dan 7/3

P: Bila saya sebut pecahan empat pertiga, apakah yang mula-mula terlintas dalam fikiran anda?

M: Tulis 4/3 (diam seketika). Macam tiga orang setiap kumpulan, empat orang kena buat kerja kursus (murid melukis tiga buah segi empat dan tiga orang dalam setiap segi empat).



P: Cuba jelaskan lagi lukisan anda itu.

M: Ini ada tiga kumpulan, kita pilih empat orang saja (murid meletak tanda pada empat orang).

P: Mengapakah perlu dilukis tiga orang dalam kumpulan pertama?

M: (Diam seketika). Sebab “pertiga”.

P: Maksud anda?

M: Kena ambil tiga sebab ia adalah satu kumpulan.

P: Bagaimanakah pula anda jelaskan tujuh pertiga?

M: Pilih tujuh orang (murid meletakkan tanda pada tujuh orang).

Dalam Petikan 2GP4, Ida menggambarkan 4/3 sebagai tiga kumpulan manusia dengan setiap kumpulan mempunyai tiga orang ahli yang dilukis dengan saiz yang sama besar. Kemudiannya, beliau menjelaskan 4/3 dengan menanda pada empat orang, iaitu

tiga orang dari kumpulan pertama dan seorang dari kumpulan kedua. Menurut Ida, setiap kumpulan mempunyai tiga orang ahli kerana pecahan yang digambarkan ialah 1/3.

Seterusnya, Ida menggambarkan 7/3 juga sebagai tiga kumpulan manusia dengan setiap kumpulan mempunyai tiga orang ahli. Kemudiannya, beliau menanda pada tiga orang dari kumpulan pertama, tiga orang dari kumpulan kedua, dan seorang dari kumpulan ketiga sebagai 7/3. Dalam menggambarkan 4/3 dan 5/3, nampaknya Ida hanya menggunakan contoh benda yang berbentuk diskret sahaja.

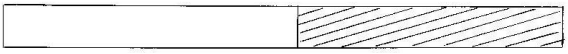
Mewakilkan Pecahan

Dalam tugasan ini, Ida diminta untuk mewakilkan 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3, dan 7/3. Petikan 2WPW1 memaparkan respons beliau semasa mewakilkan 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3. Sementara itu, Petikan 2WTW1 dan 2WTW2 memaparkan respons beliau semasa mewakilkan 4/3 dan 7/3.

Satu perdua. Ida diminta membaca perkataan yang tercatat pada Kad 1. Kemudiannya, beliau diminta untuk mewakilkan 1/2 dengan menggunakan jalur kertas yang diberikan. Petikan 2WPW1(1) memaparkan responsnya.

Petikan 2WPW1(1): Mewakilkan 1/2

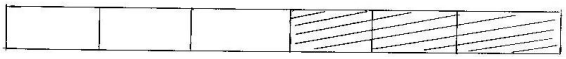
P: (Sehelai jalur kertas kosong diberikan kepada murid). Cuba baca perkataan pada Kad 1.
M: Satu perdua.
P: Sekiranya seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan “satu perdua” dengan menggunakan bahan ini, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Macam suatu benda yang ada dua bahagian (murid melukis satu garisan pada jalur kertas).



P: Apakah yang sedang anda buat?
M: Satu perdua (diam seketika) perlu ada dua bahagian dan ambil satu (murid melorek salah satu bahagian).
P: (Berikan jalur kertas empat petak kepada murid) Boleh tak anda menjelaskan pecahan 1/2 dengan bahan ini?
M: Kena lorek dua bahagian begini (murid melorek dua petak pada jalur kertas).

P: Mengapakah dilorekkan dua petak?
M: Sebab dua perempat, kita kecilkan nilainya dapat satu perdua (murid mengira dengan operasi bahagi).
P: (Berikan jalur kertas enam petak kepada murid) Bagaimanakah anda hendak menjelaskan satu perdua dengan bahan ini?

M: Tiga perenam tu dapat dikecilkan nilainya menjadi satu perdua (murid melorek tiga bahagian).



Dalam Petikan 2WPW1(1), Ida mewakilkan 1/2 dengan mengambil sehelai jalur kertas dan menyatakan ia perlu dibahagikan kepada dua bahagian. Kemudiannya, beliau melukis satu garisan pada permukaan jalur kertas itu dan melorek salah satu daripada bahagian tersebut. Pernyataan "Satu perdua perlu ada dua bahagian dan ambil satu" menunjukkan Ida menganggap satu daripada dua bahagian tersebut sebagai 1/2.

Seterusnya, Ida diminta untuk mewakilkan 1/2 dengan menggunakan satu jalur kertas yang mempunyai empat petak. Ida melorek dua petak yang terletak bersebelahan dan menyebut "kita kecilkan nilainya dapat satu perdua". Pernyataan tersebut dapat ditafsirkan bahawa beliau boleh meringkaskan 2/4 dengan operasi bahagi menjadi 1/2.

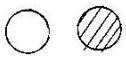
Seterusnya, Ida diminta mewakilkan 1/2 dengan menggunakan satu jalur kertas yang mempunyai enam petak. Beliau melorek tiga daripada enam petak yang terletak bersebelahan dan menyebut "tiga perenam tu dapat dikecilkan nilainya menjadi satu perdua". Tingkah laku Ida itu dapat ditafsirkan bahawa beliau boleh meringkaskan 3/6 dengan operasi bahagi untuk memperoleh 1/2.

Ida diberikan beberapa cip kertas untuk mewakilkan 1/2. Petikan 2WPW1(2) memaparkan respons beliau.

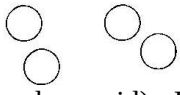
Petikan 2WPW1(2): Mewakilkan 1/2

P: (Dua cip kertas diberikan kepada murid). Dengan menggunakan bahan yang dibekalkan, cuba tunjukkan satu perdua.
M: (Diam seketika). Satu bulatan atau dua cikgu?
P: Cuba guna semua.
M: (Diam seketika). Boleh tak saya tunjukkan dengan satu bulatan?
P: Baiklah!
M: Ada sebuah bulatan, belah kepada dua dan ambil satu (murid melorek salah satu bahagian).

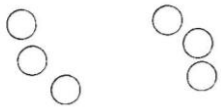
P: Cuba tunjukkan satu perdua dengan dua cip kertas.
M: (Diam seketika). Sebiji la!
P: Mengapakah sebiji?
M: Sebab ada dua, ambil satu (murid melorek sebuah bulatan).



P: (Empat cip kertas diberikan kepada murid). Boleh tak anda jelaskan satu perdua dengan bahan ini?
M: (Murid menolak dua cip kertas ke sebelah).
P: Cuba jelaskan apa yang anda lakukan?
M: Itu ialah dua perempat, kita boleh kecilkan menjadi satu perdua.



P: (Enam cip kertas diberikan kepada murid). Jika anda hendak jelaskan satu perdua dengan menggunakan bahan ini, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Murid menolak tiga cip kertas).
P: Cuba jelaskan apakah yang anda lakukan?
M: Ada dua kumpulan, ini ialah tiga perenam. Kita boleh kecilkan tiga dengan enam bagi mendapatkan satu perdua.



Pada permulaan protokol, Ida mengalami kesukaran untuk mewakilkan 1/2 dengan menggunakan dua cip kertas. Kemudiannya, beliau memohon untuk menggunakan sekeping cip kertas sahaja. Beliau melukis satu garisan pada cip kertas berkenaan dan melorekkan salah satu bahagian tersebut. Tingkah laku Ida seterusnya menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada dua bahagian cip kertas berkenaan sebagai 1/2.

Berikutnya, Ida diminta untuk mewakilkan 1/2 dengan menggunakan dua cip kertas. Beliau menyusun dua cip kertas berdekatan, kemudian melorek salah satu daripadanya. Ida berkata “sebab ada dua, ambil satu” menunjukkan beliau menganggap satu daripada dua cip kertas berkenaan sebagai 1/2.

Seterusnya, Ida mewakilkan 1/2 dengan menyusun empat cip kertas berdekatan dan menolak dua cip kertas ke tepi. Tingkah laku Ida itu menunjukkan bahawa beliau menganggap dua cip kertas tersebut sebagai satu kumpulan. Berikutnya, Ida menyebut “Itu ialah dua perempat, kita boleh kecilkan menjadi satu perdua” menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada empat cip kertas sebagai 2/4 yang kemudiannya diringkaskan dengan operasi bahagi menjadi 1/2.

Selanjutnya, Ida diminta mewakilkan 1/2 dengan menggunakan enam keping cip kertas. Beliau menyusun enam keping cip kertas berdekatan, kemudiannya menolak tiga cip kertas ke tepi dan berkata “Ada dua kumpulan, ini ialah tiga perenam. Kita boleh kecilkan tiga dengan enam bagi mendapatkan satu perdua”. Pernyataan Ida itu dapat ditafsirkan bahawa beliau menganggap tiga daripada enam cik kertas sebagai 3/6 dan meringkasnya untuk mendapat 1/2.

Satu pertiga dan dua pertiga. Ida diberikan Kad 2 dan diminta untuk mewakilkan pecahan berkenaan menggunakan jalur kertas. Petikan 2WPW1(3) memaparkan respons beliau.

Petikan 2WPW1(3): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: (Kad 2 dan sekeping jalur kertas kosong diberikan kepada murid). Seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 2, bagaimanakah anda melakukannya?

M: Satu pertiga ialah satu bahagian (murid melukis dua garisan tegak dan melorek satu petak).

P: Mengapakah anda kata begitu?

M: Sebab ada tiga, ambil satu bahagian.

P: (Kad 3 dan sekeping jalur kertas kosong diberikan kepada Ida). Kalau anda ada pecahan yang tercatat pada Kad 3, cuba jelaskan dengan menggunakan bahan tersebut.

M: Kita ada dua bahagian (murid membentuk tiga petak dan melorek dua petak).

P: Mengapakah anda kata demikian?

M: Sebab saya ada tiga dan diambil dua kita dapat dua pertiga.

P: (Sehelai jalur kertas enam petak diberikan kepada murid). Bagaimanakah anda menjelaskan satu pertiga dengan bahan berikut?

M: (Diam seketika). Kita ambil dua petak sebab dua perenam ialah satu pertiga (murid melorek dua petak).

P: Mengapakah anda kata begitu?

M: Sebab ia dapat dikecilkan macam ini (murid meringkas dengan operasi bahagi).

P: Apa maksud dikecilkan?

M: (Murid menunjukkan pengiraan operasi bahagi).

P: Sekarang cuba jelaskan dua pertiga menggunakan bahan ini.

M: Lorekkan empat bahagian (murid melorek empat petak).

P: Mengapakah anda kata begitu?

M: Sebab jika dikecilkan empat perenam, dapat dua pertiga (murid mengira secara operasi bahagi).

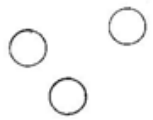
Dalam Petikan 2WPW1(3), Ida mewakilkan 1/3 dengan melukis dua garisan pada satu jalur kertas. Kemudian, Ida melorek salah satu bahagian dan menyebut “ada tiga, ambil satu bahagian”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga bahagian tersebut sebagai 1/3. Seterusnya, Ida melorek satu petak lagi dan menyatakan petak berkenaan sebagai 2/3.

Seterusnya, Ida diminta untuk mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan menggunakan jalur kertas yang mempunyai enam bahagian. Beliau melorek dua bahagian bersebelahan dan menyebut “kita ambil dua petak sebab dua perenam ialah satu pertiga”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada enam bahagian sebagai 2/6 untuk mendapat 1/3. Selanjutnya, Ida melorek empat bahagian bersebelahan dan menganggap empat daripada enam bahagian sebagai 4/6 yang kemudiannya diringkaskan menjadi 2/3.

Selain menggunakan jalur kertas, Ida diminta untuk mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan menggunakan tiga dan seterusnya enam keping cip kertas secara berasingan. Petikan 2WPW1(4) memaparkan respons beliau.

Petikan 2WPW1(4): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: (Tiga cip kertas diberikan kepada murid). Jika seorang rakan minta pertolongan anda menjelaskan pecahan satu pertiga dengan menggunakan cip kertas ini, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Murid menolak satu cip kertas ke sebelah).



P: Apakah maksud anda?
M: Ambil satu cip kertas. Itu ialah satu pertiga.
P: Bagaimanakah anda nak jelaskan dua per tiga?
M: (Murid menyentuh dua cip kertas).
P: Apakah maksud anda?
M: Ambil dua daripada tiga ialah dua pertiga.
P: (Enam cip kertas diberikan kepada murid). Jika kawan itu minta pertolongan anda untuk jelaskan satu pertiga dengan bahan ini, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Murid menyentuh dua cip kertas).
P: Apakah yang dimaksudkan oleh anda?
M: Itu dua perenam, ia boleh menjadi satu pertiga dengan meringkasnya.
P: Meringkaskan itu apa?
M: (Murid tunjukkan pengiraan operasi bahagi).
P: Sekarang cuba jelaskan dua pertiga dengan bahan itu.

M: Ini ada tiga kumpulan, dua kumpulan itu ialah dua pertiga (Murid menolak dua cip kertas sebanyak dua kali).

P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab dua kumpulan ialah empat perenam, diringkaskan dapat dua pertiga.

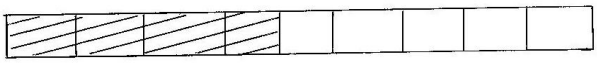
Dalam Petikan 2WTW1(4), Ida mewakilkan 1/3 dengan menyusun tiga cip kertas berdekatan. Kemudiannya, beliau menolak salah satu daripada cip kertas tersebut ke tepi. Menurut Ida, sekeping cip kertas yang ditolak itu menandakan 1/3. Berikutnya, Ida menolak dua cip kertas ke tepi dan berkata "Ambil dua daripada tiga ialah dua pertiga". Pernyataan Ida itu dapat ditafsirkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga cip kertas tersebut sebagai 2/3.

Seterusnya, Ida diminta untuk mewakilkan 1/3 dengan menggunakan enam cip kertas. Beliau menolak dua cip kertas ke tepi dan mengatakannya sebagai 2/6. Berikutnya, Ida berkata "Itu dua perenam, ia boleh menjadi satu pertiga dengan meringkasnya" menunjukkan beliau boleh meringkaskan 2/6 menjadi 1/3. Berikutnya, Ida diminta untuk mewakilkan 2/3 dengan menggunakan cip kertas yang sama. Beliau menolak dua keping cip kertas sebanyak dua kali ke sebelah dan berkata "dua kumpulan itu ialah dua pertiga... Sebab dua kumpulan ialah empat perenam, diringkaskan dapat dua pertiga". Pernyataan itu dapat ditafsirkan bahawa Ida menganggap dua daripada empat kumpulan cip kertas sebagai 4/6 yang kemudian diringkaskan menjadi 2/3.

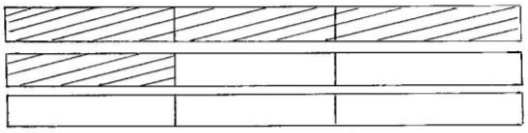
Empat pertiga dan tujuh pertiga. Ida diminta membaca perkataan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Kemudiannya, beliau diminta untuk mewakilkan pecahan tersebut dengan menggunakan jalur kertas. Petikan 2WTW1 memaparkan responsnya.

Petikan 2WTW1: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

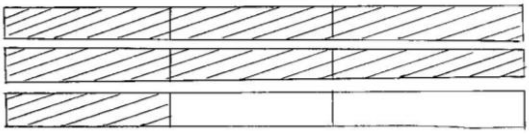
P: (Kad 1 dan beberapa jalur kertas diberikan kepada murid). Cuba sebut nombor yang tercatat pada Kad 1. Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dengan menggunakan jalur kertas berikut, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Diam seketika). Kena ada sembilan petak (murid melukis sembilan petak pada satu jalur kertas).



P: Mengapakah kena ada petak sebanyak itu?
M: Ada tiga (murid tunjuk pada penyebut "4/3"), setiap satu ada tiga ahli.
P: Bagaimanakah anda tahu setiap satu ada tiga ahli?
M: (Diam seketika). Penyebut tiga.
P: Cuba jelaskan empat pertiga.
M: (Diam seketika). Kita tandakan empat petak (diam seketika) Tak boleh!
P: Mengapa tak boleh?
M: (Diam seketika). Kita kena jadikan nombor bulat (murid mengambil satu jalur kertas dan melukis dua garisan). Kita dapat satu (murid melorek semua tiga bahagian). Kita kena ada satu pertiga lagi untuk jadi empat pertiga (murid mengambil satu jalur kertas dan bahagi kepada tiga bahagian).



P: Bagaimanakah dengan jalur kertas ketiga?
M: Biarkan, itu lebih!
P: (Berikan Kad 2 dan jalur kertas kepada murid). Sekarang, jika seorang kawan minta bantuan anda untuk jelaskan pecahan pada Kad 2 dengan menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Diam seketika). Kita tukar kepada nombor bulat (lukis dua garisan pada jalur kertas). Kita lorek tiga bahagian sebab ialah satu (ambil lagi jalur kertas dan bahagi kepada tiga bahagian). Kita pilih satu jalur lagi, dan ambil satu pertiga lagi.



Dalam Petikan 2WTW1, Ida mewakilkan 4/3 dengan mengambil satu jalur kertas dan melukis lapan garisan pada jalur kertas tersebut. Menurut Ida, jalur kertas itu perlu ada tiga kumpulan dengan setiap kumpulan mengandungi tiga petak masing-masing. Sejurus kemudian, Ida melorek empat petak berturutan dan mengatakan petak berkenaan ialah 4/3. Walau bagaimanapun, Ida mengatakan itu tidak betul dengan berkata "Kita kena jadikan nombor bulat". Pernyataan itu mencadangkan Ida sedang memikirkan 4/3 dalam konteks nombor bercampur. Selanjutnya, Ida mengambil tiga jalur kertas dan melukis dua garisan pada setiap jalur kertas berkenaan dan berkata "kita dapat satu... kita kena ada satu pertiga lagi untuk jadi empat pertiga". Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga bahagian pada jalur kertas pertama

sebagai kumpulan pertama dan satu bahagian pada jalur kertas kedua sebagai 1/4. Gabungan kedua-duanya membentuk 4/3.

Seterusnya, Ida mewakilkan 7/3 dengan berkata “Kita tukar kepada nombor bulat”. Pernyataan tersebut dapat ditafsirkan bahawa Ida memikirakan 7/3 dari sudut nombor bercampur. Menurut Ida, beliau perlu menggunakan tiga jalur kertas untuk menjelaskan 7/3. Kemudiannya, beliau melukis dua garisan pada setiap jalur kertas dan berkata “Kita lorek tiga bahagian sebab ialah satu ... Kita pilih satu jalur lagi, dan ambil satu pertiga lagi”. Pernyataan itu menunjukkan Ida menganggap tiga bahagian pada jalur kertas pertama sebagai satu keseluruhan, tiga bahagian pada jalur kertas kedua sebagai satu keseluruhan kedua, dan satu daripada tiga bahagian pada jalur kertas ketiga sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan ketiga-tiga perkara ini membentuk 7/3.

Selanjutnya, Ida diminta untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cip kertas. Petikan 2WTW2 memaparkan respons beliau.

Petikan 2WTW2: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

P: (Kad 1 dan beberapa cip kertas diberikan kepada murid). Cuba menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dengan menggunakan beberapa cip kertas berikut.
M: (Diam seketika).
P: (Tiga cip kertas diberikan kepada murid). Cuba tunjukkan satu pertiga dengan ini?
M: (Murid menolak sebiji cip kertas ke tepi).
P: Bagaimanakah jika dua pertiga?
M: (Murid menolak dua cip kertas ke tepi).
P: Sekarang tunjukkan empat pertiga?
M: (Diam seketika). Tak tahu.
P: (Kad 2 dan beberapa cip kertas diberikan kepada murid). Sekarang cuba jelaskan pecahan pada Kad 2 menggunakan bahan dibekalkan.
M: (Diam seketika). Tak tahu.

Dalam Petikan 2WTW2, Ida mewakilkan 1/3 dengan menolak satu daripada tiga cip kertas ke sebelah. Kemudian, beliau mewakilkan 2/3 dengan menolak dua cip kertas ke sebelah. Walau bagaimanapun, beliau tidak berjaya mewakilkan pecahan 4/3 dan 7/3 dengan menggunakan cip kertas.

Mentafsirkan Pecahan

Tugasan ini terdiri daripada dua aktiviti, iaitu mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk selanjar dan mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk diskret. Petikan 2TRP1 memaparkan respons Ida mentafsirkan pecahan dari perwakilan berbentuk selanjar, manakala Petikan 2TRP2 memaparkan respons beliau mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk diskret.

Perwakilan berbentuk selanjar. Perwakilan berbentuk segi empat ditunjukkan kepada Ida. Beliau diminta mentafsirkan nilai pecahan dari petak warna merah, kuning, dan biru. Petikan 2TRP1 memaparkan responsnya.

Petikan 2TRP1: Mentafsir Pecahan dari Perwakilan Selanjar

P: Berikut merupakan sebuah rajah segi empat sama yang terdiri daripada beberapa warna. Cuba nyatakan berapakah bilangan warna dalam rajah itu?
M: (Diam seketika). Ada empat warna.
P: Cuba Ida nyatakan apakah nilai pecahan bagi kawasan merah daripada seluruh rajah itu.
M: (Diam seketika). Satu pertujuh.
P: Bagaimanakah anda tahu itu jawapan yang betul?
M: Ini ialah satu, dua, tiga,…, tujuh (murid membilang petak berwarna).
P: Mengapakah anda dapat satu pula?
M: (Murid tunjuk pada petak berwarna merah).
P: Apakah nilai pecahan lain bagi petak berwarna merah?
M: (Diam seketika). Tak ada.
P: Sekarang, lihat kawasan kuning. Cuba tafsirkan nilai pecahan petak kuning daripada seluruh rajah.
M: (Diam seketika). Satu pertujuh juga.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Macam tadi juga, ada tujuh petak semua, ada satu petak kuning (murid tunjuk pada petak berwarna kuning).
P: Baiklah, apakah lagi tafsiran pecahan yang boleh anda berikan bagi petak yang berwarna kuning.
M: (Diam seketika). Tak ada.
P: Cuba Ida lihat kawasan hijau pula, apakah nilai pecahan petak hijau daripada seluruh rajah?
M: Dua pertujuh.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Sebab ada dua keping hijau dan tujuh keping warna lain.
P: Apakah nilai pecahan yang lain bagi petak berwarna hijau?
M: Tiada.
P: Sekarang cuba lihat kawasan biru, apakah nilai pecahan bagi kawasan itu daripada seluruh rajah?
M: Tiga pertujuh.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Ada satu, dua, tiga biru (murid tunjuk pada petak berwarna biru), sini ada satu …, empat bahagian (murid tunjuk pada petak berwarna selain biru).
P: Selain itu, apa lagi nilai bagi kawasan biru?
M: Tiada.
P: Jika begitu, adakah kawasan merah dan kuning itu sama?

M: Tidak.
P: Adakah nilai pecahannya sama?
M: Ya.
P: Cuba beritahu saya mengapakah begitu?
M: (Diam seketika) Sebab pecahan ialah kena bahagi bilangan petak.

Dalam Petikan 2TRP1, Ida mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah sebagai 1/7. Dalam penjelasannya, Ida berkata "satu, dua,…, tujuh" mencadangkan bahawa beliau menganggap terdapat sebanyak tujuh petak berwarna dalam rajah tersebut. Tingkah laku Ida selanjutnya mencadangkan bahawa beliau mentafsir nilai pecahan bagi petak berwarna merah dengan membahagikan bilangan petak berwarna merah dalam seluruh rajah dengan jumlah keseluruhan petak dalam rajah berkenaan sebagai 1/7.

Seterusnya, Ida memberikan satu sahaja nilai tafsiran pecahan bagi petak berwarna kuning, iaitu 1/7. Dalam penjelasannya, Ida berkata "macam tadi juga, ada tujuh petak semua, ada satu petak kuning". Pernyataan tersebut dapat ditafsirkan bahawa beliau mendapati terdapat satu petak berwarna kuning dalam rajah berkenaan. Tingkah laku Ida seterusnya menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna kuning dengan membahagikan bilangan petak kuning yang terdapat dalam rajah dengan jumlah keseluruhan bilangan petak yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 1/7.

Berikutnya, Ida mentafsir nilai pecahan dari petak berwarna hijau sebagai 2/7. Dalam penjelasannya, Ida berkata "ada dua keping hijau dan tujuh keping warna lain" mencadangkan beliau mendapati terdapat dua petak berwarna hijau dan keseluruhannya ada sebanyak tujuh petak pelbagai warna dalam rajah tersebut. Tingkah laku Ida seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna hijau dengan membahagikan bilangan petak berwarna hijau dengan jumlah keseluruhan petak dalam rajah yang diberi sebagai 2/7.

Bagi petak berwarna biru, Ida mentafsirnya sebagai 3/7. Menurut Ida, rajah yang diberikan mempunyai tiga petak berwarna biru. Pernyataan "sini ada satu …, empat bahagian" mencadangkan bahawa Ida menganggap terdapat empat petak selain warna biru dalam rajah. Tingkah laku Ida seterusnya menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna biru dengan membahagikan bilangan petak berwarna biru dengan jumlah bilangan petak dalam seluruh rajah sebagai 3/7.

Perwakilan berbentuk diskret. Perwakilan berbentuk diskret ditunjukkan kepada Ida. Beliau diminta untuk mentafsir nilai pecahan dari petak warna merah, hijau, dan kuning. Petikan 2TRP2 memaparkan responnya.

Petikan 2TRP2: Mentafsir Pecahan dari Perwakilan Diskret

P: Terdapat berapakah bilangan warna dalam rajah tersebut?
M: Merah, hijau ... empat warna (murid menggerakkan jari sebanyak empat kali).
P: Apakah nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna merah daripada seluruh rajah?
M: Enam perdua belas.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Merah ada enam biji, semua ada dua belas biji.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi cip-cip berwarna merah daripada semua cip itu?
M: Satu perdua.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Ringkas nilai.
P: Cuba guna rajah tersebut dan jelaskan mengapakah satu perdua?
M: (Diam seketika). Tak tahu.
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna hijau daripada bulatan seluruh rajah?
M: 3/12.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Situ ada satu, dua, tiga hijau, semuanya ada dua belas (murid membilang semua bulatan).
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau daripada semua bulatan pada rajah itu?
M: (Diam seketika). 1/4.
P: Cuba jelaskan dengan menggunakan bulatan itu.
M: Ada satu hijau (murid tunjuk pada tiga bulatan hijau), ada empat kumpulan semuanya (murid tunjuk pada bulatan lain).
P: Apakah nilai tafsiran pecahan lain bagi bulatan berwarna hijau?
M: (Diam seketika). Tak ada.
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna kuning daripada bulatan seluruh rajah.
M: Dua perduabelas.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Ada dua bulatan sahaja.
P: Bagaimanakah anda mendapat perdua belas?
M: Rajah itu ada dua belas biji bulatan.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna kuning daripada semua bulatan pada rajah itu?
M: Satu perenam.

P: Mengapakah anda kata satu perenam?
M: Ini satu, ini dua, …., ini enam (murid tunjuk pada pasangan bulatan).
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna kuning daripada semua bulatan pada rajah itu?
M: (Diam seketika). Tiada.

Dalam Petikan 2TRP2, Ida mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna merah sebagai 6/12 dan 1/2. Dalam tafsiran pertama, Ida membilang bulatan berwarna merah sebanyak enam kali. Kemudian, beliau menyatakan bahawa terdapat dua belas bulatan semua sekali. Tingkah laku Ida seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan membahagikan bilangan cip kertas berwarna merah dengan bilangan bulatan yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 6/12. Dalam tafsiran kedua, Ida mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan menyebut "ringkas nilai". Penyataan tersebut mencadangkan bahawa Ida meringkaskan 6/12 untuk mendapatkan 1/2.

Seterusnya, Ida mentafsirkan nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau sebagai 3/12 dan 1/4. Dalam tafsiran pertama, Ida menyatakan bahawa terdapat tiga bulatan berwarna hijau dan dua belas bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Ida seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna hijau dengan bilangan semua bulatan yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 3/12. Dalam tafsiran kedua, Ida tunjuk pada tiga bulatan berwarna hijau dan menyebut "ada satu hijau". Pernyataan itu dapat ditafsirkan bahawa beliau menganggap tiga bulatan berwarna hijau sebagai satu kumpulan. Kemudian, Ida tunjuk pada semua bulatan dan menyebut "ada empat kumpulan semuanya". Tingkah laku itu mencadangkan bahawa Ida menggabungkan tiga bulatan sebagai satu kumpulan dan menganggap terdapat empat kumpulan tiga biji bulatan dalam seluruh rajah. Akhirnya, Ida mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau dengan membahagikan bilangan kumpulan tiga biji bulatan berwarna

hijau dengan bilangan semua kumpulan tiga biji bulatan yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 1/4.

Selanjutnya, Ida memberikan dua nilai tafsiran pecahan bagi bulatan berwarna kuning, iaitu 2/12 dan 1/6. Pernyataan ringkas “ada dua bulatan sahaja” mencadangkan beliau mendapati terdapat dua buah bulatan berwarna kuning dan menganggap terdapat dua belas buah bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Ida seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan yang berwarna kuning dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna kuning dengan jumlah bilangan bulatan yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 2/12. Dalam tafsiran kedua, Ida menyebut “ini satu, ini dua, … ini enam” menunjukkan bahawa beliau menganggap dua buah bulatan sebagai satu kumpulan. Pernyataan tersebut juga mencadangkan bahawa beliau mendapati terdapat enam pasangan bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Ida seterusnya mencadangkan beliau mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna kuning dengan membahagikan bilangan pasangan bulatan berwarna kuning dengan jumlah bilangan pasangan bulatan yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 1/6.

Membandingkan Pecahan

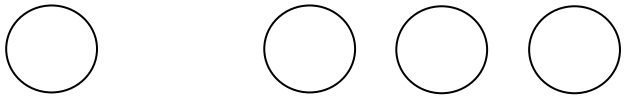
Tugasan ini terdiri daripada dua aktiviti yang berturutan, iaitu membandingkan pecahan 3/4 dengan 3/5 dan membandingkan pecahan 5/3 dengan 5/4. Petikan 2BP1 memaparkan respons Ida membandingkan pecahan 3/4 dengan 3/5, manakala Petikan 2BP2 pula memaparkan respons beliau dalam membandingkan pecahan 4/3 dengan 5/3.

Tiga perempat dan tiga perlima. Jalur kertas, cip kertas, dan kertas A4 diletak di atas meja. Ida diminta membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang beliau fikir paling sesuai. Petikan 2BP1 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 2BP1: Membandingkan 3/4 dan 3/5

P: (Berikan Kad 1 dan Kad 2 kepada murid) Jika seorang kawan minta bantuan anda untuk membandingkan saiz piza yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk menjelaskan perbandingan itu.

M: Ini tiga perempat (murid mengambil empat cip kertas sama saiz).



P: Bagaimanakah anda tahu itu tiga perempat?

M: Sebab ada empat bulatan, ambil tiga.

P: Cuba banding dengan pecahan yang satu lagi?

M: Ambil tiga cip kertas (murid mengambil lima cip kertas yang sama besar, tetapi saiz yang berbeza dengan cip kertas tadi).

P: Apakah pecahan yang anda bina?

M: Tiga perlima.

P: Mengapakah anda kata itu tiga perlima?

M: Asal ada lima, ambil keluar tiga.

P: Mengapakah ada perlu mengambil saiz bulatan yang tak sama?

M: Sebab tiga perempat hendak dibahagikan kepada empat orang, kena ambil saiz yang lebih besar. Tiga perlima, orang ramai kita kena ambil yang kecil sebab banyak.

P: Jadi siapa dapat lebih banyak piza?

M: Tiga perempat lebih banyak.

P: Mengapakah anda kata begitu?

M: Saiz bagi tiga bulatan ini (murid tunjuk pada piza Willie) lebih besar berbanding tiga bulatan itu (murid tunjuk pada piza William).

Dalam Petikan 2BP1, Ida membanding 3/4 dan 3/5 dengan mengambil empat keping cip kertas yang sama saiz. Beliau menyusun empat cip kertas dalam kedudukan sebaris. Kemudiannya, Ida menolak tiga daripada empat cip kertas ke tepi dan berkata "ada empat bulatan, ambil tiga". Pernyataan itu menunjukkan beliau menganggap tiga daripada empat cip kertas sebagai 3/4.

Seterusnya, Ida mengambil lima cip kertas yang lebih kecil saiznya berbanding sebelum itu dan menyusunya dalam satu baris. Berikutnya, beliau menolak tiga daripada lima cip kertas berkata "asal ada lima, ambil keluar tiga". Pernyataan itu menunjukkan Ida menganggap tiga daripada lima cip kertas sebagai 3/5.

Dalam membuat perbandingan saiz piza, Ida kelihatan memerhatikan tiga cip kertas yang mewakili 3/4 dan tiga cip kertas yang mewakili 3/5 dan berkata "Saiz bagi

tiga bulatan ini lebih besar berbanding tiga bulatan itu". Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap 3/4 piza adalah lebih besar berbanding 3/5 piza.

Lima pertiga dan lima perempat. Ida diminta membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang difikirkan paling sesuai. Petikan 2BP2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 2BP2: Membandingkan 5/3 dan 5/4

P: (Berikan Kad 1 dan Kad 2 kepada murid) Jika seorang kawan minta bantuan anda membandingkan saiz coklat yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk membandingnya.
M: (Diam seketika) Kena lorek lima bahagian semua (murid melukis dan melorek bulatan).

P: Cuba jelaskan mengapa anda lukis tiga bulatan?
M: Sebab ada pertiga.
P: Mengapakah anda bahagikan setiap bulatan kepada tiga bahagian?
M: Sebab pertiga.
P: Cuba jelaskan apakah yang anda lorek?
M: Sini tiga bahagian, dua lagi jadi lima. Kena ikut nombor lima di atas.
P: Bagaimanakah anda menjelaskan pecahan satu lagi?
M: (Diam seketika) Kena lorek lima bahagian (murid melukis dan melorek bulatan).
P: Cuba jelaskan mengapakah anda lukis begitu?
M: Perempat, kena ada empat bulatan dan pecah kepada empat. Kena lorek lima sebab ada nombor lima.
P: Baiklah, manakah lebih banyak coklat?
M: Lima pertiga.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab dua bahagian lebih banyak.

Dalam Petikan 2BP2, Ida membandingkan 5/3 dan 5/4 dengan melukis tiga buah bulatan yang sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau membahagikan setiap bulatan kepada tiga bahagian yang kelihatan sama besar saiznya. Menurut Ida, tiga bulatan dilukis kerana 5/3 mempunyai penyebut tiga. Dalam penjelasan lanjut, Ida menyatakan bahawa beliau membahagikan setiap bulatan kepada tiga bahagian juga kerana 5/3 mempunyai penyebut tiga. Seterusnya, beliau melorek tiga bahagian pada bulatan pertama dan menganggapnya sebagai satu keseluruhan. Kemudiannya, Ida melorek dua bahagian pada bulatan kedua dan menganggapnya sebagai 2/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-dua perkara itu dianggapkan sebagai 5/3.

Seterusnya, Ida mewakilkan 5/4 dengan melukis empat buah bulatan yang masing-masingnya terbahagi kepada empat bahagian yang sama besar saiznya. Menurut Ida, empat bulatan dilukis kerana penyebut bagi 5/4 ialah empat. Sementara itu, beliau juga mengatakan bahawa setiap bulatan itu dibahagikan kepada empat bahagian sebab penyebut bagi 5/4 ialah empat. Berikutnya, beliau melorek empat bahagian pada bulatan pertama sebagai satu keseluruhan dan satu daripada empat bahagian pada bulatan kedua sebagai 1/4 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 5/4.

Dalam membuat perbandingan saiz coklat, Ida berkata "Lima pertiga...Sebab dua bahagian lebih banyak" mencadangkan bahawa beliau membandingkan dua daripada tiga bahagian bulatan dengan satu daripada empat bahagian bulatan lain dan memutuskan bahawa 5/3 adalah lebih besar berbanding 5/4.

Mewakilkan Pembahagian Pecahan

Dalam tugasan ini, Ida diminta untuk mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan, pecahan bahagi nombor bulat, dan pecahan bahagi pecahan. Petikan 1WBP1 memaparkan respons Ida mewakilkan nombor bulat bahagi pechan menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 1WBP2 pula memaparkan tingkah laku beliau mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Sementara itu, Petikan 1WPB1 memaparkan respons Ida mewakilkan pecahan bahagi nombor bulat menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 1WPB2 pula memaparkan tingkah lakunya mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Akhirnya, Petikan 1WPP mengilustrasikan respons Ida mewakilkan pecahan bahagi pecahan dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas.

Nombor bulat bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, Ida diminta untuk mewakilkan 1 ÷ 1/4 dan 2 ÷ 1/4 menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 2WBP memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 2WBP: Mewakilkan Nombor Bulat Bahagi Pecahan

(Berikan beberapa jalur kertas kepada murid)

P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 2 ÷ 1/4, bagaimanakah anda melakukannya?

M: Kita buat dua bahagian dahulu, kemudian bahagi kepada empat bahagian. Pilih satu petak sebab bahagi satu perempat.

P: Baiklah, sekarang cuba jelaskan 1 ÷ 1/4.

M: Kita ambil satu jalur, ini ialah satu. Lepas tu kita kena bahagi kepada satu perempat macam tadi.

P: Rajah sama dengan yang sebelumnya?

M: Sama.

P: Adakah bermaksud 1 ÷ 1/4 dan 2 ÷ 1/4 sama?

M: **(**Diam seketika). Ya tapi maksudnya lain.

P: Apakah maksudnya?

M: 1 ÷ 1/4 la!

P: Cuba jelaskan jawapan bagi 1 ÷ 1/4 dengan jalur kertas itu?

M: (Tunjuk pada satu petak).

P: Cuba jelaskan 2 ÷ 1/4 menggunakan beberapa cip kertas.

M: (Diam seketika) Susah, tak dapat!

Dalam Petikan 2WBP1, Ida mewakilkan 2 ÷ 1/4 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya dan berkata “Kita buat dua bahagian dahulu”. Pernyataan tersebut menunjukkan beliau menganggap dua bahagian yang dibentuk adalah mewakili 2. Berikutnya, Ida melukis satu garisan mendatar merentasi kedua-dua bahagian tersebut dan berkata “... bahagi kepada empat bahagian. Pilih satu petak sebab bahagi satu perempat”. Tingkah laku Ida tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap seluruh jalur kertas itu perlu dibahagikan kepada empat bahagian. Selanjutnya, beliau menganggap salah satu daripada empat bahagian tersebut adalah mewakili 2 ÷ 1/4.

Seterusnya, Ida mewakilkan 1 ÷ 1/4 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Ida mencadangkan bahawa beliau menganggap satu jalur kertas adalah mewakili 1 dan empat bahagian dibentuk kerana membabitkan pembahagian dengan 1/4. Selanjutnya, beliau menganggap salah satu daripada empat bahagian itu sebagai 1 ÷ 1/4. Dalam penjelasan lanjut, Ida menyatakan bahawa pembahagian jalur kertas yang mewakili 1 ÷ 1/4 dan 2 ÷ 1/4 adalah

sama kerana kedua-duanya dibahagikan dengan 1/4. Namun begitu, Ida tidak dapat menjelaskan persamaan di antara kedua-dua pembahagian tersebut. Selanjutnya, Ida diminta untuk mewakilkan 1 ÷ 1/4 dengan menggunakan cip kertas. Walau bagaimanapun, beliau tidak berjaya mewakilnya dengan cip kertas berkenaan.

Nombor pecahan bahagi nombor bulat. Ida diminta untuk mewakilkan 1/3 ÷ 2 dan 2/3 ÷ 2 dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 2WPB memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 2WPB: Mewakilkan Pecahan Bahagi Nombor Bulat

P: (Berikan beberapa jalur kertas dan cip kertas di atas meja). Jika seorang kawan minta pertolongan anda menjelaskan 1/3 ÷ 2, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Ambil satu cip ini. Kalau bahagi dua, kita belah satu pertiga tu kepada dua bahagian.
P: Cuba gunakan lebih daripada satu cip kertas itu.
M: (Diam seketika). Tidak dapat.
P: Jika diminta untuk menjelaskan 2/3 ÷ 2 dengan menggunakan cip kertas, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Diam seketika). Ada tiga, ambil dua.
P: Mengapa begitu?
M: Sebab dua pertiga.
P: Jadi 2/3 ÷ 2 tu bagaimana?
M: Ambil satu.
P: Apakah maksud “ambil satu”?
M: Ada dua orang, seorang ambil satu (murid tunjuk pada dua cip kertas).

Dalam Petikan 2WPB, Ida mewakilkan 1/3 ÷ 2 dengan membahagikan sekeping cip kertas kepada tiga bahagian sama besar. Kemudiannya, Ida berkata “Kalau bahagi dua, kita belah satu pertiga itu kepada dua bahagian yang sama” menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga bahagian sebagai 1/3. Tingkah laku Ida tersebut juga mencadangkan bahawa beliau membahagikan salah satu daripada bahagian tersebut kepada dua bahagian sama besar.

Seterusnya, Ida mewakilkan 2/3 ÷ 2 dengan menyatakan “Ada tiga, ambil satu”. Tingkah laku Ida tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga cip kertas sebagai 2/3. Pernyataan “Ada dua orang, seorang ambil satu” menunjukkan beliau menganggap dua orang dengan setiap orang mengambil satu cip kertas sebagai 2/3 ÷ 2.

Pecahan bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, Ida diminta untuk mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 2WPP memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 2WPP: Mewakilkan Pecahan Bahagi Pecahan

P: (Sediakan beberapa helai jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 1/2 ÷ 1/3 dengan menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?

M: (Diam seketika). Kita kena terbalikkan satu pertiga, jika didarab, kita dapat dua pertiga. Itu ialah 1 1/2.

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

P: Cuba tunjuk pada jalur kertas.

M: (Diam seketika). Tak tahu.

P: Cuba gunakan cip kertas untuk menjelaskan 1/2 ÷ 1/3.

M: (Diam seketika). Tak tahu.

Dalam Petikan 2WPP, Ida mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 menulis pembahagian tersebut sebagai "1/2 × 3/1". Kemudiannya, beliau menganggap hasil darab kedua-dua pecahan tersebut ialah 3/2. Pernyataan "Itu ialah 1 1/2" menunjukkan bahawa beliau menganggap 3/2 dapat ditukarkan menjadi 1 1/2. Namun begitu, Ida tidak berjaya mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas. Dalam aktiviti ini, nampaknya Ida boleh menyelesaian 1/2 ÷ 1/3 dengan menggunakan kaedah songsang dan darab. Walau bagaimanapun, beliau tidak berjaya mewakilkan dengan menggunakan bahan berbentuk selanjar dan diskret.

Makna Bahagi

Tugasan ini terdiri daripada lima aktiviti, iaitu mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat, nombor bulat bahagi pecahan, pecahan bahagi nombor bulat, dan pecahan bahagi pecahan. Petikan 2MK1 dan 2MK2 memaparkan respons Ida mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat, Petikan 2MK3 memaparkan respons Ida mentafsirkan makna bahagi dari konteks yang membabitkan nombor bulat bahagi pecahan, Petikan 2MK4 pula memaparkan respons

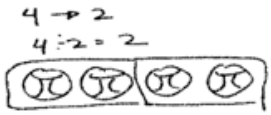
beliau mentafsirkan bahagi dari konteks yang membabitkan pecahan bahagi nombor bulat, dan Petikan 2MK5 pula memaparkan respons beliau mentafsirkan bahagi dari konteks yang membabitkan pecahan bahagi pecahan.

Nombor bulat bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator ditunjukkan kepada Ida. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi. Petikan 2MK1 dan 2MK2 memaparkan responsnya.

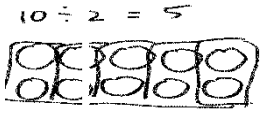
Petikan 2MK1: Mentafsir Makna Bahagi 2

P: (Simulasi nombor 8 masuk – 4 keluar; 7 masuk – 3.5 keluar; dan 6 masuk – 3 keluar). Cuba catatkan pasangan nombor yang masuk dan keluar. Cuba teka apakah kalkulator buat pada nombor itu?
M: Bahagi dua.
P: Apakah makna bahagi dua?
M: Bahagi dua (diam seketika). Adalah membahagi dua-dua suatu benda.
P: "Membahagi dua, dua" tu apa?
M: Ini enam bulatan. Bahagi dua (diam seketika). Begini (murid melukis rajah).

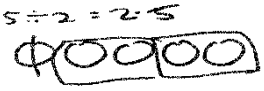
P: Semasa anda melukis segi empat tu, anda fikirkan apa?
M: Pecahkan dua, dua bulatan.
P: Mengapakah anda "pecahkan dua, dua" begitu?
M: Nak cari ada berapa dua bulatan.
P: Apakah yang dapat anda tahu daripada pembahagian itu?
M: Ada tiga kumpulan semua.
P: Baiklah, jika saya tekan empat, apa yang kalkulator buat?
M: (Murid tunjukkan pengiraan "4 ÷ 2 = 2").
P: Cuba jelaskan apakah maksud pengiraan itu?
M: Kalkulator akan keluarkan dua.
P: Cuba jelaskan "keluarkan dua".
M: Jika empat ada bola, kalkulator akan pisah dua bola begini (murid tunjuk pada rajah).



P: Kalkulator buat apa semasa "Pisahkan dua bola"?
M: Kumpulkan dua, dua bola.
P: Mengapakah nak kumpulkan bola begitu?
M: Nak cari bilangan bola.
P: Apakah yang dapat anda tahu dari pembahagian itu?
M: Ada dua kumpulan dua bola semua.
P: Sekarang, jika saya tekan sepuluh, apakah kalkulator akan buat?
M: Sepuluh bahagi dua.
P: Apakah maksudnya?
M: Macam tadi juga, kumpulkan dua bulatan.
P: Cuba tunjukkan cara kumpulkan dua bulatan.
M: Ada sepuluh bulatan, bahagi dua, dua begini (murid melukis rajah).



P: Masa anda kata bahagi dua, dua tu anda fikirkan apa?
M: Pilih dua, dua bulatan, ada satu, dua, tiga, …, lima.
P: Apakah maksudnya?
M: Ada lima pasangan bulatan.
P: Katakan saya tekan nombor lima, apa berlaku?
M: Kena ada lima buah bulatan.
P: Mengapakah begitu?
M: Sebab "5 ÷ 2".
P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Kita pisahkan dua, dua begini (murid melukis rajah).
P: Masa anda pisahkan dua, dua tu anda buat apa?
M: (Diam seketika). Bilang pasangan bulatan. Sebiji lagi tu kena belah sama besar.
P: Mengapakah yang sebiji kena belah begitu?
M: Nak bahagi dua belah sama banyak.
P: Apakah maksud nak bahagi dua belah sama banyak?
M: Beri kepada dua orang (murid menunjuk bulatan).



Dalam Petikan 2MK1, Ida meneka operasi yang dilakukan oleh kalkulator dalam simulasi sebagai "bahagi". Beliau menjelaskan makna "bahagi" dengan melukis enam buah bulatan yang sama besar saiznya. Kemudiannya, Ida melukis segi empat mengelilingi dua bulatan pertama, diikuti dengan dua bulatan kedua, dan seterusnya dua bulatan ketiga. Ida berkata "Pisahkan dua bulatan... ada tiga semua" mencadangkan bahawa beliau menganggap terdapat tiga kumpulan pasangan bulatan. Dalam penjelasan lanjut, Ida menyatakan bahawa "memisahkan pasangan bulatan" menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi sebagai membentuk tiga kumpulan yang masing-masing terdiri daripada dua buah bulatan.

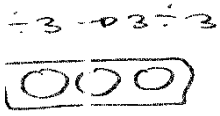
Seterusnya, Ida mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan operasi 4 ÷ 2 dengan melukis empat biji bola yang sama besar saiznya. Beliau melukis segi empat bagi mengelilingi dua biji bola pertama dan diikuti dengan dua biji bola kedua dan berkata "memisahkan bola... ada dua kumpulan dua bola semua". Tingkah laku Ida itu menunjukkan bahawa beliau membentuk dua kumpulan yang masing-masing mempunyai dua biji bola. Dalam aktiviti membabitkan operasi

10 ÷ 2, nampaknya Ida menjelaskan makna bahagi dengan menggunakan idea yang sama seperti pada operasi 4 ÷ 2.

Selanjutnya, Ida mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan operasi “5 ÷ 2” dengan melukis lima buah bulatan yang sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau melukis satu segi empat bagi melingkungi dua buah bersebelahan. Menurut Ida, segi empat dilukis untuk mengira pasangan bulatan. Berikutnya, Ida melukis satu garisan merentasi sebuah bulatan lain dengan menyebut “sebiji lagi tu kena belah sama besar”. Pernyataan itu menunjukkan bahawa Ida membahagikan bulatan tersebut kepada dua bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Ida seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi sebagai membentuk dua kumpulan yang masing-masingnya mempunyai dua buah bulatan dan membahagikan sebuah bulatan lain kepada dua belah yang sama besar untuk diberikan kepada dua orang dengan sama banyak.

Petikan 2MK2: Mentafsir Makna Bahagi 3

P: (Kalkulator yang dilabelkan “÷ 3” ditunjukkan kepada murid). Kalkulator ini mempunyai tugas lain. Cuba nyatakan tugas kalkulator sekarang?
M: Bahagi tiga.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Dia akan bahagi tiga.
P: Jika saya tekan nombor tiga, apakah yang akan dilakukan oleh kalkulator?
M: Bahagi tiga.
P: Kalkulator bahagi tiga tu dia buat apa?
M: Tiga bahagi tiga dapat satu (murid tunjuk pada rajah).



P: Semasa anda melukis segi empat tu, anda fikirkan apa?
M: Cari berapa tiga buah bulatan.
P: Apakah anda dapat?
M: Ada satu sahaja.
P: Jika saya tekan lima, apa yang berlaku?
M: Ada lima bulatan, dibahagikan dengan tiga.
P: Cuba jelaskan dengan lebih lanjut.
M: (Murid tunjukkan pengiraan operasi bahagi).

P: Apakah maksud pengiraan itu?
M: (Diam seketika). Ini lima bulatan. Ada tiga bulatan (diam seketika). Dua ni kena pecah tiga (murid melukis rajah).

P: Masa anda melukis segi empat tu, anda fikirkan apa?
M: Kumpul tiga bulatan.
P: Tadi anda kata "kena pecah tiga", apa maknanya?
M: (Diam seketika, tunjuk pada pengiraan sebelumnya). Kita akan dapat 1.6.
P: Apa perkaitan dengan rajah tadi?
M: Satu ialah ini (murid tunjuk pada segi empat yang melingkungi tiga bulatan). Point enam tu (diam seketika) ada enam bahagian untuk diberi kepada orang (murid tunjuk pada enam bahagian).

Dalam Petikan 2MK2, Ida mentasirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan operasi 3 ÷ 3 dengan melukis tiga buah bulatan. Berikutnya, Ida melukis satu segi empat bagi mengelilingi tiga buah bulatan dan berkata "ada satu sahaja". Tingkah laku Ida itu mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi 3 ÷ 3 sebagai terdapat satu kumpulan yang mengandungi tiga buah bulatan.

Seterusnya, Ida mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan operasi 5 ÷ 3 dengan melukis lima buah bulatan yang sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau melukis sebuah segi empat bagi mengelilingi tiga buah bulatan pertama. Selanjutnya, Ida tunjuk pada pengiraan "5 ÷ 3 = 1.6" dan menyebut "satu ialah ini... Point enam tu ada enam bahagian untuk diberi kepada orang" menunjukkan bahawa beliau menganggap 1 pada 1.6 sabagai satu kumpulan yang mengandungi tiga buah bulatan, manakala "0.6" pada 1.6 sebagai enam bahagian pada dua buah bulatan tersebut. Tingkah laku Ida selanjutnya menunjukkan bahawa beliau memberikan makna bahagi yang membabitkan operasi 5 ÷ 3 sebagai membentuk kumpulan yang mengandungi tiga buah bulatan dan membahagikan dua buah bulatan kepada tiga bahagian masing-masing. Seterusnya, enam bahagian itu dibahagikan kepada beberapa orang penerima dengan sama banyak.

Nombor bulat bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang mempunyai fungsi "÷ 1/3" dan "÷ 2/3" ditunjukkan

kepada Ida. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor dua dimasukkan dalam kalkulator berkenaan. Petikan 2MK3 memaparkan responsnya.

Petikan 2MK3: Mentafsir Makna Bahagi 1/3 dan 2/3

P: (Kalkulator yang dilabelkan "÷ 1/3" ditunjukkan kepada murid). Kalkulator ini mempunyai fungsi ini, cuba nyatakan tugas kalkulator itu sekarang?
M: Bahagi satu pertiga.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Bahagi satu pertiga.
P: Baiklah, jika saya masukkan nombor ini (tunjukkan nombor dua) ke dalam kalkulator, apakah yang berlaku?
M: (Diam seketika, kemudian menulis 2 ÷ 1/3). Ada dua buah pasu dan tiga kuntum bunga. Dua sahaja bunga yang dapat sebab satu pertiga telah dikeluarkan.

P: Dikeluarkan tu apa?
M: Tiada lagi.
P: Cuba jelaskan itu.
M: Setiap pasu akan ada sekuntum bunga.
P: Kalau fungsi kalkulator ialah ini (tunjukkan ÷ 2/3). Apakah yang akan berlaku jika nombor yang sama dimasukkan ke dalam kalkulator?
M: Ada dua buah pasu dan tiga kuntum bunga. Dua pertiga sudah diambil oleh pelajar lain.

P: Diambil oleh pelajar lain?
M: Ya, sekuntum lagi perlu diberi kepada dua pasu itu.

Dalam Petikan 2MK3, Ida mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi 2 ÷ 1/3 dengan melukis dua buah pasu dan tiga kuntum bunga. Kemudiannya, Ida menyebut "Ada dua buah pasu dan tiga kuntum bunga... Dua sahaja bunga yang dapat pasu sebab satu pertiga telah dikeluarkan" menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga kuntum bunga sebagai 1/3. Seterusnya, Ida melukis dua garisan menyambungkan dua kuntum bunga dengan dua buah pasu menunjukkan bahwa beliau mentafsirkan makna bahagi membabitkan operasi 2 ÷ 1/3 sebagai membahagikan dua kuntum bunga yang tidak diwakili oleh 1/3 kepada dua buah pasu dengan masing-masing dapat sekuntum bunga.

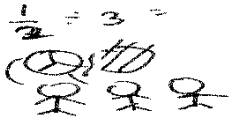
Seterusnya, Ida mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi 2 ÷ 2/3 dengan melukis dua pasu bunga dan tiga kuntum bunga. Pernyataan "Ada dua buah pasu dan tiga kuntum bunga. Dua pertiga sudah diambil oleh pelajar lain. Sekuntum lagi

perlu diasingkan kepada dua buah pasu tersebut" menunjukkan Ida menganggap dua daripada tiga kuntum bunga sebagai 2/3. Berikutnya, beliau melukis dua garisan bagi menyambungkan sekuntum bunga dengan dua buah pasu. Pernyataan "Sekuntum lagi perlu diberikan kepada dua buah pasu tersebut" mencadangkan bahawa beliau membayangkan sekuntum bunga itu dibahagikan kepada dua bahagian dan seterusnya diberikan kepada setiap pasu dengan sama banyak.

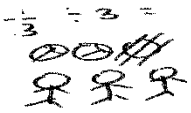
Pecahan bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang mempunyai fungsi "÷ 3" ditunjukkan kepada Ida. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 1/2, 1/3, dan 2/3 dimasukkan dalam kalkulator berkenaan. Petikan 2MK4 memaparkan responsnya.

Petikan 2MK4: Mentafsir Makna Bahagi 3

P: Jika saya masukkan nombor satu perdua apakah yang berlaku?
M: (Murid tunjukkan 1/2 ÷ 3).
P: Apakah maksud bahagi di situ?
M: Ada dua biji kek, dibahagikan kepada tiga orang
P: Cuba jelaskan lebih lanjut tentang dua biji kek itu?
M: Satu perdua ni telah diambil oleh orang lain. Kita bahagikan sebiji itu kepada tiga bahagian (murid melukis rajah).

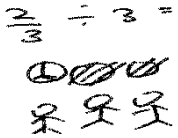


P: Semasa anda melorek satu bulatan tu, anda fikirkan apa?
M: Telah diambil oleh orang lain.
P: Tiga bahagian pada bulatan satu lagi tu apa?
M: Pecah sama besar.
P: Mengapakah perlu pecah sama besar?
M: Supaya mereka dapat sama banyak.
P: Cuba tunjukkan cara anda bahagi tiga kepada orang itu.
M: Satu ni kepada dia, ini kepada dia, dan yang ini kepada seorang lagi. Mereka dapat sama banyak (murid menyambung setiap bahagian kepada tiga orang).
P: Jika saya tekan satu pertiga, apakah kalkulator lakukan?
M: Ada tiga biji kek dan tiga orang (murid melukis rajah).



P: Cuba jelaskan makna rajah itu.
M: Sebiji telah diambil orang, kita bahagi yang baki dua biji lagi kepada tiga orang, dapat dua keping seorang.
P: Anda kata "bahagi baki kepada tiga orang" tu apa?
M: Pecahkan bulatan tu.
P: Cuba tunjukkan cara anda pecahkan bulatan.

M: Seorang ambil satu bahagian bulatan itu.
P: Apakah tujuan anda bahagi begitu?
M: Supaya mereka dapat sama banyak kek.
P: Apakah berlaku jika saya tekan nombor dua pertiga?
M: (Murid melukis tiga bulatan dan tiga orang).
P: Cuba jelaskan rajah itu.
M: Dua bulatan sudah tiada, sebiji lagi perlu dibahagikan kepada tiga orang dengan sama banyak.



P: Semasa anda melorek dua bulatan tu, anda fikirkan apa?
M: Keluarkan dia.
P: Anda kata "bahagikan kepada tiga bahagian" pada bulatan satu lagi tu apa maksudnya?
M: Pecahkan kepada tiga bahagian sama besar.
P: Jadi apakah yang anda dapat tahu dari pembahagian itu?
M: Berikan setiap bahagian, (diam seketika) sama besar kepada setiap orang.

Seterusnya, Ida diminta untuk mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan operasi 1/2 ÷ 3 dengan melukis dua buah bulatan dan tiga orang. Berikutnya, beliau melorek sebuah bulatan dan berkata "Satu perdua ni telah diambil oleh orang lain. Kita bahagikan sebiji itu kepada tiga bahagian". Tingkah laku Ida itu menunjukkan bahawa beliau menganggap 1/2 sebagai satu daripada dua buah bulatan. Selain itu, pernyataan tersebut juga menunjukkan beliau membahagikan sebuah bulatan lain kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Berikutnya, Ida berkata "Satu ni kepada dia, ini kepada dia, dan yang ini kepada seorang lagi. Mereka dapat sama banyak" menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi 1/2 ÷ 3 sebagai membahagikan setiap bahagian berkenaan kepada tiga orang dengan sama banyak.

Berikutnya, Ida mentafsir makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan operasi 1/3 ÷ 3 dengan melukis tiga buah kek dan tiga orang penerima. Ida melorek salah kek dan berkata "Sebiji telah diambil orang, kita bahagi yang baki dua biji lagi kepada tiga orang, dapat dua keping seorang" menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga biji kek sebagai 1/3. Menurut Ida, dua biji kek yang lain hendaklah dibahagikan kepada tiga bahagian masing-masing. Ida menyatakan bahawa

maksud bahagi dalam operasi 1/3 ÷ 3 ialah “pecahkan bulatan itu... seorang ambil satu bagi bulatan itu...supaya mereka dapat sama banyak kek”. Pernyataan itu mencadangkan Ida mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi 1/3 ÷ 3 sebagai mengenal pasti objek yang mewakili 1/3, membahagikan objek yang tidak mewakili 1/3 kepada tiga bahagian masing-masing, dan memberikan bahagian yang dibentuk kepada setiap orang dengan sama banyak.

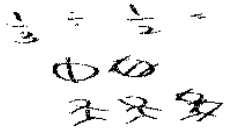
Selanjutnya, Ida mentafsir makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan operasi 2/3 ÷ 3 dengan melukis tiga buah bulatan dan tiga orang. Kemudiannya, beliau melorek dua daripada tiga bulatan dan berkata “Dua bulatan sudah tiada, sebiji lagi perlu dibahagikan kepada tiga orang dengan sama banyak”. Tingkah laku Ida itu menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga bulatan berkenaan sebagai 2/3. Seterusnya, beliau membahagi bulatan yang tidak mewakili 2/3 kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Dalam penjelasan lanjut, Ida berkata “berikan setiap bahagian, sama besar kepada setiap orang” mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi dari operasi 2/3 ÷ 3 sebagai mengenal pasti objek yang mewakili 2/3, membahagikan objek yang tidak mewakili 2/3 kepada tiga bahagian sama besar, dan memberikan bahagian tersebut kepada setiap orang penerima dengan sama banyak.

Pecahan bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang mempunyai fungsi “÷ 1/2” dan “÷ 1/3” ditunjukkan secara berasingan kepada Ida. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 1/2 dimasukkan dalam kalkulator itu. Petikan 2MK5 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 2MK5: Mentafsir Makna Bahagi Membabitkan 1/2 dan 1/3

P: (Kalkulator yang dilabelkan “÷ 1/2” ditunjukkan kepada murid). Jika saya tekan satu pertiga, apakah yang berlaku?
M: (Murid menulis 1/3 ÷ 1/2).
P: Cuba jelaskan pembahagian itu.

M: (Diam seketika). Ada dua biji telur dan tiga orang. Sebiji telur tiada lagi dan seorang juga sudah tiada. Sekarang belah sebiji telur kepada dua orang.



P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Belah telur kepada dua bahagian.
P: Bagaimanakah cara bahagi dilakukan?
M: Setiap satu beri kepada orang dengan sama banyak.
P: Jika saya tekan satu perdua, apakah kalkulator buat?
M: (Murid menulis 1/2 ÷ 1/3).
P: Cuba jelaskan makna pembahagian itu.
M: Ada tiga biji telur dan dua orang. Sebiji dah tiada, kita bahagikan dua biji telur kepada seorang sebab satu perdua.

P: Apakah makna bahagi pada rajah itu?
M: Berikan telur kepada orang itu. Dia dapat dua semuanya.

Dalam Petikan 2MK5, Ida mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan operasi 1/3 ÷ 1/2 dengan melukis dua biji telur dan tiga orang. Seterusnya, Ida menyatakan “sebiji telur tiada lagi” mencadangkan bahawa beliau menganggap satu daripada dua biji telur sebagai 1/2. Kemudiannya, beliau melorek satu daripada tiga orang dan menganggapnya sebagai 1/3. Dalam penjelasan lanjut, Ida menjelaskan bahawa sebiji telur yang tidak mewakili 1/2 hendaklah dibahagikan kepada dua bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Ida selanjutnya menunjukkan beliau mentafsirkan erti makna bahagi yang membabitkan operasi 1/3 ÷ 1/2 sebagai mengenal pasti bilangan benda yang mewakili 1/2 dan bilangan orang yang mewakili 1/3, membahagikan objek yang tidak mewakili 1/2 kepada 2 bahagian, dan memberikannya kepada orang yang tidak diwakili oleh 1/3.

Berikutnya, Ida mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi 1/2 ÷ 1/3 dengan melukis tiga biji telur dan dua orang. Beliau melorek satu daripada tiga biji telur dan menganggapnya sebagai 1/3. Kemudiannya, Ida melorek salah seorang dan menganggapnya sebagai 1/2. Menurut Ida, “sebiji dah tiada, kita bahagikan dua biji telur kepada seorang sebab satu perdua” mencadangkan bahawa beliau menganggap dua

biji telur yang tidak mewakili 1/3 hendaklah dibahagikan kepada seorang yang tidak mewakili 1/2 tadi. Seterusnya, Ida berkata “Berikan telur kepada orang itu. Dia dapat dua semuanya” menunjukkan beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi operasi 1/2 ÷ 1/3 sebagai mengenal pasti benda mewakili 1/3, mengenal pasti orang yang mewakili 1/2, dan membahagikan objek yang tidak mewakili 1/3 kepada orang yang tidak mewakili 1/2 orang dengan sama banyak.

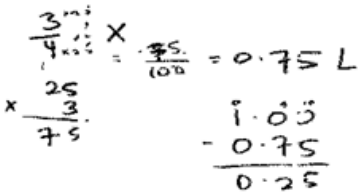
Menyelesaikan Masalah Pembahagian Pecahan

Tugasan ini terdiri daripada empat aktiviti, iaitu menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, masalah membabitkan tongkat, masalah membabitkan bar coklat, dan masalah membabitkan piza. Petikan 2SPP1 memaparkan respons Ida menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, manakala Petikan 2SPP2 pula memaparkan tingkah laku beliau menyelesaikan masalah membabitkan tongkat buluh, sementara Petikan 2SPP3 memaparkan respons beliau menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat, dan Petikan 2SPP4 pula memaparkan tingkah lakunya menyelesaikan masalah membabitkan piza.

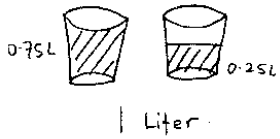
Masalah membabitkan jus oren. Dalam aktiviti ini, Ida diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan penyukatan 2 *l* jus oren menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l*. Petikan 2SPP1 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 2SPP1: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Jus Oren

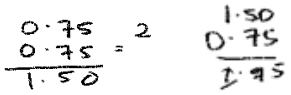
P: (Sediakan satu gambar cawan di hadapan murid). Katakan suatu cawan mempunyai muatan maksimum 3/4 *l*. Jika anda hendak menyukat jus oren sebanyak 2 *l* dengan menggunakan cawan itu, jelaskan berapakah bilangan cawan yang diperlukan?
M: (Diam seketika).
P: 3/4 *l* dengan 1 *l* manakah yang lebih besar?
M: (Diam seketika). Kita tukar unit liter. Tapi akan jadi 1000 mililiter!
P: Ya, ya. Bagaimanakah seterusnya?
M: (Diam seketika, murid menukar 3/4 liter kepada 0.75 liter).



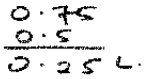
P: Jadi 3/4 liter jus oren dengan 1 liter jus oren, mana lebih besar?
M: 1 liter.
P: Cuba sukat 1 liter jus oren dengan cawan itu.
M: Ada lebihan jus sebanyak 0.25 liter (murid melukis dua buah cawan, satu penuh, satu lagi 0.25 liter).



P: Cuba nyatakan berapakah bilangan cawan yang diperlukan untuk menyukat 1 liter jus oren.
M: 2 cawan.
P: Adakah gelas pertama tu penuh?
M: Ya, penuh.
P: Cuba sebutkan sukatan bagi gelas kedua.
M: Ada 0.25 liter lebih (diam seketika).
P: (Tunjukkan bahan berpetak tiga dan empat masing-masing). Katakan tiga petak ini adalah cawan yang mempunyai sukatan penuh 3/4 liter cecair. Manakala empat petak ini adalah 1 liter jus oren anda. Cuba beritahu saya berapa liter boleh disukat oleh setiap petak?
M: 0.25 liter.
P: Sekarang, cuba beritahu saya berapakah bilangan cawan yang diperlukan untuk menyukat 1 liter jus oren?
M: Tiga, 0.75 liter.
P: Sekarang lihat semula pada cawan yang anda lukis tadi. Cuba beritahu saya berapakah bilangan gelas yang perlu anda gunakan bagi menyukat 1 liter jus oren?
M: Satu pertiga gelas.
P: Kalau anda ada dua liter jus oren, berapakah bilangan gelas yang dapat anda sediakan?
M: (Murid menulis “0.75 + 0.75 = 1.50” dan “1.50 + 0.75 = 2.25”).



P: Cuba tunjuk pada rajah cawan dan cari berapakah bilangan cawan yang diperlukan.
M: (Diam seketika, murid tunjuk pengiraan “0.75 – 0.5 = 0.25”) Ada 2 kali 0.25 liter lagi yang lebih. Ada 2/3 cawan.



P: Bagaimanakah anda dapat 2/3 cawan?
M: Sebab dua kali ini lagi nak penuh (murid tunjuk pada 0.5 liter), ini tiga (murid tunjuk pada 0.25 liter).

Dalam Petikan 2SPP1, Ida nampaknya menghadapi kesukaran untuk menyelesaikan masalah membabitkan jus oren pada peringkat permulaannya. Kemudiannya, Ida diminta untuk menentukan sama ada 3/4 *l* atau 1 *l* lebih besar. Ida menukar 3/4 *l* ke 0.75 *l*, seterusnya beliau menyatakan bahawa 1 *l* adalah lebih besar. Berikutnya, beliau menjelaskan 1 *l* jus oren dengan melukis dua buah cawan. Ida

melorek satu cawan penuh menulis dan 0.75 *l* di sebelahnya, manakala pada gelas yang satu lagi, beliau melorek satu daripada dua bahagian dan menulis 0.25 *l* di sebelahnya. Namun begitu, beliau menghadapi kesukaran untuk menyatakan sukatan jus oren. Selanjutnya, Ida diberikan jalur kertas tiga petak dan jalur kertas empat petak untuk membantunya menyukat jus oren. Ida menyatakan bahawa setiap petak adalah mewakili 0.25 *l*, walau bagaimanapun beliau masih tidak dapat menyatakan bilangan cawan yang diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren.

Seterusnya, Ida diminta untuk menyatakan bilangan cawan yang diperlukan menyukat 1 *l* jus oren. Beliau menyatakan bahawa 0.25 *l* jus oren adalah bersamaan dengan 1/3 cawan. Kemudiannya, beliau menganggap 3/4 *l* adalah setara dengan 0.75 *l* yang juga bersamaan dengan satu cawan penuh. Beliau menolak 1 *l* dengan 0.75 *l* menghasilkan 0.25 *l* yang dianggapkan 1 *l* jus oren memerlukan 1 cawan dan 0.25 cawan yang lain. Setelah itu, Ida menunjukkan pengiraan "0.75 + 0.75 = 1.50" dengan menganggap 1.50 *l* jus oren perlu disukat oleh 2 cawan penuh. Ida menunjukkan pengiraan "1.50 + 0.75 = 2.25" mencadangkan bahawa beliau menganggap 3 cawan boleh menyukat sebanyak 2.25 *l*, iaitu berlebihan sebanyak 0.25 *l* jus oren. Kemudiannya, Ida menunjukkan pengiraan "0.75 − 0.5 = 0.25" boleh ditafsirkan bahawa beliau menganggarkan sebanyak 0.5 *l* jus oren perlu dikurangkan untuk menyukat 2 *l* jus oren. Tingkah laku Ida berikutnya mencadangkan beliau menganggap sebanyak 2 dan 2/3 buah cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren.

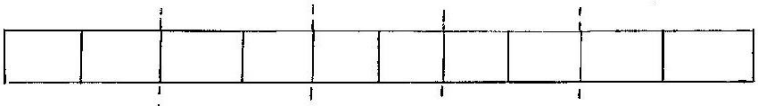
Masalah membabitkan tongkat buluh. Dalam aktiviti ini, Ida diminta untuk menyelesaikan masalah tongkat buluh yang membabitkan memotong buluh berukuran 10 *cm* menjadi tongkat berukuran 2 *cm*, memotong buluh berukuran 4 *cm* menjadi tongkat berukuran 1/2 *cm*, dan memotong buluh berukuran 2 *cm* menjadi tongkat berukuran 2/3 *cm*. Petikan 2SPP2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 2SPP2: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Tongkat Buluh

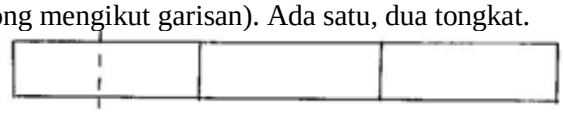
P: (Sediakan jalur kertas di hadapan murid). Katakan ini ialah sebatang buluh sepanjang 10 *cm*. Anda diminta untuk memotong tongkat buluh sepanjang 2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 2 *cm* yang dapat anda potong semuanya?
M: Sepuluh bahagi dua sebab dia potong dua.
P: Mengapakah bahagi, bukannya darab, tambah, atau tolak?
M: Sebab sama panjang.

$10 \div 2 = 5$

P: Cuba tunjukkan cara anda membahaginya.
M: (Murid melukis sembilan garisan pada satu jalur kertas).



P: Apakah anda buat?
M: Ada satu, dua,... , sepuluh bahagian. Potong dua dua begini.
P: Berapa banyak anda ada semuanya?
M: Ada 5 batang tongkat.
P: (Sediakan jalur kertas di hadapan murid). Katakan ini adalah buluh berukuran 4 *cm*. Anda diminta memotong buluh berkenaan bagi membentuk tongkat yang berukuran 1/2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 1/2 *cm* yang dapat anda bentuk semuanya?
M: (Murid melukis tiga garisan). Ini empat bahagian, sebab ada 4 *cm* buluh.
P: Cuba sediakan tongkat berukuran 1/2 *cm* dari buluh itu.
M: (Diam seketika).
P: Cuba tunjukkan 1 *cm*.
M: Ini (murid tunjuk pada salah satu petak).
P: Cuba tandakan 1 *cm* sekarang.
M: (Murid tanda pada salah satu petak).
P: Cuba tunjukkan 1/2 *cm* tongkat pada petak itu sekarang.
M: (Murid melukis garisan pada setiap petak 1 *cm*).
P: Terdapat berapakah tongkat berukuran 1/2 *cm* semuanya?
M: Satu, dua,... lapan. Ada 8 batang tongkat semuanya.
P: (Sediakan jalur kertas di hadapan murid). Katakanlah anda ada buluh berukuran 2 *cm*, cuba potong buluh tersebut bagi membentuk tongkat berukuran 2/3 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat yang dapat anda bentuk?
M: Ini dua bahagian, 2 *cm* (murid melukis satu garisan).
P: Bagaimanakah anda hendak potong 2/3 *cm* setiap satu?
M: (Diam seketika).
P: Cuba beritahu saya, 1 *cm* atau 2/3 *cm* yang lebih besar?
M: 1 *cm*.
P: Berapakah bezanya?
M: 1/3 *cm*.
P: Sekarang tunjukkan bagaimanakah anda memotong 2/3 *cm*?
M: Ini tiga bahagian. Lorek dua, ini dua pertiga (murid melukis dua garisan).
P: Cuba jelaskan lebih lanjut.
M: Ambil dua lagi (murid tunjuk pada dua bahagian).
P: Berapakah bilangan tongkat 2/3 *cm* yang dapat anda sediakan semua sekali?
M: (Diam seketika). Empat.
P: Cuba tunjukkan bagaimanakah anda mendapatnya.
M: (Murid memotong mengikut garisan). Ada satu, dua tongkat.



P: Ada berapa banyak lebihan bahagian buluh?
M: (Diam seketika). Dua bahagian.
P: Berapakah bilangan tongkat yang dapat anda sediakan?
M: Dua dan dua bahagian ini.

Dalam Petikan 2SPP2, Ida menyelesaikan masalah tongkat buluh dengan membahagikan satu jalur kertas ke sepuluh bahagian dan menyebut “ada 5 batang tongkat”. Tingkah laku Ida menggunting jalur kertas tersebut menunjukkan beliau membahagikan setiap bahagian sebagai mewakili tongkat yang berukuran 5 *cm* setiap satu.

Berikutnya, Ida diminta untuk menyelesaikan masalah penyediaan tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada sebatang buluh yang berukuran 4 *cm*. Ida melukis tiga garisan pada sehelai jalur kertas dan berkata “ini empat bahagian, sebab ada 4 *cm* buluh”. Kemudiannya, Ida menulis 1 *cm* pada setiap bahagian yang dibentuk dan melukis satu garisan pada setiap petak berkenaan. Tingkah laku Ida selanjutnya mengira “satu, dua,... lapan. Ada 8 batang tongkat semuanya” menunjukkan beliau membahagi petak berukuran 1 *cm* bagi membentuk petak berukuran 1/2 *cm* sebanyak lapan kali dan menganggapnya sebagai mewakili lapan batang tongkat berukuran 1/2 *cm*.

Selanjutnya, Ida diminta menyelesaikan masalah yang membabitkan memotong buluh berukuran 2 *cm* kepada tongkat yang berukuran 2/3 *cm*. Beliau membahagikan sehelai jalur kertas kepada dua bahagian dan berkata “ini dua bahagian, 2 *cm*”. Namun begitu, Ida kelihatan menghadapi kesukaran sekali lagi untuk meneruskan penjelasannya.

Pada kali ini, Ida diminta untuk membentuk petak berukuran 1 *cm* pada jalur kertas. Beliau membahagikan satu jalur kertas kepada tiga bahagian dan berkata “ini tiga bahagian. Lorek dua, ini dua pertiga”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Ida menganggap dua daripada tiga bahagian sebagai 2/3 *cm* yang juga dianggapkan sebatang tongkat. Selanjutnya, Ida membahagikan satu bahagian lain kepada dua bahagian lebih kecil. Walau bagaimanapun, beliau tidak dapat menyatakan bilangan tongkat yang dapat dihasilkan daripada dua bahagian kecil berkenaan.

Masalah membabitkan bar coklat. Dalam aktiviti ini, Ida diminta untuk menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat. Petikan 2SPP3 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 2SPP3: Menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat

P: (Jalur kertas diberikan kepada murid). Jika ini adalah bar coklat, tunjukkan bagaimanakah anda mengambil 1/4 bar coklat?
M: Ini empat bahagian coklat. Kita potong satu begini (murid melukis tiga garisan).
P: Katakan empat orang kawan anda datang dan anda memberikan semua coklat tersebut kepada mereka. Bagaimanakah anda membahagikan 1/4 coklat anda kepada empat orang kawan anda?
M: Bahagi empat, potong kepada bahagian yang kecil (murid melukis garisan bersilang pada satu bahagian).
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan coklat yang diperolehi setiap orang rakan anda?
M: Ada tiga 1/4.

P: Bagaimanakah anda dapat tiga 1/4?
M: (Diam seketika). Sebahagian ini dibahagi empat (murid melukis garisan pada jalur kertas).
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan setiap rakan anda dapat.
M: (Diam seketika). Enam belas, (diam seketika) 1/16.
P: Mengapakah anda mendapat 1/16?
M: Sebab ada satu sahaja, sini ada enam belas semuanya.

Dalam Petikan 2SPP2, Ida menyelesaikan masalah bar coklat dengan melipat satu jalur kertas kepada empat bahagian dan menyebut “Ini empat bahagian coklat. Kita potong satu begini”. Pernyataan tersebut menunjukkan Ida menganggap satu daripada empat bahagian jalur kertas sebagai pecahan 1/4. Kemudiannya, Ida melukis garis silang pada bahagian yang diwakili oleh 1/4 dan berkata “Bahagi empat, potong kepada bahagian yang kecil”. Tingkah laku Ida itu mencadangkan bahawa beliau membahagikan bahagian berkenaan kepada empat bahagian lebih kecil yang sama besar saiznya.

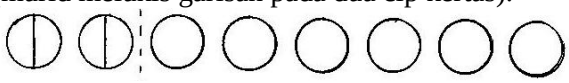
Seterusnya, Ida diminta untuk mentafsir nilai pecahan coklat yang diterima oleh seorang rakannya. Ida menggunting salah satu bahagian kecil dan menjawab “Ada tiga 1/4” menunjukkan bahawa beliau membilang tiga bahagian kecil yang tidak digunting lagi. Kemudiannya, Ida berkata “enam belas... 1/16” menunjukkan bahawa beliau membayangkan setiap bahagian pada jalur kertas itu dibahagikan kepada empat

bahagian menjadikan seluruh jalur kertas mempunyai 16 bahagian semuanya. Tingkah laku Ida selanjutnya mencadangkan bahawa beliau menganggap seorang rakannya mendapat 1/16 coklat.

Masalah membabitkan piza. Dalam aktiviti ini, Ida diminta untuk menyelesaikan masalah membabitkan piza. Petikan 2SPP4 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 2SPP4: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Piza

P: Jika ini adalah piza yang dibeli oleh emak anda. Cuba ambil 1/4 piza tersebut.
M: Satu, dua,..., lapan. (Diam seketika). Satu perempat sama dengan dua perlapan, ambil dua biji.
P: Cuba tunjukkan satu perempat piza.
M: Boleh saya gunting cikgu?
P: Ya, teruskan.
M: Empat,.., lapan bahagi empat dapat dua (murid menggunting cip kertas).
P: Sekarang katakan datang empat orang kawan, anda memberikan semua piza kepada mereka. Tunjukkan bagaimanakah anda membahagikan piza tersebut kepada rakan-rakan anda.
M: Bahagikan dua (murid melukis garisan pada dua cip kertas).



P: Cuba tafsirkan nilai pecahan piza yang diperoleh setiap rakan anda daripada semua piza tersebut.
M: (Diam seketika). Satu perenam belas.
P: Bagaimanakah anda boleh dapat satu perenam belas?
M: Dua ini bahagi kepada empat, ini juga empat, semua ada enam belas (murid tunjuk pada setiap dua cip kertas).

Dalam Petikan 2SPP4, Ida menyelesaikan masalah membabitkan piza dengan membilang cip kertas dan menyebut “satu perempat sama dengan dua perlapan, ambil dua biji” mencadangkan beliau mendarabkan 2/2 dengan 1/4 menjadi 2/8. Kemudiannya, Ida melukis satu garisan pada dua keping cip kertas sebagai tanda membelah piza kepada empat bahagian untuk diberikan kepada rakannya dengan sama banyak.

Berikutnya, Ida diminta untuk mentafsirkan nilai pecahan yang diterima setiap orang rakannya. Ida menjawab 1/16 dan berkata “Dua ini bahagi kepada empat, ini juga empat, semua ada enam belas”. Pernyataan tersebut menunjukkan beliau membahagikan setiap keping cip kepada dua bahagian untuk membentuk 16 bahagian dan mendapati setiap orang rakannya mendapat sebanyak 1/16 piza.

Rumusan Konsepsi Ida

Pada umumnya, saya mentafsirkan konsepsi Ida tentang pecahan, makna bahagi, pembahagian pecahan, dan penyelesaian masalah bahagi yang membabitkan pecahan adalah seperti berikut:adalah seperti berikut:

1) Menggambarkan satu benda dibahagikan kepada y bahagian sama besar dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3). Selain itu, beliau juga menggambarkan *y* benda sama jenis dan menganggap *x* daripada *y* benda sebagai *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3). Bagi pecahan tak wajar, beliau menggambarkan *q* objek yang masing-masingnya mempunyai *q* bahagian. Beliau menganggap *p* bahagian daripada *q* objek sebagai pecahan *p/q* (*p/q* ialah 4/3 dan 7/3). Ida menggunakan empat kategori perwakilan bagi menggambarkan 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3, dan 7/3, iaitu makanan, buku, kumpulan manusia, dan bola.

2) Mewakilkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan jalur kertas kosong atau menggabung bahagian bersebelahan pada jalur kertas komposit kepada *y* bahagian yang sama besar. Beliau menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y*. Dalam kes yang membabitkan penggunaan cip kertas, Ida menyusun *y* cip kertas atau menggabungkan beberapa cip kertas bagi membentuk *y* kumpulan cip kertas yang sama bilangan. Beliau menolak *x* daripada *y* kumpulan cip kertas ke tepi dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y*.

   Dalam kedua-dua kes penggunaan bahan berbentuk selanjar dan diskret komposit, Ida menggunakan konsep kesetaraan pecahan bagi mewakilkan pecahan *x/y*. Bagi kes pecahan tak wajar, beliau mewakilkan *p/q* dengan menukarnya ke nombor bercampur *a b/q* (*p/q* ialah 4/3 atau 7/3; *a b/q* ialah 1 1/3 atau 2 1/3). Kemudian, beliau mengambil *q* jalur kertas kosong, yang masing-masingnya dibahagikan kepada *q* bahagian sama besar. Seterusnya, beliau melorek *a* jalur

kertas dan *b* bahagian sebagai mewakili pecahan *p/q*. Dalam aktiviti yang membabitkan cip kertas, Ida tidak berjaya mewakilkan pecahan *p/q*.

3) Mentafsirkan pecahan dari perwakilan berbentuk selanjar dengan membilang petak berwarna yang ditafsirkan pecahannya sebanyak *x* kali, membilang jumlah petak berwarna yang terdapat dalam seluruh rajah sebanyak *y* kali, dan membahagi bilangan petak yang ditafsir pecahannya dengan jumlah bilangan petak yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai *x/y*. Dalam kes yang membabitkan perwakilan berbentuk diskret, Membilang bulatan yang hendak ditafsir pecahannya secara berasingan atau membentuk kumpulan sebanyak *x* kali, membilang jumlah bulatan pada seluruh rajah secara berasingan atau kumpulan sebanyak *y* kali, membahagi bilangan bulatan yang ditafsir pecahannya dengan jumlah bilangan bulatan dari seluruh rajah sebagai *x/y*.

4) Secara umum, Ida membandingkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 3/4 dan 3/5) dengan menyusun sebanyak *y* objek dalam sebaris. Kemudian, beliau menolak *x* daripada *y* benda yang sama saiz ke tepi dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y*. Semasa membanding pecahan, Ida didapati memerhatikan bilangan dan saiz *y* bagi menentukan pecahan mana lebih besar. Selain itu, Ida didapati membandingkan *p/q* (*p/q* ialah 5/3 dan 5/4; *a b/q* ialah 1 2/3 dan 1 1/4) dengan melukis sebuah bulatan penuh dan membahagikan sebuah bulatan lain kepada *q* bahagian sama besar. Seterusnya, beliau menganggap *a* bulatan penuh dan *b* daripada *q* bahagian pada bulatan lain sebagai pecahan *p/q*. Semasa membanding pecahan, Ida didapati memerhatikan saiz *b*, seterusnya menganggap pecahan 5/3 lebih besar berbanding 5/4.

5) Secara umum, Ida mewakilkan $p \div m/n$ (p = 1, 2; m/n = 1/4) dengan membahagikan satu bahan berbentuk selanjar kepada *p* bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau membahagikan *p* bahagian kepada *n* bahagian sama

besar saiznya. Seterusnya, Ida menganggap salah satu daripada *n* bahagian sebagai $p \div m/n$. Ida tidak dapat mewakilkan $p \div m/n$ menggunakan bahan berbentuk diskret. Ida mewakilkan $m/n \div p$ ($p = 2$; $m/n = 1/3, 2/3$) dengan membahagikan bahan berbentuk selanjar kepada *n* bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap *m* daripada *n* bahagian sebagai pecahan *m/n*.

Kemudiannya, Ida mentafsirkan $m/n \div p$ sebagai memberikan *m* bahan kepada p orang dengan sama banyak. Dengan menggunakan cip kertas pula, Ida menganggap *m* daripada *n* cip kertas sebagai pecahan *m/n*. Kemudiannya, beliau memberikan *m* cip kertas kepada *p* orang dengan sama banyak. Ida mewakilkan $m/n \div p/q$ dengan menukar tanda bahagi ke darab. Kemudiannya, beliau menterbalikkan pecahan *p/q* menjadi *q/p*. Seterusnya, Ida mendarab kedua-dua pecahan dan menukarkan hasilnya menjadi nombor bercampur.

6) Ida mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi $m \div n$ (**$m \div n$** ialah $4 \div 2$, $3 \div 3$, dan $10 \div 2$) dengan menganggap sejumlah *m* objek yang dibentukkan sebanyak *n* kumpulan dengan setiap kumpulan mempunyai bilangan ahli yang sama banyak. Selain itu, beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi $p \div q$ ($p \div q$ ialah $5 \div 2$ dan $5 \div 3$) menganggap sejumlah *p* objek yang dibentukkan sebanyak *n* kumpulan dengan setiap kumpulan mempunyai bilangan ahli yang sama banyak dan memberikan bahagian kepada *q* orang dengan sama banyak. Dalam aktiviti ini, nampaknya Ida hanya menggunakan contoh bahan berbentuk diskret bagi menjelaskan makna bahagi yang membabitkan operasi $m \div n$ dan $p \div q$.

Ida mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi $r \div m/n$ ($r \div m/n$ ialah $2 \div 1/3$ dan $2 \div 2/3$) dengan menganggap *m* daripada *n* objek sebagai pecahan *m/n*. Ida melukis *r* orang yang dianggapkan sebagai penerima. Kemudiannya, beliau mentafsirkan operasi $r \div m/n$ sebagai memberikan objek lain

yang tidak mewakili pecahan *m/n* kepada *r* orang dengan sama banyak. Nampaknya, Ida hanya menggunakan bahan yang berbentuk diskret untuk menjelaskan makna bahagi yang membabitkan operasi *r* ÷ *m/n*.

Ida mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan operasi *x/y* ÷ *v/w* (*x/y* ÷ *v/w* ialah 1/2 ÷ 1/3 dan 1/3 ÷ 1/2) dengan melorek *v* daripada *w* objek sebagai pecahan *v/w* dan *x* daripada *y* orang sebagai pecahan *x/y*. Kemudiannya, Ida membahagikan objek yang tidak mewakili pecahan *v/w* kepada orang lain yang tidak diwakili oleh *x/y* dengan sama banyak. Dalam aktiviti yang membabitkan *x/y* ÷ *v/w*, nampaknya Ida hanya menggunakan bahan yang berbentuk diskret untuk menjelaskan makna bahagi.

7). Menyelesaikan masalah menyukat 2 *l* Jus Oren menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l* dengan satu cara iaitu menukar 3/4 ke 0.75 dan mengira nombor tersebut dengan operasi tambah dan tolak. Misalnya, Ida menolak 1 *l* dengan 0.75 *l* dan mendapati terdapat 0.25 *l* lebihan jus oren. Selain itu, beliau juga menambah 0.75 *l* dengan 1.5 *l* dan mendapati jus oren telah melebihi 2 *l*. Dalam menentukan bilangan cawan pula, beliau menolak 0.75 *l* dengan 0.25 *l* jus oren dan menyatakan sebanyak 2 cawan dan 2/3 daripada cawan lain diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren.

Bagi kes yang membabitkan memotong *x cm* buluh bagi membentuk tongkat berukuran *y cm* (*x* dan *y* ialah nombor bulat), Ida menyelesaikannya dengan pengiraan aritmetik dan mendapat hasil bahagi sebagai *n*. Kemudiannya, beliau melukis beberapa garisan bagi membentuk *n* bahagian sebagai bilangan tongkat yang dihasilkan. Selain itu, Ida cuba menyelesaikan masalah yang membabitkan memotong buluh yang berukuran *x cm* bagi membentuk tongkat yang berukuran *p/q cm* dengan pengiraan aritmetik. Walau bagaimanapun, beliau tidak berjaya meneruskan. Berikutnya, beliau melukis garisan pada jalur kertas

bagi membentuk bahagian yang berukuran 1 *cm.* Nampaknya Ida dapat memberikan bilangan tongkat berukuran *p/q cm,* walau bagaimanapun beliau tidak dapat menyatakan bilangan terutamanya pada baki bahagian yang dibahagikan lagi kepada bahagian yang lebih kecil.

Dalam masalah membabitkan bar coklat, Ida menggunakan idea hubungan bahagian dan keseluruhan bagi mengenal pasti 1/4 bar coklat. Berikutnya, beliau juga menggunakan hubungan bahagian dan keseluruhan bagi membahagikan bahagian yang diwakili oleh 1/4 bar coklat kepada empat bahagian yang lebih kecil untuk diberikan kepada empat orang rakannya. Beliau menyatakan setiap orang rakannya mendapat sebanyak 1/16 coklat.

Ida menyelesaikan masalah yang membabitkan piza dengan dua cara, iaitu kesetaraan pecahan dan hubungan bahagian dan keseluruhan. Beliau menggunakan idea kesetaraan pecahan semasa menentukan bilangan piza yang mewakili pecahan 1/4 dengan 1/4 sama dengan 4/8. Selain itu, beliau menggunakan idea bahagian-keseluruhan dengan membahagikan setiap cip kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya dan menganggap setiap orang rakannya mendapat sebanyak 1/16 piza.

Bentuk Pemikiran

Bahagian ini merumuskan bentuk pemikiran Ida tentang konsep pecahan, makna bahagi, dan penyelesaian masalah yang membabitkan pembahagian pecahan.

Perwakilan. Ida mewakilkan pecahan dengan menggunakan empat jenis benda, iaitu makanan, buku, sekumpulan manusia, dan alat permainan. Perwakilan bagi benda membabitkan makanan yang berbentuk selanjar seperti kek, manakala yang berbentuk diskret pula seperti botol sos cili. Selain itu, perwakilan bagi benda membabitkan alat permainan yang berbentuk selanjar dan diskret masing-masing digambarkan sebagai bola. Bagi perwakilan benda membabitkan kumpulan manusia pula, Ida

menggambarkan sejumlah murid yang sedang menyiapkan kerja kursus. Perwakilan bagi benda membabitkan buku yang berbentuk selanjar juga digunakan bagi menggambarkan pecahan berkenaan. Bentuk gambaran yang paling dominan ialah bulatan bersifat selanjar. Ringkasan tentang perwakilan bagi benda yang digunakan oleh Ida dalam mewakilkan pecahan adalah seperti yang ditunjukkan dalam Jadual 11.

Jadual 11

Perwakilan Pecahan yang digunakan oleh Ida untuk Mewakilikan Pecahan

Perwakilan bagi jenis benda	**Makanan**	**Buku**	**Manusia**	**Alat Permainan**
Selanjar	Kek: Satu bulatan yang dibahagikan kepada dua bahagian sama besar.	Buku: Satu segi empat dibahagikan kepada dua bahagian sama besar.	Kumpulan: Satu bulatan dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar.	Bola: Satu bulatan yang dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar.
Diskret	Sos cili: Tiga botol sos cili yang serupa.		Kumpulan: Tiga kumpulan manusia dengan tiga orang ahli.	Bola: Tiga bulatan yang sama jenis.

Konsep pecahan wajar. Ida menggunakan empat bentuk pemikiran yang berbeza untuk memberi makna kepada pecahan wajar, iaitu pemetakan, pemecahan, pengumpulan, dan pemisahan.

Pemetakan. Ida menggunakan idea pemetakan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemetakan tunggal, pemetakan berpasangan, dan pemetakan bertiga bergantung pada konteks masalah yang mereka hadapi.

Pemetakan tunggal. Ida melakukan pemetakan tunggal bahan selanjar dalam aktiviti yang membabitkan gambaran pecahan, mewakilkan pecahan, dan membandingkan pecahan. Beliau membentuk bahagian yang sama besar saiznya pada satu objek berdasarkan nilai penyebut pecahan. Misalnya, dalam Petikan 2GP1, 2GP2,

2GP3, beliau menggambarkan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan satu objek kepada *y* bahagian sama besar dan melorek *x* daripada objek itu.

Dalam aktiviti perwakilan pecahan pula, misalnya dalam Petikan 2WPW1(1) dan Petikan 2WPW1(3), Ida menjelaskan makna pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3) dengan membahagikan satu jalur kertas kepada *y* bahagian yang sama besar saiznya dan melorek *x* bahagian daripadanya. Dalam aktiviti membabitkan membandingkan pecahan tak wajar dalam Petikan 2BP2, Ida mewakilkan 5/3 dengan membahagikan tiga objek masing-masing kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau menjelaskan makna pecahan *x/y* dengan membahagikan satu objek berdasarkan penyebut pecahan, *y*, dengan sama besar saiznya sebelum melakukan tindakan selanjutnya.

Pemetakan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk selanjar yang bilangannya, *m*, iaitu dua kali ganda *y*, Ida melorek (*m/2*) petak bersama bagi membentuk *y* bahagian yang terdiri daripada (*m/*2) petak dalam satu keseluruhan. Kemudiannya, beliau melorek *x* bahagian (*m/2* petak) sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 2WPW1(1), beliau melorek dua daripada empat petak bersebelahan dan menganggap empat petak sebagai dua bahagian yang sama besar saiznya. Tingkah laku Ida seterusnya mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal bagi membentuk bilangan bahagian yang sama saiznya berasaskan nilai penyebut pecahan.

Dalam Petikan 2WPW1(3), Ida meringkaskan pecahan 2/6 menjadi 1/3 sebelum mewakilkannya. Beliau melorek dua petak bersebelahan bagi membentuk tiga petak yang sama besar saiznya. Tingkah laku Ida seterusnya mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemisahan tunggal dengan menganggap dua daripada tiga petak sebagai pecahan 2/3.

Pemetakan bertiga. Bagi kes yang membabitkan bilangan petak, *m* dalam ganda tiga bagi *y*, Ida menggabungkan (*m/3*) petak bagi membentuk *y* bahagian yang terdiri daripada (*m/3*) petak. Kemudiannya, beliau melorek *x* (*m/3* petak) bahagian daripada *y* (*m/3* petak) bahagian sebagai pecahan *x/y*. Dalam Petikan 2WPW1(1), Ida meringkaskan pecahan 3/6 menjadi pecahan 1/2. Beliau melorek tiga daripada enam cip kertas bagi membentuk dua bahagian yang terdiri daripada tiga petak masing-masing. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal dengan membentuk dua petak sama besar saiznya yang berasaskan penyebut bagi pecahan 1/2 iaitu 2.

Pemecahan. Walau pun Ida membentuk bahagian yang sama besar pada bahan berbentuk selanjar yang diberikan, namun begitu, bagi kes mentafsir pecahan bagi perwakilan pelbagai saiz pada rajah berbentuk selanjar dalam Petikan 2TRP1, beliau membahagikan terus bilangan petak yang ditafsirkan pecahannya dengan jumlah petak pada seluruh rajah tanpa memberi perhatian pada saiz petak-petak tersebut. Dalam konteks ini, fokusnya adalah pada idea bilangan atau nombor, bukannya pada idea kawasan.

Pengumpulan. Dalam Petikan 2WPW1(2), Ida menghadapi kesukaran untuk mewakilkan 1/2 dengan menggunakan dua cip kertas pada permulaan temu duga. Beliau minta untuk menjelaskan 1/2 dengan menggunakan satu cip kertas. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau menganggap cip kertas sebagai bahan berbentuk selanjar dan beliau membahagikannya kepada dua bahagian sama besar saiznya. Ida melorek salah satu daripada bahagian berkenaan dan menganggapnya sebagai pecahan 1/2. Selepas aktiviti tersebut, nampaknya Ida membuat pengubahsuaian terhadap pemikirannya dan tidak lagi menghadapi kesukaran. Ida menggunakan idea pengumpulan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu

pengumpulan tunggal, pengumpulan berpasangan, dan pengumpulan bertiga bergantung pada kontesk masalah yang dihadapi.

Pengumpulan tunggal. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan nilai penyebut bagi pecahan, Ida menganggap setiap bahan berkenaan sebagai satu kumpulan yang berasingan. Dalam petikan 2GP2, Ida menggambarkan 1/3 dengan menganggap tiga biji botol sos cili sebagai satu kumpulan masing-masing. Beliau melorek satu daripadanya sebagai pecahan 1/3.

Dalam aktiviti yang membabitkan perwakilan, misalnya dalam Petikan 2WPW1(2), Ida mewakilkan 1/2 dengan melorek satu daripada dua cip kertas. Dalam Petikan 2WPW1(4) pula, beliau menganggap satu daripada tiga cip kertas sebagai pecahan 1/3. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap satu unit cip kertas sebagai satu kumpulan yang berasingan.

Dalam aktiviti yang membabitkan tafsiran pecahan daripada rajah perwakilan diskret seperti dalam Petikan 2TRP2, Ida membahagikan bilangan bulatan berwarna merah dengan jumlah bilangan bulatan sebagai pecahan yang ditafsirkan. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap satu unit bulatan pada rajah itu sebagai satu kumpulan yang berasingan.

Pengumpulan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret komposit dalam gandaan dua, Ida menyusun dua cip kertas bersama semasa mewakilkan pecahan x/y (x/y ialah 1/2, 1/3, dan 2/3). Misalnya, dalam Petikan 2WPW1(2), Ida menentukan bilangan cip kertas dengan meringkaskan 2/4 menjadi 1/2. Ida menganggap salah satu daripada pasangan cip kertas itu ialah pecahan 1/2. Dalam Petikan 2WPW1(4) pula, beliau mewakilkan 1/3 daripada enam cip kertas dengan meringkaskan 2/6 menjadi 1/3. Ida menyusun dua cip kertas bersama sebanyak tiga kumpulan dan menganggap salah satu daripada kumpulan cip kertas itu sebagai 1/3.

Tingkah laku yang sama ditunjukkan oleh Ida semasa mewakilkan pecahan 1/4 dan 2/4 dengan menggunakan lapan cip kertas. Beliau membentuk empat kumpulan pasangan cip kertas dan menganggap salah satu daripada kumpulan itu sebagai 1/4, manakala dua kumpulan pula dianggapkan sebagai 2/4. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau menjelaskan makna pecahan membabitkan bahan diskret komposit dengan meringkaskan pecahan menjadi *x/y*. Kemudiannya, beliau mengumpulkan cip kertas bersama bagi membentuk *y* kumpulan yang mempunyai cip kertas yang sama banyak bilangannya dan menganggap *x* kumpulan daripadanya sebagai pecahan *x/y*.

Pengumpulan bertiga. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret dengan bilangannya tiga kali ganda penyebut pecahan, Ida menganggap setiap tiga bahan sebagai satu kumpulan. Dalam Petikan 2WPW1(2), beliau menyusun enam cip kertas bagi membentuk dua kumpulan yang mempunyai tiga cip kertas. Dalam aktiviti yang membabitkan mentafsir pecahan dari perwakilan diskret seperti dalam Petikan 2TRP2, Ida menganggap tiga bulatan berwarna hijau sebagai satu kumpulan bahan. Dua belas bulatan berwarna dianggapkan tiga kumpulan yang masing-masing mempunyai tiga buah bulatan. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau membentuk kumpulan dengan menggabungkan tiga bahan diskret masing-masing dan menganggapnya sebagai kumpulan yang berasingan.

Pemisahan. Ida menggunakan idea pemisahan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemisahan tunggal, pemisahan berpasangan, dan pemisahan bertiga bergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

Pemisahan tunggal. Bagi aktiviti yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan penyebut pecahan, *y*, Ida mewakilkan pecahan *x/y* dengan menolak *x* daripada *y* cip kertas ke sebelah. Misalnya, dalam Petikan 2GP2, Ida menggambarkan 1/3 dengan melorek satu daripada tiga botol sos cili dan menganggapnya sebagai 1/3. Dalam aktiviti membabitkan perwakilan pula,

misalnya Petikan 2BP2, Ida membandingkan pecahan 3/5 dengan 3/4 dengan menolak tiga daripada lima cip kertas yang sama besar saiznya ke sebelah sebagai 3/5 dan menolak tiga daripada empat cip kertas sebagai mewakili pecahan 3/4. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau menggunakan penyebut, *y*, sebagai panduan untuk membentuk bilangan bahagian bagi satu keseluruhan, manakala makna bagi pecahan *x/y* pula dijelaskan dengan memisahkan setiap *x* unit tunggal bahan daripada *y* unit tunggal bahan.

Pemisahan berpasangan. Bagi aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk diskret dengan bilangannya, *m* ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, *y*, Ida menyusun (*m*/2) cip kertas bagi membentuk *y* kumpulan (*m*/2) cip kertas. Beliau menolak *x* daripada *y* kumpulan cip kertas sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 2WPW1(2), Ida menyusun dua cip kertas bersama bagi membentuk dua kumpulan dua cip kertas. Beliau menolak salah satu kumpulan dua cip kertas tersebut sebagai 1/2. Tingkah laku Ida itu menunjukkan bahawa beliau membentuk dua kumpulan dua cip kertas. Seterusnya, beliau menolak *x* daripada *y* kumpulan cip kertas sebagai pecahan *x/y*. Ida mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan idea yang sama menggunakan enam cip kertas. Tingkah laku Ida itu menunjukkan bahawa beliau menggunakan penyebut, *y*, sebagai panduan untuk membentuk bilangan kumpulan bagi satu keseluruhan, manakala makna bagi pecahan *x/y* pula dijelaskan dengan memisahkan setiap *x* unit berpasangan bahan daripada *y* unit berpasangan bahan.

Pemisahan bertiga. Bagi kes membabitkan tafsiran pecahan daripada rajah berbentuk diskret, misalnya dalam Petikan 2TRP2, Ida menganggap tiga bulatan berwarna sebagai satu kumpulan, oleh itu beliau membayangkan 12 bulatan berwarna sebagai empat kumpulan. Berikutnya, Ida menggunakan idea pemisahan tunggal dengan menganggap dua kumpulan (tiga bulatan berwarna) daripada empat kumpulan (tiga

bulatan berwarna) sebagai 2/4 daripada seluruh bulatan berwarna. Rumusan bentuk pemikiran Ida tentang konsep pecahan wajar ditunjukkan dalam Jadual 12.

Jadual 12

Rumusan Bentuk Pemikiran Ida tentang Konsep Pecahan Wajar

Konsepsi	Petikan	Sub Konsepsi	Petikan
Pemetakan (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya pada bahan berbentuk selanjar.	2GP1, 2GP2, 2WPW1(1), 2WPW1(3), 2WPW2(1)	*Meringkas pecahan (Bahan selanjar)* Membahagi pecahan dengan satu nombor bagi membentuk pecahan yang lebih kecil.	2WPW1(1), 2WPW1(3) , 2WPW2(1)
		Pemetakan berpasangan (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya dengan menganggap dua petak bersebelahan masing-masing sebagai satu bahagian.	2WPW1(1), 2WPW1(3), 2WPW2(1)
		Pemetakan bertiga (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya dengan menganggap tiga petak bersebelahan masing-masing sebagai satu bahagian.	2WPW1(1)
Pemecahan (Rajah selanjar) Memecahkan bahagian pada rajah berbentuk selanjar yang diberikan tanpa mengambil kira keseragaman saiznya. Mentafsir pecahan berasaskan bilangan petak dan bukannya kawasan petak.	2TRP1		
Pengumpulan (Bahan diskret) Menyusun bahan berbentuk diskret bagi membentuk kumpulan.	2WPW1(2), 2WPW1(4)	*Pemetakan (Bahan diskret)* Memetak satu cip kertas bagi membentuk dua bahagian sama besar saiznya.	2WPW1(2)
**Catatan* Ida tidak dapat mewakilkan 1/2 dengan menggunakan dua cip kertas pada permulaan temu duga.	2WPW1(2)	*Meringkas pecahan (Bahan diskret)* Membahagi pecahan dengan satu nombor bagi membentuk pecahan yang lebih kecil.	2WPW1(2), 2WPW1(3), 2WPW1(4), 2WPW2(1) 2WPW2(2)
		Pengumpulan berpasangan (Bahan disket) Membentuk kumpulan yang terdiri daripada dua bahan.	2TRP2
		Pengumpulan bertiga (Bahan disket) Membentuk kumpulan yang terdiri daripada dua bahan.	2TRP2
Pemisahan tunggal (Bahan selanjar dan diskret) Memisahkan *x* daripada *y* bahagian atau *x* daripada *y* bahan sebagai *x/y*.	2GP1, 2GP2, 2GP3, 2WPW1(1), 2WPW2(1) 2WPW2(2)	*Pemisahan berpasangan (Bahan selanjar dan diskret dalam gandaan dua bagi menyebut pecahan)* Memisah dua bahagian atau dua bahan.	2WPW1(1), 2WPW1(4) 2WPW2(1), 2WPW2(2)

Konsep pecahan tak wajar. Ida memiliki dua bentuk pemikiran tentang konsep pecahan tak wajar, iaitu pemetakan dan pemisahan bergantung pada konteks tugasan yang dihadapi. Ida hanya memetak dan memisahkan bahan berbentuk selanjar, beliau tidak dapat menjelaskan makna pecahan tak wajar dengan menggunakan bahan berbentuk diskret.

Pemetakan tunggal. Dalam Petikan 2GP4, Ida menggambarkan 4/3 sebagai tiga kumpulan yang masing-masing mempunyai tiga orang ahli. Beliau meletakkan tanda pada tiga orang dalam kumpulan pertama, satu daripada tiga orang dalam kumpulan kedua, dan tiga orang daripada kumpulan ketiga tidak diletakkan sebarang tanda sebagai 4/3. Tingkah laku Ida menunjukkan yang beliau melakukan pemetakan tunggal bahan diskert berasaskan bahan selanjar bagi membentuk bilangan seunit bahagian berasaskan nilai penyebut pecahan wajar yang terdapat pada nombor bercampur. Beliau merujuk penyebut pecahan sebagai asas membentuk bilangan bahagian dan bilangan satu keseluruhan. Oleh itu, terdapat bilangan bahagian dan bilangan satu keseluruhan yang mencukupi untuk menggambarkan 7/3, tetapi berlebihan bagi menggambarkan 4/3.

Pada permulaan aktiviti yang membabitkan perwakilan, misalnya dalam Petikan 2WTW1, Ida menggambarkan pecahan 4/3 dengan memetakkan satu jalur kertas kepada sembilan petak yang sama besar saiznya. Menurut Ida penyebut “3” bermaksud ada tiga kumpulan yang masing-masing mempunyai tiga ahli. Seterusnya, Ida melorek empat daripada sembilan petak itu dan menyedari cara itu tidak boleh menjelaskan makna 4/3. Selanjutnya Ida menyatakan pecahan tak wajar perlu ditukarkan menjadi nombor bulat menunjukkan bahawa beliau menukar pecahan tak wajar ke nombor bercampur. Berikutnya, Ida memetakkan tiga jalur kertas kepada tiga petak sama besar saiznya. Beliau melorek tiga petak pada jalur kertas permata dan satu daripada tiga petak pada jalur kertas kedua. Ida menyedari terdapat satu jalur kertas berlebihan, namun beliau menganggap hanya dua jalur kertas terlibat dalam mewakilkan 4/3. Bagi kes yang

membabitkan perwakilan 7/3, Ida melorek tiga petak pada jalur kertas pertama dan kedua, manakala jalur kertas ketiga pula dilorekkan satu bahagian. Ini menunjukkan bahawa Ida melakukan pemetakan tunggal dengan membentuk bilangan seunit bahagian berasaskan nilai penyebut pecahan tak wajar yang diwakili.

Dalam Petikan 2BP2 pula, Ida membandingkan 5/3 dan 5/4 dengan melukis tiga buah bulatan yang masing-masingnya dibahagikan kepada tiga bahagian yang sama besar saiznya dan empat buah bulatan yang masing-masingnya dibahagikan kepada empat bahagian yang sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau melorek tiga bahagian pada bulatan pertama dan satu daripada tiga bahagian pada bulatan kedua. Beliau menyedari terdapat sebuah bulatan yang berlebihan. Ida menganggap lima bahagian tersebut sebagai 5/3.

Bagi kes yang membabitkan 5/4 pula, Ida melukis empat buah bulatan yang masing-masingnya dibahagikan kepada empat bahagian yang sama besar saiznya. Beliau melorek empat bahagian pada bulatan pertama dan satu daripada empat bahagian pada bulatan kedua. Beliau menyedari terdapat dua buah bulatan yang berlebihan. Ida menganggap lima bahagian tersebut sebagai pecahan 5/4. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal bagi membentuk bilangan bahagian tunggal berasaskan nilai penyebut pecahan tak wajar yang diwakili.

Pemisahan tunggal. Ida menjelaskan makna pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 5/3, 5/4, dan 7/3) dengan membahagikan *m* bahan kepada *m* bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek *m* bahagian satu keseluruhan pertama dan (*n*-m) bahagian pada bahan kedua. Beliau menyedari terdapat bahan berlebihan yang tidak diambil kira, namun Ida menganggap bahan yang dilorek sahaja sebagai pecahan *n/m*.

Dalam Petikan 2GP4 misalnya, Ida meletakkan tanda pada tiga orang pertama daripada satu keseluruhan pertama dan satu daripada tiga bahagian daripada satu keseluruhan kedua sebagai 4/3. Gabungan kedua-dua kawasan berlorek dianggapkan

sebagai 4/3. Dalam aktiviti yang membabitkan perwakilan pecahan dalam Petikan 2WTW1 dan aktiviti yang membabitkan membandingkan pecahan dalam 2BP2, Ida menggunakan idea yang sama semasa beliau menggambarkan pecahan tak wajar *n/m*. Tingkah laku Ida menunjukkan bahawa beliau melakukan pemisahan tunggal dengan melorek *m* unit daripada satu keseluruhan dan (*n-m*) unit daripada satu keseluruhan kedua sebagai pecahan tak wajar *n/m*. Bentuk pemikiran Ida tentang pecahan tak wajar dapat dirumuskan seperti dalam Jadual 13.

Jadual 13

Rumusan Bentuk Pemikiran Ida Tentang Pecahan Tak Wajar

Konsepsi	**Petikan**	**Sub Konsepsi**	**Petikan**
Penyebut pecahan tak wajar sebagai rujukan Merujuk *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 7/3, 5/3, 5/4) sebagai *m* satu keseluruhan yang dibahagikan kepada *m* bahagian yang sama besar saiznya.	2GP4, 2WTW2, 2BP2	*Iterasi bahagian* Mengulangi *m* bahagian sebanyak *m* kali pada satu jalur kertas. Walau bagaimanapun, beliau mendapati terdapat bahagian yang berlebihan. Seterusnya, Ida menukar cara mewakilkan *n/m* dari konteks bahan diskret.	2WTW2
		Pemetakan tunggal (*Bahan selanjar*) Membentuk *m* objek yang masing-masingnya dibahagikan kepada *m* bahagian yang sama besar saiznya.	2GP4, 2WTW2, 2BP2
		Pemisahan tunggal (*Bahan selanjar*) Melorek *m* bahagian daripada satu keseluruhan pertama dan (*m-n)* bahagian daripada satu keseluruhan kedua. Beliau menyedari terdapat satu keseluruhan yang berlebihan. Gabungan bahagian yang berlorek dianggapkan sebagai *n/m*.	2GP4, 2WTW2, 2BP2

Makna bahagi. Ida mentafsir makna bahagi dengan menggunakan idea pengukuran dan pemetakan yang membabitkan:

a. Hasil yang terdiri daripada beberapa satu keseluruhan bagi kes membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat tanpa meninggalkan baki,

b. Hasil yang terdiri daripada beberapa satu keseluruhan dan bahagian bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi nombor bulat tanpa meninggalkan baki,

c. Hasil yang terdiri daripada bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi pecahan dan pecahan bahagi nombor bulat.

Pengukuran yang menghasilkan beberapa benda keseluruhan. Ida mentafsir makna bahagi membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah $4 \div 2$, $10 \div 2$, dan $3 \div 3$) dengan menganggap n objek sebagai seunit ukuran bagi mengukur sejumlah m objek, yang mana m objek tersebut diukur oleh n objek sebanyak x kali sehingga habis. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sebanyak x kali n objek dalam sejumlah m objek.

Bagi kes pembahagian tanpa meninggalkan baki seperti dalam Petikan 2MK1, Ida mentafsir makna bahagi membabitkan $10 \div 2$ dengan menganggap dua orang sebagai seunit ukuran dan sepuluh sebagai bilangan orang, yang mana sepuluh orang diukur oleh dua orang sebanyak lima kali sehingga habis. Hasil pembahagian ialah terdapat lima kumpulan yang terdiri daripada dua orang ahli dalam sejumlah sepuluh orang.

Dalam Petikan 2MK2 pula, Ida mentafsir makna bahagi membabitkan $3 \div 3$ dengan menganggap tiga yang kedua sebagai seunit ukuran dan tiga yang pertama sebagai tiga buah bulatan, yang mana tiga buah bulatan tersebut diukur oleh seunit ukuran sebanyak sekali. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat satu kumpulan yang terdiri daripada tiga bulatan dalam sejumlah tiga bulatan yang lain.

Pengukuran yang menghasilkan beberapa benda keseluruhan dan pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan. Bagi kes pembahagian meninggalkan baki, Ida mentafsir makna bahagi yang membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah $5 \div 2$ dan $5 \div 3$) dengan menganggap n objek sebagai seunit ukuran bagi mengukur sejumlah m objek berbentuk diskret sebanyak x kali sehingga meninggalkan baki, r.

Kemudiannya, beliau membuat pengubahsuaian pemikirannya dengan menggunakan idea pemetakan bagi mentafsir makna bahagi membabitkan baki bahan. Beliau memetakkan *r* objek kepada *n* bahagian, yang mana setiap bahagian mempunyai saiz sebesar *r/n*. Ida menganggap terdapat *n* petak dan sejumlah *n* bahagian bersaiz *r/n*, yang mana bahagian itu diagihkan kepada *n* petak secara satu-satu sehingga habis. Beliau menganggap setiap orang mendapat *r/n* bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sebanyak *x* kumpulan *n* objek dalam sejumlah *m* objek dan setiap orang mendapat *r/n* bahagian sama besar saiznya.

Dalam Petikan 2MK1 misalnya, Ida mentafsir makna bahagi membabitkan 5 ÷ 2 dengan menganggap 2 sebagai seunit ukuran bagi mengukur lima objek. Beliau melukis lima buah bulatan dan kemudiannya melingkungkan setiap dua buah bulatan sebanyak dua kali. Baki sebuah bulatan lagi dipetakkan kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap hasil bahagi bagi pembahagian itu ialah terdapat dua kumpulan yang mempunyai dua objek dan dua orang masing-masing mendapat 1/2 objek.

Dalam Petikan 2MK2 pula, Ida mentafsir makna bahagi membabitkan 5 ÷ 3 dengan membahagikan 5 dengan 3 secara pembahagian dalam bentuk lazim, yang mana hasilnya ialah 1.6 dengan baki 2. Beliau menganggap 3 sebagai seunit ukuran bagi mengukur lima objek. Ida melingkungkan tiga bahan sebanyak sekali dan baki dua buah bahan lagi dipetakkan kepada tiga bahagian masing-masing. Beliau menganggap hasil bahagi bagi pembahagian itu ialah terdapat satu kumpulan tiga bahan dalam lima bahan dan setiap daripada tiga orang mendapat sebanyak dua daripada enam bahagian daripada dua baki bahan tersebut.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan. Bagi kes membabitkan *r* ÷ *m/n* (*r* ÷ *m/n* ialah 2 ÷ 1/3 dan 2 ÷ 2/3) dan *m/n* ÷ *r* (*m/n* ÷ *r* ialah 1/2 ÷ 3 dan 1/3 ÷ 3), Ida mentafsir makna bahagi dengan menganggap *r* sebagai

bilangan petak dan pecahan *m/n* sebagai *m* daripada *n* bahan, yang mana bahan selain daripada yang mewakili oleh *m*/*n*, iaitu (*n* – *m*) bahan dibahagikan kepada *r* petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah setiap daripada *r* orang mendapat sebanyak (*n* – *m*)/*r* bahan.

Dalam Petikan 2MK3 misalnya, Ida mentafsir makna bahagi membabitkan 2 ÷ 1/3 dengan menganggap 2 sebagai bilangan pasu bunga dan 3 sebagai bilangan bunga. Ida menyatakan bahawa satu daripada tiga kuntum bunga ialah 1/3. Seterusnya, beliau mengagihkan dua daripada tiga kuntum bunga, iaitu bunga yang tidak mewakili oleh 1/3 kepada dua pasu bunga secara satu per satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah setiap buah pasu mendapat sekuntum bunga daripada dua daripada tiga kuntum bunga tersebut.

Dalam Petikan 2MK4 pula, Ida mentafsir makna bahagi membabitkan 1/3 ÷ 3 dengan menganggap 3 sebagai bilangan petak atau kumpulan dan 1/3 sebagai bilangan kek untuk diagihkan. Beliau menyatakan bahawa satu daripada tiga biji kek diagihkan kepada tiga orang secara satu-satu sehingga habis. Ida memetakkan dua daripada tiga biji kek masing-masing kepada tiga bahagian sama besar saiznya, menjadikan semuanya terdapat enam bahagian kek. Ida mengagihkan enam bahagian kek kepada tiga kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap tiga orang mendapat dua bahagian kek daripada dua daripada tiga biji kek tersebut.

Bagi kes membabitkan *m/n* ÷ *a/b* (*m/n* ÷ *a/b* ialah 1/3 ÷ 1/2 dan 1/2 ÷ 1/3) pula, Ida menggunakan idea yang sama seperti dalam kes membabitkan *r* ÷ *m/n* dan *m/n* ÷ *r*. Beliau menganggap *n* sebagai bilangan petak dan *b* sebagai bilangan bahan. Ida menyatakan bahawa bahan selain daripada yang diwakili oleh *a/b*, iaitu (*b* – *a*) daripada *b* bahan itu diagihkan kepada petak selain daripada yang diwakili oleh *m/n*, iaitu (*n* – *m*)/*n*. Dalam pembahagian itu, setiap (*n* – *m*) daripada *n* petak mendapat (*b* – *a*) / (*n* – *m*) bahan dengan sama banyak.

Dalam Petikan 2MK5 misalnya, Ida mentafsir makna bahagi membabitkan 1/3 ÷ 1/2 dengan menganggap 1/3 sebagai bilangan petak dan 1/2 sebagai bilangan bahan. Ida menyatakan bahawa terdapat bahan selain daripada yang diwakili oleh 1/2, iaitu 1/2 daripada bahan yang lain diagihkan kepada petak selain daripada yang diwakili oleh 1/3, iaitu 2/3 daripada petak yang laian secara satu-satu sehingga habis. Beliau memetak bahan tersebut kepada dua bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendpat 1/2 bahan daripada satu daripada dua bahan tersebut.

Dalam Petikan 2MK5 yang sama, Ida mentafsir makna bahagi membabitkan 1/2 ÷ 1/3 dengan menganggap 1/2 sebagai bilangan petak dan 1/3 sebagai bilangan bahan. Ida menyatakan bahawa terdapat bahan selain daripada yang diwakili oleh 1/3, iaitu 2/3 daripdaa bahan tersebut diagihkan kepada petak selain daripada diwakili oleh 1/2, iaitu 1/2 petak yang lain secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, dua daripada tiga bahan tersebut diterima oleh satu daripada dua petak. Rumusan makna bahagi yang ditafsirkan oleh Ida adalah seperti dalam Jadual 14.

Jadual 14

Rumusan Makna Bahagi yang dimiliki oleh Ida

Makna bahagi	**Penjelasan Makna Bahagi**	**Petikan**
Pengukuran yang menghasilkan beberapa benda keseluruhan	Mentafsir makna bahagi membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah 4 ÷ 2, 10 ÷ 2, dan 3 ÷ 3) dengan menganggap n sebagai seunit ukuran dan m ialah bilangan objek, yang mana m objek tersebut diukur oleh n objek sebanyak x kali sehingga habis. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat x kali n objek dalam sejumlah m objek.	2MK1, 2MK2
Pengukuran yang menghasilkan beberapa benda keseluruhan dan pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan	Mentafsir makna bahagi yang membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah 5 ÷ 2 dan 5 ÷ 3) dengan menganggap n sebagai seunit ukuran dan m sebagai bilangan objek berbentuk diskret, yang mana m objek diukur oleh n objek sebanyak x kali sehingga meninggalkan baki, r. Beliau memetakkan r objek kepada n bahagian, yang mana setiap bahagian mempunyai saiz sebesar r/n. Ida mengagihkan n petak dan n bahagian bersaiz r/n kepada n petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sebanyak x kumpulan n objek dalam sejumlah m objek dan setiap orang mendapat r/n bahagian sama besar saiznya.	2MK1, 2MK2

Jadual 14 (bersambung)

Makna bahagi	Penjelasan Makna Bahagi	Petikan
	Bagi kes $r \div m/n$ ($r \div m/n$ ialah $2 \div 1/3$ dan $2 \div 2/3$) dan $m/n \div r$ ($m/n \div r$ ialah $1/2 \div 3$ dan $1/3 \div 3$), Ida menganggap r sebagai bilangan petak dan m/n sebagai m daripada n bahan, yang mana bahan selain daripada yang mewakili oleh m/n bahan, iaitu ($n - m$) bahan dibahagikan kepada r petak secara satu-satu sehingga habis.	2MK3, 2MK4
Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan	Dalam pembahagian itu, setiap r orang mendapat ($n - m$) / r bahan. Bagi kes $m/n \div a/b$ ($m/n \div a/b$ ialah $1/3 \div 1/2$ dan $1/2 \div 1/3$) pula, Ida menganggap terdapat m/n sebagai bilangan petak dan a/b sebagai bilangan bahan. Beliau menyatakan bahawa bahan selain daripada yang diwakili oleh a/b, iaitu ($b - a$)/b daripada bahan itu diagihkan kepada petak selain daripada yang diwakili oleh m/n, iaitu ($n - m$)/n. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah setiap ($n - m$) petak mendapat ($b - a$)/($n - m$) bahan dengan sama banyak.	2MK5

Penyelesaian Masalah. Ida menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, tongkat buluh, bar coklat, dan piza dengan mengaplikasikan tiga pengetahuan tentang nombor, dua pengetahuan tentang operasi, dan dua makna bahagi bagi menjelaskan jawapannya.

Pengetahuan tentang nombor. Ida menggunakan dua jenis nombor semasa menyelesaikan masalah membabitkan pecahan, iaitu nombor pecahan dan nombor perpuluhan. Beliau menjelaskan nombor pecahan dengan menggunakan dua idea, iaitu pemetakan dan pemisahan tunggal dan pengumpulan dan pemisahan bahan. Nombor perpuluhan pula dijelaskan dalam konteks perseratus.

Pemetakan dan pemisahan tunggal. Dalam Petikan 2SPP2 Ida mewakilkan 2 *cm* buluh dengan memetakkan satu jalur kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya. Bagi menghasilkan tongkat yang berukuran 2/3 *cm*, beliau memetakkan setiap bahagian kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Iqwan melorek dua daripada tiga bahagian dan menganggapnya sebagai 2/3 *cm* buluh yang juga merupakan sebatang tongkat. Beliau mengulangi tingkah laku yang sama sebanyak tiga kali. Dalam pembahagian itu,

Iqwan menganggap hasil bahagi ialah terdapat 3 batang tongkat berukuran 2/3 *cm* dalam buluh berukuran 2 *cm.*

Dalam Petikan 2SPP3, Ida mewakilkan empat bahagian coklat dengan memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek tiga daripada empat bahagian dan menganggap satu bahagian yang berlorek sebagai 1/4. Berikutnya, Ida memetakkan satu daripada empat bahagian dan menganggap semua bahagian yang lain juga dipetakkan dengan cara yang sama. Ringkasnya, tingkah laku Ida dalam Petikan 2SPP2 dan 3SPP3 menunjukkan bahawa beliau memetak dan memisahkan bahagian bahan selanjar bagi menjelaskan konsep pecahan.

Mengumpul dan memisahkan bahan. Dalam konteks bahan berbentuk diskret, Ida mengumpulkan dua biji piza bersama dan menganggapnya sebagai satu kumpulan, menjadikan semuanya empat kumpulan dua biji piza. Dalam Petikan 2SPP4 misalnya, beliau menganggap lapan biji piza sebagai empat kumpulan. Berikutnya, Ida memisahkan dua daripada lapan piza dan menganggapnya sebagai 1/4. Untuk membahagikan piza tersebut, Iqwan memetakkan setiap piza kepada dua bahagian sama besar saiznya, menjadikan 16 bahagian semuanya. Beliau mentafsirkan pecahan dengan mengumpulkan semua 16 bahagian sebagai satu keseluruhan dan menganggap satu daripadanya sebagai 1/16.

Nombor perseratus. Dalam Petikan 2SPP1, Ida menganggap 3/4 *l* sebagai 0.75 *l.* Beliau menyatakan bahawa 1 *l* jus oren boleh disukat oleh sebuah cawan dengan muatan 0.75 *l* jus oren yang mana bakinya 0.25 *l* jus oren. Berikutnya, Ida menyatakan bahawa 2 *l* jus oren boleh disukat oleh dua buah cawan dengan isipadu 1.50 *l* jus oren dengan baki 0.50 *l.* Dalam aktiviti itu, Ida menganggap bahawa 0.50 *l* bersamaan dengan 2/3 daripada muatan sebuah cawan penuh.

Pengetahuan tentang operasi. Ida menggunakan dua jenis operasi dalam menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, iaitu tolak dan tambah bagi mengenal pasti jawapannya.

Penolakan perpuluhan. Dalam Petikan 2SPP1, Ida memulakan penyelesaian masalah membabitkan jus oren dengan menolak 1 *l* dengan 0.75 *l* menjadi 0.25 *l.* Beliau mengulangi langkah yang sama pada kali kedua dan menganggap 2 *l* oren dapat disukat oleh 1.50 *l* cawan dan menghasilkan baki 0.50 *l* jus oren. Bagi mendapatkan bilangan cawan untuk menyukat baki 0.50 *l* jus oren, Ida menolak 0.75 *l* dengan 0.5 *l* menghasilkan 0.25 *l* jus oren. Daripada hasil tersebut, beliau merumuskan sebanyak dua dan dua pertiga cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren.

Penambahan perpuluhan. Dalam Petikan 2SPP1, Ida menambah muatan bagi dua buah cawan, iaitu 0.75 *l* dengan 0.75 *l* bagi menghasilkan 1.50 *l* jus oren. Selain itu, Ida juga menambah baki bagi dua buah cawan, iaitu 0.25 *l* dengan 0.25 *l* menjadi 0.50 *l.* Ini bermaksud, operasi penambahan digunakan sebagai pelengkap bagi operasi penolakan oleh Ida untuk mendapatkan jawapan bagi masalah membabitkan jus oren.

Pengetahuan tentang makna bahagi. Ida menggunakan dua idea untuk menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian pecahan, iaitu:

- Hasil bahagi merupakan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan,
- Hasil bahagi merupakan bahagian tertentu bahan keseluruhan,

Pengukuran yang menghasilkan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 2SPP1, Ida menyelesaikan masalah menyukat 2 *l* jus oren dengan menggunakan cawan dengan muatan 3/4 *l* dengan idea pengukuran dari konteks nombor perpuluhan. Misalnya, beliau menukar 3/4 *l* menjadi 0.75 *l.* Ida menganggap 0.75 *l* sebagai pengukur bagi mengukur 2 *l* jus oren. Ida menolak 1 *l* dengan 0.75 *l* bagi mendapat 0.25 *l* jus oren. Ini menunjukkan bahawa beliau

menganggap 1 *l* jus oren memerlukan sebuah cawan berukuran 3/4 *l* dan menghasilkan 0.25 *l* baki jus oren. Beliau mengulangi langkah tersebut kali kedua menunjukkan bahawa Iqwan mengukur 1 *l* jus oren sekali lagi dengan 0.75 *l* menjadikan kesemuanya 2 *l* jus oren diukur oleh dua buah cawan dengan menghasilkan baki 0.50 *l* jus oren. Beliau menyatakan sebanyak dua dan dua pertiga cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren dengan menggunakan cawan yang mempunyai muatan 0.75 *l*. Pernyataan tersebut juga menunjukkan bahawa Iqwan menganggap dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat 2 2/3 cawan yang muatannya 0.75 *l* dalam 2 *l* jus oren.

Dalam Petikan 2SPP2 pula, Ida juga menggunakan idea pengukuran bagi menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat dari konteks bahagian-keseluruhan bahan selanjar. Misalnya, Ida menyediakan tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada tongkat buluh berukuran 8 *cm* dengan menganggap 1/2 *cm* sebagai pengukur bagi mengukur sebatang buluh berukuran 8 *cm.* Ida membahagikan satu jalur kertas kepada lapan bahagian sama besar saiznya dan menganggapnya sebagai 8 *cm*. Kemudiannya, beliau membahagikan setiap bahagian kepada dua bahagian sama besar saiznya. Ini menunjukkan bahawa Ida mengukur setiap unit *cm* dengan menggunakan 1/2 *cm* secara satu-satu sehingga habis. Beliau menganggap terdapat 16 batang tongkat berukuran 1/2 *cm* semuanya pada buluh yang berukuran 8 *cm*. Pernyataan tersebut juga menunjukkan bahawa Ida menganggap dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat 16 batang tongkat berukuran 1/2 *cm* dalam buluh yang berukuran 8 *cm*.

Dalam Petikan 2SPP2 pula, Ida menggunakan idea pengukuran bagi menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat berukuran 2/3 *cm* daripada tongkat buluh berukuran 2 *cm*. Beliau menganggap 2/3 *cm* sebagai pengukur bagi mengukur buluh yang berukuran 2 *cm*. Ida mengukur 2/3 *cm* sebanyak dua kali dan menganggapnya sebagai sebatang tongkat. Bagi baki dua bahagian pula, Iqwan tidak

mengukurnya dengan 2/3 cm dan menganggapnya sebagai sebatang tongkat yang lain, menjadikan tiga batang tongkat semuanya.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 2SPP3, Ida menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat dengan menganggap terdapat empat petak atau kumpulan dan empat bahagian sama besar saiznya pada bar coklat, yang mana satu daripada coklat tersebut diagihkan kepada empat kumpulan atau petak secara satu-satu sehingga habis. Ida memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap satu daripada empat bar coklat sebagai 1/4. Ida membahagikan salah satu bahagian yang diwakili 1/4 kepada empat bahagian yang lebih kecil. Kemudiannya, beliau mengatakan bahawa seluruh jalur kertas itu mempunyai 16 bahagian coklat. Berikutnya, Ida menganggap satu daripada 16 bahagian tersebut sebagai 1/16.

Dalam Petikan 2SPP4 pula, Ida menyelesaikan masalah membabitkan piza dengan menganggap terdapat empat kumpulan dan lapan biji piza, yang mana dua daripada lapan biji piza diagihkan kepada empat kumpulan dengan sama banyak. Ida memetakkan dua biji piza masing-masing kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap semua piza juga dipetakkan kepada dua bahagian yang besar saiznya, menjadikan semuanya terdapat 16 separuh piza. Ida menyatakan bahawa salah seorang daripada rakannya mendapat 1/16 bahagian daripada 8 biji piza. Rumusan cara Ida menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian pecahan ditunjukkan dalam Jadual 15.

Jadual 15

Kaedah Digunakan Ida Menyelesaikan Masalah Membabitkan Pembahagian Pecahan

Aplikasi Pengetahuan		**Masalah Membabitkan**			
		Jus oren	**Tongkat buluh**	**Bar Coklat**	**Piza**
Nombor Pecahan	Pemetakan dan pemisahan tunggal		Petak sama besar saiz	Petak sama besar saiz	
	Pengumpulan dan pemisahan bahan				Sama banyak bilangan
Operasi	Perseratus	3/4 sebagai 0.75			
	Penambahan perpuluhan	0.75 + 0.75 = 2.50			
	Penolakan perpuluhan	0.75 – 0.50 = 0.25			
Makna bahagi	Pengukuran yang menghasilkan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan	Ada 2 cawan 2/3 cawan lain	Ada 3 tongkat 2/3 *cm*		
	Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu bahan keseluruhan			Setiap orang menerima 1/16 coklat	Setiap orang menerima 1/16 piza

Rina

Rina adalah seorang murid Tingkatan Satu yang berumur 13 tahun 3 bulan semasa temu duga ini dijalankan. Guru Matematik memuji Rina sebagai salah seorang yang rajin dan cerdas dalam mata pelajaran matematik. Dalam peperiksaan UPRS 2008, Rina mendapat gred A bagi Matematik. Manakala dalam ujian bulanan 2009 pula, beliau mendapat markah 80% bagi mata pelajaran Matematik. Menurut Rina, beliau sangat berminat mempelajari Matematik kerana ada aktiviti mengira, dapat berfikir, dan dapat menyelesaikan masalah aritmetik. .

Gambaran Pecahan

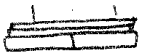
Bahagian ini membabitkan usaha untuk mengenal pasti gambaran mental yang dimiliki oleh Rina tentang 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3 dan 7/3. Pada permulaan sesi temu duga, Rina diminta menggambarkan 1/2. Kemudiannya, aktiviti diteruskan dengan menggambarkan 1/3, 2/3, dan 3/3. Seterusnya, Rina diminta memikirkan dan menjelaskan 4/3 dan 7/3 secara spontan. Temu duga dianalisis secara berasingan supaya konsepsi Rina tentang pecahan dapat dikenalpastikan.

Satu perdua. Dalam aktiviti ini, Rina diminta untuk menggambarkan 1/2 secara spontan. Petikan 3GP1 memaparkan respons beliau.

Petikan 3GP1: Gambaran 1/2

P: Apakah yang tergambar dalam fikiran anda, apabila saya sebut satu perdua?
M: Macam satu benda, terbahagi kepada dua.
P: Apakah maksud anda?
M: Katakan kek yang dibelah dua, sebelah ialah satu perdua (murid melorek rajah).

P: Apakah bayangan lain yang terlintas dalam fikiran anda tentang satu perdua?
M: (Diam seketika). Lampu, kita akan dapat satu perdua jika dibahagikan kepada dua bahagian (murid melukis lampu).
P: Apakah satu perdua pada rajah lampu itu?
M: Ini ada dua bahagian, satu bahagian itu ialah satu perdua (murid tunjuk pada salah satu bahagian).



Dalam Petikan 3GP1, Rina menggambarkan 1/2 sebagai sebuah kek yang berbentuk bulatan. Kemudiannya, beliau melukis satu garisan merentasi bulatan tersebut dan berkata "...kek yang dibelah dua, sebelah ialah satu perdua". Pernyataan itu mencadangkan Ida menganggap salah satu daripada dua bahagian kek sebagai 1/2. Selain itu, Rina juga menggambarkan 1/2 sebagai sebuah lampu kalimantang yang berbentuk segi empat. Berikutnya, beliau melukis satu garisan merentasi segi empat tersebut dan menyebut "Ini ada dua bahagian, satu bahagian itu ialah satu perdua". Pernyataan tersebut menunjukkan Rina menganggap salah satu daripada bahagian tersebut sebagai 1/2. Dalam aktiviti ini, nampaknya Rina hanya menggunakan contoh berbentuk selanjar dalam menggambarkan 1/2.

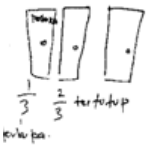
Satu pertiga dan dua pertiga. Aktiviti diteruskan dengan meminta Rina menggambarkan 1/3 dan 2/3 secara spontan. Petikan 3GP2 memaparkan respons beliau.

Petikan 3GP2: Gambaran 1/3 dan 2/3

P: Bila saya sebut satu pertiga, apakah yang mula-mula terlintas dalam fikiran anda?
M: Satu kek, lorekkan satu bahagian (murid melukis sebuah bulatan dan melorek satu bahagian).
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu pertiga?
M: Sebab semua ada tiga, kita lorek satu sahaja.
P: Kalau dua pertiga, macam mana pula?
M: Kita lorekkan dua (murid melorek dua bahagian pada bulatan tersebut).

P: Apakah gambaran lain yang terbayang dalam fikiran anda tentang satu pertiga?
M: Ini adalah tiga pasukan permainan, satu telah menang dalam pertandingan sukan (murid melukis tiga bulatan).
P: Jika saya sebut dua pertiga, apakah yang tergambar dalam fikiran anda?
M: Ada dua kumpulan yang kalah (diam seketika). Itu pecahan dua pertiga.

P: Apakah lagi yang terlintas dalam fikiran anda tentang satu pertiga?
M: Pintu bilik ini, ada tiga. Satu pertiga adalah terbuka, dua pertiga adalah tertutup (murid melukis pintu).



Dalam Petikan 3GP2, Rina menggambarkan 1/3 sebagai sebuah kek berbentuk bulatan. Rina berkata “Sebab semua ada tiga, kita lorek satu sahaja” menunjukkan beliau menganggap salah satu daripada bahagian tersebut sebagai 1/3. Dalam penjelasan lanjut, Rina menggambarkan 2/3 dengan menyebut “Kita lorekkan dua”. Tingkah laku Rina tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga bahagian bulatan tersebut sebagai 2/3.

Berikutnya, Rina menggambarkan 1/3 sebagai tiga pasukan permainan yang mempunyai ciri berlawanan, iaitu menang dan kalah. Rina menjelaskan gambarannya dengan menyebut “Ini adalah tiga pasukan permainan, satu telah menang dalam pertandingan sukan” menunjukkan beliau menganggap satu daripada tiga pasukan tersebut sebagai 1/3. Tingkah laku Rina seterusnya menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada pasukan yang kalah tersebut sebagai 2/3.

Selanjutnya, Rina menggambarkan 1/3 sebagai tiga buah pintu yang mempunyai ciri berlawanan, iaitu terbuka dan tertutup. Misalnya, Rina menyatakan sebuah pintu adalah terbuka, manakala dua buah yang lain tertutup. Tingkah laku Rina itu menunjukkan beliau menganggap satu daripada tiga pintu tersebut sebagai 1/3. Berikutnya, Rina menggambarkan 2/3 dengan menyebut “Pintu bilik ini, ada tiga. Satu pertiga adalah terbuka, dua pertiga adalah tertutup” menunjukkan beliau menganggap dua daripada tiga buah pintu tersebut sebagai 2/3.

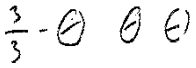
Dalam menggambarkan 1/3 dan 2/3, nampaknya Rina menggunakan contoh yang berbentuk selanjar dan diskret. Bagi contoh selanjar, beliau menggunakan sebuah kek yang berbentuk bulatan. Manakala bagi contoh diskret, Rina menggambarkan 1/3 dan 2/3 sebagai tiga buah pasukan permainan yang dilukiskan dalam bentuk bulatan dan tiga buah pintu.

Dalam aktiviti yang membabitkan satu keseluruhan, Rina diminta untuk memikirkan dan menggambarkan pecahan 3/3 secara spontan. Petikan 3GP3 memaparkan respons beliau.

Petikan 3G3: Gambaran 3/3

P: Bila saya kata tiga pertiga, apakah yang mula-mula terbayang dalam fikiran anda?
M: Ada bar coklat, saya pisahkan kepada tiga (murid melukis bar coklat).
P: Bagaimanakah anda tahu itu tiga pertiga?
M: Semua sekali dimakan, kita akan ada tiga pertiga.

P: Apakah lagi tiga pertiga yang dapat anda bayangkan?
M: (Murid menulis "3/3" dan diam seketika). Katakan ada tiga kumpulan pelajar yang telah menang dalam suatu pertandingan hoki (murid melukis bulatan dan lorek semuanya).



P: Bagaimanakah anda tahu itu tiga pertiga?
M: Sebab saya ada tiga, ambil semua sekali.

Dalam Petikan 3GP3, Rina menggambarkan 3/3 sebagai satu bar coklat yang berbentuk segi empat tepat. Kemudian, beliau melukis dua garis tegak dan menyebut "semua sekali dimakan, kita ada tiga pertiga". Pernyataan ini menunjukkan Rina menganggap ketiga-tiga bahagian yang dibina pada bar coklat tersebut sebagai 3/3.

Berikutnya, Rina menggambarkan 3/3 sebagai tiga pasukan hoki yang mempunyai ciri sama, iaitu menang dalam pertandingan. Menurut Rina, "Katakan ada tiga kumpulan pelajar yang telah menang dalam suatu pertandingan hoki... Sebab saya ada tiga, ambil semua sekali" menunjukkan beliau menganggap ketiga-tiga pasukan hoki yang menang dalam pertandingan tersebut sebagai 3/3.

Dalam menggambarkan 3/3, nampaknya Rina menggunakan kedua-dua contoh yang berbentuk selanjar dan diskret. Contoh selanjar yang digambarkan oleh Rina ialah coklat bar yang dilukiskan dalam bentuk segi empat. Manakala contoh diskret yang digambarkan oleh Rina ialah pasukan permainan yang dilukis dalam bentuk bulatan.

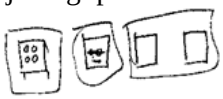
Empat pertiga dan Tujuh pertiga. Aktiviti diteruskan dengan meminta Rina menggambarkan 4/3 dan 7/3 secara berasingan. Petikan 3G4 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 3GP4: Gambaran 4/3 dan 7/3

P: Apakah yang tergambar dalam fikiran anda bila saya sebut empat pertiga?

M: Suatu nombor sebelah atas lebih besar daripada bawah (diam seketika) kita dapat 1 1/3 (murid tunjuk pengiraan secara pembahagian).

P: Cuba jelaskan dengan lebih lanjut lagi pecahan empat pertiga?



M: Ada empat buah meja, di atas meja pertama dan kedua ada buku. Meja lain tiada buku.

P: Mengapakah perlu ada beberapa buah buku pada meja pertama?

M: Itu bermaksud satu (murid tunjuk "1" pada nombor bercampur) .

P: Mengapakah meja kedua juga perlu ada buku?

M: Sebab satu pertiga (murid tunjuk "1/3" pada nombor bercampur).

P: Apakah bayangan lain yang dapat anda berikan tentang empat pertiga?

M: (Murid menggelengkan kepala). Tak tahu!

P: Jika cikgu sebut tujuh pertiga, apakah yang mula-mula terbayang dalam fikiran anda?

M: Ada tiga coklat. Kita kena bahagikan setiap coklat ini begini (murid melukis tiga batang coklat dan bahagi kepada tiga bahagian).

P: Bagaimanakah anda perlu ada tiga batang coklat pada peringkat awalnya?

M: Sebab tujuh pertiga tu dapat dibahagikan dan menjadi 2 1/3, jadi ada dua coklat dan satu bahagian lagi.

P: Mengapakah pula Rina kena bahagi coklat tersebut kepada tiga bahagian?

M: Sebab pecahan itu ialah pecahan pertiga.

P: Baiklah, cuba jelaskan apakah itu tujuh pertiga?

M: Kita kena lorekkan tujuh bahagian macam ini (murid melorek pada 7 petak).

Dalam Petikan 3GP4, Rina menggambarkan 4/3 sebagai pecahan tak wajar yang setara dengan menggabungkan satu keseluruhan dan 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Dalam penjelasannya, Rina melukis empat buah meja dengan meja pertama dan kedua mempunyai beberapa buah buku, manakala meja ketiga dan keempat adalah kosong. Pernyataan "Itu bermaksud satu" menunjukkan beliau menganggap sebuah meja sebagai satu keseluruhan, manakala satu daripada tiga buah meja lain sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan membentuk 4/3.

Berikutnya, Rina menggambarkan 7/3 sebagai pecahan tak wajar yang dianggapkan setara dengan menggabungkan dua keseluruhan dan 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Dalam penjelasannya, Rina menggambarkan 7/3 dengan melukis tiga bar coklat dengan setiap bar dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar. Rina melorek tiga bahagian pada bar pertama dan kedua sebagai dua keseluruhan dan satu daripada tiga bahagian pada bar coklat ketiga sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan lain. Gabungan kedua-dua dianggap membentuk 7/3.

Mewakilkan Pecahan

Dalam tugasan ini, Rina diminta menjalankan empat aktiviti, iaitu mewakilkan 1/2, mewakilkan 1/3 dan 2/3, mewakilkan 1/4 dan 2/4, dan mewakilkan 4/3 dan 7/3. Petikan 3WPW1 memaparkan responsnya dalam mewakilkan 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3, manakala Petikan 3WTW1 dan Petikan 3WTW2 pula memaparkan responsnya dalam mewakilkan 4/3 dan 7/3.

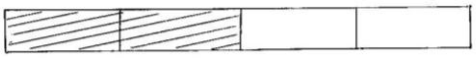
Satu perdua. Pada permulaan aktiviti, Rina diberikan Kad 1. Beliau diminta membaca perkataan yang tercatat pada kad tersebut, seterusnya beliau diminta mewakilkan pecahan tersebut dengan menggunakan jalur kertas kosong. Petikan 3WPW1 memaparkan responsnya.

Petikan 3WPW1(1): Mewakilkan 1/2

P: (Sehelai jalur kertas kosong diberikan kepada murid). Cuba baca perkataan pada Kad 1.
M: Satu perdua.
P: Sekiranya seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan satu perdua dengan menggunakan bahan itu, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Kita lipatkan separuh dan koyaknya (murid menulis “1” dan “2” pada setiap bahagian jalur kertas).
P: Apakah satu perdua pada jalur kertas itu?
M: Salah satu bahagian itu.
P: Mengapakah salah satu sahaja?
M: Sebab satu perdua bermaksud pilih satu daripada dua benda.
P: (Berikan jalur kertas empat petak kepada murid). Boleh tak anda guna jalur kertas ini untuk menjelaskan satu perdua?
M: Kita lorekkan dua bahagian (murid melorek dua bahagian).
P: Cuba terangkan apa yang anda buat.
M: Pilih dua bahagian.

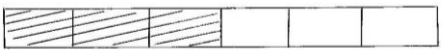
P: Tadi anda kata “kita lorekkan dua petak”, tapi anda kata satu perdua. Mengapakah begitu?

M: Sebab dua perempat dapat dikecilkan menjadi satu perdua (murid tunjuk pengiraan aritmetik).



P: (Berikan jalur kertas enam petak kepada murid). Sekarang, cuba jelaskan “satu perdua” dengan jalur kertas ini.

M: Pilih tiga bahagian (murid melorek petak pada jalur kertas).



P: Mengapakah anda buat begitu?

M: Ini tiga perenam, boleh dikecilkan menjadi satu perdua.

Dalam Petikan 3WPW1(1), Rina membaca perkataan pada Kad 1 sebagai “satu perdua”. Kemudian, beliau melipat satu jalur kertas kepada dua bahagian. Beliau menulis “1” pada petak pertama dan “2” pada petak kedua dan berkata “kita lipatkan separuh dan koyaknya...satu perdua bermaksud pilih satu daripada dua benda”. Pernyataan itu mencadangkan Rina menganggap satu daripada dua bahagian tersebut sebagai 1/2.

Dalam aktiviti berikutnya, Rina diminta untuk mewakilkan 1/2 dengan sehelai jalur kertas empat petak. Beliau melorek dua petak bersebelahan dan menyebut “Pilih dua bahagian... dua perempat dapat dikecilkan menjadi satu perdua” menunjukkan bahawa Rina menganggap dua daripada empat petak tersebut 2/4. Tingkah laku Rina itu juga mencadangkan bahawa beliau meringkaskan 2/4 untuk menjadi 1/2.

Seterusnya, Rina diminta mewakilkan 1/2 dengan menggunakan jalur kertas enam petak. Rina melorek tiga petak bersebelahan dan berkata “Pilih tiga bahagian... Ini tiga perenam, boleh dikecilkan menjadi satu perdua”. Pernyataan tersebut mencadangkan bahawa beliau menganggap tiga daripada enam petak sebagai 3/6. Selanjutnya, beliau meringkaskan 3/6 untuk mendapatkan 1/2.

Berikutnya, Rina diminta untuk mewakilkan 1/2 dengan menggunakan beberapa keping cip kertas. Petikan 3WPW1(2) memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3WPW1(2): Mewakilkan 1/2

P: (Empat cip kertas diberikan kepada murid). Dengan menggunakan bahan yang dibekalkan, cuba tunjukkan satu perdua.

M: Ini satu kumpulan, jika saya pisahkan dua biji begini, tinggal lagi satu perdua (murid menolak dua cip kertas).

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

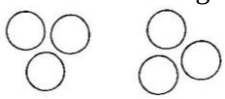
M: Sini ada dua, itu dua perempat dapat satu perdua.

P: Apakah yang anda maksudkan dengan kecilkan?

M: (Murid mengira secara operasi aritmetik).

P: (Enam cip kertas diberikan kepada murid) Boleh tak anda jelaskan satu perdua dengan bahan ini?

M: Kita pisahkan tiga biji begini (murid menolak tiga cip kertas).



P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: Sebab satu kumpulan ialah tiga perenam, dikecilkan jadi satu perdua (murid menunjukkan pengiraan dengan operasi aritmetik).

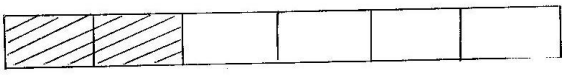
Dalam Petikan 3WPW1(2), Rina mewakilkan 1/2 dengan menyusun empat keping cip kertas dalam sebaris dan kemudiannya menggabungkan pasangan cip kertas yang berdekatan. Rina menolak dua cip kertas ke tepi dan berkata “Sini ada dua, itu dua perempat. Kecilkan dapat satu perdua”. Pernyataan itu menunjukkan Rina menganggap dua cip kertas yang ditolak ke tepi adalah mewakili pecahan 2/4. Seterusnya, Rina meringkas 2/4 untuk mendapatkan 1/2.

Berikutnya Rina diberikan enam keping cip kertas. Rina menyusun cip kertas berdekatan dan kemudiannya menggabung tiga cip kertas yang berdekatan dan berkata “Kita pisahkan tiga biji begini... Sebab satu kumpulan ialah tiga perenam, dikecilkan jadi satu perdua”. Pernyataan itu menunjukkan beliau menganggap tiga daripada enam cip kertas sebagai 3/6. Tingkah laku Rina itu juga mencadangkan bahawa beliau meringkaskan 3/6 menjadi1/2.

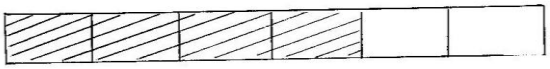
Satu pertiga dan dua pertiga. Dalam aktiviti ini, Rina diminta membaca perkataan yang tercatat pada Kad 2. Kemudian, beliau diminta mewakilkan pecahan tersebut dengan menggunakan jalur kertas enam petak. Petikan 3WPW1(3) memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3WPW1(3): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: (Kad 2 dan sekeping jalur kertas kosong diberikan kepada murid). Cuba baca perkataan yang tercatat pada Kad 2.
M: Itu satu pertiga.
P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 2, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Kita kena lorek dua bahagian macam ini (murid melorek dua petak).
P: Apakah yang anda buat?
M: Sambung petak.
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu pertiga?
M: Jika kita bilang dua petak sebagai satu, empat petak akan jadi dua, dan enam petak akan jadi tiga. Jadi satu pertiga kena ambil dua petak.



P: Bagaimanakah anda hendak jelaskan dua pertiga kepada kawan anda?
M: Kita kena lorekkan empat petak (murid melorek dua petak).



P: Apakah maksud anda?
M: Sambung dua petak lagi.
P: Bagaimanakah anda tahu itu dua pertiga?
M: Tadi ada satu, sekarang dua petak juga satu. Jadi ada dua pertiga.

Dalam Petikan 3WPW1(3), Rina mewakilkan 1/3 dengan melorek dua petak bersebelahan pada sehelai jalur kertas enam petak dan berkata “sambung petak... Jika kita bilang dua petak sebagai satu, empat petak akan jadi dua, dan enam petak akan jadi tiga”. Pernyataan tersebut mencadangkan bahawa beliau menggabung dua petak bersebelahan dan menganggapnya sebagai satu petak gabungan. Tingkah laku itu juga menunjukkan Rina membilang pasangan petak sebanyak tiga kali dan seterusnya menganggap dua daripada enam petak tersebut sebagai 1/3.

Dalam aktiviti berikutnya, Rina mewakilkan 2/3 dengan melorek empat petak bersebelahan pada jalur kertas enam petak dan menyebut “Sambung dua petak lagi... Tadi ada satu, sekarang dua petak juga satu. Jadi ada dua pertiga”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap empat daripada enam petak sebagai 2/3.

Berikutnya, Rina diberikan beberapa keping cip kertas untuk digunakan bagi mewakilkan pecahan 1/3 dan 2/3. Petikan 3WPW1(4) memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3WPW1(4): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: (Enam cip kertas diberikan kepada murid). Jika kawan itu minta pertolongan anda untuk jelaskan satu pertiga dengan bahan ini, bagaimanakah anda melakukannya?

M: Kita susun cip kertas begini, lorekkan dua biji untuk jadikan satu pertiga.

P: Bagaimanakah anda tahu itu satu pertiga?

M: Sekumpulan dipilih daripada tiga kumpulan (murid tunjuk pada dua cip kertas).

P: Bagaimanakah pula jika dua pertiga?

M: Kita lorekkan dua biji lagi, jadi kena ada empat biji semuanya.

P: Bagaimanakah anda tahu itu jawapan yang betul?

M: Pilih dua kumpulan.

Dalam Petikan 3WTW1(4), Rina mewakilkan 1/3 dengan menyusun enam cip kertas secara berpasangan. Kemudian, Rina melorek dua cip kertas dan berkata "Sekumpulan dipilih daripada tiga kumpulan". Pernyataan tersebut mencadangkan Rina membilang pasangan cip kertas sebanyak tiga kali dan menganggap satu daripada tiga pasangan cip kertas tersebut sebagai 1/3.

Dalam aktiviti seterusnya, Rina mewakilkan 2/3 dengan melorek dua keping cip kertas yang lain. Pernyataan "Kita lorekkan dua biji lagi, jadi kena ada empat biji semuanya... Pilih dua kumpulan" menunjukkan Rina menganggap dua daripada tiga pasangan cip kertas sebagai 2/3.

Empat pertiga dan tujuh pertiga. Dalam aktiviti ini, Rina diberikan beberapa helai jalur kertas. Beliau diminta mewakilkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 secara berasingan. Petikan 3WTW1 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 3WTW1: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

P: (Kad 1 dan beberapa jalur kertas kosong diberikan kepada murid). Cuba sebut nombor yang tercatat pada Kad 1.

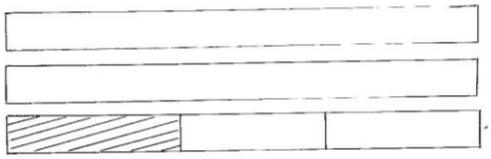
M: Empat pertiga.

P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dengan menggunakan jalur kertas berikut, bagaimanakah anda melakukannya?

M: Ini satu, yang ini pula kita bahagi kepada tiga, pilih satu sahaja (ambil satu jalur kertas kosong dan lukis dua garisan pada jalur kertas lain).

P: Apakah maksud jalur kertas yang tidak dilorek?

M: Itu ialah satu.
P: Manakah empat pertiga?
M: Kertas ini dan petak ini (murid tunjuk pada jalur kertas pebuh dan satu bahagian berlorek).
P: Baiklah, cuba baca nombor yang tercatat pada Kad 2.
M: Tujuh pertiga.
P: Jika seorang kawan minta bantuan anda untuk menjelaskan pecahan pada Kad 2 dengan menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Ambil satu lagi seperti ini (murid letak satu jalur kosong di sebelah jalur kertas tadi).
P: Apakah maksud jalur kertas itu?
M: Ada dua (murid tunjuk pada dua jalur tidak berlorek). Yang ini ambil satu sebab satu pertiga (murid tunjuk pada satu petak).



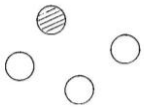
Dalam Petikan 3TT1, Rina mewakilkan 4/3 dengan mengambil dua jalur kertas. Beliau melukis dua garis tegak pada salah satu jalur kertas berkenaan. Seterusnya, Rina mengambil satu jalur kertas yang tidak dilukis garisan dan menyebut “ini satu”. Pernyataan tersebut menunjukkan beliau menganggap satu jalur kertas sebagai satu keseluruhan. Kemudian, Rina berkata “ini pula kita bahagi kepada tiga, pilih satu sahaja” menunjukkan beliau menganggap satu daripada tiga petak pada jalur kertas lain sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Tingkah laku Rina seterusnya mencadangkan bahawa beliau menganggap gabungan kedua-dua membentuk 4/3.

Berikutnya, Rina mewakilkan 7/3 dengan mengambil satu jalur kertas tambahan dan meletakkannya berhampiran dengan dua jalur kertas sedia ada. Rina tunjuk pada dua jalur kertas dan menyebut “ada dua”. Pernyataan itu menunjukkan beliau menganggap dua jalur kertas itu sebagai dua keseluruhan. Kemudian, beliau tunjuk pada satu daripada tiga bahagian jalur kertas lain dan menyebut “yang ini ambil satu sebab satu pertiga”. Tingkah laku Rina tersebut mencadangkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga petak pada jalur kertas yang lain sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 7/3.

Bagi kes bahan diskret, Rina diberi beberapa cip kertas untuk mewakilkan pecahan 4/3 dan 7/3. Petikan 3WTW2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3WTW2: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

P: (Kad 1 dan beberapa cip kertas diberikan kepada murid). Jika salah seorang kawan minta bantuan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dengan menggunakan bahan berikut, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Setiap meja ada (diam seketika dan mengambil enam cip kertas, susun secara berpasangan dalam tiga kumpulan). Tak dapat!
P: Cuba tunjukkan satu pertiga dengan bahan itu.
M: Ada dua cip kertas (murid tunjuk pada dua cip kertas).
P: Bagaimanakah jika dua pertiga?
M: Ada empat cip kertas (murid tunjuk pada empat cip kertas).
P: Bagaimanakah pula jika tiga pertiga?
M: Ada enam semuanya (murid menolak enam cip kertas).
P: Sekarang, cuba Rina tunjukkan empat pertiga kepada cikgu.
M: (Sentuh dua cip kertas, diam seketika). Tak tahu!
P: (Letak tiga keping cip di hadapan murid). Cuba terangkan satu pertiga dengan bahan berkenaan.
M: (Murid menolak satu cip kertas).
P: Cuba tunjukkan dua pertiga.
M: (Murid menolak dua cip kertas).
P: Bagaimanakah dengan tiga pertiga.
M: (Murid menolak tiga cip kertas).
P: Sekarang cuba terangkan empat pertiga dengan bahan berkenaan.
M: (Diam seketika).
P: Cukup tak cip itu untuk wakilkan empat pertiga?
M: Tak cukup.
P: Berapakah pecahan yang tak cukup?
M: Satu pertiga.
P: Jadi bagaimanakah anda nak mewakilkan pecahan tersebut?
M: (Murid mengambil sekeping cip kertas lagi). Kita perlu sebiji lagi (diam seketika) Tapi saya tak pasti macam mana sebiji ini boleh diletakkan dengan tiga pertiga itu.



P: (Berikan Kad 2 dan beberapa cip kertas kepada murid). Bagaimanakah pula jika anda nak menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 2 dengan menggunakan cip kertas berikut?
M: (Diam seketika). Tak tahu!

Dalam Petikan 3TT2, Rina nampaknya menghadapi kesukaran untuk mewakilkan pecahan 4/3. Misalnya, beliau mengambil enam cip kertas dan menyusunnya secara berpasangan dalam tiga kumpulan. Kemudian, beliau tidak dapat meneruskan penjelasannya. Setelah diminta menunjukkan 1/3, Rina menolak sepasang cip kertas ke tepi bagi mewakili pecahan 1/3. Beliau menolak sepasang cip kertas lagi ke tepi sebagai mewakili pecahan 2/3. Berikutnya, Rina menolak sepasang cip kertas

yang lain berdekatan dengan cip kertas tadi dan menganggapnya sebagai pecahan 3/3. Walau bagaimanapun, beliau tidak dapat meneruskan penjelasan untuk mewakilkan 4/3. Dalam kes yang membabitkan pecahan 7/3, Rina juga didapati tidak berjaya mewakilkan pecahan berkenaan.

Mentafsirkan Pecahan

Tugasan ini terdiri daripada dua aktiviti, iaitu mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk selanjar dan mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk diskret. Petikan 3TRP1 memaparkan respons Rina mentafsirkan pecahan dari perwakilan berbentuk selanjar, manakala Petikan 3TRP2 memaparkan respons beliau mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk diskret.

Perwakilan berbentuk selanjar. Dalam aktiviti ini, perwakilan berbentuk segi empat ditunjukkan kepada Rina. Beliau diminta mentafsirkan nilai pecahan dari petak warna merah, kuning, dan biru. Petikan 3TRP1 memaparkan responsnya.

Petikan 3TRP1: Mentafsir Pecahan Perwakilan Selanjar

P: Ini merupakan sebuah rajah segi empat sama yang terdiri daripada beberapa warna. Terdapat berapakah bilangan warna dalam rajah itu?
M: Empat.
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan bagi petak berwarna merah daripada seluruh rajah?
M: Satu perdua.
P: Bagaimanakah anda tahu itu jawapan yang betul?
M: Sebab ia adalah sebelah bagi rajah itu.
P: Apakah yang anda maksudkan dengan sebelah?
M: Sekeping dan setengah rajah itu.
P: Apakah nilai pecahan selain daripada satu perdua bagi kawasan merah?
M: (Diam seketika). Tiada.
P: Sekarang cuba lihat kawasan kuning, apakah nilai pecahan bagi petak itu daripada seluruh rajah?
M: Satu perempat.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab kuning separuh kawasan merah.
P: Bagaimanakah anda mendapat satu perempat?
M: Ada satu, dua kuning (murid tunjuk pada petak berwarna merah). Sini juga ada satu, dua kuning (murid tunjuk pada petak berwarna selain merah).
P: Selain nilai pecahan itu, apakah nilai pecahan bagi petak berwarna merah daripada seluruh rajah?
M: (Diam seketika). Tiada.
P: Cuba Rina lihat kawasan hijau pula, apakah nilai pecahan bagi petak berwarna itu daripada seluruh rajah?
M: (Diam seketika). 2/12.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: Hijau ada dua, kuning ada tiga warna hijau, merah ada enam keping. Semua ada dua belas keping, jadi ia adalah dua perdua belas.
P: Selain nilai pecahan itu, apakah nilai pecahan selain petak berwarna kuning daripada seluruh rajah?
M: (Diam seketika). Tiada.

Dalam Petikan 3TRP1, Rina mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah sebagai 1/2. Pernyataan "sebab ia adalah sebelah bagi rajah itu... Sekeping dan setengah rajah itu" mencadangkan beliau menganggap petak berwarna merah ialah separuh daripada seluruh rajah kompleks itu.

Seterusnya, Rina mentafsirkan pecahan bagi petak yang berwarna kuning sebagai 1/4. Dalam penjelasannya, Rina berkata "sebab kuning separuh merah... Ada satu, dua kuning. Sini juga ada satu, dua kuning" menunjukkan bahawa beliau membayangkan seluruh rajah dapat dipenuhi oleh empat petak berwarna kuning. Tingkah laku Rina seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna kuning dengan membahagikan bilangan petak berwarna kuning sedia ada dengan jumlah bilangan petak kuning yang memenuhi seluruh rajah sebagai 1/4.

Berikutnya, Rina diminta mentafsir nilai pecahan bagi petak yang berwarna hijau. Beliau mentafsir nilai pecahannya sebagai 2/12. Dalam penjelasannya, Rina menyebut "hijau ada dua, kuning ada tiga warna hijau, merah ada enam keping. Semua ada dua belas keping, jadi ia adalah dua perdua belas". Pernyataan tersebut mencadangkan bahawa Rina menganggap seluruh rajah itu dapat dipenuhi oleh dua petak berwarna hijau. Pernyataan itu juga mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna hijau dengan membahagikan bilangan petak berwarna hijau sedia ada dengan jumlah bilangan petak berwarna hijau yang memenuhi seluruh rajah sebagai 2/12.

Perwakilan berbentuk diskret. Dalam aktiviti ini, perwakilan berbentuk bulatan pelbagai warna ditunjukkan kepada Rina. Beliau diminta untuk mentafsirkan nilai

pecahan bagi bulatan warna merah, hijau, dan kuning. Petikan 3TRP2 memaparkan respons beliau.

Petikan 3TRP2: Mentafsir Pecahan Perwakilan Diskret

P: Terdapat berapakah bilangan warna dalam rajah tersebut?
M: Empat.
P: Apakah nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna merah daripada bulatan dalam seluruh rajah?
M: 6/12.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab merah enam biji cip, semua ada dua belas biji cip. Jadi kawasan merah ialah enam perdua belas nilainya.
P: Apakah lagi nilai pecahan selain enam perduabelas bagi bulatan merah?
M: (Diam seketika). Satu perdua.
P: Mengapakah satu perdua?
M: Sebab merah adalah sebelah rajah itu.
P: Apakah nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna hijau?
M: Tiga perdua belas.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Hijau ada tiga biji, semua ada dua belas biji.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau daripada semua bulatan pada rajah tersebut?
M: Satu perempat.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Kalau dibelah kepada empat bahagian, kita dapat tiga biji itu sama banyak dalam setiap bahagian.
P: Cuba lihat kawasan kuning, apakah nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna kuning daripada bulatan dalam seluruh rajah?
M: (Diam seketika). 2/12.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Kuning ada dua biji, jumlah semua adalah dua belas biji. Jadi kita dapat 2/12.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna kuning daripada semua bulatan pada rajah tersebut?
M: (Diam seketika). 1/6.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Kita kena bilang bulatan tu dua dua, semua ada enam kali (murid tunjuk dua bulatan bersebelahan).

Dalam Petikan 3TRP2, Rina memberikan dua tafsiran nilai pecahan bagi bulatan berwarna merah daripada seluruh bulatan dalam rajah, iaitu 6/12 dan 1/2. Dalam tafsiran pertama, Rina menyatakan bahawa terdapat enam bulatan berwarna merah dan dua belas bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Rina seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna merah dengan jumlah bilangan bulatan dari seluruh rajah sebagai 6/12. Dalam tafsiran kedua, Rina menyebut “merah adalah sebelah rajah itu”. Pernyataan Rina tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap enam bulatan

berwarna merah sebagai satu kumpulan. Tingkah laku Rina seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan membahagikan bilangan kumpulan bulatan berwarna merah dengan jumlah bilangan kumpulan dari seluruh rajah sebagai 1/2.

Berikutnya, Rina mentafsir nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna hijau daripada bulatan dalam seluruh rajah sebagai 3/12 dan 1/4. Dalam tafsiran pertama, Rina mengatakan bahawa "hijau ada tiga biji" menunjukkan bahawa beliau mengira bulatan berwarna hijau secara berasingan sebanyak tiga kali. Kemudian, Rina menyebut "semua ada dua belas biji" menunjukkan beliau mengira setiap bulatan dalam rajah secara berasingan sebanyak dua belas kali. Tingkah laku Rina seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna hijau dengan bilangan semua bulatan dari seluruh rajah sebagai 3/12.

Dalam tafsiran kedua, Rina berkata "kalau dibelah kepada empat bahagian, kita dapat tiga biji itu sama banyak dalam setiap bahagian" mencadangkan beliau menggabungkan tiga bulatan sama warna sebagai satu kumpulan bulatan. Oleh kerana terdapat dua belas bulatan pada seluruh rajah, Rina mengatakan terdapat empat kumpulan bulatan semuanya. Tingkah laku Rina seterusnya mencadangkan beliau mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau dengan membahagikan bilangan kumpulan yang terdiri daripada tiga bulatan hijau dengan jumlah kumpulan dari seluruh rajah sebagai 1/4.

Selanjutnya, Rina mentafsirkan nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna kuning daripada bulatan dalam seluruh rajah sebagai 2/12 dan 1/6. Pernyataan "kuning ada dua biji, jumlah semua adalah dua belas biji" mencadangkan Rina mendapati terdapat sebanyak dua bulatan berwarna kuning dan dua belas bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Rina seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan dari

bulatan berwarna kuning dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna kuning dengan jumlah bilangan bulatan dari seluruh rajah sebagai 2/12. Dalam tafsiran kedua, Rina tunjuk pada dua bulatan bersebelahan dan berkata “kita kena bilang bulatan tu dua-dua. Semua sekali ada enam kali”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Rina menggabungkan dua bulatan bersebelahan dan menganggapnya sebagai satu kumpulan. Menurut Rina, terdapat sebanyak enam pasangan bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Rina berikutnya menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna kuning dengan membahagikan bilangan pasangan bulatan berwarna kuning dengan jumlah bilangan pasangan bulatan dari seluruh rajah sebagai 1/6.

Membandingkan Pecahan

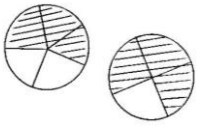
Tugasan ini terdiri daripada dua aktiviti yang berturutan, iaitu membandingkan 3/4 dengan 3/5 dan 5/3 dengan 5/4. Petikan 3BP1 memaparkan respons Rina membandingkan pecahan 3/4 dengan 3/5, manakala Petikan 3BP2 pula memaparkan respons beliau dalam membandingkan pecahan 4/3 dengan 5/3.

Tiga perempat dan tiga perlima. Dalam aktiviti berikut, bahan seperti jalur kertas, cip kertas, dan kertas A4 diletak di atas meja. Rina diminta membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang beliau fikir paling sesuai. Petikan 3BP1 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3BP1: Membandingkan 3/4 dan 3/5

P: (Berikan Kad 1 dan Kad 2 kepada murid). Jika seorang kawan minta bantuan anda untuk membandingkan saiz piza yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk menjelaskan perbandingan itu.

M: Kita lorek tiga bahagian setiap satu (murid mengambil dan membahagikan cip kertas).



P: Bagaimanakah anda tahu jawapan itu betul?

M: Tiga perlima tu, buat lima pilih tiga. Tiga perempat tu, buat empat pilih tiga.

P: Kalau begitu, siapa dapat lebih banyak piza?

M: Tiga perempat lebih banyak (murid tunjuk pada bahagian berlorek).

Dalam Petikan 3BP1, Rina membandingkan 3/4 dengan 3/5 secara mengambil sekeping cip kertas dan melukis garis bersilang di permukaannya. Kemudian, Rina melorekkan tiga bahagian dan berkata “buat empat pilih tiga”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga daripada empat bahagian tersebut sebagai 3/4.

Seterusnya, Rina mengambil sekeping cip kertas yang sama saiz dengan sebelumnya dan melukis lima garisan yang menyentuh pusat cip kertas itu. Beliau melorek tiga bahagian dan berkata “buat lima pilih tiga”. Tingkah laku Rina itu mencadangkan bahawa beliau menganggap tiga daripada lima bahagian yang sebagai 3/5. Dalam membanding saiz piza, Rina memerhatikan tiga bahagian pada cip kertas yang mewakili 3/4 dan tiga bahagian pada cip kertas yang mewakili 3/5 dan berkata “Tiga perempat lebih banyak”. Tingkah laku Rina tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap 3/4 piza adalah lebih besar berbanding 3/5 piza.

Lima pertiga dan lima perempat. Dalam aktiviti lain, Rina diminta membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang difikirkan paling sesuai. Petikan 3BP2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3BP2: Membandingkan 5/3 dan 5/4

P: (Berikan Kad 1 dan Kad 2 kepada murid). Jika seorang kawan minta bantuan anda membandingkan saiz coklat yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk membandingnya.

M: Susan ada dua keping coklat, bahagikan kepada tiga bahagian setiap coklat. Kita pilih lima bahagian (murid melukis rajah dan lorek bahagian).

P: Mengapakah dua keping coklat dibahagikan kepada tiga petak?

M: Sebab lima pertiga boleh ditukar kepada pecahan wajar.

P: Apakah perkaitan pecahan wajar dengan bahagi kepada tiga bahagian?

M: Sebab ada pertiga.

P: Kalau begitu, cuba anda jelaskan pecahan lima perempat?

M: Kena ada dua keping coklat, empat bahagian setiap satu (murid melukis dua rajah coklat).

P: Bagaimanakah anda tahu ada dua keping coklat?

M: Lima perempat boleh ditukar ke 1 1/4, ada empat bahagian.

P: Apakah maksud anda dengan empat bahagian?
M: Sebab perempat.
P: Sekarang, manakah lima perempat pada rajah itu?
M: Pilih lima bahagian (murid melorek petak).
P: Pecahan manakah lebih besar?
M: Lima pertiga lebih banyak kerana ia lebih coklat (murid tunjuk pada segi empat yang dilorek).

Dalam Petikan 3BP2, Rina membandingkan 5/3 dengan 5/4 secara melukis dua segi empat yang dibahagikan kepada tiga petak sama besar. Menurut Rina, tiga petak dibentuk kerana penyebut 5/3 ialah tiga. Kemudian, melorek tiga bahagian pada segi empat pertama sebagai satu keseluruhan dan satu daripada tiga bahagian sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan membentuk 5/3.

Selain itu, Rina melukis dua buah segi empat yang dibahagikan kepada empat bahagian. Menurut Rina, setiap petak dibahagikan kepada empat bahagian kerana penyebut 5/4 ialah empat. Seterusnya, beliau melorek empat bahagian pada segi empat pertama sebagai satu keseluruhan dan satu daripada empat bahagian pada segi empat kedua sebagai 1/4 daripada satu keseluruhan. Gabungan kedua-duanya dianggap sebagai 5/4.

Dalam membandingkan saiz coklat, Rina berkata “Lima pertiga lebih banyak kerana ia lebih coklat” dan tunjuk pada segi empat kedua. Tingkah laku Rina itu dapat ditafsirkan bahawa beliau memerhatikan dua daripada tiga bahagian pada sebuah segi empat dan satu daripada empat bahagian pada sebuah segi empat yang lain. Akhirnya, Rina menganggap bahawa pecahan 5/3 adalah lebih besar berbanding 5/4.

Mewakilkan Pembahagian Pecahan

Dalam tugasan ini, Rina diminta untuk mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan, pecahan bahagi nombor bulat, dan pecahan bahagi pecahan. Petikan 3WBP1 memaparkan respons Rina mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 3WBP2 pula memaparkan tingkah laku beliau

mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Sementara itu, Petikan 3WPB1 memaparkan respons Rina mewakilkan pecahan bahagi nombor bulat menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 3WPB2 pula memaparkan tingkah lakunya mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Akhirnya, Petikan 3WPP mengilustrasikan respons Rina mewakilkan pecahan bahagi pecahan dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas.

Nombor bulat bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, Rina diminta mewakilkan 2 ÷ 1/4 dan 2 ÷ 2/4 menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 3WBP1 memaparkan tingkah laku Rina.

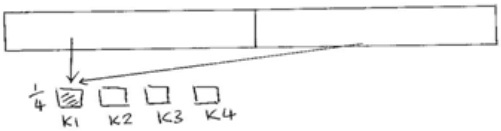
Petikan 3WBP1: Mewakilkan Nombor Bulat Bahagi Pecahan

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 2 ÷ 1/4. Bagaimanakah anda melakukannya?

M: Ada dua bahagian beri kepada empat kumpulan. Satu kumpulan dapat dua (murid melukis garisan pada jalur kertas).

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: Sebab (diam seketika) ada satu kumpulan sahaja. Dia dapat semua dua benda.

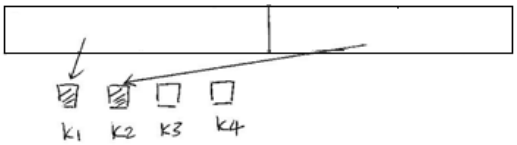


P: Kalau seorang kawan minta pertolongan anda menjelaskan 2 ÷ 2/4. Bagaimanakah anda melakukannya?

M: Ini empat kumpulan, tapi dua kumpulan sahaja dapat. Katakan ini dua benda yang hendak diberikan, dua kumpulan ini dapat satu sahaja.

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: Sebab beri kepada dua kumpulan, satu kumpulan dapat satu benda.



Dalam Petikan 3WBP1, Rina mewakilkan 2 ÷ 1/4 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau melukis empat segi empat sebagai mewakili kumpulan pertubuhan. Kemudiannya, Rina melorek salah satu daripadanya. Tingkah laku Rina itu menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada empat segi empat itu sebagai pecahan 1/4. Kemudiannya, Rina melukis garisan bagi menyambungkan setiap bahagian jalur kertas tersebut dengan segi empat yang

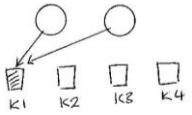
dilorekkan. Pernyataan “Ada dua bahagian beri kepada empat kumpulan. Satu kumpulan dapat dua” mencadangkan bahawa beliau membahagikan kedua-dua bahagian tersebut kepada salah satu kumpulan yang merwakili 1/4.

Selanjutnya, Rina mewakilkan 2 ÷ 2/4 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau melukis empat segi empat sebagai mewakili empat buah kumpulan pertubuhan. Berikutnya, Rina melukis garisan bagi menyambungkan dua bahagian dengan dua segi empat tersebut dan berkata “Ini empat kumpulan, tapi dua kumpulan sahaja dapat. Katakan ini dua benda yang hendak diberikan, dua kumpulan ini dapat satu sahaja”. Tingkah laku Rina itu menunjukkan bahawa beliau menganggap 2 ÷ 2/4 sebagai memberikan dua bahagian pada jalur kertas kepada dua daripada empat kumpulan pertubuhan dengan sama banyak.

Petikan 3WBP2: Mewakilkan Nombor Bulat Bahagi Pecahan

P: (Berikan beberapa cip kertas kepada murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda menjelaskan 2 ÷ 1/4 dengan menggunakan cip kertas, bagaimanakah anda melakukannya?

M: Ini adalah dua benda yang hendak diberikan, salah satu daripada kumpulan ini mendapat dua benda itu.

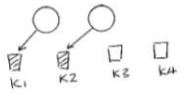


P: Bagaimanakah anda dapat menjelaskan 2 ÷ 2/4 dengan menggunakan bahan yang dibekalkan?

M: Ada dua benda hendak dibahagikan, kita cuma berikan kepada 2 kumpulan ini sahaja.

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: Sebab ada dua kumpulan, dan dua bahan. Setiap kumpulan ambil satu.



Dalam Petikan 3WBP2, Rina mewakilkan 2 ÷ 1/4 dengan mengambil dua keping cip kertas dan melukis empat buah segi empat. Kemudiannya, Rina melorek salah satu daripada segi empat itu dan berkata “Ini adalah dua benda yang hendak diberikan, salah satu daripada kumpulan ini mendapat dua benda itu”. Tingkah laku Rina itu menunjukkan bahawa beliau menganggap dua cip kertas itu sebagai mewakili nombor “2” dan satu daripada empat segi empat yang dilorekkan ialah 1/4 kumpulan pertubuhan.

Selanjutnya, beliau menganggap 2 ÷ 1/4 sebagai memberikan dua cip kertas kepada satu daripada empat kumpulan pertubuhan.

Seterusnya, Rina mewakilkan 2 ÷ 2/4 dengan mengambil dua cip kertas dan melukis empat segi empat. Seterusnya, Rina berkata "Ada dua benda hendak dibahagikan, kita cuma berikan kepada 2 kumpulan ini sahaja" menunjukkan bahawa beliau menganggap dua segi empat empat sebagai mewakili nombor 2 dan dua daripada empat segi empat pula sebagai 2/4 kumpulan pertubuhan. Selanjutnya, Rina menganggap 2 ÷ 2/4 sebagai memberikan dua cip kertas kepada dua daripada empat kumpulan pertubuhan.

Pecahan bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, Rina diminta untuk mewakilkan 1/3 ÷ 2 dan 2/3 ÷ 2 menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 3WPB1 dan 3WPB2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3WPB1: Mewakilkan Pecahan Bahagi Nombor Bulat

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 1/3 ÷ 2. Bagaimanakah anda melakukannya?

M: Bahagikan kepada tiga bahagian, bahagian ini perlu dibahagikan lagi kepada dua orang (murid melukis garisan pada jalur kertas).

P: Mengapakah anda lorek pada bahagian itu sahaja?

M: Itu ialah satu pertiga.

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: (Diam seketika). Sebab ada dua kumpulan dan dua bahagian, satu kumpulan dapat separuh.

P: Apakah yang anda maksudkan dengan separuh pada jalur kertas itu?

M: Satu ialah separuh bagi dua keping itu.

P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 2/3 ÷ 2. Bagaimanakah anda melakukannya?

M: Kita bahagikan kepada tiga bahagian. Ambil dua bahagian, seorang dapat satu.

P: Bagaimanakah anda mendapatnya?

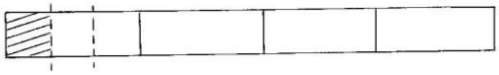
M: Ada dua bahagian bahagi kepada dua orang.

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: (Diam seketika). Setiap kumpulan dapat satu bahagian sama banyak (murid melorek pada dua petak).

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Baiklah, sekarang cuba jelaskan 1/4 ÷ 3 dengan menggunakan jalur kertas itu.

M: Satu bahagian ini dibahagikan kepada empat bahagian, satu bahagian ini perlu dibahagikan kepada tiga pula (murid melukis garisan pada jalur kertas).



P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Sebab (diam seketika) satu ini (diam seketika, kemudian murid melorek pada satu bahagian kecil).
P: Cuba jelas lebih lanjut lagi.
M: Saya ada tiga bahagian, cuma ambil satu saja.
P: Bagaimanakah anda hendak menjelaskan 3/4 ÷ 3 dengan menggunakan bahan tersebut?
M: Ada tiga bahagian, bahagi kepada tiga orang, seorang dapat satu (murid tanda pada satu bahagian).

Dalam Petikan 3WPB1, Rina mewakilkan 1/3 ÷ 2 dengan membahagikan jalur kertas kepada tiga bahagian sama besar dan menganggap satlah satu daripadanya sebagai 1/3. Beliau melukis satu garisan pada salah satu bahagian dan berkata "Bahagikan kepada tiga bahagian, bahagian ini perlu dibahagikan lagi kepada dua orang". Pernyataan tersebut menunjukkan Rina membahagikan satu daripada tiga bahagian tersebut kepada dua bahagian yan sama besar saiznya. Tingkah laku Rina juga menunjukkan bahawa beliau memberikan dua bahagian kepada dua orang dengan sama banyak. Menurut Rina, kedua-dua bahagian berkenaan diberikan kepada dua orang sama banyak. Dalam penjelasan lanjut, Rina menyatakan bahawa setiap orang mendapat "separuh" yang dimaksudkan oleh beliau sebagai satu daripada dua bahagian berkenaan.

Seterusnya, Rina mewakilkan 2/3 ÷ 2 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada tiga bahagian sama besar. Kemudiannya, beliau melorekkan salah satu daripada bahagian tersebut dan berkata "bahagikan kepada tiga bahagian. Ambil dua bahagian, seorang dapat satu". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau membahagikan satu benda kepada tiga bahagian sama besar dan menganggap dua daripada tiga bahagian tersebut sebagai 2/3. Sebagai penjelasan lanjut, Rina menyatakan "Ada dua bahagian. Bahagi kepada dua orang, setiap kumpulan dapat satu bahagian... Setiap orang terima sekeping sama banyak" mencadangkan bahawa beliau menganggap 2/3 ÷ 2 sebagai memberikan dua bahagian yang mewakili 2/3 tadi kepada dua orang dengan sama banyak.

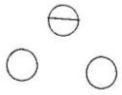
Selanjutnya, Rina mewakilkan 1/4 ÷ 3 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar dan menganggap salah satu daripadanya sebagai 1/4.

Kemudiannya, Rina menyebut “Satu bahagian ini dibahagikan kepada empat bahagian, satu bahagian ini perlu dibahagikan kepada tiga pula” menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada empat bahagian tersebut perlu dibahagikan lagi kepada tiga bahagian sama besar. Dalam penjelasan lanjut, Rina menyebut “Sebab... satu ini... Saya ada tiga bahagian, cuma ambil satu saja” menunjukkan bahawa beliau menganggap 1/4 ÷ 3 sebagai salah satu bahagian daripada bahagian yang mewakili 1/4 tersebut. Bagi aktiviti yang membabitkan 3/4 ÷ 3, nampaknya Rina menggunakan idea yang sama seperti dalam aktiviti 1/3 ÷ 3, 2/3 ÷ 3, 1/4 ÷ 3, dan 2/4 ÷ 3.

Petikan 3WPB2: Mewakilkan Pecahan Bahagi Nombor Bulat

P: (Berikan beberapa cip kertas kepada murid). Cuba jelaskan 1/3 ÷ 2 dengan menggunakan cip kertas berikut.

M: Ambil tiga, satu sahaja yang kena bahagi kepada dua orang (murid melukis pada cip kertas).



P: Mengapakah anda lukis garisan begitu?

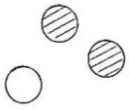
M: (Diam seketika). Sebab separuh ni nak diberi sama banyak kepada dua orang.

P: Bagaimanakah anda nak jelaskan 2/3 ÷ 2?

M: Sama, ini dua pertiga. Beri kepada seorang sebiji (murid ambil tiga cip, pilih dua biji dan berikan kepada dua orang).

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: Sebab mereka dapat sama banyak.



Dalam Petikan 3WPB2, Rina mewakilkan 1/3 ÷ 2 dengan melorek satu daripada tiga cip kertas dan menganggapnya sebagai 1/3. Kemudiannya, beliau melukis satu garisan pada salah satu cip kertas dan berkata “Ambil tiga, satu sahaja yang kena bahagi kepada dua orang”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Rina membahagi satu daripada tiga cip kertas kepada kedua bahagian dan memberinya kepada dua orang dengan sama banyak.

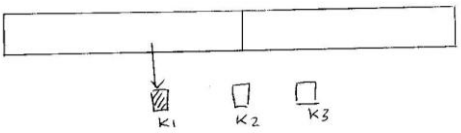
Untuk kes yang membabitkan 2/3 ÷ 2, Rina melorekkan dua daripada tiga cip kertas dan menganggapnya sebagai 2/3. Pernyataan “Sama, ini dua pertiga. Beri kepada seorang sebiji... Sebab mereka dapat sama banyak” menunjukkan bahawa beliau

menganggap dua daripada tiga cip kertas dan memberinya kepada dua orang sama banyak.

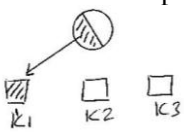
Pecahan bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, Rina diminta untuk mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dan 1/2 ÷ 2/3 menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 3WPP memaparkan respons beliau.

Petikan 3WPP: Mewakilkan Pecahan Bahagi Pecahan

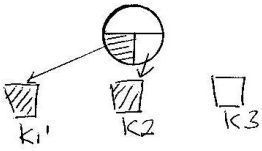
P: (Sediakan beberapa helai jalur kertas di hadapan murid). Jika kawan anda minta pertolongan anda untuk menjelaskan 1/2 ÷ 1/3, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Ada tiga kumpulan, satu kumpulan dapat separuh benda itu.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Sebab (diam seketika) ada satu perdua benda, jadi satu pertiga kumpulan itu dapat semuanya.



P: Cuba jelaskan 1/2 ÷ 1/3 menggunakan bahan berikut (murid memberikan cip kertas kepada murid).
M: Bahagikan separuh cip ini, kena berikan kepada satu kumpulan sahaja.



P: Sekarang, cuba jelaskan 1/2 ÷ 2/3 dengan menggunakan bahan yang dibekalkan.
M: Bahagikan separuh cip ini kepada dua kumpulan. Kita kena belah lagi cip itu.
P: Cuba jelaskan lebih lanjut.
M: Setiapnya dapat satu perdua kerana dibahagi kepada dua bahagian.



Dalam Petikan 3WPP, Rina mewakilkan 1/2 ÷ 2/3 dengan membahagikan sehelai jalur kertas kepada dua bahagian sama besar dan menganggap salah satu daripadanya sebagai 1/2. Kemudiannya, beliau melukis tiga segi empat dan melorekkan dua daripadanya. Tingkah laku Rina ini menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga segi empat itu sebagai 2/3 daripada kumpulan pertubuhan. Pernyataan "Ada tiga kumpulan, satu kumpulan dapat separuh benda itu... Sebab ... ada satu perdua benda, jadi satu pertiga kumpulan itu dapat semuanya" menunjukkan bahawa beliau

memberikan satu daripada dua bahagian yang mewakili 1/2 kepada dua daripada tiga kumpulan pertubuhan tersebut.

Seterusnya, Rina mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dengan melukis satu garisan pada satu cip kertas. Tingkah laku Rina ini menunjukkan bahawa beliau menganggap salah satu daripada cip kertas tersebut sebagai 1/2. Selanjutnya, beliau melukis tiga segi empat dan melorekkan satu daripadanya sebagai 1/3.

Rina mewakilkan 1/2 ÷ 2/3 dengan mengambil satu cip kertas dan membahaginya kepada dua bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, Rina melukis tiga segi empat dan berkata "Bahagikan separuh cip ini kepada dua kumpulan. Kita kena belah lagi cip itu". Pernyataan itu mencadangkan bahawa beliau menganggap satu daripada dua bahagian cip kertas sebagai 1/2. Tingkah laku itu juga menunjukkan bahawa Rina menganggap dua daripada tiga segi empat tersebut sebagai 2/3 kumpulan pertubuhan. Sebagai penjelasan lanjut, Rina menganggap 1/2 ÷ 2/3 sebagai memberikan satu daripada dua cip kertas itu kepada dua kumpulan tersebut.

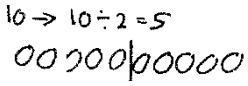
Makna Bahagi

Bahagian ini membabitkan usaha untuk mengenal makna bahagi yang dipunyai oleh Rina. Untuk itu, lima aktiviti yang terdiri daripada simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat, pecahan bahagi nombor bulat, nombor bulat bahagi pecahan, dan pecahan bahagi pecahan telah disediakan. Petikan 3MK1 memaparkan respons Rina mentafsirkan makna bahagi daripada konteks yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat, Petikan 3MK2 memaparkan respons Rina mentafsirkan makna bahagi dari konteks yang membabitkan nombor bulat bahagi pecahan, Petikan 3MK3 pula memaparkan respons beliau mentafsirkan bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan pecahan bahagi nombor bulat, dan Petikan 3MK4 memaparkan respons beliau mentafsirkan bahagi daripada konteks yang membabitkan pecahan bahagi pecahan .

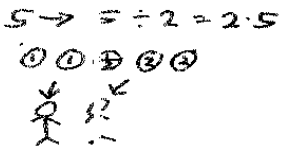
Nombor bulat bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator ditunjukkan kepada Rina. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat. Petikan 3MK1 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 3MK1: Mentafsir Makna Bahagi 2

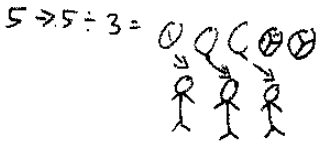
P: (Simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator ditunjukkan kepada murid). Jika nombor-nombor berikut keluar dan masuk (Simulasi 8 masuk – 4 keluar; 7 masuk – 3.5 keluar; dan 6 masuk – 3 keluar). Catatkan pasangan nombor yang masuk dan keluar. Cuba teka apakah kalkulator buat pada nombor itu?
M: Bahagi dua.
P: Apakah makna bahagi?
M: (Diam seketika). Kalau duit ada lapan ringgit, kita kena bahagi kepada dua orang, mereka akan dapat sama rata.
P: Apakah makna sama rata?
M: Dapat sama banyak, empat ringgit.
P: Kalau saya tekan nombor sepuluh, apa kalkulator akan buat?
M: (Murid menulis 10 ÷ 2 = 5).
P: Cuba jelaskan maknanya.
M: Ada sepuluh buah limau, setiap orang dapat lima biji (murid melukis rajah).



P: Semasa anda lukis garisan tu, anda fikirkan apa?
M: Pecahkan sepuluh limau kepada dua kumpulan sama banyak.
P: Apakah yang anda dapat dalam pembahagian itu?
M: Ada dua set limau begini (murid tunjuk pada lima biji limau).
P: Jika cikgu tekan nombor lima?
M: (tulis 5 ÷ 2 = 2.5).
P: Cuba jelaskan lagi apa yang anda tulis.
M: Ada lima limau, setiap orang dapat dua setengah biji.



P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Bahagi sama banyak.
P: Baiklah, semasa anda gariskan bulatan tu anda buat apa?
M: Pecahkan supaya dapat sama banyak.
P: Apakah anda dapat di situ?
M: Semua ada dua, ini ada dua setengah, ini pun dua setengah.
P: (Tunjukkan kalkulator yang dilabelkan dengan "÷ 3" kepada murid). Jika saya tekan nombor lima, apakah kalkulator akan lakukan?
M: (Murid menulis 5 ÷ 3).
P: Apakah maksudnya?
M: Ada lima biji limau, dibahagikan kepada tiga orang. Setiap orang dapat sebiji (murid melukis rajah).



P: Anda sambung garisan tu apa?
M: Beri setiap biji buah kepada setiap orang.
P: Bagaimanakah dengan dua biji buah lagi tu?
M: (Diam seketika). Dua biji lagi ni, kita belah tiga dan setiap orang akan dapat dua bahagian.
P: Apakah yang anda dapat tahu daripada pembahagian itu?
M: Setiap orang dapat sebiji dan dua bahagian.

Dalam Petikan 3MK1, Rina meneka operasi yang dilakukan oleh kalkulator sebagai bahagi. Rina menjelaskan makna bahagi dengan memberikan contoh sejumlah duit lapan ringgit yang diagihkan kepada dua orang dengan sama rata. Menurut Rina, "sama rata" bermaksud mendapat sama banyak, iaitu empat ringgit setiap orang.

Seterusnya, Rina mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 10 ÷ 2 dengan melukis sepuluh biji limau. Kemudiannya, beliau melukis satu garisan untuk membentuk dua kumpulan yang mempunyai bilangan ahli sama banyak. Pernyataan "ada dua set limau begini" mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 10 ÷ 2 sebagai membentuk dua kumpulan yang masing-masing terdiri daripada lima biji limau.

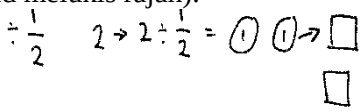
Selanjutnya, Rina mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 5 ÷ 2 dengan melukis lima buah limau dan dua orang. Berikutnya, Rina melukis dua garisan dan berkata "Ada lima limau, setiap orang dapat dua setengah biji" menunjukkan beliau memberikan dua biji limau kepada dua orang masing-masing. Sebagai penjelasan lanjut, Rina berkata "pecahkan supaya dapat sama banyak... semua ada dua, ini ada dua setengah, ini pun dua setengah" mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi bagi 5 ÷ 2 sebagai memberikan lima biji limau dengan sama banyak kepada dua orang penerima dengan masing-masing mendapat sebanyak 2.5 limau.

Seterusnya, Rina mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 5 ÷ 3 dengan melukis lima biji limau dan tiga orang penerima. Kemudiannya, beliau melukis tiga garisan bagi menyambungkan tiga buah limau dengan tiga orang dan berkata "Ada lima biji limau, dibahagikan kepada tiga orang. Setiap orang dapat sebiji". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau membahagikan lima biji limau kepada tiga orang dengan sama banyak. Berikutnya, Rina menyatakan bahawa dua biji limau lain juga perlu dibahagikan kepada tiga bahagian. Rina mentafsirkan makna bahagi bagi 5 ÷ 3 dengan menyatakan "setiap orang dapat sebiji dan dua bahagian" menunjukkan bahawa beliau membahagikan setiap biji limau kepada tiga bahagian sama besar dan memberikan kepada tiga orang dengan sama banyak dengan setiap orang mendapat sebanyak sebiji dan dua daripada tiga bahagian biji limau yang lain.

Nombor bulat bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang dilabelkan dengan "÷ 1/2", "÷ 1/3", dan "÷ 2/3" ditunjukkan secara berasingan kepada Rina. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 2 dan 6 dimasukkan ke dalam kalkulator itu. Petikan 3MK2 memaparkan tingkah lakunya.

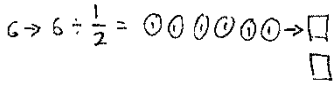
Petikan 3MK2: Mentafsir Makna Bahagi 1/2

P: (Tunjukkan kalkulator yang mempunyai fungsi "÷ 1/2"). Kalkulator ini mempunyai tugas lain. Cuba nyatakan tugas kalkulator sekarang.
M: Bahagi satu perdua.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Bahagi satu perdua.
P: Sekarang jika saya tekan nombor dua, apakah yang kalkulator akan buat?
M: (Murid menulis 2 ÷ 1/2).
P: Apakah maksudnya?
M: Ada dua biji kek dan dua kumpulan. Kek ni diberikan kepada satu kumpulan sahaja sebab satu perdua (murid melukis rajah).



P: Apakah makna bahagi di dalam cerita anda itu?
M: Berikan dua kek itu.
P: Apakah anda dapat tahu dalam pembahagian itu?
M: Dapat tahu bilangan kek yang diberi kepada kumpulan ini (murid tunjuk pada satu segi empat).

P: Jika saya masukkan nombor enam, apakah yang akan dilakukan kalkulator?
M: (Murid menulis 6 ÷ 1/2 =).
P: Apakah maksud bahagi di situ?
M: Ada enam buah kek, dua kumpulan. Semua buah diberi kepada seorang sahaja sebab satu perdua.



P: Cuba jelaskan lagi tentang "dua kumpulan" itu..
M: Berikan semua kepada satu ini (murid melukis anak panah).
P: Apakah yang anda dapat tahu dalam pembahagian itu?
M: Bilangan buah bagi seorang ini (murid tunjuk pada salah satu segi empat).

Dalam Petikan 3MK2, Rina mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 2 ÷ 1/2 dengan melukis dua biji kek berbentuk bulatan dan dua kumpulan orang. Menurut Rina, salah satu daripada kumpulan itu sahaja yang mendapat kek kerana pembahagian itu membabitkan dibahagikan dengan satu perdua. Sebagai penjelasan lanjut, Rina menyatakan "dapat tahu bilangan kek yang diberi kepada kumpulan ini" menunjukkan bahawa beliau mentafsir makna bahagi bagi 2 ÷ 1/2 sebagai memberikan dua biji kek kepada satu daripada dua orang.

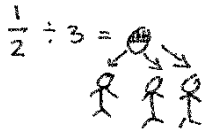
Seterusnya, Rina mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 6 ÷ 1/2 dengan melukis enam biji kek berbentuk bulatan dan dua kumpulan orang. Berikutnya, beliau melukis satu garisan bagi menyambungkan enam biji buah dengan salah satu kumpulan tersebut dan berkata "Berikan semua kepada satu ini". Pernyataan itu mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi bagi 6 ÷ 1/2 sebagai membahagikan semua enam biji kek kepada satu daripada dua kumpulan orang.

Pecahan bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang bertulis "÷ 3" ditunjukkan kepada Rina. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 1/2 dan 2/3 dimasukkan dalam kalkulator berkenaan. Petikan 3MK3 memaparkan tingkah lakunya.

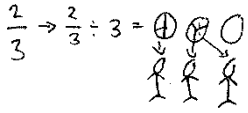
Petikan 3MK3: Mentafsir Makna Bahagi 3

P: Apakah kalkulator akan buat jika saya tekan satu perdua?
M: (Murid menulis 1/2 ÷ 3).

P: Apakah maksud pembahagian itu?
M: Ada sebiji kek, belah kepada setengah. Setiap orang ambil sebahagian daripada kek tersebut (murid melukis rajah).



P: Anda kata "sebiji kek dibelah" tu, apakah maksud anda?
M: (Diam seketika). Mula-mula kena belah separuh sebab satu perdua.
P: Cuba cerita "belah separuh" lagi.
M: Separuh tu, kena belah kepada tiga bahagian lagi.
P: Mengapakah kena belah begitu?
M: Nak beri dengan adil (murid tunjuk pada anak panah).
P: Mengapakah anda lukis anak panah begitu?
M: Setiap orang ambil satu kek.
P: Sekarang saya tekan dua pertiga, apakah berlaku?
M: (Murid menulis 2/3 ÷ 3).
P: Apakah maksudnya?
M: Ada tiga biji kek dua biji kek ini kena belah tiga bahagian setiap biji. Seorang dapat dua bahagian (murid melukis rajah).



P: Cuba jelaskan apa yang anda buat pada tiga biji kek itu?
M: Ambil dua sahaja sebab dua pertiga. Lepas itu, kena belah kepada tiga keping setiap ini.
P: Semasa anda melukis garisan penyambung tu, anda fikirkan apa?
M: Berikan kek kepada orang pertama sebanyak dua keping, orang kedua dan ketiga pun sama.

Dalam Petikan 3MK3, Rina mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 1/2 ÷ 3 dengan melukis sebuah kek berbentuk bulatan yang terbahagi kepada dua bahagian sama besar saiznya. Berikutnya, beliau membahagikan salah satu daripada bahagian kek itu kepada tiga bahagian yang lebih kecil. Nampaknya, lukisan yang dilukiskan oleh Rina menunjukkan beliau membahagikan bahagian itu dengan tidak sama besar saiznya. Pernyataan "nak beri dengan adil" mencadangkan bahawa Rina mentafsirkan makna bahagi bagi 1/2 ÷ 3 sebagai memberikan satu daripada dua bahagian kek kepada tiga orang dengan sama banyak.

Selanjutnya, Rina mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 2/3 ÷ 3 dengan melukis tiga bulatan dan tiga orang. Pernyataan "tiga biji kek dua biji kek ini kena belah tiga bahagian setiap biji" menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga biji kek tersebut perlu dibahagikan kepada tiga bahagian

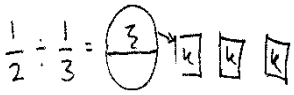
masing-masing. Seterusnya, beliau melukis tiga garisan dan berkata “Berikan kek kepada orang pertama sebanyak dua keping, orang kedua dan ketiga pun sama” menunjukkan beliau mentafsirkan makna bahagi bagi 2/3 ÷ 3 sebagai membahagikan dua daripada tiga bahagian kek kepada tiga orang dengan sama banyak.

Pecahan bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang bertulis “÷ 1/3” “÷ 3/5” dan secara berasingan ditunjukkan kepada Rina. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila bombor 1/2 dan 2/3 dimasukkan dalam kalkulator itu. Petikan 3MK4 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 3MK4: Mentafsir Makna Bahagi 1/2, 1/3, dan 2/3

P: (Tunjukkan kalkulator yang mempunyai fungsi “÷ 1/3”). Bagi kalkulator ini, jika saya tekan satu perdua, apakah akan berlaku?

M: Sebiji kek, ada tiga kumpulan. Sebahagian kek ini diperoleh satu kumpulan sahaja (murid melukis rajah).



P: Apakah makna bahagi di situ?

M: Berikan separuh kek kepada satu kumpulan (murid melukis anak panah).

P: Apakah yang dapat anda tahu dalam pembahagian itu?

M: Kek yang diperoleh kumpulan itu.

P: Katakan kalkulator kita sekarang hanya boleh melakukan operasi bahagi dengan tiga perlima sahaja. Apakah berlaku jika saya tekan dua pertiga?

M: (Murid menulis 2/3 ÷ 3/5).

P: Cuba jelaskan makna bahagi dari operasi itu.

M: (Diam seketika). Ada tiga piza, lima kumpulan. Dua piza ini dibahagikan kepada tiga kumpulan sahaja (murid melukis rajah).

P: Apakah makna bahagi di situ?

M: Belah piza dan berikan kepada tiga kumpulan (murid melukis anak panah).

P: Apakah yang dapat anda tahu dalam pembahagian itu?

M: Piza yang diperoleh kumpulan itu.

Dalam Petikan 3MK4, Rina mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 1/2 ÷ 1/3 dengan melukis sebiji kek berbentuk bulatan dan tiga kumpulan orang. Pernyataan “sebahagian kek ini diperoleh satu kumpulan sahaja” mencadangkan bahawa beliau membahagikan sebiji kek kepada dua bahagian sama besar dan menganggap satu daripadanya sebagai 1/2. Pernyataan itu juga menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga kumpulan orang sebagai pecahan 1/3.

Tingkah laku Rina selanjutnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi bagi 1/2 ÷ 1/3 sebagai membahagikan sebiji kek kepada dua bahagian dan memberi salah satu daripadanya kepada satu daripada tiga orang penerima.

Seterusnya, Rina mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 2/3 ÷ 3/5 dengan melukis tiga biji piza yang berbentuk bulatan dan lima kumpulan orang. Kemudiannya, Rina menyebut "dua piza ini dibahagikan kepada tiga kumpulan sahaja" mencadangkan beliau menganggap dua daripada tiga buah piza sebagai pecahan 2/3. Selain itu, pernyataan itu juga menunjukkan bahawa Rina menganggap tiga daripada lima kumpulan orang sebagai pecahan 3/5. Tingkah laku Rina berikutnya menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi bagi 2/3 ÷ 3/5 sebagai membahagikan dua daripada tiga biji piza tiga bahagian dan memberikan setiap bahagian tersebut kepada tiga daripada lima orang dengan sama banyak.

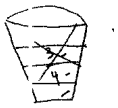
Menyelesaikan Masalah Pembahagian Pecahan

Tugasan ini terdiri daripada empat aktiviti, iaitu menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, masalah membabitkan tongkat, masalah membabitkan bar coklat, dan masalah membabitkan piza. Petikan 3SPP1 memaparkan respons Rina menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, manakala Petikan 3SPP2 pula memaparkan tingkah laku beliau menyelesaikan masalah membabitkan tongkat buluh, sementara Petikan 3SPP3 memaparkan respons beliau menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat, dan Petikan 3SPP4 pula memaparkan tingkah lakunya menyelesaikan masalah membabitkan piza.

Masalah membabitkan jus oren. Dalam aktiviti ini, Rina diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan penyukatan 2 *l* jus oren menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l*. Petikan 3SPP1 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3SPP1: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Jus Oren

P: (Sediakan gambar cawan di hadapan murid). Katakan cawan ini mempunyai muatan maksimum 3/4 *l*. Jika anda hendak menyukat 2 *l* jus oren dengan menggunakan cawan itu, jelaskan berapakah bilangan cawan yang diperlukan?
M: (Diam seketika). Satu cawan.
P: Mengapakah anda kata satu cawan?
M: (Diam seketika).
P: Manakah yang lebih besar, sukatan satu cawan penuh atau 1 *l* jus oren?
M: Besar 1 *l*.
P: Berapakah bezanya?
M: (Diam seketika). 1/4 *l*.
P: Kalau anda 1 *l* jus oren, berapakah bilangan cawan yang diperlukan untuk menyukatnya?
M: Satu suku.
P: Cuba jelaskan itu.
M: (Diam seketika). Satu gelas boleh sukat 3/4 *l*. (Murid melukis cawan) Tak betul!



P: Apakah yang tak betul?
M: Tadi cikgu kata cawan penuh ialah 3/4 *l*, tapi ini tak penuh.
P: Cuba jelaskan lagi cara anda menyukat 1 *l* jus oren.
M: (Diam seketika). Perlu 1/4 *l* lagi untuk menjadi 1 *l*.
P: Sekarang, cuba tunjukkan bilangan cawan yang diperlukan untuk menyukat 1 *l* jus oren.
M: Satu cawan penuh, ada lebih satu bahagian lagi (murid melukis dan melorek cawan).

P: Sekarang cuba nyatakan bilangan cawan yang diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren?
M: Empat.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Ada satu cawan penuh dan dua bahagian yang lain (murid melukis dan melorek cawan).

P: Mengapakah rajah berlainan dengan rajah yang dilukiskan tadi?
M: Ada satu juga, bukan dua (murid melukis pangkah pada salah satu bahagian yang telah dilorek)
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab lima bahagian lebih daripada satu liter.
P: Sekarang, cuba beritahu saya bilangan cawan yang diperlukan bagi menyukat 2 *l* jus oren?
M: Dua dan dua perempat cawan.

Dalam Petikan 3SPP1, Rina dengan spontan menjawab hanya satu cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren. Kemudian, Rina berkata “tak betul, ... Tadi cikgu kata penuh cawan ialah 3/4 *l*, tapi ini tak penuh” mencadangkan beliau tahu 3/4 *l* adalah lebih kecil berbanding 1 *l* jus oren. Sebagai penjelasan lanjut, Rina menyatakan bahawa 1 *l* jus oren memerlukan satu cawan penuh dan 1/4 *l* pada cawan lain.

Berikutnya, Rina diminta untuk menyukat 2 *l* jus oren menggunakan cawan yang sama. Beliau melukis dua buah cawan yang dibahagikan kepada tiga bahagian pada setiap satu. Ida melorek tiga bahagian pada cawan pertama dan dua bahagian pada cawan kedua. Pernyataan “ada satu juga, bukan dua” menunjukkan beliau menyedari kesalahannya melorek dua bahagian pada cawan kedua. Tingkah laku Rina selanjutnya menunjukkan beliau menganggap 2 *l* jus oren memerlukan sebanyak 2 cawan dan 2/4 daripada cawan yang lain.

Masalah tongkat buluh. Dalam aktiviti ini, Rina diminta untuk menyelesaikan masalah membabitkan tongkat buluh untuk membentuk beberapa batang tongkat pelbagai ukuran. Petikan 3SPP2 memaparkan tingkah laku beliau.

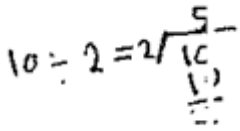
Petikan 3SPP2: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Tongkat Buluh

P: (Sediakan jalur kertas di hadapan murid). Ini ialah sebatang buluh berukuran 10 *cm*. Anda diminta untuk memotong buluh tersebut bagi membentuk tongkat buluh berukuran 2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 2 *cm* yang dapat anda bentuk semuanya?

M: Lima batang.

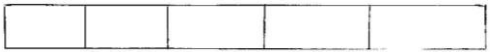
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?

M: Bahagikan, sepuluh bahagi dua.



P: Bagaimanakah dapat pastikan ia betul?

M: Setiap bahagian ini perlu diukur 2 *cm*. Potong setiap bahagian ini, kita akan dapat 5 batang semuanya (murid melukis lima bahagian).

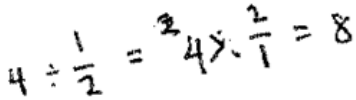


P: Katakan ini adalah buluh berukuran 4 *cm*. Anda diminta memotong buluh berkenaan bagi membentuk tongkat yang berukuran 1/2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 1/2 *cm* yang dapat anda bentuk semuanya?

M: (Murid mengira secara operasi aritmetik “4 ÷ 1/2 =” dan diam seketika).

P: Apakah yang anda sedang fikirkan?

M: Darab. Tak berapa ingat (diam seketika). Bahagi dengan 1/2 akan dapat 8 bahagian (murid tunjuk pengiraan “4 x 2/1 = 8”).

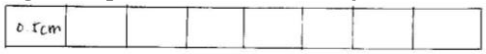


P: Mengapakah anda pilih operasi bahagi, bukan operasi lain?

M: Nak cari bilangan tongkat sama panjang.

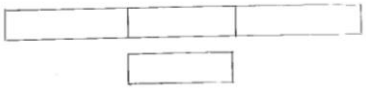
P: Bagaimanakah anda dapat pastikan itu betul?

M: Kita ukur setiap bahagian kepada 0.5 *cm*, semuanya ada 8 bahagian.



P: Katakanlah anda ada buluh berukuran 2 *cm*, cuba potong buluh tersebut bagi membentuk tongkat berukuran 2/3 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat yang dapat anda bentuk?
M: (Murid mengambil satu jalur kertas dan diam seketika).
P: Cuba tunjukkan 2 *cm* pada jalur kertas itu.
M: (Murid melukis 2 bahagian). Ini 2 *cm*.
P: Cuba tunjukkan bagaimanakah anda memotong 2/3 *cm* tongkat?
M: (Diam seketika).
P: Bagaimanakah anda dapat tahu bahawa itu 2/3 *cm*?
M: (Murid melukis 3 bahagian dan melorek 2 bahagian).
P: Apakah maksud bahagian yang tidak berlorek?
M: Lebihan.
P: Berapakah lebih?
M: 2/6.
P: Bagaimanakah anda mendapat 2/6?
M: Ada dua lebihan. Semua ada enam batang.
P: Jadi, berapakah bilangan tongkat berukuran 2/3 *cm* yang anda peroleh?
M: Ada dua batang dan dua perenam.

P: Katakan ini adalah buluh berukuran 3/4 *cm*. Anda diminta memotong buluh bagi membentuk tongkat berukuran 1/2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 1/2 *cm* yang dapat anda bentuk?
M: (Diam seketika). Ini ialah tiga bahagian.
P: Mengapakah anda bentuk tiga bahagian.
M: Kalau 1 *cm*, kena tambah satu bahagian lagi.
P: Cuba potong 1/2 *cm* tongkat.
M: (Diam seketika dan menulis 1/4, 2/4, 3/4 pada setiap bahagian).
P: Cuba tunjukkan bagaimanakah anda boleh dapat 1/2 *cm*?
M: (Diam seketika). Ini ialah satu perdua (murid tunjuk pada bahagian bertanda "2/4").
P: Mengapakah begitu?
M: Sama, 2/4 dan 1/2.
P: Cuba Rina nyatakan bilangan tongkat yang boleh dihasilkan?
M: (Murid memotong jalur kertas) Ada satu dan 1/4 batang tongkat.
P: Manakah satu? Manakah pula satu perempat?
M: Ini satu batang (murid tunjuk pada keratan dua bahagian), ini satu perempat tongkat (murid tunjuk pada keratan satu bahagian).



Dalam Petikan 3SPP2, Rina menjawab lima batang tongkat dihasilkan apabila buluh berukuran 10 *cm* dipotong menjadi beberapa batang tongkat berukuran 2 *cm*. Rina menjelaskan penyelesaiannya dengan menggunakan kaedah pengiraan aritmetik bagi mendapatkan jawapannya. Sebagai penjelasan lanjut, Rina mengunting jalur kertas dan berkata "Setiap bahagian ini perlu diukur kepada 2 *cm*. Potong setiap bahagian ini, kita akan dapat 5 batang semuanya". Pernyataan Rina berkenaan menunjukkan bahawa

beliau membahagikan jalur kertas 2 *cm* kepada lima bahagian dan menganggap lima batang tongkat dapat dihasilkan kesemuanya.

Berikutnya, Rina diminta untuk memotong buluh berukuran 4 *cm* menjadi tongkat berukuran 1/2 *cm* setiap satu. Rina menjelaskan penyelesaiannya dengan membahagikan sehelai jalur kertas kepada lapan bahagian sama besar saiznya dan berkata "Kita ukur setiap bahagian kepada 0.5 *cm*, semuanya ada 8 bahagian". Pernyataan berkenaan menunjukkan bahawa beliau membahagikan lapan bahagian berukuran 0.5 *cm* kepada lapan batang tongkat semuanya.

Selanjutnya, Rina menjelaskan sebatang buluh berukuran 2 *cm* dipotong kepada tongkat berukuran 2/3 *cm* dengan membahagikan sehelai jalur kertas kepada dua bahagian sama besar. Kemudiannya, beliau menulis 1 *cm* pada setiap bahagian. Berikutnya, Rina sekali lagi membahagikan setiap bahagian berkenaan kepada tiga bahagian lebih kecil. Rina melorek dua daripada tiga bahagian kecil itu dan berkata "Lebihan... Ada dua perenam... Ada dua lebihan. Semua ada enam batang". Pernyataan tersebut menunjukkan Rina menganggap dua bahagian tersebut sebagai 2/6 tongkat. Beliau mengunting dua bahagian bersebelahan dan membiarkan dua bahagian lain dalam keadaan terpisah. Berikutnya, Rina berkata "ada dua batang dan ... dua perenam" menunjukkan bahawa beliau menganggap sebanyak 2 batang tongkat berukuran 2/3 *cm* dan satu tongkat lagi berukuran 2/6 *cm* dihasilkan daripada aktiviti itu.

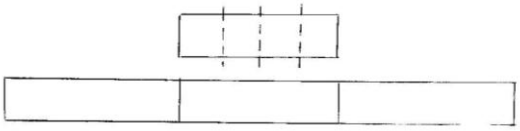
Seterusnya, Rina diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan memotong buluh berukuran 3/4 *cm* menjadi beberapa batang tongkat berukuran 1/2 *cm*. Rina melukis dua garisan pada satu jalur kertas dan berkata "ini ada tiga bahagian... kalau 1 *cm*, ia kena tambah satu bahagian lagi" menunjukkan beliau beranggapan 1 *cm* menyamai 4/4 dan tiga bahagian yang dibentuk masih kekurangan satu bahagian untuk membentuk 4/4. Berikutnya, Rina menulis 1/4, 2/4, 3/4 pada setiap bahagian dan tunjuk pada bahagian bertulis 2/4 lalu berkata "ini ialah satu perdua". Pernyataan berkenaan

menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada empat bahagian sebagai 1/2 *cm.* Sebagai penjelasan lanjut, Rina mengunting dua bahagian dan berkata “Ini satu batang, ini satu perempat tongkat” menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada dua bahagian sebagai sebatang tongkat. Manakala satu daripada empat bahagian lain dianggapkan sebagai 1/4 daripada sebatang tongkat lain.

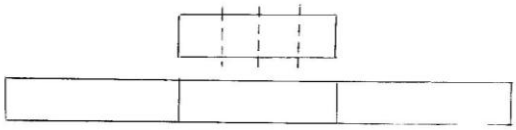
Masalah bar coklat. Dalam aktiviti ini, Rina diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan bar coklat. Petikan 3SPP3 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3SPP3: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Coklat Bar

P: (Sediakan satu jalur kertas di hadapan murid). Jika ini adalah bar coklat, tunjukkan bagaimanakah anda mengambil satu perempat bar coklat tersebut?
M: Bahagikan kepada empat (murid melukis pada jalur kertas).
P: Cuba tunjukkan cara anda membahagikan satu perempat.
M: Ambil satu bahagian (murid memotong satu bahagian).



P: Katakan empat orang kawan anda datang dan anda memberikan semua coklat tersebut kepada mereka. Cuba tunjukkan cara anda membahagikan semua coklat kepada empat orang kawan itu.
M: Bahagikan lagi kepada empat bahagian (murid melukis tiga garisan).
P: Cuba cari pecahan coklat yang diperolehi setiap orang rakan anda.
M: (Diam seketika). Satu perempat.
P: Bagaimanakah anda mendapat 1/4?
M: Sebab seorang mendapat sekeping, di sini ada empat bahagian.
P: Bagaimanakah anda tahu terdaoat empat bahagian semua sekali?
M: Oh! Salah tadi... kena ada satu perenam belas.
P: Mengapakah begitu?
M: Sebab setiap bahagian dibahagi kepada empat bahagian masing-masing.



P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: (Diam seketika) Darab, begini dapat enam belas (murid tunjuk pada pengiraan operasi darab).

$$\frac{1}{4} \rightarrow \div 4 = \frac{4}{1} \times 4 = 16$$

P: Apakah maksud operasi matematik itu?
M: (Diam seketika) Seorang rakan mendapat 1/16 (murid tunjuk pada satu bahagian yang digunting).

Dalam Petikan 3BC, Rina menyelesaikan Masalah Bar Coklat dengan membahagikan sehelai jalur kertas kepada empat bahagian sama besar dan berkata

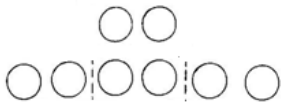
“Bahagikan kepada empat Ambil satu bahagian”. Pernyataan tersebut menunjukkan Rina memisahkan satu daripada empat bahagian dan menganggapnya sebagai 1/4 coklat bar. Kemudian, Rina melukis tiga garisan pada bahagian yang digunting dan berkata “bahagikan lagi kepada empat bahagian”.

Seterusnya, Rina diminta mentafsirkan pecahan coklat yang diterima oleh setiap orang rakannya. Rina menyusun bahagian yang dibahagi kepada rakannya berdekatan dengan bahagian lain dan berkata “satu perenam belas... setiap bahagian dibahagi kepada empat bahagian masing-masing”. Pernyataan tersebut menunjukkan Rina membahagikan setiap bahagian kepada empat bahagian sama besar dan beliau mendapati terdapat sebanyak enam belas bahagian semuanya pada jalur kertas. Sebagai penjelasan lanjut, Rina tunjukkan pengiraan “1/4 ÷ 4 = 4/1 x 4 = 16” dan berkata “Seorang rakan mendapat 1/16” menunjukkan beliau menganggap setiap orang rakannya memperoleh sebanyak 1/16 coklat.

Masalah piza. Dalam aktiviti ini, Rina diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan piza. Petikan 3SPP4 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 3SPP4: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Piza

P: Jika ini adalah piza yang dibeli oleh emak anda. Cuba ambil 1/4 piza tersebut.
M: Kita potong dua biji daripadanya (murid memisahkan pasangan bulatan).
P: Mengapakah kena lukis garisan pada setiap dua cip kertas?
M: Membentuk empat kumpulan.
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu perempat?
M: Bahagi kepada empat bahagian, ambil satu begini.
P: Sekarang katakan datang empat orang kawan, anda bercadang memberikan semua piza anda kepada mereka. Tunjukkan bagaimanakah anda membahagikan piza tersebut kepada rakan-rakan anda.
M: Kita bahagikan kepada empat bahagian (murid melukis garisan dan melorek satu bahagian).



P: Cuba Rina kirakan nilai pecahan piza yang akan diperoleh setiap rakan anda daripada semua piza tersebut.
M: (Diam seketika). Satu perenam belas.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Bahagian ini dibahagi kepada empat, semua ada enam belas bahagian. Seorang dapat satu perenam belas.

Dalam Petikan 3SPP4, Rina menyelesaikan masalah membabitkan piza dengan melukis beberapa garisan dan berkata “Kita potong dua biji daripadanya... Membentuk empat kumpulan”. Pernyataan tersebut menunjukkan Rina membahagikan dua daripada lapan cip kertas dan menganggapnya sebagai 1/4 piza kepunyaannya. Kemudiannya, Rina membahagikan setiap cip kertas kepunyaannya itu kepada dua bahagian sama besar dan berkata “Kita bahagikan kepada empat bahagian”. Tingkah laku Rina tersebut menunjukkan bahawa beliau membahagikan dua cip kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Berikutnya, Rina membahagi setiap piza yang lain kepada dua bahagian dan beliau menganggap setiap orang rakannya menerima sebanyak 1/16 piza.

Rumusan Konsepsi Rina

Pada umumnya, saya mentafsirkan konsepsi Rina tentang pecahan, makna bahagi, pembahagian pecahan, dan penyelesaian masalah bahagi yang membabitkan pecahan adalah seperti berikut:

1) Menggambarkan satu benda dibahagikan kepada *y* bahagian sama besar dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3). Selain itu, beliau menggambarkan *y* benda sama jenis dan menganggap *x* daripada *y* benda sebagai *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3). Bagi pecahan tak wajar, beliau menggambarkan *p/q* (*p/q* ialah 4/3 dan 7/3) sebagai *r* objek dan *s* daripada *q* objek lain (*r s/q* ialah 1 1/3 dan 2 1/3).

   Dalam menggambarkan pecahan, beliau menggunakan empat kategori perwakilan, iaitu makanan, alat elektrik, kelengkapan rumah, dan kumpulan manusia untuk menjelaskan 1/2,1/3, 2/3, 3/3, 4/3, dan 7/3. Kategori makanan yang digambarkan oleh Rina adalah seperti kek dan coklat. Beliau menggambarkan keempat-empat kategori perwakilan tersebut dengan dua jenis perwakilan, iaitu selanjar dan diskret. Antara perwakilan berbentuk selanjar yang dimaksudkan ialah sebuah kek berbentuk bulatan, satu coklat bar yang berbentuk segi empat,

dan satu lampu kalimantang yang berbentuk segi empat. Antara perwakilan berbentuk diskret yang digambarkan oleh Rina ialah pasukan permainan yan berbentuk bulatan, meja, dan pintu kelas.

2) Mewakilkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan jalur kertas kosong atau menggabung petak bersebelahan pada jalur kertas komposit kepada *y* petak sama saiz. Rina menganggap *x* daripada *y* petak sebagai *x/y*. Dalam kes yang membabitkan penggunaan cip kertas, Rina menyusun *y* cip kertas atau menggabungkan beberapa cip kertas bagi membentuk *y* kumpulan yang sama bilangan. Beliau menganggap *x* daripada *y* kumpulan cip kertas sebagai *x/y*. Dalam kedua-dua kes penggunaan bahan berbentuk selanjar dan diskret komposit, beliau menggunakan konsep kesetaraan pecahan bagi mewakilkan pecahan *x/y*. Walau bagaimanapun, Rina didapati tidak berjaya mewakilkan *p/q* (*p/q* ialah 4/3 atau 7/3) bagi penggunaan bahan berbentuk diskret.

3) Mentafsirkan pecahan dengan membahagi bilangan petak yang ditafsir pecahannya dengan jumlah bilangan petak dari seluruh rajah sebagai *x/y*. Dalam kes yang membabitkan bahan diskret, beliau membahagikan bilangan bulatan atau kumpulan bualtan yang ditafsirkan pecahan dengan jumlah bilangan bulatan atau kumpulan bualtan dalam rajah sebagai *x/y*.

4) Membandingkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 3/4 dan 3/5) dengan membahagikan satu benda kepada *y* bahagian dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y*. Semasa membanding pecahan, beliau menganggap keluasan *x* pada 3/4 lebih besar berbanding keluasan *x* pada 3/5. Rina membandingkan *p/q* (*p/q* ialah 5/3 dan 5/4; *a b/q* ialah 1 2/3 dan 1 1/4) dengan melukis dua objek yang masing-masing dibahagikan kepada *q* bahagian sama besar. Beliau menganggap *a* objek pertama dan *b* daripada *q* bahagian pada objek kedua sebagai *p/q*. Dalam

membanding pecahan, Rina menganggap keluasan *b* pada 5/3 adalah lebih besar berbanding dengan keluasan keluasan *b* pada 5/4.

5). Mewakilkan pembahagian yang membabitkan operasi $n \div x/y$ ($n \div x/y$ ialah $2 \div 1/4$ dan $2 \div 2/4$) dengan membahagikan satu objek berbentuk selanjar kepada *n* bahagian sama besar. Kemudiannya, beliau melukis sebanyak *y* objek berbentuk diskret dan menganggap *x* daripadanya sebagai pecahan *x/y*. Berikutnya, Rina memberikan *n* bahagian kepada *x* objek dengan sama banyak. Seterusnya, Rina mewakilkan operasi $n \div x/y$ dengan mengambil *n* objek berbentuk diskret. Kemudiannya, beliau melukis *y* objek berbentuk diskret dan menganggap *x* daripadanya sebagai pecahan *x/y*. Berikutnya, Rina memberikan *n* objek kepada *x* objek dengan sama banyak.

Selain itu, Rina mewakilkan pembahagian yang membabitkan operasi $x/y \div n$ ($x/y \div n$ ialah $1/3 \div 2$, $2/3 \div 2$, $1/4 \div 3$, dan $3/4 \div 3$) dengan membahagikan satu objek berbentuk selanjar kepada *y* bahagian sama besar saiznya. Kemudianya, Rina melukis *n* objek berbentuk diskret. Seterusnya, beliau memberikan *x* daripada *y* bahagian kepada *n* objek dengan sama banyak. Seterusnya, Beliau memberi setiap bahagian berkenaan kepada *n* orang. Nampaknya Rina mewakilkan $x/y \div n$ menggunakan bahan berbentuk diskret dengan cara yang sama seperti semasa beliau menggunakan bahan berbentuk selanjar.

Selanjutnya, Rina mewakilkan $x/y \div n/m$ ($x/y \div n/m$ ialah $1/2 \div 1/3$ dan $1/2 \div 2/3$) dengan membahagikan satu objek berbentuk selanjar kepada *y* bahagian dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y*. Kemudiannya, beliau melukis *m* objek dan menganggap *n* daripada *m* objek sebagai pecahan *n/m*. Berikutnya, Rina memberikan *x* bahagian kepada *n* objek dengan sama banyak. Nampaknya Rina mewakilkan $x/y \div n/m$ menggunakan bahan berbentuk diskret dengan cara yang sama seperti semasa beliau menggunakan bahan berbentuk selanjar.

6) Mentafsirkan operasi yang membabitkan simulasi nombor masuk dan keluar dari kalkultor sebagai bahagi. Beliau menjelaskan makna bahagi sebagai memberikan sesuatu kepada sebilangan orang dengan sama rata, yang dimaksudkan sama rata oleh beliau ialah sama banyak.

Rina mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan $x \div y$ ($x \div y$ ialah $10 \div 2$, $5 \div 2$, dan $5 \div 3$) dengan dua idea, iaitu membentuk y kumpulan daripada sejumlah x objek dan membahagikan x objek kepada y orang penerima dengan sama banyak. Beliau menjelaskan $x \div y$ dengan hanya menggunakan bahan berbentuk diskret.

Selain itu, Rina mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan $n \div x/y$ ($n \div x/y$ ialah $2 \div 1/2$ dan $6 \div 1/2$) sebagai memberikan n objek kepada x daripada y orang penerima dengan sama banyak. Bagi kes yang membabitkan $x/y \div n$ ($x/y \div n$ ialah $1/2 \div 3$ dan $2/3 \div 3$) pula, Rina mentafsirkan makna bahagi sebagai mengenalpastikan objek yang mewakili pecahan x/y dan membahaginya kepada n bahagian untuk diberikan kepada n orang penerima dengan sama banyak. Dalam kedua-dua kes tersebut, nampaknya Rina menggunakan bahan berbentuk diskret yang menjelaskan makna bahagi.

Selanjutnya, Rina mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan $x/y \div p/q$ ($x/y \div p/q$ ialah $1/2 \div 1/3$ dan $2/3 \div 3/5$) sebagai mengenalpastikan objek yang mewakili x/y. Kemudiannya, beliau membahagikan setiap objek yang diwakili oleh x/y kepada p bahagian dan memberikan bahagian yang terhasil kepada p orang penerima dengan sama banyak.

7). Menyelesaikan masalah membabitkan menyukat 2 *l* jus oren menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l* satu cara iaitu hubungan bahagian dan keseluruhan. Beliau melukis dua cawan dan membahagikan setiap cawan tersebut kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap 1 *l* jus oren memerlukan empat

bahagian, yang bermaksud satu cawan penuh dan 1/3 daripada cawan yang lain. Untuk menyukat 2 *l*, Rina menganggap sebanyak 2 cawan dan 2/4 daripada cawan ketiga diperlukan.

Bagi masalah membabitkan membentuk tongkat berukuran *x cm* daripada buluh yang berukuran *y cm* dengan mengira secara pembahagian dalam bentuk lazim. Seterusnya, beliau membahagikan jalur kertas mengikut hasil bahagi yang diperolehi. Bagi kes yang membabitkan tongkat berukuran *p/q cm* dan buluh berukuran *y cm*, Rina menyelesaikannya dengan dua cara, iaitu secara terbalik dan darab dan hubungan bahagian dan keseluruhan.

Rina menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat dengan satu cara iaitu hubungan bahagian dan keseluruhan. Beliau membahagikan satu jalur kertas kepada *y* bahagian sama besar saiznya. Rina menganggap *x* daripadanya sebagai x/*y*. Berikutnya, beliau membahagikan *x* bahagian pada jalur kertas tersebut kepada *n* bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap setiap orang rakannya menerima sebanyak *1/ny* coklat.

Rina menyelesaikan masalah yang membabitkan piza dengan satu cara, iaitu hubungan bahagian dan keseluruhan. Misalnya, beliau membayangkan terdapat empat kumpulan dua piza semuanya yang mana dua daripada lapan piza dianggapkan bersamaan dengan satu kumpulan berbanding empat kumpulan menjadikan pecahan 1/4. Setelah Rina membahagikan dua piza kepada dua belah masing-masing, beliau juga membayangkan piza lain dibahagikan kepada dua bahagian menjadikan semuanya ada 16 belah piza. Kemudiannya, Rina menganggap seorang rakannya menerima sebanyak 1/16 piza.

Bentuk Pemikiran

Bahagian ini merumuskan bentuk pemikiran Rina tentang konsep pecahan, makna bahagi, dan penyelesaian masalah yang membabitkan pembahagian pecahan.

Perwakilan. Rina mewakilkan pecahan wajar dan tak wajar dengan menggunakan empat jenis benda, iaitu makanan, pasukan permainan, alat elektrik, kelengkapan rumah. Perwakilan bagi benda yang membabitkan makanan yang berbentuk selanjar ialah kek dan coklat, manakala yang berbentuk diskret pula ialah pasukan pemain hoki. Selain itu, perwakilan bagi benda yang membabitkan alat elektrik yang berbentuk selanjar ialah lampu kalimantang, manakala alat kelengkapan rumah pula ialah meja dan pintu. Bentuk gambaran yang paling dominan ialah bulatan Kategori perwakilan tersebut dirumuskan dalam Jadual 16.

Jadual 16

Perwakilan Pecahan bagi Rina untuk Mewakilkan Pecahan

Perwakilan bagi jenis benda	**Makanan**	**Pasukan permainan**	**Alat elektrik**	**Kelengkapan rumah**
Selanjar	Kek: Satu bulatan yang dibahagikan kepada dua bahagian sama besar. Coklat: Satu segi empat dibahagikan kepada beberapa bahagian sama besar saiznya.		Lampu: Satu segi empat yang dibahagikan kepada dua bahagian sama besar.	
Diskret		Pasukan hoki: Tiga bulatan yang sama saiz.		Meja: Gabungan sebuah meja dengan tiga buah meja lain. Pintu: Tiga buah segi empat sama saiz.

Konsep pecahan wajar. Rina menggunakan tiga bentuk pemikiran yang berbeza untuk memberi makna kepada pecahan wajar, iaitu pemetakan, pengumpulan, dan pemisahan.

Pemetakan. Rina menggunakan idea pemetakan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemetakan tunggal, pemetakan berpasangan, dan pemetakan bertiga bergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

Pemetakan tunggal. Rina melakukan pemetakan tunggal pada bahan selanjar dalam aktiviti yang membabitkan gambaran pecahan, mewakilkan pecahan, dan membandingkan pecahan. Beliau membentuk bahagian yang sama besar saiznya pada satu objek berdasarkan nilai penyebut pecahan. Misalnya, dalam Petikan 3GP1, 3GP2, dan 3GP3, beliau menggambarkan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan satu objek kepada *y* bahagian sama besar dan melorek *x* daripada *y* bahagian pada objek itu.

Dalam aktiviti perwakilan pecahan pula, misalnya dalam Petikan 3WPW1(1), 3WPW1(3), dan 3WPW2(1), Rina menjelaskan makna pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, 1/4, dan 2/4) dengan membahagikan satu jalur kertas kepada *y* bahagian yang sama besar saiznya. Beliau melorek *x* daripada *y* bahagian dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y*. Dalam aktiviti membabitkan membandingkan pecahan wajar dalam Petikan 3BP1, Rina membandingkan 3/4 dan 3/5 dengan membahagikan dua objek masing-masing kepada empat bahagian dan lima bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Rina menunjukkan bahawa beliau menjelaskan makna pecahan *x/y* dengan membahagikan satu objek berdasarkan penyebut pecahan, *y*, dengan sama besar saiznya sebelum melakukan tindakan yang lain.

Pemetakan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk selanjar yang bilangannya, *m*, iaitu dua kali ganda *y*, Rina melorek (*m/2*) petak bersama bagi membentuk *y* bahagian yang terdiri daripada (*m/*2) petak dalam satu keseluruhan. Kemudiannya, beliau melorek *x* bahagian (*m/2* petak) sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 3WPW1(1), Rina meringkaskan 2/4 menjadi 1/2, kemudiannya melorek dua daripada empat petak bersebelahan dengan menganggap empat petak itu sebagai

dua bahagian yang sama besar saiznya. Tingkah laku Rina mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal bagi membentuk bilangan bahagian yang sama besar saiznya berasaskan nilai penyebut pecahan iaitu 2.

Dalam Petikan 3WPW1(3), Rina menganggap enam cip kertas sebagai terdiri daripada tiga pasangan petak yang bercantum antara satu sama lain. Dalam kes ini, nampaknya Rina tidak menggunakan idea meringkaskan pecahan, tetapi beliau menggunakan idea membilang petak secara berpasangan untuk mendapatkan tiga bahagian yang sama besar saiznya. Tingkah laku Rina mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal untuk membentuk tiga bahagian dengan merujuk penyebut bagi pecahan 1/3 yang diwakili iaitu tiga.

Dalam Petikan 3WPW2(1) pula, Rina mewakilkan pecahan 1/4 dengan membilang dua petak sebagai satu bahagian. Beliau membilang empat kali pasangan petak dan menganggap terdapat empat bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Rina mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal dengan merujuk penyebut bagi pecahan 1/4 bagi membentuk empat bahagian yang sama besar saiznya dengan membilang pasangan petak bersebelahan.

Pemetakan bertiga. Bagi kes yang membabitkan bilangan petak, *m* dalam ganda tiga bagi *y*, Rina menggabungkan (*m/3*) petak bagi membentuk *y* bahagian yang terdiri daripada (*m/3*) petak. Kemudiannya, beliau melorek *x* bahagian (*m/3* petak) daripada *y* (*m/3* petak) bahagian sebagai pecahan *x/y*. Dalam Petikan 3WPW1(1), Rina meringkaskan 3/6 menjadi 1/2 dan kemudiannya melorek tiga petak bersebelahan pada satu jalur kertas enam petak dan menganggap terdapat dua bahagian tiga petak pada jalur kertas itu. Tingkah laku Rina menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal iaitu membentuk dua bahagian yang terdiri daripada tiga petak sama besar saiznya berasaskan penyebut bagi pecahan 1/2, iaitu 2.

Selain itu, Rina juga menggunakan idea pemetakan bertiga bagi mentafsir pecahan daripada rajah pelbagai yang berbentuk selanjar seperti ditunjukkan dalam Petikan 1TRP1. Beliau menganggap tiga petak berwarna biru sebagai satu petak yang telah dicantumkan. Kemudiannya, beliau menganggap setiap petak pada rajah selanjar dibahagikan berdasarkan saiz petak berwarna biru yang dicantumkan itu. Tingkah laku Rina menunjukkan bahawa beliau melakukan pemetakan bertiga berasaskan idea pemetakan tunggal untuk membentuk bahagian yang lain berdasarkan penyebut pecahan yang diwakili. Dalam aktiviti ini, nampaknya Rina mentafsir pecahan dengan merujuk kawasan rajah perwakilan berbentuk selanjar yang diberikan.

Pengumpulan. Rina menggunakan idea pengumpulan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pengumpulan tunggal, pengumpulan berpasangan, dan pengumpulan bertiga bergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

Pengumpulan tunggal. Bagi kes membabitkan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan nilai penyebut pecahan, Rina menganggap setiap bahan berkenaan sebagai satu kumpulan yang berasingan. Dalam Petikan 3GP2 misalnya, Rina menggambarkan 2/3 sebagai dua daripada tiga pasukan yang kalah dalam suatu pertandingan.

Dalam aktiviti yang membabitkan tafsiran pecahan dari perwakilan diskret seperti dalam Petikan 3TRP2, Rina mentafsir pecahan dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna merah dengan jumlah bilangan bulatan. Tingkah laku Rina menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap satu unit bulatan sebagai satu kumpulan yang berasingan sebagai asas untuk mentafsir pecahan daripada rajah berbentuk diskret itu dengan membahagikan jumlah bilangan bulatan berwarna merah dan jumlah kesemua bulatan berwarna dalam rajah perwakilan berbentuk diskret yang diberikan.

Pengumpulan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret komposit dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, y, Rina menyusun dua cip kertas

bersama semasa mewakilkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/4). Misalnya, dalam Petikan 3WPW1(4), Rina mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan enam cip kertas dengan menyusun dua cip kertas bersama dan menganggap setiap pasangan cip kertas sebagai satu kumpulan.

Pengumpulan bertiga. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret dengan bilangannya tiga kali ganda penyebut pecahan, Rina menganggap setiap tiga bahan sebagai satu kumpulan. Dalam Petikan 3WPW1(2) misalnya, beliau menyusun enam cip kertas bagi membentuk dua kumpulan yang mempunyai tiga cip kertas. Dalam aktiviti yang membabitkan mentafsir pecahan dari perwakilan diskret seperti dalam Petikan 3TRP2, Rina menganggap tiga bulatan berwarna hijau sebagai satu kumpulan bahan. Dua belas bulatan berwarna dianggapkan empat kumpulan yang masing-masing mempunyai tiga buah bulatan. Tingkah laku Rina menunjukkan bahawa beliau membentuk kumpulan dengan menggabungkan tiga bahan diskret masing-masing dan menganggapnya sebagai kumpulan yang berasingan.

Pemisahan. Rina menggunakan idea pemisahan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemisahan tunggal, pemisahan berpasangan, dan pemisahan bertiga bergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

Pemisahan tunggal. Bagi aktiviti yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk selanjar yang bilangan bahagiannya adalah sama dengan nilai penyebut, *y*, Rina melorek *x* daripada *y* bahagian yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan *x* unit tunggal daripada *y* unit tunggal dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3). Dalam aktiviti gambaran mental seperti Petikan 3GP1 misalnya, beliau melorek satu daripada dua bahagian yang dibahagikan dengan sama besar saiznya dan menganggapnya sebagai pecahan 1/2. Sementara itu, dalam aktiviti membabitkan perwakilan seperti dalam Petikan 3WPW2(1) pula, Rina menjelaskan

makna 1/3 dengan melorek satu daripada empat bahagian yang dibentuk pada satu jalur kertas.

Selain itu, Rina juga menggunakan idea pemisahan tunggal untuk membandingkan pecahan 3/4 dan 3/5 seperti yang ditunjukkan dalam Petikan 3BP1. Pada kedua-dua bulatan yang masing-masing dibahagikan kepada empat dan lima bahagian sama besar, Rina melorek tiga unit pada bulatan dan bulatan kedua sebagai mewakili pecahan 3/4 dan 3/5 masing-masing. Tingkah laku Rina dalam aktiviti yang membabitkan gambaran mental pecahan, perwakilan pecahan, dan perbandingan pecahan menunjukkan bahawa beliau memisahkan *x* unit tunggal daripada *y* unit tunggal dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/4, 2/4, 3/4, 3/5).

Bagi aktiviti yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan penyebut pecahan, *y*, Rina mewakilkan pecahan *x/y* dengan menolak *x* daripada *y* cip kertas ke sebelah yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan *x* unit tunggal bahan daripada *y* unit tunggal bahan sebagai pecahan *x/y*. Misalnya, dalam Petikan 3GP2, Rina menggambarkan 1/3 dengan menghitamkan satu daripada tiga bulatan sebagai memisahkan satu kumpulan yang menang daripada dua kumpulan yang kalah. Dalam memberikan makna pecahan, beliau menyatakan pasukan menang ialah 2/3 daripada semua pasukan yang bertanding.

Dalam aktiviti membabitkan tafsiran pecahan daripada rajah bulatan pelbagai warna, misalnya dalam Petikan 3TRP2, Rina membilang enam bulatan berwarna merah unit demi unit dan membahagikan dengan jumlah semua bulatan berwarna dengan juga dengan membilang unit demi unit. Tingkah laku Rina menunjukkan bahawa beliau memisahkan setiap *x* unit tunggal bahan daripada *y* unit tunggal bahan untuk memberikan makna pecahan *x/y*.

Pemisahan berpasangan. Bagi aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk selanjar yang bilangan petaknya, *m* ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan,

ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, *y*, Rina melorek (*m/2*) petak pada satu jalur kertas sebagai memisahkan pasangan petak (*m/2*) daripada *y* petak bagai mewakilkan pecahan *x/y*. Dalam Petikan 3WPW1(1), Rina melorek dua daripada empat petak yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan sepasang daripada dua pasang petak yang dianggapkan sebagai satu daripada dua bahagian jalur kertas untuk mewakili pecahan 1/2.

Bagi aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk diskret dengan bilangannya, *m* ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, *y*, Rina menyusun (*m/*2) cip kertas bagi membentuk *y* kumpulan (*m/*2) cip kertas. Beliau menolak *x* daripada *y* kumpulan cip kertas sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 3WPW1(2), Rina menyusun dua cip kertas bersama bagi membentuk dua kumpulan dua cip kertas. Beliau menolak salah satu kumpulan dua cip kertas tersebut sebagai 1/2. Tingkah laku Rina menunjukkan bahawa beliau memisahkan dua kumpulan dua cip kertas sebagai pecahan 1/2.

Selain itu, Petikan 3WPW1(4) menunjukkan bahawa Rina mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan idea yang sama dengan menggunakan enam cip kertas. Tingkah laku Rina menunjukkan bahawa beliau menggunakan penyebut, *y*, sebagai panduan untuk membentuk bilangan kumpulan bagi satu keseluruhan, manakala makna bagi pecahan *x/y* pula dijelaskan dengan memisahkan setiap *x* unit berpasangan bahan daripada *y* unit berpasangan bahan.

Pemisahan bertiga. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk selanjar dengan bilangannya tiga kali ganda nilai penyebut pecahan, Rina memberi makna pecahan dengan memisahkan setiap bahagian yang terdiri daripada tiga petak daripada semua bahagian. Misalnya dalam Petikan 3WPW1(1), Rina melorek tiga petak yang mencadangkan beliau memisahkan satu daripada dua bahagian yang setiap satunya mempunyai tiga petak sebagai pecahan 1/2.

Bagi kes membabitkan bahan diskret dengan bilangannya tiga kali ganda nilai penyebut pecahan, Rina memisahkan *x* daripada *y* kumpulan tiga bahan sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 3WPW1(1), Rina menolak satu daripada dua kumpulan yang masing-masing mempunyai tiga cip kertas sebagai 1/2. Tingkah laku Rina mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemilihan tunggal untuk memisahkan satu daripada dua kumpulan tiga cip kertas sebagai pecahan 1/2.

Selain itu, dalam aktiviti membabitkan tafsiran pecahan daripada rajah berbentuk diskret, misalnya dalam Petikan 3TRP2, Rina menganggap tiga bulatan berwarna hijau sebagai satu kumpulan, oleh itu beliau membayangkan 12 bulatan berwarna sebagai empat kumpulan. Berikutnya, Rina menggunakan idea pemisahan tunggal dengan menganggap dua kumpulan (tiga bulatan berwarna) daripada empat kumpulan (tiga bulatan berwarna) sebagai 1/4 daripada seluruh bulatan berwarna. Rumusan bentuk pemikiran Rina tentang pecahan wajar ditunjukkan dalam Jadual 17.

Jadual 17

Rumusan Bentuk Pemikiran Rina tentang Pecahan Wajar

Konsepsi	Petikan	Sub Konsepsi	Petikan
Pemetakan tunggal (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya.	3GP1, 3GP2, 3GP3, 3WPW1(1), 3WPW1(3), 3WPW2(1), 3BP1	*Meringkas hasilnya (Bahan selanjar)* Membahagikan x/*y* dengan satu nombor bagi membentuk pecahan yang lebih kecil.	3WPW1(1)
		Pemetakan berpasangan (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya dengan menganggap dua petak bersebelahan masing-masing sebagai satu bahagian.	3WPW1(3) 3WPW2(1)
		Pemetakan bertiga (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya dengan menganggap tiga petak bersebelahan masing-masing sebagai satu bahagian.	3WPW1(1) 3TRP1
Pengumpulan tunggal (Bahan diskret) Menyusun beberapa bahan bagi membentuk kumpulan.	3GP2, 3GP3, 3TRP2	*Pengumpulan berpasangan (Bahan disket)* Membentuk kumpulan yang terdiri daripada dua bahan.	3WPW1(4) 3WPW2(2)
		Pengumpulan bertiga (Bahan disket) Membentuk kumpulan yang terdiri daripada dua bahan.	3WPW1(2) 2TRP2

Jadual 17 (bersambung)

Konsepsi	Petikan	Sub Konsepsi	Petikan
Pemisahan tunggal (Bahan selanjar dan diskret) Memisahkan *x* daripada *y* bahagian atau *x* daripada *y* bahan sebagai pecahan *x/y*.	3GP1, 3GP2, 3GP3, 3TRP2	*Pemisahan berpasangan (Bahan selanjar dan diskret dalam gandaan dua bagi menyebut pecahan)* Memisah *x* pasangan petak daripada *y* bahagian atau *x* pasangan bahan daripada *y* pasangan bahan sebagai pecahan *x/y*.	3WPW1(1) 3WPW1(2) 3WPW1(4)
		Pemisahan bertiga (Bahan selanjar dan diskret dalam gandaan tiga bagi menyebut pecahan) Memisah *x* bahagian yang mempunyai tiga petak atau tiga bahan.	3WPW1(1) 3TRP2

Konsep pecahan tak wajar. Rina mempunyai tiga bentuk pemikiran tentang konsep pecahan tak wajar, iaitu pemetakan tunggal, menyusun secara langsung, dan pemisahan tunggal.

Pemetakan tunggal. Dalam konteks bahan berbentuk selanjar, Rina menggambarkan pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 5/3, 5/4, dan 7/3) dengan menukarnya ke nombor bercampur *p q/m* (*p q/m* ialah 1 1/3, 2 2/3, 1 1/4, dan 2 1/3) dengan pembahagian dalam bentuk lazim. Seterusnya, beliau melukis (p + 1) rajah yang masing-masingnya dibahagikan kepada *m* bahagian sama besar saiznya. Dalam Petikan 3GP4 misalnya, Rina menggambarkan 7/3 dengan melukis tiga buah segi empat yang masing-masing dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Rina seterusnya mencadangkan bahawa beliau menganggap tiga bahagian pada segi empat pertama dan kedua sebagai dua satu keseluruhan dan satu daripada tiga bahagian pada jalur kertas ketiga sebagai 1/3. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai pecahan 7/3.

Dalam Petikan 3WTW1, Rina mewakilkan 4/3 dengan satu jalur kertas kosong sebagai satu keseluruhan. Kemudiannya, beliau membahagikan satu jalur kertas lain kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai pecahan 4/3.

Begitu juga dalam Petikan 3BP2, Rina membandingkan 5/3 dengan 5/4 dengan melukis dua buah segi empat yang masing-masingnya dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar. Kemudiannya, beliau melorek tiga bahagian pada segi empat pertama sebagai satu keseluruhan dan dua daripada tiga bahagian pada satu keseluruhan lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 5/3. Bagi menjelaskan 5/4 pula, beliau melukis satu segi empat yang dibahagikan kepada empat bahagian sama besar saiznya. Rina melorek kesemua bahagian pada segi empat pertama sebagai satu keseluruhan dan satu daripada empat bahagian pada segi empat yang lain sebagai 1/4. Gabungan kedua-dua dianggapkan sebagai 5/4. Tingkah laku Rina dalam aktiviti gambaran mental, perwakilan, dan membanding pecahan tak wajar menunjukkan bahawa beliau melakukan pemetakan tunggal dengan membentuk *m* seunit bahagian pada setiap bahan berasaskan nilai penyebut bagi pecahan wajar yang terdapat pada nombor bercampur.

Menyusun secara langsung. Dalam konteks bahan berbentuk diskret, Rina menggambarkan dan mewakilkan pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 7/3, 5/3, dan 5/4) dengan menukarkannya kepada nombor bercampur *p q/m* (*p q/m* ialah 1 1/3, 2 2/3, 1 1/4, dan 2 1/3). Seterusnya, beliau menyusun *p* objek dan *q* daripada *m* objek sebagai *p q/m*. Dalam Petikan 3GP4 misalnya, Rina menggambarkan 4/3 dengan melukis sebuah meja yang mempunyai buku di atas permukaannya sebagai mewakili satu keseluruhan. Kemudiannya, beliau melukis tiga buah meja dengan salah satu daripadanya mempunyai buku sebagai mewakili 1/3. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 4/3.

Dalam aktiviti perwakilan pula, misalya dalam Petikan 3WTW2, Rina mewakilkan 4/3 dengan mengambil enam cip kertas. Beliau menganggap dua cip kertas sebagai 1/3, empat cip kertas sebagai 2/3, dan enam cip kertas sebagai 3/3. Walau bagaimanapun, beliau menghadapi kesukaran untuk menjelaskan 4/3 dengan

menggunakan cip kertas berkenaan. Walau bagaimanapun, setelah diminta menggunakan bilangan tunggal untuk mewakilkan 4/3, beliau menyatakan bahawa satu cip kertas sebagai mewakili satu keseluruhan dan satu daripada tiga cip kertas lain sebagai mewakili 1/3. Gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai 4/3. Tingkah laku Rina dalam aktiviti membabitkan gambaran mental dan perwakilan menunjukkan bahawa beliau menjelaskan konsep pecahan tak dengan menggunakan idea bahan selanjar, iaitu membentuk *q* bahan diskret bagi mewakili *q* satu keseluruhan. Sedangkan bagi pecahan wajar *p/m* beliau menyedari bahawa satu keseluruhan mempunyai *m* objek semuanya.

Pemisahan tunggal. Dari konteks bahan berbentuk selanjar, Rina melukis dan memetakkan objek berasaskan nombor bercampur *p q/m*, kemudiannya beliau menjelaskan pecahan tak wajar dengan melorek *p* objek sebagai mewakili *p* satu keseluruhan dan *q* daripada *m* bahagian pada objek yang lain sebagai mewakili *q/m*. Kedua-dua objek dan bahagian yang dilorekkan dianggap sebagai pecahan tak wajar berkenaan yang setara dengan *p q/m*. Bentuk pemikiran Rina tentang pecahan tak wajar dirumuskan dalam Jadual 18.

Jadual 18

Rumusan Bentuk Pemikiran Rina Tentang Pecahan Tak Wajar

Konsepsi	Petikan	Sub Konsepsi	Petikan
Nombor bercampur Menukar *n/m* menjadi *p q/m* (*n/m* ialah 4/3, 7/3, 5/3, 5/4 dan *p q/m* ialah 1 1/3, 2 1/3, 1 2/3, dan 1 1/4 masing-masing).	3GP4, 3WTW1, 3WTW2, 3BP2	*Pemetakan tunggal* Membahagikan *q* objek selanjar masing-masing kepada *m* bahagian sebagai mewakili *q* satu keseluruhan dan *p* daripada *m* bahagian pada objek lain sebagai pecahan *p/m*. Gabungan kedua-dua dianggapkan sebagai *q p/m.*	3GP4, 3WTW1, 3BP2
		Sub-sub konsepsi: *Menyusun secara langsung* Menganggap *q* objek diskret sebagai mewakili *q* satu keseluruhan dan *p* daripada *m* objek sebagai mewakili pecahan *p/m*. Gabungan kedua-dua dianggapkan sebagai *q p/m.*	3GP4, 3WTW2

Jadual 18 (bersambung)

Konsepsi	Petikan	Sub Konsepsi	Petikan
		Pemisahan tunggal Melorek *m* bahagian pada *q* objek selanjar sebagai mewakili *q* satu keseluruhan dan *p* daripada *m* bahagian pada objek lain sebagai pecahan *p/m*. Gabungan kedua-dua dianggapkan sebagai *q p/m.*	3GP4, 3WTW1, 3BP2

Makna bahagi. Rina mentafsir makna bahagi dengan menggunakan idea pemetakan yang membabitkan:

a. Hasil yang terdiri daripada satu keseluruhan bagi kes membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat tanpa meninggalkan baki dan nombor bulat bahagi pecahan,

b. Hasil yang terdiri daripada satu keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi nombor bulat meninggalkan baki,

c. Hasil yang terdiri daripada bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian pecahan bahagi nombor bulat.

Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan. Rina mentafsir makna bahagi membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah $8 \div 2$ dan $10 \div 2$) dengan menganggap n sebagai bilangan petak atau kumpulan dan m sebagai bilangan benda berbentuk diskret, yang mana m benda tersebut diagihakan kepada n petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak atau kumpulan mendapat m/n benda dengan sama banyak.

Dalam Petikan 3MK1 misalnya, Rina mentafsir makna bahagi membabitkan $8 \div 2$ dengan menganggap 2 sebagai bilangan orang dan 8 sebagai bilangan limau, yang mana lapan biji limau tersebut diagihkan kepada dua orang secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap orang mendapat empat biji limau.

Dalam petikan yang sama, Rina mentafsir makna bahagi bagi 10 ÷ 2 dengan menganggap terdapat dua orang dan sepuluh biji limau, yang mana kesemua limau tersebut diagihkan kepada dua orang secara satu-satu hingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap orang mendapat lima biji limau.

Bagi kes membabitkan $a \div m/n$ ($a \div m/n$ ialah 2 ÷ 1/2, 6 ÷ 1/2, 2 ÷ 1/4, dan 2 ÷ 2/4), Rina mentafsirkan makna bahagi dengan menganggap terdapat *n* petak atau kumpulan dan *a* bahan, yang mana *a* bahan tersebut diagihkan kepada *m* daripada *n* petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap *m* daripada *n* petak mendapat *a/m* bahan.

Dalam Petikan 3WBP1 misalnya, Rina mentafsir makna bahagi membabitkan 2 ÷ 1/4 dengan menganggap 1/4 sebagai bilangan kumpulan dan 2 sebagai bilangan bahagian, yang mana dua bahagian benda itu diagihkan kepada satu daripada empat segi empat secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah satu daripada empat segi empat mendapat kesemua dua bahagian benda.

Dalam Petikan 3MK2 pula, Rina mentafsir makna bahagi membabitkan 2 ÷ 1/2 dengan menganggap 1/2 sebagai bilangan petak dan 2 sebagai bilangan kek, yang mana dua biji kek itu diagihkan kepada satu daripada dua petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, satu daripada dua petak menerima dua biji kek.

Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan. Bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi nombor bulat yang meninggalkan baki pula, Rina mentafsir makna bahagi yang membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah 5 ÷ 2 dan 5 ÷ 3) dengan membahagikan *m* dengan *n* secara pengiraan aritmetik, yang mana hasil bahagi ialah *x* dan baki ialah *r*. Beliau menganggap *n* sebagai bilangan petak dan *m* sebagai bilangan bahan, yang mana *m* bahan dibahagikan kepada *n* bahan secara satu-satu sehingga meninggalkan baki, *r*. Beliau memetakkan *r* bahan itu kepada *n* bahagian bagi menghasilkan sebanyak *n* bahagian yang bersaiz *r/n*. Seterusnya, beliau

mengagihkan *n* bahagian yang bersaiz *r/n* tersebut kepada *n* petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendapat *x* bahan dan *r/n* bahagian.

Dalam Petikan 3MK1 misalnya, beliau mentafsir makna bahagi membabitkan 5 ÷ 2 dengan menganggap 2 sebagai bilangan kumpulan dan 5 sebagai bilangan biji limau, yang mana lima biji limau itu diagihkan kepada dua kumpulan secara satu-satu sehingga meninggalkan baki sebiji. Kemudiannya, sebiji limau itu dibahagikan kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau mengagihkan dua bahagian limau itu kepada dua kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap orang mendapat dua biji limau dan satu daripada dua bahagian daripada sebiji limau.

Dalam petikan yang sama, Rina mentafsir makna bahagi membabitkan 5 ÷ 3 dengan menganggap 3 sebagai bilangan kumpulan dan 5 sebagai bilangan limau, yang mana lima biji limau itu diagihkan kepada tiga kumpulan secara satu-satu sehingga meninggalkan baki dua biji limau. Kemudiannya, dua biji limau itu masing-masing dipetakkan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Beliau mengagihkan enam bahagian limau itu kepada dua kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap orang mendapat sebiji limau dan dua daripada enam bahagian daripada dua biji limau.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan. Dalam pembahagian membabitkan *m/n* ÷ *a* (*m/n* ÷ *a* ialah 1/2 ÷ 3 dan 2/3 ÷ 3), Rina menganggap *a* sebagai bilangan petak dan *m/n* sebagai bilangan bahan, yang mana *m* daripada *n* bahan diagihkan kepada *a* petak secara satu-satu sehingga habis. Kemudiannya, *m* bahagian tersebut dibahagikan sekali lagi kepada *a* bahagian sama besar saiznya. Rina mengagihkan *m* bahagian tersebut kepada *a* orang. Dalam pembahagian itu, setiap *a* petak mendapat *m* daripada *a* bahagian daripada *m* daripada *n* bahagian bahan.

Dalam Petikan 3WPB1 misalnya, Rina mentafsir makna bahagi membabitkan 1/4 ÷ 3 dengan menganggap 3 sebagai bilangan petak dan 1/4 sebagai bilangan bahagian, yang mana satu daripada empat bahagian tersebut diagihkan kepada tiga bahagian secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendapat satu daripada tiga bahagian daripada satu daripada empat bahagian bahan tersebut.

Dalam Petikan 3MK3 pula, Rina mentafsir makna bahagi membabitkan 1/2 ÷ 3 dengan menganggap 3 sebagai bilangan petak dan 1/2 sebagai bilangan bahagian sebiji kek, yang mana bahagian kek tersebut diagihkan kepada 3 petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap orang mendapat satu daripada tiga bahagian daripada satu daripada dua bahagian bahan tersebut.

Bagi kes *m/n* ÷ *a/b* (*m/n* ÷ *a/b* ialah 1/2 ÷ 1/3 dan 2/3 ÷ 3/5) pula, Rina mentafsir makna bahagi juga sebagai pemetakan bagi menghasilkan bahagian bahan keseluruhan. Dalam Petikan 3MK4 misalnya, Rina mentafsir makna bahagi membabitkan 1/2 ÷ 1/3 dengan menganggap 1/3 sebagai bilangan kumpulan dan 1/2 sebagai bilangan bahan, yang mana bahan tersebut diagihkan kepada setiap kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, satu daripada tiga petak mendapat satu daripada dua bahagian bahan. Rumusan makna bahagi yang ditafsirkan oleh Rina adalah seperti dalam Jadual 19.

Jadual 19

Rumusan Makna Bahagi yang dimiliki oleh Rina

Makna bahagi	**Penjelasan Makna Bahagi**	**Petikan**
Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan	Bagi kes pembahagian tanpa meninggalkan baki, Rina mentafsir makna bahagi membabitkan *m* ÷ *n* (*m* ÷ *n* ialah 8 ÷ 2 dan 10 ÷ 2) dengan menganggap *n* sebagai bilangan petak atau kumpulan dan *m* sebagai bilangan bahan, yang mana bahan berkenaan diagihkan kepada *n* petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap *n* petak atau kumpulan mendapat *m/n* bahan keseluruhan.	3MK1

Jadual 19 (bersambung)

Makna bahagi	Penjelasan Makna Bahagi	Petikan
	Mentafsir makna bahagi membabitkan *a* ÷ *m/n* (*a* ÷ *m/n* ialah 2 ÷ 1/2, 6 ÷ 1/2, 2 ÷ 1/4, dan 2 ÷ 2/4) dengan menganggap *m/n* sebagai bilangan kumpulan dan *a* sebagai bilangan bahan, yang mana bahagian tersebut diagihkan kepada *m* petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat sebanyak *a* daripada *m* daripada *n* benda keseluruhan.	3WBP1, 3WBP2, 3MK2
Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan	Bagi kes pembahagian meninggalkan baki membabitkan *m* ÷ *n* (*m* ÷ *n* ialah 5 ÷ 2 dan 5 ÷ 3), beliau menganggap *n* sebagai bilangan petak dan *m* sebagai bilangan bahan, yang mana bahan berkenaan diagihkan secara satu-satu sehingga meninggalkan baki. Kemudiannya, baki bahan dipetakkan kepada *n* bahagian, yang mana bahagian itu diagihkan kepada *n* petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap *n* petak mendapat *x* benda dan *r/n* bahagian (*x* ialah nombor bulat daripada hasil bahagi antara *m* dan *n* dan *r* ialah baki daripada pembahagian *m* dan *n*).	3MK1
Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan	Mentafsir makna bahagi membabitkan *m/n* ÷ *a* (*m/n* ÷ *a* ialah 1/2 ÷ 3 dan 2/3 ÷ 3) dengan menganggap *a* sebagai bilangan kumpulan dan *m/n* sebagai bilangan bahagian, yang mana bahagian tersebut diagihkan kepada *a* kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat sebanyak *m/a* bahagian daripada *m/n* benda keseluruhan.	3WBP1, 3WPB1, 3MK2
	Bagi kes membabitkan *m/n* ÷ *a/b* (*m/n* ÷ *a/b* ialah 1/2 ÷ 1/3 dan 2/3 ÷ 3/5) dengan menganggap *a/b* sebagai bilangan petak dan *m/n* sebagai bilangan bahagian. Rina memetakkan *m* daripada *n* bahagian kepada *a* bahagian, kemudiannya mengagihkan *m* daripada *n* bahagian kepada *a* daripada *b* petak dengan sama banyak bilangannya. Dalam pembahagian itu, setiap *a* kumpulan mendapat *m* daripada *a* daripada *m* daripada *n* bahan keseluruhan.	3WPP, 3MK3

Penyelesaian Masalah. Rina menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, tongkat buluh, bar coklat, dan piza dengan mengaplikasikan dua pengetahuan tentang nombor, satu pengetahuan tentang operasi, dan dua makna bahagi bagi menjelaskan jawapannya.

Pengetahuan tentang nombor. Rina menggunakan satu jenis nombor semasa menyelesaikan masalah membabitkan pecahan, iaitu nombor pecahan. Beliau menjelaskan nombor pecahan dengan menggunakan dua idea, iaitu pemetakan dan pemisahan tunggal dan pengumpulan dan pemisahan bahan.

Pemetakan dan pemisahan tunggal. Dalam Petikan 3SPP1, Rina menyelesaikan masalah membabitkan jus oren dengan memetakkan dua biji cawan masing-masing kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek semua bahagian pada cawan

pertama dan satu daripada tiga bahagian pada cawan kedua. Menurut Rina, rajah cawan yang dilukis itu bermaksud 1 *l* jus oren dapat memenuhi sebiji cawan dan satu daripada tiga bahagian cawan kedua. Beliau mengulangi langkah yang sama sekali lagi dan seterusnya menyatakan bahawa 2 *l* jus oren dapat disukat oleh dua biji cawan penuh dan dua per empat cawan ketiga. Corak pemikiran yang ditunjukkan oleh Rina itu menunjukkan bahawa beliau melakukan pemetakkan tunggal bahan selanjar kerana bilangan petak yang dibentuk adalah berasaskan pengangka bagi 3/4 dan beliau melakukan pemisahan tunggal dengan melorek bilangan bahagian juga berasaskan pengangka bagi 3/4.

Dalam Petikan 3SPP2 pula, Rina mewakilkan 4 *cm* buluh dengan memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Bagi menghasilkan tongkat yang berukuran 1/2 *cm*, beliau memetakkan setiap bahagian kepada dua bahagian sama besar saiznya. Rina menulis 0.5 pada petak pertama, menunjukkan bahawa beliau bermaksud setiap petak adalah berukuran 0.5 *cm*. Seterusnya, Rina memisahkan setiap petak satu-satu sehingga habis dan menganggap terdapat lapan batang tongkat berukuran 0.5 *cm* pada buluh berukuran 4 *cm*.

Dalam Petikan 3SPP3 pula, Rina mewakilkan empat bahagian coklat dengan memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau memisahkan satu daripada empat bahagian tersebut dan menganggapnya sebagai 1/4. Berikutnya, Rina mengunting salah satu bahagian dan membahagikan bahagian tersebut kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap semua bahagian yang lain juga dipetakkan dengan cara yang sama seperti sebelumnya. Ringkasnya, tingkah laku Rina dalam Petikan 3SPP1, 3SPP2, dan 3SPP3 menunjukkan bahawa beliau memetak dan memisahkan bahagian bahan selanjar bagi menjelaskan konsep pecahan.

Mengumpul dan memisahkan bahan. Dalam konteks bahan berbentuk diskret, Rina mengumpulkan dua biji piza bersama dan menganggapnya sebagai satu kumpulan.

Dalam Petikan 3SPP4 misalnya, beliau menganggap lapan biji piza sebagai empat kumpulan. Berikutnya, Rina memisahkan dua daripada lapan piza dan menganggapnya sebagai 1/4. Untuk membahagikan piza tersebut, Rina memetakkan setiap piza kepada dua bahagian sama besar saiznya, menjadikan 16 bahagian semuanya. Beliau mentafsirkan pecahan dengan mengumpulkan semua 16 bahagian sebagai satu keseluruhan dan menganggap satu daripadanya sebagai 1/16.

Pengetahuan tentang operasi. Rina menggunakan satu jenis operasi dalam menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, iaitu darab bagi mengenal pasti jawapannya. Dalam Petikan 3SPP2, Rina mengenal pasti bilangan tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada buluh yang berukuran 4 *cm* dengan menulis "4 ÷ 1/2 = 4 × 2/1 = 8" menunjukkan beliau menyongsangkan pecahan 1/2 dan darabkan dengan nombor empat menjadi 8.

Dalam pada itu, Rina juga menggunakan kaedah songsang dan darab dalam Petikan 3SPP3. Misalnya, Rina mengenal pasti nilai pecahan bar coklat yang diterima oleh salah seorang daripada empat orang rakannya dengan menulis " 1/4 ÷ 4 = 4/1 × 4 = 16". Ini menunjukkan bahawa beliau menukar simbol bahagi menjadi darab dan pada masa yang sama beliau menyongsangkan nombor yang dibahagi. Daripada pendaraban itu, Rina dapat mengetahui bahawa terdapat 16 bahagian yang dipetakkan sama besar saiznya pada seluruh bar coklat.

Pengetahuan tentang makna bahagi. Rina menggunakan dua idea untuk menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian pecahan, iaitu:

- Hasil bahagi merupakan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan,
- Hasil bahagi merupakan bahagian tertentu bahan keseluruhan,

Pengukuran yang terdiri daripada beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 3SPP1, Rina menyelesaikan masalah menyukat *2 l*

jus oren dengan menggunakan cawan dengan muatan 3/4 *l* dengan idea pengukuran. Beliau menganggap 3/4 *l* sebagai pengukur bagi mengukur 2 *l* jus oren. Misalnya, Rina melukis dua buah cawan dengan masing-masing dipetak kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek tiga bahagian pada cawan pertama dan satu bahagian pada cawan kedua serta menulis 1 *l* di sebelah rajah berkenaan. Ini menunjukkan bahawa Rina mengukur 1 *l* jus oren dengan menggunakan sebiji cawan yang mempunyai tiga petak dan sebiji cawan lain yang mempunyai satu daripada tiga petak. Beliau mengulangi langkah tersebut bagi mengukur 1 *l* jus oren tambahan menjadikan 2 *l* jus oren semuanya. Dalam pembahagian itu, Rina menyatakan sebanyak dua cawan penuh dan 2/4 cawan ketiga dengan muatan 3/4 *l* diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren. Ini menunjukkan bahawa Rina mentafsir dua cawan pertama dengan menggunakan pengukur bilangan cawan. Manakala bagi baki dua bahagian pula, beliau mengukurnya dengan menggunakan satu keseluruhan 4/4, bukannya bilangan petak pada cawan berkenaan.

Dalam Petikan 3SPP2 pula, Rina juga menggunakan idea pengukuran bagi menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat berukuran 2/3 *cm* daripada tongkat buluh berukuran 2 *cm.* Rina menganggap 2/3 *cm* sebagai pengukur bagi mengukur sebatang buluh berukuran 2 *cm.* Rina memetakkan satu jalur kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya dan menganggapnya sebagai 2 *cm*. Kemudiannya, beliau memetakkan setiap bahagian kepada tiga bahagian sama besar saiznya menjadikan terdapat enam petak semuanya. Beliau menggunting dua petak yang terdapat pada kiri jalur kertas itu dan menganggapnya sebagai 2/3 *cm*, iaitu bersamaan dengan sebatang tongkat. Rina memotong dua petak pada kanan jalur kertas tersebut dan menganggapnya sebagai 2/3 *cm*, iaitu juga bersamaan dengan sebatang tongkat kedua. Seterusnya, Rina mentafsir dua petak yang terdapat pada tengah bar coklat sebagai 2/6 daripada tongkat buluh. Ini menunjukkan bahawa Rina mengukur dua

batang tongkat pertama dengan menggunakan 2/3 *cm*, manakala bagi dua bahagian yang ketiga pula diukur dengan enam petak yang terdapat jalur kertas berkenaan.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 3SPP3, Rina menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat dengan menganggap terdapat empat petak atau kumpulan dan empat bahagian sama besar saiznya pada bar coklat, yang mana satu daripada coklat tersebut diagihkan kepada empat kumpulan atau petak secara satu-satu sehingga habis. Rina memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap satu daripada empat bar coklat sebagai 1/4. Rina membahagikan salah satu bahagian yang diwakili 1/4 kepada empat bahagian yang lebih kecil. Kemudiannya, Rina mengatakan bahawa seluruh jalur kertas itu mempunyai 16 bahagian coklat. Berikutnya, beliau menganggap satu daripada 16 bahagian tersebut sebagai 1/16.

Dalam Petikan 3SPP4 pula, Rina menyelesaikan masalah membabitkan piza dengan menganggap terdapat empat kumpulan dan lapan piza, yang mana dua daripada lapan piza diagihkan kepada empat kumpulan dengan sama banyak. Rina memetakkan dua piza masing-masing kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap semua piza juga dipetakkan kepada dua bahagian yang besar saiznya, menjadikan semuanya terdapat 16 separuh piza. Rina menyatakan bahawa satu daripada 16 bahagian piza bersamaan 1/16. Rumusan cara Rina menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian pecahan ditunjukkan dalam Jadual 20.

Jadual 20

Kaedah Digunakan Rina Menyelesaikan Masalah Membabitkan Pembahagian Pecahan

Aplikasi Pengetahuan		**Masalah Membabitkan**			
		Jus oren	**Tongkat buluh**	**Bar Coklat**	**Piza**
Nombor pecahan	Pemetakan dan pemisahan tunggal	Petak sama besar saiz	Petak sama besar saiz	Petak sama besar saiz	
	Pengumpulan dan pemisahan bahan				Sama banyak bilangan

Jadual 20 (bersambung)

Aplikasi Pengetahuan		**Masalah Membabitkan**			
		Jus oren	**Tongkat buluh**	**Bar Coklat**	**Piza**
Operasi	Songsang dan darab pecahan		4 ÷ 1/2 = 4 × 2/1	1/4 ÷ 4 = 4/1 × 4	
Makna bahagi	Pengukuran yang terdiri daripada beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan	2 dan 2/4 cawan	2 dan 2/6 tongkat buluh		
	Pemetakan yang terdiri daripada bahagian tertentu bahan keseluruhan			Setiap orang menerima 1/16 coklat	Setiap orang menerima 1/16 piza

Amin

Amin berumur 13 tahun 3 bulan semasa temu duga ini dijalankan. Amin dianggap oleh guru matematiknya sebagai seorang murid sederhana dalam matematik. Dalam peperiksaan UPSR 2008, Amin mendapat gred A dalam mata pelajaran Matematik. Manakala dalam ujian bulanan tahun 2009 pula, Amin mendapat 67% bagi mata pelajaran Matematik. Menurut Amin, beliau kurang berminat dalam matematik kerana selalu melakukan kesalahan dalam pengiraan.

Gambaran Pecahan

Bahagian ini membabitkan usaha untuk mengenal pasti gambaran mental yang dipunyai oleh Amin tentang pecahan seperti 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3 dan 7/3. Pada permulaan sesi temu duga, Amin diminta menggambarkan 1/2. Kemudian, aktiviti diteruskan dengan menggambarkan 1/3, 2/3, 3/3, dan diikuti dengan menggambarkan 4/3 dan 7/3 secara spontan. Gambaran mental tersebut dianalisis secara berasingan supaya konsepsi Amin dapat dikenalpastikan.

Satu perdua. Dalam aktiviti yang membabitkan gambaran mental, Amin diminta untuk menggambarkan 1/2 secara spontan. Petikan 4GP1 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4GP1: Gambaran 1/2

P: Apakah yang mula-mula tergambar dalam fikiran anda, bila saya sebut satu perdua?
M: Ada kek, belah kepada dua.
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu perdua?
M: Satu perdua tu begini! (murid menulis simbol “1/2”)
P: Apakah perkaitannya dengan kek?
M: Satu bahagian kek itu (murid melukis dan melorek kek).

P: Selain itu, apa lagi yang terbayang dalam fikiran anda tentang satu perdua?
M: Tiada.

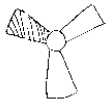
Dalam Petikan 4GP1, Amin menggambarkan 1/2 sebagai sebuah kek berbentuk bulatan. Kemudian, Amin melukis satu garisan pada permukaan bulatan itu dan melorek

salah satu bahagian tersebut. Menurut Amin, “Satu bahagian kek itu” mencadangkan bahawa beliau menganggap salah satu daripada bahagian tersebut sebagai 1/2. Dalam aktiviti ini, nampaknya Amin hanya menggambarkan 1/2 dengan menggunakan contoh yang berbentuk selanjar.

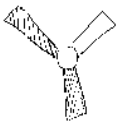
Satu pertiga dan dua pertiga. Dalam aktiviti berikutnya, Amin diminta menggambarkan 1/3 dan 2/3 secara spontan. Petikan 4GP2 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 4GP2: Gambaran 1/3 dan 2/3

P: Jika saya sebut satu pertiga, apakah yang mula-mula terlintas dalam fikiran anda?
M: Mendongak ke atas (diam seketika). Kipas, ada tiga (murid tunjuk pada kipas syiling).



P: Bagaimanakah anda tahu itu satu pertiga?
M: Sebab ada satu daripada tiga (murid melukis dan melorek kipas syiling).
P: Jika saya sebut dua pertiga, apakah yang terlintas dalam fikiran anda?
M: Kipas, ada dua seperti ini (murid melukis dan melorek kipas angin).



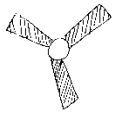
Dalam Petikan 4GP2, Amin menggambarkan 1/3 sebagai sebuah kipas angin yang mempunyai tiga bilah mata kipas. Amin menjelaskan gambarannya dengan melorek salah satu daripada bilah mata kipas tersebut dan berkata “Kipas, ada tiga... Sebab ada satu daripada tiga”. Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga bilah mata kipas tersebut sebagai 1/3. Dalam gambaran berikutnya, Amin melorek dua daripada tiga bilah kipas dan menganggapnya sebagai 2/3. Dalam aktiviti ini, nampaknya Amin menggambarkan 1/3 dan 2/3 hanya dengan menggunakan contoh yang berbentuk diskret sahaja.

Dalam aktiviti yang membabitkan satu keseluruhan, Amin diminta untuk menggambarkan pecahan 3/3 secara spontan. Petikan 4GP3 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 4GP3: Gambaran 3/3

P: Apabila saya kata tiga pertiga, apakah yang mula-mula terbayang dalam fikiran anda?
M: (Murid menulis 3/3) Piza, ada tiga bahagian (murid melukis bulatan dengan tiga bahagian).
P: Bagaimanakah anda tahu itu tiga pertiga?
M: Ada tiga, lorek semua, itu maksudnya tiga pertiga (murid melorek semua bahagian).

P: Selain itu, apa lagi yang terbayang dalam fikiran anda tentang tiga pertiga?
M: Kipas, ada tiga. Ini tiga pertiga (murid melukis dan melorek semua bilah kipas).



Dalam Petikan 4GP3, Amin menggambarkan 3/3 sebagai sebuah piza berbentuk bulatan yang dibahagikan kepada tiga bahagian. Kemudiannya, beliau melorekkan semua bahagian tersebut dan menyebut "Ada tiga, lorek semua, itu maksudnya tiga pertiga". Penyataan itu menunjukkan bahawa Amin menganggap tiga daripada tiga bahagian piza tersebut sebagai 3/3.

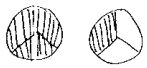
Seterusnya, Amin menggambarkan 3/3 sebagai sebuah kipas yang mempunyai tiga bilah mata kipas yang sama besar saiznya. Amin melorek semua bahagian tersebut dan berkata "Kipas, ada tiga. Ini tiga pertiga". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Amin menganggap ketiga-tiga bilah mata kipas berkenaan sebagai 3/3. Dalam aktiviti ini, nampaknya Amin menggambarkan 3/3 dengan menggunakan contoh yang berbentuk selanjar dan diskret. Contoh berbentuk selanjar yang dimaksudkan adalah seperti piza yang dilukiskan sebagai sebuah bulatan. Manakala contoh berbentuk diskret pula adalah tiga bilah mata kipas.

Empat pertiga dan tujuh pertiga. Selanjutnya, aktiviti diteruskan dengan meminta Amin menggambarkan pecahan 4/3 dan 7/3 secara berasingan. Petikan 4GP4 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 4GP4: Gambaran 4/3 dan 7/3

P: Apakah yang tergambar dalam fikiran anda bila saya sebutkan empat pertiga?

M: Ada dua buah piza, belah kepada tiga (murid melukis bulatan dan melorek empat bahagian).



P: Mengapakah perlu dibina dua buah piza?

M: Sebab sebuah piza ada tiga bahagian, tak cukup lagi.

P: Bagaimanakah anda tahu jawapan itu betul?

M: Sebab empat pertiga tu kena ada empat bahagian, tetapi penyebutnya hanya ada tiga bahagian. Jadi kita kena ada dua buah bulatan.

P: Sekarang jika cikgu sebutkan tujuh pertiga, apakah lagi yang tergambar dalam fikiran anda?

M: Ada tiga piza, dibelah tiga bahagian (murid melukis dan melorek tujuh bahagian).

P: Bagaimanakah anda tahu perlu ada tiga buah piza?

M: Sebab sebiji ada tiga bahagian, dua biji ada enam bahagian, tak cukup lagi.

P: Mengapakah anda kena bahagi kepada tiga bahagian setiap bulatan?

M: Sebab ia ‘pertiga’.

P: Mengapakah anda lorek tujuh bahagian?

M: Sebab ia ada tujuh (murid tunjuk pada “7/3”).

Dalam Petikan 4GP4, Amin menggambarkan 4/3 sebagai dua buah piza, yang masing-masingnya dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Beliau menjelaskan gambarannya dengan melorek tiga bahagian pada bulatan pertama sebagai satu keseluruhan. Menurut Amin, tiga bahagian masih tidak cukup untuk membentuk pecahan 4/3. Seterusnya, Beliau melorek salah satu daripada tiga bahagian pada bulatan kedua sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan. Gabungan kedua-duanya dianggapkan membentuk 4/3.

Berikutnya, Amin menggambarkan 7/3 sebagai tiga buah piza, yang masing-masingnya dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar. Amin melorekkan tiga bahagian pada bulatan pertama dan kedua masing-masing sebagai dua keseluruhan. Beliau menjelaskan bahawa enam bahagian masih tidak cukup untuk membentuk pecahan 7/3. Seterusnya, Amin melorek salah satu daripada tiga bahagian pada bulatan ketiga sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan. Gabungan di antara kedua-duanya dianggapkan membentuk 7/3. Dalam aktiviti ini, nampaknya Amin menggambarkan 4/3 dan 7/3 dengan menggunakan contoh yang berbentuk selanjar sahaja.

Mewakilkan Pecahan

Dalam tugasan ini, Amin diminta mewakilkan 1/2, 1/3, 2/3, 4/3, dan 7/3. Petikan 4WPW1 memaparkan respons beliau semasa mewakilkan 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3, manakala Petikan 4WTW1 dan 4WTW2 memaparkan responsnya dalam mewakilkan 4/3 dan 7/3.

Satu perdua. Pada permulaan aktiviti, Amin diberikan Kad 1. Beliau diminta untuk membaca perkataan yang tercatat pada kad tersebut, seterusnya beliau diminta mewakilkan pecahan tersebut dengan menggunakan jalur kertas. Petikan 4WPW1(1) memaparkan responsnya.

Petikan 4WPW1(1): Mewakilkan 1/2

P: (Sehelai jalur kertas kosong diberikan kepada murid) Cuba baca perkataan pada Kad 1.
M: Satu perdua.
P: Bagaimanakah anda hendak menjelaskan satu perdua kepada seorang kawan dengan menggunakan bahan tersebut?
M: Ini ada satu, kita koyak kertas ini di tengah-tengah (murid melipat jalur kertas).
P: Apakah maksud anda?
M: (Diam seketika) Kita ambil sebahagian.
P: (Berikan jalur kertas empat petak kepada murid) Boleh tak anda jelaskan satu perdua dengan jalur kertas ini?
M: Kena lorek satu begini (murid melorek dua bahagian).
P: Anda kata “satu”, tetapi saya nampak anda lorek dua sekarang. Mengapakah begitu?
M: Sebab ia perlu dipisahkan kepada setengah.

Dalam Petikan 4WPW1(1), Amin mewakilkan 1/2 dengan melipat satu jalur kertas kosong kepada dua bahagian dan berkata “Ini ada satu, kita koyak kertas ini di tengah-tengah”. Pernyataan ini menunjukkan Amin menganggap satu daripada dua bahagian jalur kertas berkenaan sebagai 1/2.

Berikutnya, Amin diberikan jalur kertas empat petak. Amin mewakilkan 1/2 dengan melorek dua petak bersebelahan dan berkata “kita lorek satu begini”. Tingkah laku Amin itu menunjukkan bahawa beliau memikirkan setiap dua petak bersebelahan digabungkan bagi membentuk dua bahagian pada jalur kertas tersebut. Pernyataan itu juga mencadangkan bahawa Amin menganggap dua daripada empat petak sebagai 1/2.

Seterusnya, Amin diminta mewakilkan 1/2 dengan menggunakan cip kertas. Petikan 4WPW1(2) memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4WPW1(2): Mewakilkan 1/2

P: (Dua cip kertas diberikan kepada murid) Dengan menggunakan bahan yang dibekalkan, cuba tunjukkan satu perdua.
M: Satu ini (murid menolak sekeping cip kertas).
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Ada dua, ambil satu sahaja.

P: (Berikan empat cip kertas kepada murid) Boleh tak anda jelaskan satu perdua dengan bahan berikut?
M: Ini ialah satu, kita ambil sebahagian sahaja (murid menggabungkan cip kertas bersebelahan).

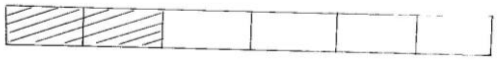
Dalam Petikan 4WPW1(2), Amin mewakilkan 1/2 dengan menyusun dua cip kertas berdekatan, kemudian beliau menolak satu daripada dua keping cip kertas yang diberikan ke tepi. Pernyataan "ada dua, ambil satu sahaja" mencadangkan bahawa beliau menganggap satu daripada dua cip kertas tersebut sebagai 1/2. Dalam kes yang membabitkan empat cip kertas, Amin menyusun dua cip kertas berdekatan bagi membentuk dua kumpulan dua cip kertas. Kemudian, Amin berkata "ini adalah satu, kita ambil sebelah daripadanya" mencadangkan bahawa beliau menganggap satu daripada dua kumpulan cip kertas sebagai 1/2.

Satu pertiga dan dua pertiga. Selanjutnya, Amin diminta mewakili pecahan 1/3 dan 2/3 dengan menggunakan jalur kertas tiga petak dan enam petak. Petikan 4WPW1(3) memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4WPW1(3): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: (Kad 2 dan sekeping jalur kertas kosong diberikan kepada murid) Cuba baca perkataan yang tercatat pada Kad 2.
M: Satu pertiga.
P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 2, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Kita perlu lorek satu bahagian (tandakan satu petak).
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Ada tiga bahagian, ambil satu.
P: (Kad 3 diberikan kepada murid) Bagaimanakah anda hendak jelaskan pecahan pada kad itu kepada kawan anda?
M: Kita lorek dua macam ini (tanda dua petak).
P: Mengapakah begitu?

M: Ada tiga, kita ambil dua.
P: (Kad 2 dan sekeping jalur kertas enam petak diberikan kepada murid) Cuba jelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 2 kepada kawan anda.
M: Anggapkan ini tiada garis, ada tiga semuanya (murid tunjuk pada garis tegak pertama, ketiga dan kelima).
P: Cuba jelaskan dengan lebih lanjut lagi.
M: Kita lorek satu daripada tiga (murid melorek satu petak).



P: Tadi anda kata lorek satu daripada tiga, tetapi saya nampak anda lorek dua petak, mengapakah begitu?
M: Sebab dua petak ialah satu.
P: (Kad 3 diberikan kepada murid) Bagaimanakah anda hendak jelaskan pecahan pada kad itu kepada kawan anda?
M: Lorek dua bahagian lagi (murid melorek dua petak lagi).
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Dua bahagian ialah satu, jadi dua bahagian lagi ialah dua. Itu ialah dua pertiga.

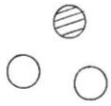
Dalam Petikan 4WPW1(3), Amin mewakilkan 1/3 dengan melukis dua garisan tegak pada jalur kertas kosong. Beliau melorek satu daripada tiga petak dan berkata "ada tiga bahagian, ambil satu bahagian". Pernyataan itu mencadangkan bahawa Amin menganggap satu daripada tiga petak pada jalur kertas itu sebagai 1/3. Berikutnya, Amin mewakilkan pecahan 2/3 dengan melorek dua petak dan berkata "ada tiga, kita ambil dua". Tingkah laku Amin itu menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga petak sebagai 1/2.

Dalam aktiviti selanjutnya, Amin mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan menggunakan jalur kertas enam petak. Amin melorek dua petak bersebelahan dan berkata "anggapkan ini tiada garis, ada tiga semuanya". Pernyataan itu menunjukkan beliau membayangkan setiap dua petak bersebelahan bercantum bagi membentuk tiga petak pada jalur kertas berkenaan. Tingkah laku Amin itu juga menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada enam petak sebagai pecahan 1/3. Seterusnya, Amin berkata "lorek dua bahagian lagi" menunjukkan bahawa beliau menganggap empat daripada enam petak sebagai 2/3.

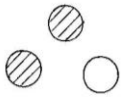
Selanjutnya, Amin diminta mewakilkan pecahan 1/3 dan 2/3 dengan menggunakan cip kertas. Petikan 4WPW1(4) memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4WPW1(4): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: (Enam cip kertas diberikan kepada murid) Jika kawan itu minta pertolongan anda untuk jelaskan satu pertiga dengan bahan ini, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Ambil satu ni la! (murid melorek satu cip kertas).
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Semua ada tiga, ambil satu jadi satu pertiga.



P: Bagaimanakah anda hendak jelaskan pecahan pada Kad 2 dengan menggunakan bahan tersebut?
M: Ambil dua, begini! (murid melorek dua cip kertas).
P: Mengapakah begitu?
M: Ada tiga, ambil dua ialah dua pertiga.



P: (Berikan enam cip kertas kepada murid) Boleh tak anda menjelaskan dua pertiga dengan menggunakan bahan ini?
M: Ini ada enam, kita lorek dua (murid melorek dua cip kertas).

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Pisah dua-dua begini. Ini ada tiga kumpulan, ambil satu kita dapat satu pertiga (murid menyusun cip kertas).

Dalam Petikan 4WPW1(4), Amin mewakilkan 1/3 dengan menyusun tiga cip kertas berdekatan dan melorek satu daripada tiga cip kertas tersebut. Pernyataan “semua ada tiga, ambil satu jadi satu pertiga” menunjukkan Amin menganggap satu daripada tiga cip kertas sebagai 1/3. Berikutnya, beliau menolak dua cip kertas ke tepi dan menyebut “ada tiga, ambil dua akan menjadi dua pertiga” mencadangkan bahawa Amin menganggap dua daripada tiga cip kertas sebagai 2/3.

Seterusnya, Amin mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan menyusun enam cip kertas berdekatan. Kemudian, Amin menggabungkan dua cip kertas berdekatan untuk membentuk tiga kumpulan pasangan cip kertas. Pernyataan “Pisah dua-dua begini. Ini ada tiga kumpulan, ambil satu kita dapat satu pertiga” mencadangkan bahawa Amin menganggap satu daripada tiga kumpulan pasangan cip kertas sebagai 1/3.

Empat pertiga dan tujuh pertiga. Dalam aktiviti ini, Amin diberi beberapa helai jalur kertas kosong. Beliau diminta untuk mewakilkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 secara berasingan. Petikan 4WTW1 memaparkan respos beliau.

Petikan 4WTW1: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

P: (Kad 1 dan beberapa jalur kertas kosong diberikan kepada murid) Cuba sebut nombor yang tercatat pada Kad 1.
M: Empat pertiga.
P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dengan menggunakan jalur kertas berikut, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Kita lorek tiga bahagian, dan satu lagi (murid membahagikan dua jalur kertas kepada tiga bahagian sama besar).

P: Bagaimanakah anda tahu kena ambil dua jalur kertas?
M: Sebab satu jalur kertas ada tiga bahagian sahaja, tak cukup lagi, jadi kena ada empat.
P: Mengapakah satu jalur kertas tak boleh ada lebih daripada tiga bahagian?
M: Ada tiga (diam seketika) tak boleh! (murid tunjuk pada penyebut “4/3”).
P: (Beberapa jalur kertas diberikan kepada murid) Sekarang, cuba jelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 2 dengan menggunakan jalur kertas.
M: Kena lorek tujuh petak untuk jadi tujuh pertiga (murid membahagikan tiga jalur kertas kepada tiga bahagian sama besar).

P: Mengapakah anda perlukan tiga jalur kertas?
M: Tiga…enam, tujuh. Ada tiga jalur kertas sebab nak lorek tujuh bahagian.
P: Bagaimanakah anda tahu kena bahagikan jalur kertas kepada tiga bahagian?
M: Sebab ia ada pertiga (murid tunjuk pada penyebut simbol “7/3”).

Dalam Petikan 4WTW1, Amin mewakilkan 4/3 dengan melukis dua garisan pada dua jalur kertas kosong. Kemudian, Amin melorek beberapa bahagian dan menyebut “Kita lorek tiga bahagian, dan satu lagi... Sebab satu jalur kertas ada tiga bahagian sahaja, tak cukup lagi, jadi kena ada empat”. Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga petak pada jalur kertas pertama sebagai satu keseluruhan dan satu petak pada jalur kertas kedua sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan membentuk 4/3.

Seterusnya, Amin mewakilkan 7/3 dengan melukis dua garisan pada sehelai jalur kertas yang lain. Amin membilang “Tiga…enam, tujuh. Ada tiga jalur kertas sebab nak lorek tujuh bahagian” menunjukkan bahawa beliau menganggap dua helai jalur kertas

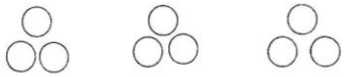
sebagai dua keseluruhan dan satu bahagian pada jalur kertas ketiga sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan ketiga-tiganya dianggapkan membentuk 7/3.

Dalam kes yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk diskret, Amin diminta untuk mewakilkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 secara berasingan. Petikan 4WTW2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4WTW2: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

P: (Kad 1 dan beberapa cip kertas diberikan kepada murid) Jika seorang kawan minta bantuan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dengan menggunakan bahan berikut, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Murid menyentuh cip kertas, lepas cip kertas, diam seketika).
P: Apakah yang sedang anda fikirkan.
M: Ada tiga, ambil semua (murid menyusun tiga cip kertas).
P: Apakah yang dimaksudkan dengan ambil semua?
M: Tiga ini ialah tiga pertiga.
P: Apakah berlaku jika empat pertiga?
M: Empat pertiga (diam seketika) Ada tiga, tak boleh buat!
P: Apakah yang anda sedang fikirkan?
M: Tak cukup lagi!
P: Apakah yang tak cukup?
M: Satu pertiga, perlu ada tiga cip kertas, dan satu lagi! (murid mengambil satu cip yang lain).
P: Cuba jelaskan itu.
M: Ini ialah satu pertiga (murid mengambil satu cip kertas lain).

P: (Berikan Kad 2 dan beberapa cip kertas kepada murid) Bagaimanakah pula jika anda nak menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 2 dengan menggunakan cip kertas berikut?
M: Satu, dua, tiga (diam seketika) perlu ambil tiga, kumpulan ini juga kena ambil semua, tapi kumpulan akhir ambil satu sahaja untuk dapatkan tujuh cip kertas (murid menyusun sembilan cip kertas dalam tiga kumpulan).



Dalam Petikan 4WTW2, Amin mewakilkan 4/3 dengan menyusun tiga keping cip kertas berdekatan dan berkata “Tiga ini ialah tiga pertiga... Satu pertiga, perlu ada tiga cip kertas, dan satu lagi!”. Pernyataan itu mencadangkan bahawa beliau sedang memikirkan bahawa tiga keping cip kertas sebagai satu keseluruhan dan sekeping cip kertas yang lain sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan membentuk 4/3.

Selanjutnya, Amin mewakilkan 7/3 dengan menyusun tujuh cip kertas dalam satu barisan. Kemudian, Amin berkata “Satu, dua, tiga” menunjukkan bahawa beliau

membentuk tiga kumpulan tiga cip kertas. Pernyataan “perlu ambil tiga, kumpulan ini juga kena ambil semua, tapi kumpulan akhir ambil satu sahaja untuk dapatkan tujuh cip kertas” mencadangkan bahawa beliau menganggap dua kumpulan tiga cip kertas pertama dan kedua masing-masing sebagai dua keseluruhan dan sekeping cip kertas yang lain sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan ketiga-tiganya dianggapkan membentuk 7/3.

Mentafsirkan pecahan

Tugasan ini terdiri daripada dua aktiviti, iaitu mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk selanjar dan mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk diskret. Petikan 4TRP1 memaparkan respons Amin mentafsirkan pecahan dari perwakilan berbentuk selanjar, manakala Petikan 4TRP2 memaparkan respons beliau mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk diskret.

Perwakilan berbentuk selanjar. Dalam aktiviti ini, perwakilan berbentuk segi empat ditunjukkan kepada Amin. Beliau diminta untuk mentafsirkan nilai pecahan bagi petak warna merah, kuning, dan biru. Petikan 4TRP1 memaparkan responsnya.

Petikan 4TRP1: Mentafsir Pecahan dari Perwakilan Selanjar

P: Ini merupakan sebuah rajah segi empat sama yang terdiri daripada beberapa warna. Cuba nyatakan berapakah bilangan warna dalam rajah itu?
M: Ada empat warna.
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan bagi petak berwarna merah daripada seluruh rajah?
M: Satu perdua.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Ia sebelah rajah.
P: Apakah nilai pecahan selain daripada satu perdua bagi kawasan merah?
M: (Diam seketika) Dua perempat.
P: Bagaimanakah tahu itu betul?
M: Kalau dibelah merah macam saiz kuning (diam seketika) ada dua kiri, ada dua kanan, empat semuanya. Jadi dua daripada empat.
P: Selain itu, apakah nilai lain bagi kawasan merah?
M: Empat perlapan.
P: Bagaimanakah anda mendapat nilai itu?
M: Saya belah dua kawasan kuning, ada empat bahagian dalam merah, empat lagi di sebelah yang lain.
P: Selain itu, apakah nilai lain bagi kawasan merah?
M: (Diam seketika) Tiada.
P: Sekarang cuba lihat kawasan kuning, cuba tafsirkan nilai pecahan bagi petak itu daripada seluruh rajah.
M: Satu perempat.

P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab kawasan merah ada satu dua saiz kuning (murid tunjuk pada petak berwarna kuning), kawasan sebelah ini pula ada satu, dua juga (murid tunjuk pada petak berwarna selain kuning), ada empat bahagian semua.
P: Apakah nilai pecahan lain bagi petak berwarna kuning itu?
M: Dua perlapan.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Seperti kawasan merah tadi, jika kawasan kuning ialah dua bahagian, seluruh rajah ialah lapan bahagian.
P: Apakah nilai pecahan yang lain bagi petak berwarna kuning?
M: (Diam seketika) Tiada.
P: Sekarang, cuba lihat petak hijau. Apakah nilai pecahan bagi petak berwarna itu daripada seluruh rajah?
M: (Diam seketika) Satu perenam.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Jika dibelah dua petak berwarna hijau (murid tunjuk pada rantau merah), kita dapat enam bahagian. Jadi semuanya ada 12 bahagian pada rajah (murid tunjuk petak berwarna kuning, hijau dan biru). 2/12 ialah satu perenam (murid tunjuk nombor-nombor pada petak berwarna berkenaan).
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan lain bagi petak berwarna hijau itu.
M: (Diam seketika) Tiada.

Dalam Petikan 4TRP1, Amin memberikan tiga tafsiran pecahan bagi petak berwarna merah, iaitu 1/2, 2/4, dan 4/8. Dalam tafsiran pertama, Amin menyatakan bahawa petak berwarna merah ialah 1/2 kerana memenuhi separuh daripada rajah. Dalam tafsiran kedua, Amin mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah berkata "kalau dibelah merah macam saiz kuning... ada dua kiri … ada dua kanan, empat semuanya". Pernyataan ini menunjukkan bahawa beliau membayangkan dua petak berwarna kuning diperlukan untuk memenuhi petak berwarna merah. Pernyataan itu juga menunjukkan beliau membayangkan seluruh rajah dapat dipenuhi oleh empat petak berwarna kuning. Tingkah laku Amin seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah dengan membahagikan bilangan petak merah yang diasingkan dengan jumlah bilangan petak berwarna kuning yang dapat memenuhi seluruh rajah sebagai 2/4.

Dalam tafsiran ketiga, Amin mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah sebagai 4/8 dengan berkata "saya belah dua kawasan kuning... ada empat bahagian dalam merah, empat lagi di sebelah yang lain". Pernyataan ini menunjukkan bahawa beliau membayangkan petak berwarna kuning dibahagikan kepada dua bahagian.

Kemudiannya, beliau menganggap petak berwarna merah dapat dipenuhi oleh empat keping petak berwarna kuning yang diseparuhkan tadi. Dengan cara yang sama, Amin membayangkan seluruh rajah dipenuhi oleh lapan keping petak berwarna kuning yang diseparuhkan. Tingkah laku Amin berikutnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah dengan membahagikan bilangan petak berwarna kuning diseparuhkan yang memenuhi petak berwarna merah dengan jumlah petak berwarna kuning diseparauhkan yang memenuhi seluruh rajah sebagai 4/8.

Seterusnya, Amin diminta untuk mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna kuning. Beliau mentafsirnya sebagai 1/4 dan 2/8. Dalam tafsiran pertama, Amin tunjuk pada petak berwarna kuning dan menyebut "kawasan merah ada satu dua saiz kuning... kawasan sebelah ini pula ada satu, dua juga... ada empat bahagian semua" menunjukkan beliau menganggap seluruh rajah dapat dipenuhi oleh petak berwarna kuning sebanyak empat kali. Tingkah laku Amin seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsir petak berwarna kuning dengan membahagikan bilangan petak berwarna kuning dengan jumlah bilangan petak berwarna kuning yang dibayangkan memenuhi seluruh rajah sebagai 1/4.

Dalam tafsiran kedua, Amin menyebut "seperti kawasan merah tadi, jika kawasan kuning dianggapkan ada dua bahagian, seluruh rajah akan ada lapan bahagian" menunjukkan beliau membayangkan bahawa petak berwarna kuning diseparuhkan. Dengan cara yang sama, beliau membayangkan seluruh rajah dapat dipenuhi oleh lapan keping petak berwarna kuning yang diseparuhkan. Tingkah laku Rina seterusnya mencadangkan beliau mentafsirkan pecahan dari petak berwarna kuning dengan membahagikan bilangan petak berwarna kuning yang diseparuhkan dengan jumlah bilangan petak diseparuhkan yang memenuhi seluruh rajah sebagai 2/8.

Berikutnya, Amin mentafsirkan pecahan dari petak berwarna hijau sebagai 2/12 dan 1/6. Menurut Amin, terdapat dua petak berwarna hijau dalam rajah tersebut.

Kemudian, Amin tunjuk pada petak berwarna merah dan berkata “jika dibelah rajah mengikut saiz dua bahagian hijau, kita akan dapat enam bahagian... semuanya ada dua belas bahagian pada rajah... Jadi semuanya ada 12 bahagian pada rajah” menunjukkan beliau membayangkan terdapat 12 keping petak berwarna hijau yang memenuhi seluruh rajah. Tingkah laku Amin seterusnya mencadangkan beliau mentafsirkan pecahan dari petak berwarna hijau dengan membahagikan bilangan petak berwarna hijau dengan jumlah bilangan petak berwarna hijau yang memenuhi seluruh rajah sebagai 2/12. Kemudian, Amin meringkaskan 2/12 untuk mendapatkan 1/6.

Perwakilan berbentuk diskret. Dalam aktiviti ini, perwakilan berbentuk diskret ditunjukkan kepada Amin. Beliau diminta mentafsir nilai pecahan dari petak warna merah, hijau, dan kuning. Petikan 4TRP2 memaparkan responnya.

Petikan 4TRP2: Mentafsir Pecahan dari Perwakilan Diskret

P: Terdapat berapakah bilangan warna dalam rajah tersebut?
M: Ada empat**.**
P: Apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsirkan dari bulatan berwarna merah daripada seluruh rajah?
M: Satu perdua.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Merah ada di sebelah rajah. Jadi ia adalah satu perdua rajah.
P: Apakah lagi nilai pecahan selain satu perdua bagi bulatan merah?
M: Dua perempat.
P: Mengapakah dua perempat?
M: Tiga bulatan digabung jadi satu, merah ada dua. Semua ada empat, jadi pecahan adalah dua perempat.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna merah daripada semua bulatan pada rajah itu?
M: Tiga perenam.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Jika digabungkan dua bulatan, merah ada tiga pasang bulatan merah. Seluruh rajah ada enam pasang cip.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna merah daripada semua bulatan pada rajah itu?
M: (Diam seketika) Tiada.
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan dari bulatan berwarna hijau?
M: Satu perempat.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: Kalau tiga hijau ialah satu set, semua itu ada empat set tiga hijau begini. Sini satu dan semua empat, pecahan ialah satu perempat.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau daripada semua bulatan pada rajah itu?
M: (Diam seketika) Tiada.
P: Cuba lihat kawasan kuning, apakah nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna kuning daripada bulatan dalam seluruh rajah?

M: Satu perenam.
P: Mengapakah begitu?
M: Jika digabungkan pasangan kuning, ada enam pasangan bulatan dalam rajah itu. Jadi ia adalah satu perenam la.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan bagi bulatan berwarna kuning daripada semua bulatan pada rajah itu?
M: (Diam seketika) Tiada.

Dalam Petikan 4TRP2, Amin mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna merah sebagai 1/2, 2/4, dan 3/6. Dalam tafsiran pertama, beliau menyebut "merah ada di sebelah rajah. Jadi ia adalah satu perdua rajah" mencadangkan beliau menganggap keenam-enam bulatan berwarna merah sebagai satu kumpulan. Seluruh rajah dianggapkan mempunyai dua kumpulan yang terdiri daripada enam bulatan. Tingkah laku Amin selanjutnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan membahagikan bilangan kumpulan enam bulatan berwarna merah dengan bilangan kumpulan seluruh bulatan dalam rajah sebagai 1/2.

Dalam tafsiran kedua, Amin mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna merah sebagai 2/4. Dalam penjelasannya, Amin menyebut "tiga bulatan digabung jadi satu, merah ada dua. Semua ada empat, jadi pecahan adalah dua perempat" menunjukkan beliau membayangkan gabungan tiga bulatan merah membentuk satu kumpulan. Seluruh rajah mempunyai empat kumpulan tiga bulatan berwarna merah. Tingkah laku Amin seterusnya menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan membahagikan bilangan kumpulan tiga bulatan merah dengan jumlah bilangan kumpulan tiga bulatan dari seluruh rajah sebagai 2/4.

Seterusnya, Amin mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah sebagai 3/6. Menurut Amin, "jika digabungkan dua bulatan, merah ada tiga pasang bulatan merah. Seluruh rajah ada enam pasang cip" menunjukkan beliau membayangkan setiap dua bulatan berwarna merah membentuk satu kumpulan. Pernyataan berkenaan juga menunjukkan Amin menganggap terdapat enam kumpulan pasangan bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Amin berikutnya mencadangkan beliau mentafsirkan

pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan membahagikan bilangan pasangan bulatan berwarna merah dengan jumlah bilangan pasangan bulatan dari seluruh rajah sebagai 3/6.

Selanjutnya, Amin mentafsir nilai pecahan bagi bulatan yang berwarna hijau sebagai 1/4 dengan menyebut “kalau tiga hijau ialah satu set... semua itu ada empat set tiga hijau begini. Sini satu dan semua empat, pecahan ialah satu perempat”. Pernyataan tersebut mencadangkan Amin membayangkan setiap tiga buah bulatan membentuk satu kumpulan. Seluruh rajah mempunyai empat kumpulan tiga buah bulatan. Tingkah laku Amin seterusnya mencadangkan beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna hijau dengan membahagikan bilangan kumpulan bulatan berwarna hijau dengan jumlah bilangan kumpulan bulatan berwarna hijau dari seluruh rajah sebagai 1/4.

Selanjutnya, Amin mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna kuning sebagai 1/6 dengan menyebut “Jika digabungkan pasangan kuning, ada enam pasangan bulatan dalam rajah itu. Jadi ia adalah satu perenam la”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Amin membayangkan setiap dua buah bulatan membentuk satu kumpulan. Menurut Amin, terdapati satu kumpulan bulatan berwarna kuning dan enam kumpulan bulatan dalam seluruh rajah. Tingkah laku Amin seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna kuning dengan membahagikan bilangan kumpulan pasangan bulatan berwarna kuning dengan jumlah bilangan kumpulan pasangan bulatan berwarna kuning dari seluruh rajah sebagai 1/6.

Membandingkan Pecahan

Tugasan ini terdiri daripada dua aktiviti yang berturutan, iaitu membandingkan pecahan 3/4 dengan 3/5 dan membandingkan pecahan 5/3 dengan 5/4. Petikan 4BP1 memaparkan respons Amin membandingkan pecahan 3/4 dan 3/5, manakala Petikan 4BP2 pula memaparkan respons beliau dalam membandingkan pecahan 4/3 dan 5/3.

Tiga perempat dan tiga perlima. Dalam aktiviti berikut, bahan seperti jalur kertas, cip kertas, dan kertas A4 diletak di atas meja. Amin diminta untuk membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang beliau fikir paling sesuai. Petikan 4BP1 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 4BP1: Membandingkan 3/4 dan 3/5

P: (Berikan Kad 1 dan Kad 2 kepada murid) Jika seorang kawan minta bantuan anda untuk membandingkan saiz piza yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk menjelaskan perbandingan itu.
M: Tiga perempat, ada empat bahagian, kita lorek dua (murid mengambil dua cip kertas sama besar dan lukis beberapa garisan).
P: Kalau tiga perempat macam mana?
M: Tiga perlima ada tiga bahagian (murid melukis dan melorek bahagian).

P: Boleh tak kita ambil dua cip kertas yang saiz tak sama?
M: (Diam seketika) Payah nak banding.
P: Cuba beritahu siapa dapat lebih banyak piza?
M: (Diam seketika dan pegang dua cip kertas) Tiga perempat ada lebih banyak piza.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Lebih luas (murid tunjuk pada kawasan berlorek).

Dalam Petikan 4BP1, Amin membandingkan 3/4 dan 3/5 dengan mengambil sekeping cip kertas melukis garis silang pada permukaannya. Kemudian, Amin melorek tiga bahagian dan berkata “ada empat bahagian, kita lorek dua”. Pernyataan itu menunjukkan beliau menganggap tiga daripada empat bahagian sebagai 3/4. Seterusnya, Amin mengambil sekeping cip kertas yang sama saiznya dengan sebelumnya dan melukis lima garisan yang kelihatan menerusi pusat cip kertas. Berikutnya, Amin melorek tiga bahagian dan berkata “ada empat bahagian, kita lorek dua” menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga daripada lima bahagian sebagai 3/5.

Dalam membandingkan 3/4 dan 3/5, Amin menyatakan kedua-dua cip kertas yang sama besar digunakan supaya senang dibuat perbandingan. Selanjutnya, Amin tunjuk pada bahagian berlorek dan berkata “Tiga perempat ada lebih banyak piza...Lebih luas” menunjukkan bahawa beliau menganggap keluasan tiga bahagian pada 3/4 adalah lebih besar berbanding tiga bahagian yang mewakili 3/5.

Lima pertiga dan lima perempat. Dalam aktiviti lain, Amin diminta untuk membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang difikirkan paling sesuai. Petikan 4BP2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4BP2: Membandingkan 5/3 dan 4/5

P: (Berikan Kad 1 dan Kad 2 kepada murid). Jika seorang kawan minta bantuan anda membandingkan saiz coklat yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk membandingnya.
M: Ada lima pertiga, jadi ada lima bahagian (murid melukis dua bulatan).
P: Mengapakah anda perlu dua bulatan?
M: Sebab kena lorek lima bahagian, satu bulatan tak cukup (murid membahagikan rajah kepada tiga bahagian).
P: Bagaimanakah anda tahu ada tiga bahagian?
M: Tengok nombor bawah (murid tunjuk pada penyebut pecahan) pecahan itu.

P: Bagaimanakah anda menjelaskan pecahan lima perempat?
M: Sama, kita kena ada dua bulatan (murid melukis dua bulatan).
P: Cuba jelaskan lagi selepas itu.
M: Kena lorek lima bahagian (murid membahagi kepada empat bahagian setiap bulatan dan melukis tanda rait).

P: Siapakah mendapat lebih banyak coklat?
M: Lima pertiga, sebab ada satu bulatan dan dua pertiga bahagian lagi, tetapi empat perlima ada satu bulatan dan satu perempat bahagian.

Dalam Petikan 4BP2, Amin membandingkan 5/3 dan 5/4 dengan melukis dua buah bulatan sama besar saiznya, yang masing-masing dibahagikan kepada tiga bahagian. Kemudiannya, Amin meletakkan tanda pada tiga bahagian pada bulatan pertama sebagai satu keseluruhan dan dua bahagian pada bulatan kedua sebagai 2/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan membentuk 5/3.

Berikutnya, Amin melukis dua bulatan masing-masingnya dibahagikan kepada empat bahagian. Kemudiannya, beliau meletakkan tanda pada empat bahagian bulatan pertama sebagai satu keseluruhan pada bulatan pertama dan satu bahagian pada bulatan kedua sebagai 1/4 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan membentuk 5/4.

Dalam membandingkan saiz coklat, Amin berkata “Lima pertiga, sebab ada satu bulatan dan dua pertiga bahagian lagi, tetapi empat perlima ada satu bulatan dan satu perempat bahagian” menunjukkan bahawa Amin menganggap dua bahagian pada bulatan kedua yang mewakili 5/3 adalah lebih besar berbanding satu bahagian pada bulatan kedua yang mewakili 5/4.

Mewakilkan Pembahagian Pecahan

Tugasan ini terdiri daripada tiga aktiviti, iaitu mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan, pecahan bahagi nombor bulat, dan pecahan bahagi pecahan. Petikan 4WBP1 memaparkan respons Amin mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 4WBP2 pula memaparkan tingkah laku beliau mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Sementara itu, Petikan 4WPB1 pula memaparkan respons Amin mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 4WPB2 pula memaparkan tingkah laku beliau mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Akhirnya, Petikan 4WPP1 memaparkan respons Amin mewakilkan pecahan bahagi pecahan menggunakan jalur kertas, dan Petikan 4WPP2 pula memaparkan respon beliau mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas.

Nombor bulat bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, Amin diminta untuk mewakilkan 2 ÷ 1/4 dan 2 ÷ 2/4 dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 3WBP1 memaparkan respons beliau.

Petikan 4WBP1: Mewakilkan Nombor Bulat bahagi Pecahan

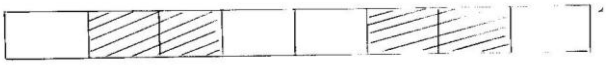
P: (Berikan beberapa jalur kertas kepada murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 2 ÷ 1/4, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Dua dibahagi, kena belah dua, ada satu perempat.
P: Kalau bahagi tu kena buat apa?
M: Belah, jadi begini (diam seketika), ada lapan semua (murid melukis pada jalur kertas).
P: Cuba tafsirkan jawapannya.
M: Jadi ada dua perlapan.

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda sekali lagi untuk menjelaskan 2 ÷ 2/4, bagaimanakah anda melakukannya?

M: Sama, ada dua (diam seketika), lepas tu belah empat dan kita lorek dua (murid melorek dua petak pada jalur kertas asal).

P: Cuba tafsirkan jawapannya.

M: Jadi empat perlapan



.

Dalam Petikan 4WBP1, Amin mewakilkan 2 ÷ 1/4 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada dua petak sama besar dan menganggapnya sebagai nombor 2. Kemudiannya, Amin berkata "Dua dibahagi, kena belah dua, ada satu perempat". Pernyataan tersebut mencadangkan bahawa beliau membahagi setiap petak tersebut kepada empat bahagian masing-masing. Berikutnya, Amin melorek satu daripada empat bahagian yang terdapat dalam petak pertama dan satu daripada empat bahagian yang terdapat dalam petak kedua dan menyebut "ada dua perlapan". Tingkah laku Amin tersebut mencadangkan bahawa beliau menganggap 2 ÷ 1/4 sebagai dua daripada lapan bahagian yang terdapat dalam dua petak yang mewakili nombor 2 dan hasil bahaginya ialah 2/8.

Seterusnya, Amin mewakilkan 2 ÷ 2/4 dengan menganggap dua bahagian yan dilukiskan pada satu jalur kertas sebagai nombor 2. Berikutnya, beliau membahagikan setiap petak kepada empat bahagian sama besar. Amin melorek dua daripada empat bahagian yang terdapat dalam petak pertama dan dua daripada empat bahagian kedua dan menyebut "empat perlapan". Tingkah laku Amin tersebut mencadangkan bahawa beliau menganggap 2 ÷ 2/4 sebagai empat daripada lapan bahagian yang terdapat dalam dua petak yagn mewakili nombor 2 dan hasil bahaginya ialah 4/8.

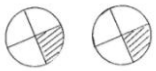
Petikan 4WBP2: Mewakilkan Nombor Bulat Bahagi Pecahan

P: (Berikan beberapa cip kertas kepada murid). Cuba jelaskan 2 ÷ 1/4 dengan menggunakan cip kertas berikut.

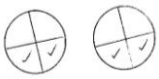
M: Ini dua cip kertas. Belah kepada empat bahagian.

P: Cuba tafsirkan jawapannya.

M: Ada dua perlapan.



P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda sekali lagi untuk menjelaskan 2 ÷ 2/4, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Ini dua, lepas tu belah empat. Lorek dua sahaja (murid melukis bahagian).
P: Cuba tafsirkan jawapannya.
M: Jadi (diam seketika), empat perlapan.



Dalam Petikan 4WBP2, Amin mewakilkan 2 ÷ 1/4 dengan mengambil dua keping cip kertas dan berkata "Ini dua cip kertas. Belah kepada empat bahagian". Pernyataan tersebut menunjukkan beliau membahagikan setiap cip kertas kepada empat bahagian sama besar. Amin melorek satu daripada empat bahagian pada cip kertas pertama dan satu daripada empat bahagian pada cip kertas kedua lalu menyebut "Ada dua perlapan". Tingkah laku Amin tersebut menunjukkan beliau menganggap 2 ÷ 1/4 sebagai dua daripada lapan bahagian yang terdapat dalam petak yang mewakili nombor 2 dan hasilnya ialah 2/8.

Seterusnya, Amin mewakilkan 2 ÷ 2/4 dengan mengambil dua cip kertas dan menganggapnya sebagai nombor 2. Berikutnya, Amin berkata "Ini dua, lepas tu belah empat" mencadangkan bahawa beliau membahagikan setiap cip kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, Amin meletakkan tanda √ pada dua daripada bahagian tersebut dan berkata "Lorek dua sahaja... empat perlapan". Tingkah laku Amin tersebut dapat ditafsirkan bahawa beliau menganggap 2 ÷ 2/4 sebagai empat daripada lapan bahagian yang terdapat dalam dua petak yang mewakili nombor 2 dan hasilnya ialah 4/8.

Pecahan bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, Amin diminta untuk mewakilkan 1/3 ÷ 2, 2/3 ÷ 2, 1/4 ÷ 3, dan 3/4 ÷ 3 dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 4WPB1 dan 4WPB2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4WPB1: Mewakilkan Pecahan Bahagi Nombor Bulat

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 1/3 ÷ 2, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Diam seketika). Satu pertiga ni ada tiga, lepas tu ni satu daripada tiga. Lepas tu bahagi dua.
P: Cuba tunjukkan penjelasan anda itu.
M: Bahagi begini (murid melukis dan melorek rajah).

P: Cuba tunjukkan hasil bahagi pada jalur kertas itu?
M: Yang ini (murid tunjuk pada kedua-dua petak berlorek).
P: Adakah sama nilai bagi kedua-duanya?
M: Ya, sama.
P: Sekarang, cuba berikan penjelasan tentang 2/3 ÷ 2.
M: Ada tiga, dua daripada tiga ini, yang saya lorek ni kena bahagi dua.
P: Manakah jawapannya pada jalur kertas itu?
M: Kedua-dua ini.
P: Cuba tafsirkan jawapan bagi pembahagian itu?
M: (Diam seketika) Empat perenam.
P: (Sediakan jalur kertas di hadapan murid). Bagaimanakah anda hendak menjelaskan 1/4 ÷ 3 dengan menggunakan bahan yang dibekalkan?
M: Ini satu, dua, tiga. Ini yang berlorek ialah satu perempat, setiap bahagian lain juga kena bahagi tiga.
P: Cuba tafsirkan jawapannya dengan berasaskan jalur kertas itu.
M: Tiga perdua belas.

P: Baiklah, bagaimanakah anda menjelaskan 3/4 ÷ 3 menggunakan jalur kertas?
M: Ini ada empat, yang berlorek ni tiga. Lepas tu bahagi lagi tiga.
P: Cuba tafsirkan jawapannya pada jalur kertas.
M: (Diam seketika) Jadi sembilan perdua belas (murid melukis petak pada jalur kertas).

Dalam Petikan 4WPB1, Amin mewakilkan 1/3 ÷ 2 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada tiga bahagian sama besar saiznya dan berkata “Satu pertiga ni ada tiga, lepas tu ni satu daripada tiga. Lepas tu bahagi dua”. Pernyataan tersebut menunjukkan Amin menganggap satu daripada tiga petak sebagai pecahan 1/3. Kemudiannya, beliau membahagikan salah satu daripada bahagian tersebut kepada dua bahagian yang lebih kecil. Pernyataan “Bahagi begini...Yang ini” menunjukkan bahawa Amin menganggap 1/3 ÷ 2 sebagai enam bahagian yang dihasilkan dalam pembahagian berkenaan.

Seterusnya, Amin mewakilkan 2/3 ÷ 2 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada tiga petak sama besar dan berkata “Ada tiga, dua daripada tiga ini, yang saya

lorek ni kena bahagi dua". Pernyataan Amin tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga petak pada jalur kertas tersebut sebagai pecahan 2/3. Sebagai penjelasan lanjut, Amin membahagikan dua petak berkenaan kepada dua bahagian lebih kecil dan menyebut "Kedua-dua ini...Empat perenam". Tingkah laku Amin tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap 2/3 ÷ 2 sebagai setiap tiga petak pada jalur kertas itu dibahagikan kepada dua bahagian menjadikan 6 bahagian semuanya. Selanjutnya, beliau menganggap dua bahagian pada petak pertama dan kedua masing-masing yang menjadikan empat bahagian semuanya menjadikan hasil bahagi bagi 2/3 ÷ 2 sebagai 4/6 .

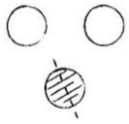
Selain itu, Amin mewakilkan 1/4 ÷ 3 dengan membahagikan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar. dan berkata "Ini satu, dua, tiga. Ini yang berlorek ialah satu perempat, setiap bahagian lain juga kena bahagi tiga". Pernyataan Amin tersebut menunjukkan beliau menganggap satu daripada empat bahagian tersebut sebagai 1/4. Selain itu, tingkah laku Amin itu juga menunjukkan bahawa beliau membahagikan bahagian yang mewakili 1/4 kepada tiga bahagian sama besar dan memberinya kepada tiga orang dengan sama banyak. Selanjutnya, Amin mewakilkan 3/4 ÷ 3 dengan berkata "Ini ada empat, yang berlorek ni tiga. Lepas tu bahagi lagi tiga". Pernyataan tersebut menunjukkan Amin menganggap tiga daripada empat bahagian tersebut sebagai pecahan 3/4. Seterusnya, beliau membahagikan tiga bahagian tersebut kepada tiga bahagian masing-masing. Pernyataan "Jadi sembilan perdua belas" menunjukkan Amin mengira bahagian lebih kecil dan beliau mendapati terdapat sembilan bahagian kecil dalam 3/4 bahagian tersebut dan seluruh jalur kertas itu mempunyai 12 bahagian semuanya. Amin mentafsirkan hasil bahagi bari 3/4 ÷ 3 ialah 9/12.

Petikan 4WPB2: Mewakilkan Pecahan Bahagi Nombor Bulat

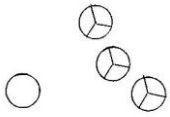
P: (Berikan beberapa cip kertas kepada murid). Bagaimanakah anda menjelaskan 1/3 ÷ 2 dengan menggunakan cip kertas?

M: Ini satu, ini dua pertiga. Bahagi dua yang berlorek.

P: Cuba tunjukkan penjelasan anda pada cip kertas.
M: (Murid melukis pada cip kertas).



P: Cuba tafsirkan jawapannya dengan menggunakan cip kertas tersebut.
M: Satu, dua... enam. dua perenam.
P: Bagaimanakah anda dapat dua perenam?
M: Sebab kalau bahagi, kena belah semua.
P: Jadi apakah jawapannya.
M: (Diam seketika). Dua perenam, sebab berlorek dua.
P: (Berikan beberapa cip kertas kepada murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda menjelaskan 3/4 ÷ 3 dengan menggunakan cip kertas, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Ada empat cip kertas. Tiga ini kena belah sebab bahagi tiga. Semua kena bahagi dengan tiga.
P Cuba tafsirkan jawapannya.
M: Ini ialah jawapannya, yang berlorek ni ialah sembilan perdua belas.



Dalam Petikan 4WPB2, Amin mewakilkan 1/3 ÷ 2 dengan mengambil tiga cip kertas dan melukis satu garisan pada salah satu cip kertas berkenaan. Kemudiannya, Amin berkata “Ini satu, ini dua pertiga. Bahagi dua yang berlorek”. Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga cip kertas sebagai 1/3. Tingkah laku Amin itu juga mencadangkan beliau membahagikan salah satu daripada cip kertas tersebut kepada dua bahagian. Pernyataan “Satu, dua... enam... dua perenam” menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap cip kertas dibahagikan kepada dua bahagian sama besar saiznya. Nampaknya, Amin mentafsirkan hasil bahagi bagi 1/3 ÷ 2 sebagai 2/6.

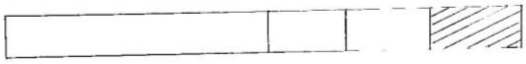
Seterusnya, Amin mewakilkan 3/4 ÷ 3 dengan mengambil empat cip kertas dan berkata “Ada empat cip kertas. Tiga ini kena belah sebab bahagi tiga. Semua kena bahagi dengan tiga”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga daripada empat cip kertas sebagai 3/4. Tingkah laku Amin juga mencadangkan beliau membahagikan setiap cip kertas kepada tiga bahagian masing-masing. Pernyataan “yang

berlorek ni ialah sembilan perdua belas" menunjukkan beliau mendapati terdapat sembilan bahagian pada cip kertas yang diwakili oleh 3/4 cip kertas dan seluruh cip kertas berkenaan mempunyai 12 bahagian semuanya. Amin mentafsirkan hasil bahagi bagi 3/4 ÷ 3 sebagai 9/12.

Pecahan bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, Amin diminta untuk mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dan 1/2 ÷ 2/3 dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 4WPP1 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4WPP1: Mewakilkan Pecahan ÷ Pecahan

P: (Sediakan beberapa helai jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 1/2 ÷ 1/3. Bagaimanakah anda menjelaskannya?
M: Satu perdua tu yang ini. Satu pertiga tu kena belah tiga lagi.
P: Cuba tafsirkan jawapannya.
M: Jadi (diam seketika), satu perenam.



P: Cuba jelaskan 1/2 ÷ 2/3 dengan menggunakan jalur kertas berkenaan.
M: (Diam seketika). Boleh guna yang sama, tambah satu lagi (murid melorek satu petak lagi).
P: Cuba tafsirkan jawapannya.
M: Jadi (diam seketika), dua perenam.

Dalam Petikan 4WPP1, Amin mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dengan melukis satu garisan pada satu jalur kertas dan dua garisan pada salah satu daripada bahagian tersebut. Kemudiannya, Amin berkata "Satu perdua tu yang ini. Satu pertiga tu kena belah tiga lagi" menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada dua bahagian sebagai pecahan 1/2. Tingkah laku itu juga mencadangkan beliau membahagikan satu daripada dua bahagian kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Dalam aktiviti ini, nampaknya Amin mentafsir hasil bahagi bagi 1/2 ÷ 1/3 sebagai 1/6.

Selanjutnya, Amin diminta untuk mewakilkan 1/2 ÷ 2/3. Beliau mengambil jalur kertas yang digunakan sebelum itu, melorek satu bahagian tambahan dan berkata "Boleh guna yang sama, tambah satu lagi". Tingkah laku Amin tersebut menunjukkan beliau menganggap satu daripada dua bahagian pada jalur kertas sebagai 1/2 dan juga

menganggap dua daripada tiga bahagian pada salah satu bahagian jalur kertas sebagai 2/3. Dalam aktiviti ini, nampaknya Amin mentafsir hasil bahagi bagi 1/2 ÷ 2/3 sebagai 2/6.

Petikan 4WPP2: Mewakilkan Pecahan Bahagi Pecahan

P: (Berikan beberapa cip kertas kepada murid). Cuba gunakan cip kertas yang disediakan bagi menjelaskan 1/2 ÷ 1/3.
M: Ini satu daripada dua, bahagi dengan tiga (murid melukis pada cip kertas).

P: Cuba jelaskan 1/2 ÷ 1/3 dengan rajah anda.
M: Lorek satu, ada (diam seketika), ada satu perenam.
P: Bagaimanakah anda menjelaskan 1/2 ÷ 2/3 dengan menggunakan cip kertas berikut?
M: Sama, bahagi dua, lorek satu lagi.

P: Apakah maksud rajah anda itu?
M: Jadi (diam seketika), dua perenam.

Dalam Petikan 4WPP2, Amin mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dengan mengambil dua keping cip kertas dan berkata "Ini satu daripada dua". Pernyataan tersebut menunjukkan Amin memisahkan satu daripada dua bahagian dan menganggapnya sebagai pecahan 1/2. Berikutnya, Amin melorek satu daripada tiga bahagian pada salah satu cip kertas dan berkata "Lorek satu, ada satu perenam". Tingkah laku Amin tersebut menunjukkan beliau memisahkan satu daripada tiga bahagian dan menganggapnya sebagai 1/3. Kemudian, Amin berkata "satu perenam" menunjukkan beliau menganggap hasil bahagi bagi 1/2 ÷ 1/3 ialah 1/6.

Selanjutnya, Amin mewakilkan 1/2 ÷ 2/3 dengan menggunakan cip kertas yang sama dan berkata "Sama, bahagi dua, lorek satu lagi". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau mewakilkan 1/2 ÷ 2/3 dengan menggunakan idea yang sama dengan 1/2 ÷ 1/3. Perbezaannya ialah 1/2 ÷ 2/3 dilorek satu bahagian tambahan. Nampaknya, Amin mentafsirkan hasil bahagi 1/2 ÷ 2/3 sebagai 2/6.

Makna Bahagi

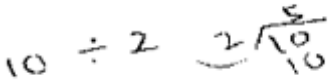
Bahagian ini membabitkan usaha untuk mengenal makna bahagi yang dipunyai oleh Amin. Untuk itu, lima aktiviti yang terdiri daripada simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat, pecahan bahagi nombor bulat, nombor bulat bahagi pecahan, dan pecahan bahagi pecahan telah disediakan. Petikan 4MK1 memaparkan respons beliau mentafsirkan makna bahagi daripada konteks yang membabitkan nombor bulat ÷ nombor bulat, Petikan 4MK2 memaparkan responsnya mentafsirkan makna bahagi daripada konteks yang membabitkan nombor bulat bahagi pecahan, Petikan 4MK3 pula memaparkan responsnya mentafsirkan bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan pecahan bahagi nombor bulat, dan Petikan 4MK4 memaparkan responsnya mentafsirkan bahagi daripada konteks yang membabitkan pecahan bahagi pecahan .

Nombor bulat bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator ditunjukkan kepada Amin. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat. Petikan 4MK1 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 4MK1: Mentafsir Makna Bahagi 2

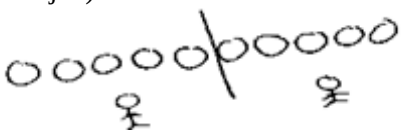
P: (Simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator ditunjukkan kepada murid). Jika nombor-nombor berikut keluar dan masuk (Simulasikan: 8 masuk – 4 keluar; 7 masuk – 3.5 keluar; dan 6 masuk – 3 keluar). Catatkan pasangan nombor yang masuk dan keluar. Cuba teka apakah kalkulator buat pada nombor itu?
M: Bahagi dua.
P: Apakah makna bahagi?
M: Bahagi tu seperti satu benda dibelah dua.

P: Semasa anda belah dua, apakah yang anda fikirkan?
M: Belah dua dengan adil.
P: Cuba jelaskan lagi belah dua dengan adil.
M: Dua bahagian tu sama besar.
P: Kalau saya tekan nombor sepuluh, apa kalkulator buat?
M: (Murid menulis 10 ÷ 2).
P: Cuba jelaskan maknanya.
M: (Murid tunjukkan pembahagian 10 ÷ 2 dalam bentuk lazim).



P: Apakah maksud semua itu?

M: Ada sepuluh objek, dibahagikan sama banyak kepada dua orang, setiap orang dapat lima biji (murid melukis rajah).



P: Anda kata "sama banyak" tu apa maksudnya?

M: Sini nak bahagi dua, jadi kita dapat lima (murid tunjuk pada pembahagian bentuk lazim tadi).

P: Semasa anda lukis garisan tu, anda fikirkan apa?

M: Bahagi dua kumpulan sama banyak.

P: Apakah yang dapat anda tahu dalam pembahagian itu?

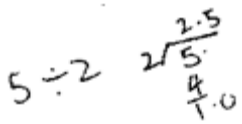
M: Setiap orang dapat lima objek.

P: Jika saya tekan nombor lima, apakah kalkulator akan buat?

M: (Murid menulis 5 ÷ 2).

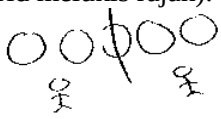
P: Apakah maksud bahagi di situ?

M: (Murid tunjukkan pengiraan 5 ÷ 2 = 2.5 dalam bentuk lazim).



P: Cuba jelaskan makna bahagi dalam pengiraan itu.

M: Ada lima benda, dibahagikan kepada dua orang, kena belahnya supaya adil. Setiap orang dapat dua point lima (murid melukis rajah).



P: Semasa anda lakukan "bahagi dua" tu anda fikirkan apa?

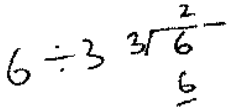
M: Berikan dengan adil kepada dua orang.

P: Apakah maksud adil di situ?

M: Dua orang itu dapat sama banyak.
(Tunjukkan kalkulator yang mempunyai fungsi "÷ 3")

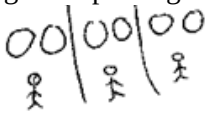
P: Jika saya masukkan nombor enam, apakah kalkulator akan buat?

M: (Murid tunjukkan pengiraan 6 ÷ 3 dalam bentuk lazim).



P: Apakah maksud bahagi di situ?

M: Ada enam barang, ada tiga orang. Setiap orang mesti dapat dua, sebab nak jadikan adil.



P: Semasa anda lukis garisan tu, apa anda fikirkan?

M: Nak pisahkan dua barang.

P: Apakah maksud "pisahkan dua barang"?

M: Ada dua, dua, dua begini.

P: Apakah yang anda dapat tahu daripada pembahagian itu?

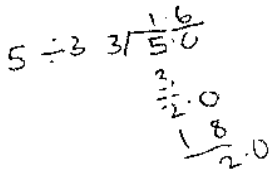
M: Setiap orang dapat dua barang.

P: Jika saya tekan nombor lima, apakah kalkulator akan lakukan?

M: (Murid menulis 5 ÷ 3).

P: Apakah maksud bahagi di situ?

M: (Murid tunjukkan pengiraan 5 ÷ 3 dalam bentuk lazim). Tak habis bahagi cikgu!



P: Apakah makna bahagi dalam pengiraan itu?
M: Ada tiga orang membahagi lima biji tembikai. Seorang dapat satu point enam (murid melukis rajah).

P: Semasa anda melukis garisan pada tembikai kedua tu, apa anda fikirkan?
M: Point enam. Sebelah ini point enam, ia besar sikit berbanding sebelah itu.
P: Semasa anda lukis garisan pada tembikai keempat tu, apa anda fikirkan?
M: Sama, sebelah sana ialah point enam.

Dalam Petikan 4MK1, Amin menganggap operasi yang dilakukan oleh kalkulator dalam simulasi nombor masuk dan keluar sebagai bahagi. Beliau menjelaskan makna bahagi dengan melukis satu garisan pada sebuah bulatan. Menurut Amin, bahagi membabitkan belah dua dengan adil. Berikutnya, beliau menjelaskan “adil” sebagai membelah dengan sama besar saiznya.

Seterusnya, Amin mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 10 ÷ 2 dengan mengira dalam bentuk lazim. Beliau melukis sepuluh bulatan dan satu garisan di antara bulatan kelima dan keenam sambil berkata “Bahagi dua kumpulan sama banyak... Setiap orang dapat lima objek”. Pernyataan tersebut mencadangkan bahawa beliau membahagikan sepuluh buah bulatan kepada dua kumpulan, yang masing-masingnya mempunyai lima bulatan.

Seterusnya, Amin mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 5 ÷ 2 dengan mengira dalam bentuk lazim. Beliau melukis lima buah bulatan dan dua orang. Kemudiannya, Amin melukis satu garisan pada bulatan ketiga dan berkata “kena belahnya supaya adil... setiap orang dapat dua point lima”. Pernyataan tersebut mencadangkan bahawa beliau membahagikan bulatan ketiga kepada dua bahagian sama besar saiznya dan memberikan dua bulatan penuh dan 1/2 daripada bulatan yang lain kepada setiap kumpulan dengan sama banyak.

Selanjutnya, Amin mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 6 ÷ 3 dengan mengira dalam bentuk lazim. Beliau melukis enam buah bulatan dan tiga orang. Kemudiannya, beliau melukis dua garisan dan berkata "Ada enam barang, ada tiga orang. Setiap orang mesti dapat dua, sebab nak jadikan adil". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Amin membahagikan enam buah bulatan kepada tiga orang, yang masing-masingnya mendapat dua buah bulatan dengan sama banyak.

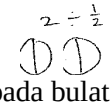
Selanjutnya, Amin mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 5 ÷ 3 dengan mengira dalam bentuk lazim. Kemudiannya, beliau melukis lima buah tembikai dan tiga orang. Berikutnya, Amin melukis satu garisan pada bulatan kedua dan satu garisan pada bulatan keempat. Pernyataan "Sebelah ini point enam, ia besar sikit berbanding sebelah itu" mencadangkan bahawa beliau membayangkan bulatan kedua dan keempat masing-masing dibahagikan kepada dua bahagian, iaitu dengan 0.6 dan 0.4. Tingkah laku Amin selanjutnya mencadangkan beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 5 ÷ 3 sebagai membahagikan lima buah tembikai kepada tiga orang dengan masing-masing mendapat sebanyak 1.6 biji tembikai dan baki ialah 1.8 tembikai.

Nombor bulat bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang dilabelkan dengan "÷ 1/2", "÷ 1/3", dan "÷ 2/3" secara berasingan ditunjukkan kepada Amin. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 2 dan 6 dimasukkan dalam kalkulator itu. Petikan 4MK2 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 4MK2: Mentafsir Makna Bahagi 1/2, 1/3, dan 2/3

P: (Tunjukkan kalkulator yang dilabelkan "÷ 1/2" kepada murid). Kalkulator ini mempunyai tugas lain. Cuba nyatakan tugas kalkulator sekarang?
M: Bahagi satu perdua.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Bahagi satu perdua.
P: Sekarang jika saya tekan nombor dua, apakah yang kalkulator buat?
M: (Murid menulis 2 ÷ 1/2).

P: Apakah maksud bahagi di situ?
M: Bahagi dua bulatan itu kepada dua belah sama banyak (murid melukis rajah).



P: Semasa anda melukis dua garisan pada bulatan tu, anda fikir apa?
M: Saya belah dua.
P: Apakah yang anda dapat tahu daripada pembahagian itu?
M: Ada satu, dua , tiga, empat setengah bulatan semuanya (murid tunjuk pada bulatan).
P: Jika saya tekan nombor enam, apakah kalkulator buat?
M: (Murid menulis 6 ÷ 1/2).
P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Ada enam bulatan, lepas tu setiap bulatan kena belah setengah menjadi banyak, begini (murid melukis rajah).

P: Anda kata "dibelah setengah" tu, apa maksudnya?
M: Belah bulatan kepada dua bahagian sama besar.
P: Apakah yang anda dapat tahu daripada pembahagian itu?
M: Bilangan setengah ada satu, dua,..., dua belas semuanya.
P: (Tunjukkan kalkulator yang mempunyai fungsi "÷ 1/3"). Kalkulator ini mempunyai tugas lain pula. Cuba nyatakan tugas kalkulator itu sekarang?
M: Bahagi satu pertiga.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Bahagi satu pertiga.
P: Sekarang jika saya tekan nombor dua, apakah yang kalkulator buat?
M: (Murid menulis 2 ÷ 1/3).
P: Apakah maksud bahagi di situ?
M: Ada dua bulatan, dibahagikan kepada tiga bahagian. Ada enam semuanya.

P: Anda kata "dibahagi kepada tiga bahagian" tu apa maksudnya?
M: Belah setiap bulatan kepada tiga bahagian sama.
P: Apakah yang anda dapat tahu dari pembahagian itu?
M: Ada enam bahagian kecil semua, satu, dua, ... , enam.
P: (Tunjukkan kalkulator yang mempunyai fungsi "÷ 2/3"). Katakan kalkulator hanya boleh lakukan pembahagian ini sahaja. Jika saya tekan dua, apakah kalkulator buat?
M: (Murid menulis "2 ÷ 2/3").
P: Apakah maksud bahagi di situ?
M: Ada dua buah bulatan, dipisahkan kepada tiga bahagian setiap satu. Ambil dua bahagian setiap satu, ada empat semuanya.

P: Semasa anda lorek dua bahagian pada satu bulatan tu, anda fikir apa?
M: Pilih dua pertiga.
P: Apakah yang anda dapat tahu dari pembahagian itu?
M: Ada empat bahagian.

Dalam Petikan 4MK2, Amin mentafsirkan makna bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 2 ÷ 1/2 dengan melukis dua bulatan dan satu garisan pada setiap bulatan tersebut. Kemudiannya, Amin berkata "Bahagi dua bulatan itu kepada dua belah sama banyak" menunjukkan bahawa beliau menganggap dua bulatan tersebut dibahagikan

kepada dua bahagian sama besar. Sebagai penjelasan lanjut, Amin menyebut “ada satu, dua, tiga, empat setengah bulatan semuanya” mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 2 ÷ 1/2 sebagai membahagikan dua bulatan kepada dua bahagian masing-masing.

Berikutnya, Amin mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 6 ÷ 1/2 dengan melukis enam bulatan dan berkata “setiap bulatan kena belah setengah menjadi banyak...belah bulatan kepada dua bahagian sama besar”. Pernyataan tersebut mencadangkan bahawa beliau membahagikan setiap bulatan kepada dua bahagian sama besar. Sebagai penjelasan lanjut, Amin menyebut “bilangan setengah ada satu, dua,..., dua belas semuanya” menunjukkan beliau mentafsirkan makna pembahagian yang membabitkan 6 ÷ 1/2 sebagai membahagikan enam bulatan kepada dua bahagian masing-masing.

Seterusnya, Amin mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 2 ÷ 1/3 dengan melukis dua buah bulatan yang dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, Amin menyebut “ada enam bahagian kecil semua, satu, dua, ... , enam” menunjukkan bahawa beliau membahagikan dua buah bulatan kepada tiga bahagian masing-masing dan beliau mendapati terdapat sebanyak enam bahagian bulatan yang bersaiz 1/3 secara keseluruhannya.

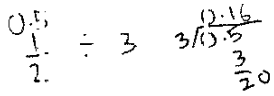
Selanjutnya, Amin mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan “2 ÷ 2/3” dengan melukis dua buah bulatan yang dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar. Pernyataan “Ambil dua bahagian setiap satu, ada empat semuanya” menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga bahagian tersebut sebagai 2/3. Tingkah laku Amin seterusnya mencadangkan bahawa beliau menganggap terdapat empat bahagian bulatan yang bersaiz 2/3 secara keseluruhannya.

Pecahan bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang dilabelkan dengan “÷ 3” ditunjukkan kepada Amin.

Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 1/2, 1/3, dan 2/3 dimasukkan ke dalam kalkulator berkenaan. Petikan 4MK3 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 4MK3; Mentafsir Makna Bahagi 3

P: Apakah kalkulator buat jika saya tekan satu perdua?
M: (Murid menulis 1/2 ÷ 3).
P: Cuba jelaskan maksud bahagi.
M: (Murid tunjukkan pengiraan 1/2 ÷ 3 = 0.16).



P: Apakah maksud bahagi di situ?
M: Katakan kek, ini separuh. Belah kepada tiga bahagian (murid melukis dan melorek rajah).

P: Semasa anda lukis dua garisan pada separuh bulatan tu, apa yang anda fikirkan?
M: Belah tiga dengan adil.
P: Sekiranya saya tekan dua pertiga, apakah kalkulator buat?
M: (Murid menulis 2/3 ÷ 3).
P: Cuba jelaskan maksud bahagi di situ.
M: Dia ada dua pertiga bahagian kek dan kawasan dua pertiga tu perlu dibahagikan kepada tiga bahagian seperti ini.

P: Cuba jelaskan bahagian yang anda tanda itu sekali lagi.
M: Belah dua pertiga kepada tiga bahagian. Saya tanda "rait" ada dua, satu lagi di tengah.
P: Jadi, apakah makna bahagi tiga?
M: Belah satu kek kepada tiga bahagian sama besar.

Dalam Petikan 4MK3, Amin mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 1/2 ÷ 3 dengan membuat pengiraan bahagi dalam bentuk lazim. Beliau menjelaskan pengiraan itu dengan melukis sebuah kek berbentuk bulatan yang dibahagikan kepada dua bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, Amin berkata "Katakan kek, ini separuh. Belah kepada tiga bahagian" menunjukkan bahawa beliau membahagikan salah satu daripada dua bahagian kek tersebut kepada tiga bahagian. Pernyataan "belah tiga dengan adil" mencadangkan bahawa Amin mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 1/2 ÷ 3 sebagai membahagikan satu daripada dua bahagian bulatan kepada tiga bahagian sama besar saiznya.

Berikutnya, Amin mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan 2/3 ÷ 3 dengan melukis sebuah kek berbentuk bulatan dan menyebut "dua pertiga tu perlu dibahagikan kepada tiga bahagian". Pernyataan tersebut mencadangkan Amin memisahkan dua daripada tiga bahagian dan membahaginya kepada tiga bahagian yang lebih kecil. Seterusnya, Amin meletakkan tanda pada dua daripada tiga bahagian yang lebih kecil itu dan menjelaskan "saya tanda rait tu ada dua, satu lagi di tengah". Tingkah laku Amin itu mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 2/3 ÷ 3 dengan membahagikan dua daripada tiga objek kepada tiga bahagian masing-masing dengan sama besar saiznya.

Pecahan bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang dilabelkan dengan "÷ 1/2" ditunjukkan kepada Amin. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 1/2 dan 2/3 dimasukkan ke dalam kalkulator itu. Petikan 4MK4 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 4MK4: Mentafsirkan Bahagi 1/2

P: Baiklah, jika saya tekan nombor 1/3, apakah kalkulator akan buat?
M: (Murid menulis 1/3 ÷ 1/2)
P: Apakah makna bahagi pada operasi itu?
M: Ada sebuah bulatan, dibelah tiga, satu kita belah lagi (murid melukis rajah).

P: Semasa anda lukis satu garisan tu, anda fikir apa?
M: Saya belah dua.
P: Apakah maksud 1/3 ÷ 1/2 pada rajah itu?
M: (Diam seketika). Ini satu (murid melorek satu bahagian).
P: Apakah maksud yang dilorek itu?
M: Ada satu bahagian ini sahaja yang diambil dari bulatan.
P: Baiklah, apakah berlaku jika 2/3 ditekan?
M: (Murid menulis 2/3 ÷ 1/2).
P: Apakah makna bahagi pada simbol itu?
M: Ada sebuah bulatan, ambil dua pertiga. Dua bahagian itu perlu dibelah lagi seperti asal.

P: Anda kata "dua bahagian perlu dibelah lagi seperti asal", apa maksudnya?
M: Oh! Yang tu kita belah dua ikut saiz asal, sebab ia ada dua.
P: Apakah yang anda dapat tahu daripada pembahagian itu?
M: Ada satu daripada bahagian ini (murid tunjuk pada salah satu bahagian yang ditandakan).

Dalam Petikan 4MK4, Amin mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 1/3 ÷ 1/2 dengan melukis sebuah bulatan dan tiga garisan. Kemudiannya, Amin berkata "sebuah bulatan, dibelah tiga, satu kita belah lagi" mencadangkan bahawa beliau membahagikan satu benda kepada tiga bahagian sama besar dan seterusnya membahagikan satu daripada tiga bahagian tersebut kepada dua bahagian yang lebih kecil. Seterusnya, Amin melorek satu daripada dua bahagian yang lebih kecil itu dan berkata "ada satu bahagian ini sahaja yang diambil" mencadangkan beliau mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan 1/3 ÷ 1/2 sebagai membahagikan satu objek kepada tiga bahagian sama besar saiznya dan membahagikan salah satu daripada bahagian tersebut kepada dua bahagian yang lebih kecil.

Berikutnya, Amin diminta mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 2/3 ÷ 1/2. Amin melukis sebuah bulatan yang dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar dan berkata "Ada sebuah bulatan, ambil dua pertiga. Dua bahagian itu perlu dibelah lagi seperti asal". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Amin menganggap dua daripada tiga bahagian sebagai pecahan 2/3. Kemudiannya, Amin meletakkan tanda pada dua daripada bahagian berkenaan dan menyebut "ada satu daripada bahagian ini". Pernyataan itu mencadangkan bahawa Amin mentafsirkan makna pembahagian yang membabitkan 2/3 ÷ 1/2 dengan membahagikan satu objek kepada tiga bahagian sama besar saiznya dan membahagikan bahagian yang diwakili oleh 2/3 kepada dua bahagian sama besar saiznya.

Menyelesaikan Masalah Pembahagian Pecahan

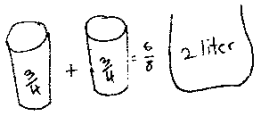
Tugasan ini terdiri daripada empat aktiviti, iaitu menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, masalah membabitkan tongkat, masalah membabitkan bar coklat, dan masalah membabitkan piza. Petikan 4SPP1 memaparkan respons Amin menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, manakala Petikan 4SPP2 pula

memaparkan tingkah laku beliau menyelesaikan masalah membabitkan tongkat buluh, sementara Petikan 4SPP3 memaparkan respons beliau menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat, dan Petikan 4SPP4 pula memaparkan tingkah lakunya menyelesaikan masalah membabitkan piza.

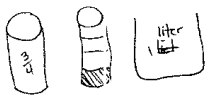
Masalah membabitkan jus oren. Dalam aktiviti ini, Amin diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan menyukat 2 *l* jus oren menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l*. Petikan 4SPP1 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4SPP1: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Jus Oren

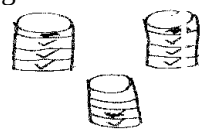
P: (Sediakan satu gambar cawan di hadapan murid). Katakan suatu cawan mempunyai muatan maksimum 3/4 *l*. Jika anda hendak menyukat jus oren sebanyak 2 *l* dengan menggunakan cawan itu, jelaskan berapakah bilangan cawan yang diperlukan?
M: (Diam seketika). Dua.
P: Cuba tunjukkan bagaimanakah anda mendapatnya?
M: (Murid melukis dua buah cawan dan diam seketika).



P: 3/4 *l* dengan 1 *l*, mana lebih besar?
M: 1 *l*.
P: Berapakah perbezaannya?
M: (Diam seketika). 1/4 *l*.
P: Sekarang tunjukkan berapakah bilangan cawan yang diperlukan?
M: (murid menulis 3/4 *l* pada kedua-dua cawan dan diam seketika). Kena ada tiga cawan.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab "3/4 + 3/4 = 6/8", tak cukup lagi 2 *l*. 2 *l* tu kena jadi 8/8.
P: Berapa banyak lagi yang tak cukup?
M: 2/8 lagi.
P: Katakan anda ada 1 *l* jus oren, cuba cari bilangan cawan yang diperlukan?
M: Dua.
P: Cuba tunjukkan bagaimanakah anda mendapatnya?
M: (Murid melukis cawan).



P: Berapakah muatan bagi cawan pertama?
M: 3/4 *l*.
P: Penuhkah cawan itu?
M: Penuh.
P: Bagaimanakah dengan cawan kedua, penuhkah?
M: Tak.
P: Cuba beritahu sukatan pada cawan kedua
M: 1/4 cawan.
P: Sekarang, cuba beritahu saya bilangan cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren?
M: Ada 2 cawan penuh dan satu lagi ialah 2/4 cawan (murid melukis tiga buah cawan).



Dalam Petikan 4SPP1, Amin menyatakan dua buah cawan yang mempunyai muatan 4 *l* diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren. Amin menjelaskan jawapannya dengan melukis dua buah cawan dan menulis 3/4 *l* pada sisi setiap cawan berkenaan. Berikutnya, Amin tunjukkan pengiraan "3/4 + 3/4 = 6/8" dan menyebut "tak cukup lagi 2 *l*. 2 *l* tu kena jadi 8/8" mencadangkan bahawa beliau menganggap 4/4 *l* bersamaan 1 *l* jus oren, manakala 8/8 *l* pula dianggapkan sebagai 2 *l* jus oren. Berikutnya, Amin menjelaskan bahawa sebanyak 2/8 *l* jus oren lagi diperlukan untuk menjadi 2 *l*.

Seterusnya, Amin diminta untuk mengenal pasti bilangan cawan yang diperlukan bagi menyukat 1 *l* jus oren. beliau melukis dua buah cawan dan menulis 3/4 *l* pada salah satu cawan, manakala pada sebuah cawan lain dibahagikan kepada empat bahagian dan dilorek satu daripada bahagian tersebut. Berikutnya, Amin diminta untuk menyukat 2 *l* jus oren dengan menggunakan cawan yang mempunyai muatan 4 *l*. Beliau melukis tiga buah cawan yang dibahagikan kepada empat bahagian dan menyebut "ada 2 cawan penuh dan satu lagi ialah 2/4 cawan". Tingkah laku Amin tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga bahagian pada cawan pertama dan kedua sebagai dua cawan penuh, manakala dua daripada empat bahagian pada cawan ketiga dianggapkan sebagai 2/4 cawan.

Masalah membabitkan tongkat buluh. Dalam aktiviti ini, Amin diminta untuk menyelesaikan masalah tongkat buluh yang membabitkan memotong buluh dengan panjang tertentu menjadi beberapa batang tongkat pelbagai ukuran. Petikan 4SPP2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4SPP2: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Tongkat Buluh

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Ini ialah sebatang buluh berukuran 10 *cm*. Anda diminta untuk memotong buluh tersebut bagi membentuk tongkat buluh berukuran 2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 2 *cm* yang dapat anda bentuk semuanya?

M: Ini 1 *cm*, 2 *cm*, 3, ..., 9, 10 *cm* (murid melukis pada jalur kertas).

P: Cuba tunjukkan cara anda menyediakan tongkat yang berukuran 2 *cm* itu.

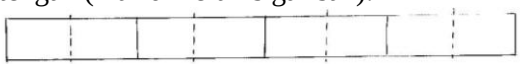
M: Potong 1 *cm*, 2 *cm*, ..., 10 *cm* (murid menggunting setiap dua bahagian).

P: Berapakah bilangan tongkat 2 *cm* yang dapat anda sediakan?

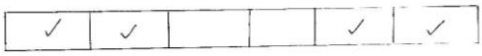
M: Lima batang.

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

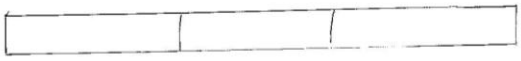
M: Kalau satu bahagian ini 1 *cm*, jadi kena potong 2 bahagian sebab nak jadi 2 *cm*.
P: Katakan ini adalah buluh berukuran 4 *cm***.** Jika anda hendak menyediakan tongkat berukuran 1/2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat berukuran 1/2 *cm* yang anda dapat sediakan?
M: 4 *cm*. Setiap bahagian ini ialah 1 *cm* (murid melukis tiga garisan).
P: Cuba tunjukkan cara anda memotong tongkat 1/2 *cm*.
M: Ini 1 *cm*, belah di tengah (murid melukis garisan).



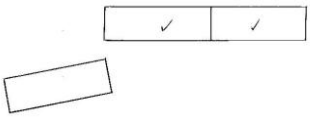
P: Ada berapakah bilangan tongkat 1/2 *cm* semua sekali?
M: (Murid menggunting jalur kertas). Lapan.
P: Jika anda ada buluh berukuran 2 *cm*, cuba potong buluh tersebut bagi membentuk tongkat berukuran 2/3 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat yang dapat anda bentuk?
M: Ini 2 *cm* (murid melukis pada salah satu bahagian).
P: Cuba jelaskan seterusnya.
M: 2/3 *cm* (diam seketika) ini ialah 2/3 *cm*.
P: Bagaimanakah anda tahu itu 2/3 *cm*?
M: Sebab kita andaikan bahagian yang lebih luas ni ada 2 bahagian.
P: Jadi, anda akan dapat berapa batang tongkat sepanjang 2/3 *cm*?
M: Satu (diam seketika) dua (murid melorek 2/3 *cm* dan bilang 1, lorek 2/3 *cm* lagi dan bilang 2). Ada lebih 2 bahagian lebih.



P: Cuba nyatakan berapakah bilangan tongkat yang dapat anda sediakan?
M: Satu, dua, tiga. Ada tiga semuanya.
P: Sekarang, anda ada 3/4 *cm*, jika anda dikehendaki memotong 1/2 *cm* setiap satu, berapakah bilangan tongkat berukuran 1/2 *cm* dapat anda buat?
M: Kita ada 3/4 *cm*, tak cukup 1 *cm* (murid melukis garisan). Ini tiga daripada empat bahagian.



P: Jadi berapakah bilangan tongkat berukuran 1/2 *cm* yang dapat anda hasilkan?
M: Kita ambil 2 bahagian, ini setengah sebab 2/4 *cm* (murid menggunting satu bahagian). Kita ada 1 dan 1/2 tongkat.



Dalam Petikan 4SPP2, Amin menyelesaikan masalah memotong buluh berukuran 10 *cm* bagi membentuk tongkat buluh berukuran 2 *cm* dengan membahagikan satu jalur kertas kepada 10 bahagian sama besar. Kemudiannya, beliau mengunting setiap dua bahagian dan berkata “kalau satu bahagian ini 1 *cm*, jadi kena potong 2 bahagian sebab nak jadi 2 *cm*”. Tingkah laku Amin tersebut menunjukkan bahawa beliau membahagikan lima pasangan bahagian berkenaan dan menganggap terdapat lima batang tongkat dihasilkan semuanya.

Berikutnya, Amin diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan memotong buluh berukuran 4 *cm* bagi membentuk tongkat berukuran 1/2 *cm*. Beliau melukis tiga garisan pada satu jalur kertas bagi membentuk empat bahagian sama besar dan berkata "ini 1 *cm*, belah ia di tengah". Pernyataan tersebut menunjukkan Amin mengenal pasti ukuran 1 *cm* terlebih dahulu sebelum menentukan ukuran 1/2 *cm*. Tingkah laku Amin selanjutnya mencadangkan beliau menganggap terdapat lapan batang tongkat berukuran 1/2 *cm* semua sekali.

Selanjutnya, Amin diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan penyediaan tongkat berukuran 2/3 *cm* daripada sebatang buluh berukuran 2 *cm*. Amin melukis satu garisan pada satu jalur kertas bagi membentuk dua bahagian yang sama besar. Kemudiannya, Amin membahagikan setiap bahagian berkenaan dan menyebut "2/3 *cm*... ini ialah 2/3 *cm*... sebab kita andaikan bahagian yang lebih luas ni ada 2 bahagian... satu, dua, ada dua bahagian lebih". Pernyataan tersebut mencadangkan Amin menganggap dua daripada tiga bahagian pada setiap 1 *cm* jalur kertas dan mendapati terdapat tiga batang tongkat berukuran 2/3 semuanya.

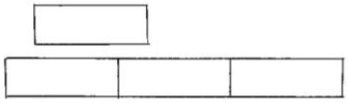
Akhirnya, Amin diminta untuk menyelesaikan masalah penyediaan tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada sebatang buluh berukuran 3/4 *cm*. Amin melukis dua garisan pada sehelai jalur kertas bagi membentuk tiga bahagian sama besar. Pernyataan "kita ada 3/4 *cm*, tak cukup 1 *cm*. Ini tiga daripada empat bahagian" mencadangkan Amin membahagikan tiga bahagian pada jalur kertas tersebut dan menganggapnya sebagai pecahan 3/4. Kemudiannya, Amin mengunting dua daripada tiga bahagian dan berkata "Kita ambil 2 bahagian, ini setengah sebab 2/4 *cm*". Pernyataan tersebut dapat ditafsirkan bahawa Amin menganggap 2/4 *cm* adalah menyamai 1/2 *cm*. Tingkah laku Amin selanjutnya menunjukkan bahawa beliau mendapati terdapat sebanyak satu dan setengah batang tongkat berukuran 1/2 *cm* dapat dihasilkan daripada sebatang buluh yang berukuran 3/4 *cm*.

Masalah membabitkan bar coklat. Dalam aktiviti ini, Amin diminta untuk menyelesaikan masalah bar coklat yang membabitkan agihan 1/4 bar coklat kepada empat orang rakannya. Petikan 4SPP3 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4SPP3: Menyelesaikan Masalah Bar Coklat

P: (Beberapa jalur kertas disediakan di hadapan murid). Jika ini adalah bar coklat. Tunjukkan bagaimanakah anda mengambil 1/4 bar coklat tersebut?

M: Kita buat empat bahagian. Ambil satu sahaja (murid melukis garisan).

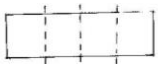


P: Katakan empat orang kawan anda datang dan anda memberikan semua coklat tersebut kepada mereka. Bagaimanakah anda membahagikan semua coklat anda kepada empat orang kawan anda?

M: Belah empat.

P: Cuba tunjukkan.

M: (Murid melukis garisan).



P: Cuba cari nilai pecahan coklat yang diperoleh setiap orang rakan anda.

M: Satu perempat.

P: Bagaimanakah anda mendapat itu?

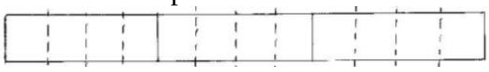
M: Ada empat, lorek ni, satu.

P: Cuba cari nilai pecahan kalau semua bahagian lain juga diambil kira.

M: 1/16.

P: Bagaimanakah anda mendapat 1/16?

M: Bahagian lain juga kena belah empat.



P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?

M: (Diam seketika dan menulis "1/4 ÷ 4= 1/16")

P: Bagaimanakah anda mendapatnya?

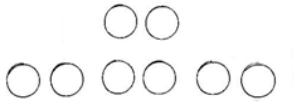
M: (Diam seketika). Tak ingat!

Dalam Petikan 4SPP3, Amin menyelesaikan masalah yang membabitkan bar coklat dengan melukis tiga garisan pada sehelai jalur kertas bagi membentuk empat bahagian sama besar saiznya dan menyebut "buat empat bahagian. Ambil satu sahaja". Pernyataan tersebut mencadangkan beliau menganggap satu daripada empat bahagian sebagai 1/4 coklat. Kemudiannya, Amin membahagikan bahagian yang diwakili oleh 1/4 tersebut kepada empat bahagian lebih kecil. Berikutnya, Amin mentafsirkan nilai pecahan coklat yang diterima oleh seorang rakannya dengan berkata "Bahagian lain juga kena belah empat" dan menulis "1/4 ÷ 4= 1/16". Tingkah laku Amin berkenaan menunjukkan beliau menganggap seorang rakannya menerima 1/16 coklat.

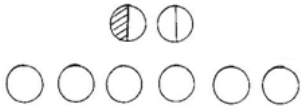
Masalah membabitkan piza. Dalam aktiviti ini, Amin diminta untuk menyelesaikan masalah membabitkan piza. Petikan 4SPP4 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 4SPP4: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Piza

P: (Sediakan lapan cip kertas di hadapan murid). Jika ini adalah piza yang dibeli oleh emak anda. Cuba ambil satu perempat piza tersebut.
M: Guntingkah?
P: Boleh.
M: Ini satu perempat (murid menggunting dua cip).



P: Bagaimanakah anda tahu itu satu perempat?
M: Sebab (diam seketika), dua bulatan itu satu, dua bulatan ini dua, kita ada empat semua.
P: Sekarang katakan datang empat orang kawan, anda memberikan semua piza anda kepada mereka. Tunjukkan bagaimanakah anda membahagikan piza tersebut kepada rakan-rakan anda.
M: (Diam seketika).
P: Cuba ceritakan apakah sedang anda fikirkan?
M: Kita belah begini (murid melukis satu garisan pada setiap cip kertas yang digunting).
P: Cuba nyatakan nilai pecahan piza yang diperoleh setiap rakan anda.
M: (Murid melorek satu bahagian dan diam seketika).



P: Apakah pecahan piza yang diperoleh setiap orang rakan anda?
M: Satu, dua, tiga, ..., enam belas. Ada 1/16.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: (Murid tunjuk pengiraan "1/4 ÷ 4 = 1/16"). Ini caranya.
P: Bagaimanakah anda mengiranya?
M: (Diam seketika). Tak tahu.

Dalam Petikan 4SPP4, Amin menyelesaikan masalah membabitkan piza dengan mengunting dua daripada lapan cip kertas dan menyebut "ini satu perempat... dua bulatan itu satu, dua bulatan ini juga dua, kita ada empat semua". Pernyataan tersebut menunjukkan Amin memisahkan dua daripada lapan cip kertas dan menganggapnya sebagai 1/4 piza. Berikutnya, Amin diminta untuk membahagikan piza kepunyaannya kepada empat orang rakannya. Beliau melukis satu garisan pada dua piza yang diwakili oleh 1/4 tadi dan berkata "kita belah begini... Satu, dua, tiga, ..., enam belas. Ada 1/16". Pernyataan Amin itu menunjukkan bahawa beliau membayangkan setiap cip kertas

dibelah kepada dua bahagian sama besar dan beliau menganggap terdapat enam belas separuh cip kertas semuanya. Tingkah laku Amin seterusnya, menunjukkan bahawa beliau menganggap seorang rakannya menerima sebanyak 1/16 piza.

Rumusan Konsepsi Amin

Pada umumnya, saya mentafsirkan konsepsi Amin tentang pecahan, makna bahagi, pembahagian pecahan, dan penyelesaian masalah bahagi yang membabitkan pecahan adalah seperti berikut:

1) Menggambarkan satu benda dibahagikan kepada *y* bahagian sama besar dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3). Selain itu, beliau menggambarkan *y* benda sama jenis dan menganggap *x* daripada *y* benda sebagai *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3). Bagi pecahan tak wajar, beliau menggambarkan *p/q* (*p/q* ialah 4/3 dan 7/3) sebagai beberapa objek yang masing-masingnya mempunyai *q* bahagian sama besar. Beliau menganggap *q* bahagian pada beberapa objek dan satu daripada tiga bahagian pada objek yang lain sebagai *p/q*. Dalam menggambarkan pecahan, Amin menggunakan perwakilan bersifat selanjar dan diskret untuk menjelaskan gambarannya tentang 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3, dan 7/3. Perwakilan berbentuk selanjar yang digunakan adalah seperti bulatan manakala perwakilan berbentuk diskret pula adalah bilah mata kipas angin. Gambaran yang paling dominan ialah bulatan bersifat selanjar.
2) Mewakilkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, 1/4, atau 2/4) dengan membahagikan jalur kertas kosong atau mencatum bahagian bersebelahan pada jalur kertas komposit kepada *y* bahagian sama saiz. Amin menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y*. Dalam kes yang membabitkan penggunaan cip kertas, Amin menyusun *y* cip kertas atau menggabungkan beberapa cip kertas bagi membentuk *y* kumpulan sama bilangan. Beliau menganggap *x* daripada *y* kumpulan cip kertas sebagai *x/y*. Selain itu, Amin mewakilkan *p/q* (*p/q* ialah 4/3

atau 7/3; *a b/q* ialah 1 1/3 atau 2 1/3) dengan membahagikan beberapa jalur kertas kepada *q* bahagian sama besar. Beliau menganggap *a* bahagian pada jalur kertas pertama dan *b* daripada *q* bahagian pada satu jalur kertas kedua sebagai *p/q*. Dalam aktiviti yang membabitkan cip kertas, Amin mewakilkan *p/q* dengan membentuk *a* kumpulan dengan *q* cip kertas dan *b* daripada *q* cip kertas pada kumpulan lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan membentuk *p/q*.

3) Mentafsirkan pecahan dari perwakilan berbentuk selanjar dengan membahagikan bilangan petak yang ditafsirkan pecahannya dengan jumlah bilangan petak pada seluruh rajah sebagai *x/y*, membahagikan bilangan petak lain yang memenuhi petak yang ditafsirkan pecahan dengan jumlah bilangan petak lain yang memenuhi seluruh rajah, dan membahagikan bilangan petak yang dibayangkan memenuhi petak yang ditafsirkan pecahan dengan jumlah bilangan petak bayangan yang dianggapkan memenuhi seluruh rajah. Dalam kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret, beliau membahagikan di antara bilangan kumpulan bagi bulatan yang ditafsirkan pecahannya dengan jumlah kumpulan bulatan yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai *x/y*.

4) Membandingkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 3/4 dan 3/5) dengan membahagikan satu benda kepada *y* bahagian dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y*. Semasa membanding pecahan, Amin menganggap keluasan *x* pada 3/4 adalah lebih besar berbanding dengan keluasan *x* pada 3/5. Selain itu, Amin membandingkan *p/q* (*p/q* ialah 5/3 dan 5/4; *a b/q* ialah 1 2/3 dan 1 1/4) dengan membentuk dua objek, yang masing-masing dibahagikan kepada *q* bahagian sama besar. Seterusnya, beliau menganggap *a* objek pertama dan *b* daripada *q* bahagian pada objek kedua sebagai *p/q*. Dalam membanding pecahan, Amin menganggap keluasan *b* pada 5/3 adalah lebih besar berbanding keluasan *b* pada 5/4.

5). Mewakilkan $n \div x/y$ ($n \div x/y$ ialah $2 \div 1/4$ dan $2 \div 2/4$) dengan membahagikan satu bahan berbentuk selanjar kepada *n* bahagian sama besar. Kemudiannya, beliau membahagikan salah satu daripada bahagian tersebut kepada *y* bahagian. Seterusnya, Amin mentafsirkan hasil bahagi bagi $n \div x/y$ sebagai ada sebanyak n pecahan *x/y* dalam seluruh bahan berbentuk selanjar tersebut. Dalam konteks bahan berbentuk diskret pula, Amin menggunakan idea yang sama seperti beliau wakilkan $n \div x/y$ dengan menggunakan bahan berbentuk selanjar.

Selain itu, Amin mewakilkan $x/y \div n$ ($x/y \div n$ ialah $1/3 \div 2$, $2/3 \div 2$, $1/4 \div 3$, dan $3/4 \div 3$) dengan membahagikan satu objek kepada *y* bahagian sama besar saiznya dan menganggap *x* daripada *y* bahagian tersebut sebagai pecahan *x/y*. Kemudiannya, *x* bahagian berkenaan dibahagikan sekali lagi kepada *n* bahagian yang lebih kecil. Beliau membayangkan bahagian lain juga dibahagikan kepada *n* bahagian sama besar. Amin mentafsirkan hasil bahagi bagi $x/y \div n$ sebagai bilangan bahagian yang terbentuk dalam seluruh bahan berbentuk selanjar itu. Seterusnya, Amin mewakilkan $x/y \div n$ dengan mengambil *y* cip kertas dan menganggap *x* daripadanya sebagai *x/y*. Kemudiannya, beliau membahagikan *x* cip kertas kepada *y* bahagian sama besar saiznya. Amin membayangkan setiap cip kertas juga dibahagikan kepada dua bahagian sama besar. Beliau mentafsirkan hasil bahagi bagi $x/y \div n$ sebagai bilangan bahagian yang terdapat pada semua cip kertas berkenaan.

Untuk kes yang membabitkan $x/y \div n/m$ ($x/y \div n/m$ ialah $1/2 \div 1/3$ dan $1/2 \div 2/3$), Amin membahagikan satu bahan berbentuk selanjar kepada *y* bahagian sama besar dan beliau menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai pecahan *x/y*. Kemudiannya, beliau membahagikan bahagian yang diwakili oleh *x* kepada *m* bahagian yang sama besar. Berikutnya, Amin melorek *n* daripada *m* bahagian pada bahagian yang diwakili oleh *x*. Dalam mentafsirkan hasil bahagi bagi $x/y \div$

n/m, nampaknya Amin membayangkan setiap bahagian yang lain juga dibahagikan kepada *m* bahagian yang sama besar dan dilorek *n* daripadanya dibahagikan dengan jumlah bahagian yang terdapat pada seluruh bahan berbentuk selanjar. Bagi bahan berbentuk diskret, nampaknya Amin menggunakan idea yang sama semasa beliau mewakilkan *x/y* ÷ *n/m* dengan menggunakan bahan berbentuk selanjar.

6). Mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan *x* ÷ *y* (*x* ÷ *y* ialah 10 ÷ 2, 5 ÷ 2, 6 ÷ 3, dan 5 ÷ 3) dengan melukis *x* objek berbentuk bulatan dan membentuk *y* kumpulan dengan setiap kumpulan mempunyai sebanyak *x/y* objek. Nampaknya Amin mengira operasi bahagi dengan pembahagian bentuk lazim sebelum menjelaskan dengan perwakilan. Beliau hanya menggunakan objek berbentuk diskret untuk menjelaskan makna bahagi.

Amin mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan *n* ÷ *x/y* (*n* ÷ *x/y* ialah 2 ÷ 1/2, 6 ÷ 1/2, 2 ÷ 1/3, dan 2 ÷ 2/3) dengan melukis *n* objek dan membahagikan setiap objek kepada *y* bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap bilangan *x/y* yang wujud pada setiap objek sebagai *n* ÷ *x/y*. Beliau hanya mentafsirkan *x/y* berasaskan bahagian yang terdapat pada objek yang sama sahaja. Beliau tidak menganggap bahagian pada objek berlainan untuk digabungkan sebagai pecahan *x/y*. Amin hanya menggunakan objek diskret yang berbentuk bulatan untuk menjelaskan *n* ÷ *x/y*.

Selain itu, Amin mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan *x/y* ÷ *n* (*x/y* ÷ *n* ialah 1/2 ÷ 3 dan 2/3 ÷ 3) dengan melukis satu objek berbentuk bulatan dan membahaginya kepada *y* bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau membahagikan *x* daripadanya kepada *n* bahagian sama besar saiznya. Nampaknya, Amin hanya menggunakan objek berbentuk selanjar bagi menjelaskan makna bahagi yang membabitkan *x/y* ÷ *n*.

Selanjutnya, beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan *x/y* ÷ *p/q* (*x/y* ÷ *p/q* ialah 1/3 ÷ 1/2 dan 2/3 ÷ 1/2) sebagai membahagikan satu objek kepada *y* bahagian dan membahagikan *x* daripada *y* bahagian kepada *q* bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap *p* bahagian yang terbentuk dalam *q* bahagian sebagai *x/y* ÷ *p/q*.

7). Menyelesaikan masalah membabitkan jus oren dengan menggunakan dua idea, iaitu operasi tambah pecahan dan hubungan bahagian dan keseluruhan. Beliau menggunakan idea penambahan pecahan apabila menyatakan "3/4 + 3/4 = 6/8". Semasa menambah pecahan, beliau menyatakan 6/8 *l* tidak cukup 2 *l* dengan alasan 4/4 *l* ialah bersamaan 1 *l* dan 8/8 *l* bersamaan 2 *l*. Namun begitu, kaedah ini tidak dapat diteruskan bagi menjustifikasikan jawapan bagi penyelesaian tersebut. Seterusnya, Amin menggunakan idea kedua dengan melukis empat bahagian sama besar saiznya pada dua buah cawan. Akhirnya, beliau berjaya memberikan jawapan iaitu sebanyak dua cawan dan 2/3 cawan yang sebuah lagi diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren.

Selain itu, Amin membentuk tongkat berukuran x/y c*m* daripada buluh berukuran n c*m* dengan dua cara, iaitu hubungan bahagian-keseluruhan berasaskan saiz tongkat dan hubungan bahagian-keseluruhan berasaskan saiz buluh. Bagi kes yang membabitkan buluh berukuran 10 *cm* dan tongkat berukuran 2 *cm*, buluh berukuran 4 *cm* dan tongkat berukuran 1/2 *cm*, dan buluh berukuran 2 *cm* dan tongkat berukuran 2/3 *cm*, beliau membahagikan satu jalur kertas kepada *n* bahagian dan membentuk *y* bahagian dalam setiap 1 *cm*. Akhirnya, Amin membilang tongkat berasaskan saiz tongkat, iaitu *x/y cm*. Bagi kes yang membabitkan buluh berukuran 3/4 *cm* dan tongkat berukuran 1/2 *cm*, Amin membilang tongkat berasaskan ukuran buluh. Misalnya beliau mengatakan 2/4 *cm* ialah sebatang tongkat kerana bersamaan dengan 1/2 *cm*. Manakala satu bahagian

lagi ialah dianggapkan sebagai 1/4 batang tongkat kerana beliau mengukurnya berasaskan ukuran buluh.

Seterusnya, Amin menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat dan piza dengan idea yang sama iaitu hubungan bahagian dan keseluruhan. Amin mengenal pasti saiz bahan kepunyaannya menganggap *x* daripada *y* bahagian atau objek sebagai pecahan *x/y*. Kemudiannya, beliau membahagikan *x* bahagian kepada 4 bahagian lebih kecil. Beliau menganggap pecahan bahan yang dimiliki oleh setiap orang rakannya ialah 1/16.

Bentuk Pemikiran

Bahagian ini merumuskan bentuk pemikiran Amin tentang konsep pecahan, makna bahagi, dan penyelesaian masalah yang membabitkan pembahagian pecahan.

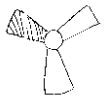
Perwakilan. Amin mewakilkan pecahan wajar dan tak wajar dengan menggunakan dua jenis benda, iaitu makanan dan alat elektrik. Perwakilan bagi benda yang membabitkan makanan yang berbentuk selanjar ialah kek dan piza yang dilukis sebagai sebuah bulatan masing-masing. Selain itu, perwakilan bagi benda yang membabitkan alat elektrik yang berbentuk diskret ialah bilah kipas angin. Bentuk gambaran yang paling dominan ialah bulatan bersifat selanjar. Ringkasan tentang perwakilan bagi benda yang digunakan oleh Amin dalam mewakilkan pecahan adalah seperti yang ditunjukkan dalam dalam Jadual 21.

Jadual 21

Perwakilan yang digunakan Amin untuk Mewakilkan Pecahan

Kategori Perwakilan	**Makanan**		**Alat elektrik**
Selanjar	Kek: Satu bulatan yang dibahagikan kepada dua bahagian sama besar.		
	Piza: Satu bulatan yang dibahagikan kepada dua bahagian sama besar.		

Jadual 21 (bersambung)

Kategori Perwakilan	Makanan	Alat elektrik	
Diskret		Kipas siling: Tiga anak mata kipas siling.	

Konsep pecahan wajar. Amin menggunakan tiga bentuk pemikiran yang berbeza untuk memberi makna kepada pecahan wajar, iaitu pemetakan, pengumpulan, dan pemisahan.

Pemetakan. Amin menggunakan idea pemetakan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemetakan tunggal, pemetakan berpasangan, dan pemetakan bertiga bergantung pada konteks masalah yang dihadapi. Rumusan bentuk pemikiran Amin tentang konsep pecahan wajar adalah seperti dalam Jadual 22.

Jadual 22

Rumusan Bentuk Pemikiran Amin tentang Konsep Pecahan Wajar

Konsepsi	Petikan	Sub Konsepsi	Petikan
Pemetakan tunggal (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya pada bahan berbentuk selanjar.	4GP1, 4GP3, 4WPW1(1), 4WPW1(2), 4WPW1(3), 4BP1	*Meringkas pecahan (Bahan selanjar)* Membahagikan x/*y* dengan satu nombor bagi membentuk pecahan yang lebih kecil.	4TRP1
		Pemetakan berpasangan (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya dengan menganggap dua petak bersebelahan masing-masing sebagai satu bahagian.	4WPW1(1), 4WPW1(3) 4TRP1
Pengumpulan tunggal (Bahan diskret) Menyusun beberapa bahan berbentuk diskret bagi membentuk kumpulan.	4GP2, 4GP3, 4TRP2	*Pengumpulan berpasangan (Bahan disket)* Membentuk kumpulan yang terdiri daripada dua bahan setiap satu.	4WPW1(4),
Pemisahan tunggal (Bahan selanjar dan diskret) Memisahkan *x* daripada *y* bahagian atau *x* daripada *y* bahan sebagai *x/y*.	4GP1, 4GP2, 4BP1	*Pemisahan berpasangan (Bahan selanjar dan diskret dalam gandaan dua bagi menyebut pecahan)* Memisah dua bahagian atau dua bahan.	4WPW1(1), 4WPW1(4),
		*Pemisahan bertiga (Bahan selanjar dan diskret dalam gandaan tiga bagi menyebut pecahan)*Memisah tiga bahagian atau tiga bahan.	4TRP1, 4TRP2

Pemetakan tunggal. Amin melakukan pemetakan tunggal pada bahan selanjar dalam aktiviti yang membabitkan gambaran pecahan, mewakilkan pecahan, dan membandingkan pecahan. Beliau membentuk bahagian yang sama besar saiznya pada satu objek berdasarkan nilai penyebut pecahan. Misalnya, dalam Petikan 4GP1 dan 4GP3, beliau menggambarkan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan satu objek kepada *y* bahagian sama besar saiznya dan melorek *x* daripada *y* bahagian pada objek itu.

Dalam aktiviti perwakilan pecahan pula, misalnya dalam Petikan 4WPW1(1) dan 4WPW1(3) Amin menjelaskan makna pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan satu jalur kertas kepada *y* bahagian yang sama besar saiznya. Beliau melorek *x* daripada *y* bahagian dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y*. Dalam aktiviti membabitkan membandingkan pecahan wajar dalam Petikan 4BP1, Amin membandingkan 3/4 dan 3/5 dengan membahagikan dua objek masing-masing kepada empat bahagian dan lima bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Amin menunjukkan bahawa beliau menjelaskan makna pecahan *x/y* dengan membahagikan satu objek berdasarkan penyebut pecahan, *y*, dengan sama besar saiznya sebelum melakukan tindakan selanjutnya.

Pemetakan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk selanjar yang bilangannya, *m*, iaitu dua kali ganda *y*, Amin melorek (*m/2*) petak bersama bagi membentuk *y* bahagian yang terdiri daripada (*m*/2) petak dalam satu keseluruhan. Kemudiannya, beliau melorek *x* bahagian (*m/2* petak) sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 4WPW1(1), Amin melorek dua petak bersebelahan dan mengiranya sebagai satu. Tingkah laku Amin mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal bagi membentuk dua bahagian yang sama besar saiznya kerana nilai penyebut pecahan 1/2 ialah 2.

Dalam Petikan 4WPW1(3) pula, Amin menganggap enam cip kertas sebagai terdiri daripada tiga pasangan petak yang bercantum antara satu sama lain. Dalam kes ini, nampaknya Amin menggunakan idea membilang petak secara berpasangan untuk mendapatkan tiga bahagian yang sama besar saiznya. Tingkah laku Amin mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal untuk membentuk tiga bahagian yang mempunyai dua petak masing-masing dengan merujuk penyebut bagi pecahan 1/3 yang diwakili iaitu tiga.

Dalam aktiviti membabitkan tafsiran pecahan daripada rajah pelbagai saiz berbentuk selanjar, misalnya Petikan 4TRP1, Amin mangatakan bahawa dua petak berwarna hijau sebagai 2/12. Menurut Amin dua petak berwarna hijau juga menjadi 1/6 dengan meringkasnya. Tingkah laku Amin menunjukkan bahawa beliau memahami bahawa bahawa 1/6 bermaksud mencantumkan kedua-dua petak menjadi satu.

Pengumpulan. Amin menggunakan idea pengumpulan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pengumpulan tunggal dan pengumpulan berpasangan bergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

Pengumpulan tunggal. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan nilai penyebut pecahan, Amin menganggap setiap bahan berkenaan sebagai satu kumpulan yang berasingan. Dalam Petikan 4GP2 misalnya, Amin menggambarkan 1/3 sebagai satu daripada tiga bilah kipas angin siling. Dalam 4GP3 pula, beliau menggambarkan 3/3 sebagai tiga daripada tiga bilah kipas angin siling. Ini menunjukkan Amin menggambar pecahan *x/y* dengan menganggap setiap satu unit tunggal bahan sebagai

Dalam aktiviti yang membabitkan tafsiran pecahan dari perwakilan diskret seperti dalam Petikan 4TRP2, Amin mentafsir pecahan dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna merah dengan jumlah bilangan bulatan. Tingkah laku Amin itu menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap satu unit bulatan sebagai satu

kumpulan yang berasingan sebagai asas untuk mentafsir pecahan dari rajah berbentuk diskret itu dengan membahagikan jumlah bilangan bulatan berwarna merah dan jumlah kesemua bulatan berwarna dalam rajah perwakilan berbentuk diskret yang diberikan.

Pengumpulan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret komposit dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, y, Amin menyusun dua cip kertas bersama semasa mewakilkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, 1/4, 2/4, dan 3/4). Misalnya, dalam Petikan 4WPW1(4), Amin mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan enam cip kertas dengan menyusun dua cip kertas bersama dan menganggap setiap pasangan cip kertas sebagai satu kumpulan.

Pemisahan. Amin menggunakan idea pemisahan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemisahan tunggal, pemisahan berpasangan, dan pemisahan bertiga bergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

Pemisahan tunggal. Bagi aktiviti yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk selanjar yang bilangan bahagiannya adalah sama dengan nilai penyebut, *y*, Amin melorek *x* daripada *y* bahagian yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan *x* unit tunggal daripada *y* unit tunggal dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3). Dalam aktiviti gambaran mental seperti Petikan 4GP1 misalnya, beliau melorek satu daripada dua bahagian pada sebuah bulatan dan menganggapnya sebagai pecahan 1/2. Dalam Petikan 4GP3 pula, beliau melorek tiga daripada tiga bahagian pada sebuah bulatan dan menganggapnya sebagai 3/3. Sementara itu, dalam aktiviti yang membabitkan perwakilan seperti dalam Petikan 4WPW1(2), Amin menjelaskan makna 1/3 dengan melorek satu daripada empat bahagian yang dibentuk pada satu jalur kertas.

Selain itu, Amin juga menggunakan idea pemisahan tunggal untuk membandingkan pecahan 3/4 dan 3/5 seperti yang ditunjukkan dalam Petikan 4BP1. Pada kedua-dua bulatan yang masing-masing dibahagikan kepada empat dan lima

bahagian sama besar, Amin melorek tiga unit pada bulatan pertama dan kedua masing-masing sebagai mewakili pecahan 3/4 dan 3/5. Tingkah laku Amin dalam aktiviti yang membabitkan gambaran mental pecahan, perwakilan pecahan, dan perbandingan pecahan menunjukkan bahawa beliau memisahkan *x* unit tunggal daripada *y* unit tunggal dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2 dan 3/5).

Bagi aktiviti yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan penyebut pecahan, *y*, Amin mewakilkan pecahan *x/y* dengan menolak *x* daripada *y* cip kertas ke sebelah yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan *x* unit tunggal bahan daripada *y* unit tunggal bahan sebagai pecahan *x/y*. Misalnya, dalam Petikan 4GP2, Amin menggambarkan 1/3 dengan menghitamkan satu daripada tiga bilah kipas angin siling.

Pemisahan berpasangan. Bagi aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk selanjar yang bilangan petaknya, *m* ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, *y*, Amin melorek (*m/2*) petak pada satu jalur kertas sebagai memisahkan pasangan petak (*m/2*) daripada *y* petak bagai mewakilkan pecahan *x/y*. Dalam Petikan 4WPW1(1), Amin melorek dua daripada empat petak yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan sepasang daripada dua pasang petak yang dianggapkan sebagai satu daripada dua bahagian jalur kertas untuk mewakili pecahan 1/2.

Bagi aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk diskret dengan bilangannya, *m* ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, *y*, Amin menyusun (*m/*2) cip kertas bagi membentuk *y* kumpulan (*m/*2) cip kertas. Beliau menolak *x* daripada *y* kumpulan cip kertas sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 4WPW1(4), Amin menyusun dua cip kertas bersama bagi membentuk tiga kumpulan yang mempunyai dua cip kertas. Beliau menolak salah satu kumpulan dua cip kertas tersebut sebagai 1/3.

Pemisahan bertiga. Dalam Petikan 4TRP1, Amin mentafsir pecahan daripada rajah berbentuk selanjar dengan menganggap tiga petak berwarna biru sebagai satu petak yang dicantumkan. Kemudiannya, beliau membayangkan seluruh rajah dibahagikan berdasarkan saiz petak yang dicantumkan itu. Beliau mentafsir pecahan bagi tiga petak berwarna biru itu sebagai 1/12 yang mencadangkan bahawa Amin membayangkan satu petak yang dicantumkan (tiga petak biru) telah dipisahkan daripada petak lain dalam seluruh rajah.

Bagi kes tafsiran pecahan daripada rajah diskret, misalnya dalam Petikan 3TRP2, Amin menganggap tiga bulatan berwarna hijau sebagai satu kumpulan, oleh itu beliau membayangkan 12 bulatan berwarna sebagai empat kumpulan. Berikutnya, Amin menggunakan idea pemisahan tunggal dengan menganggap satu kumpulan (tiga bulatan berwarna) daripada empat kumpulan (tiga bulatan berwarna) sebagai 1/4 daripada seluruh bulatan berwarna.

Konsep pecahan tak wajar. Amin memiliki tiga bentuk pemikiran tentang konsep pecahan tak wajar, iaitu pemetakan, pengumpulan, dan pemisahan bergantung pada konteks tugasan yang dihadapi. Amin memetakkan dan memisahkan bahan berbentuk selanjar, dan beliau menjelaskan makna pecahan tak wajar dengan mengumpul dan memisahkan bahan berbentuk diskret.

Pemetakan tunggal. Dalam Petikan 4GP4, Amin menggambarkan pecahan tak wajar n/m (n/m ialah 4/3, dan 7/3) sebagai satu benda selanjar yang dibahagikan kepada m bahagian sama besar saiznya. Beliau melorekkan kesemua m bahagian pada benda pertama. Kemudiannya, Amin melukis satu benda lain yang juga dibahagikan kepada m bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap m bahagian daripada benda pertama dan (n - m) daripada m bahagian pada benda kedua sebagai pecahan n/m. Bagi kes membabitkan 7/3, Amin membentuk tiga objek yang masing-masingnya dibahagikan kepada m bahagian yang sama besar saiznya. Beliau menganggap tiga bahagian pada

objek pertama, tiga bahagian pada objek kedua, dan satu daripada tiga bahagian pada objek ketiga sebagai 7/3.

Dalam Petikan 4WTW1 pula, Amin mewakilkan pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, dan 7/3) dengan membahagikan satu jalur kertas kepada *m* bahagian yang sama besar saiznya. Beliau melorekkan kesemua *m* bahagian pada jalur kertas pertama. Kemudiannya, Amin membahagikan satu jalur kertas lain kepada *m* bahagian sama besar saiznya. Amin menganggap *m* bahagian daripada jalur kertas pertama dan (*n* - *m*) daripada *m* bahagian daripada jalur kertas kedua sebagai pecahan *n/m*. Bagi kes membabitkan 7/3, Amin membahagikan tiga jalur kertas masing-masing kepada *m* bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap tiga bahagian pada objek pertama, tiga bahagian pada objek kedua, dan satu daripada tiga bahagian pada objek ketiga sebagai pecahan 7/3.

Dalam aktiviti membandingkan pecahan tak wajar, Amin menunjukkan tingkah laku yang sama seperti dalam Petikan 4GP4 dan 4WTW1. Dalam Petikan 4BP2 misalnya, beliau menjelaskan pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 5/3 dan 5/4) dengan membahagikan rajah pertama kepada *m* bahagian sama besar saiznya. Selepas itu, beliau melorek kesemua *m* bahagian pada rajah pertama. Seterusnya, Amin membahagikan rajah kedua juga kepada *m* bahagian yang sama besar saiznya. Beliau melorek (*n* - *m*) daripada *m* bahagian dan menganggapnya sebagai pecahan tak wajar *n/m*.

Tingkah laku Amin dalam aktiviti gambaran mental, perwakilan, dan perbandingan pecahan tak wajar menunjukkan bahawa beliau melakukan pemetakan tunggal bahan selanjar kepada *m* unit bahagian. Ini bermaksud, beliau membentuk bilangan bahagian tunggal yang sama besar saiznya berasaskan nilai penyebut pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 5/3, 5/4, dan 7/3).

Pengumpulan tunggal. Dalam konteks bahan berbentuk diskret, misalnya dalam Petikan 4WTW2, Amin mewakilkan pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3 dan 7/3) dengan menyusun *m* bahan sebagai satu keseluruhan. Beliau menyusun *m* bahan yang lain bagi membentuk beberapa satu keseluruhan lain. Gabungan sejumlah bahan daripada satu keseluruhan tersebut dianggapkan membentuk pecahan *n/m*. Tingkah laku Amin dalam Petikan 4WTW1 menunjukkan bahawa beliau mewakilkan pecahan tak wajar *n/m* secara pengumpulan tunggal, iaitu menyusun *m* seunit bahan bagi membentuk beberapa satu keseluruhan. Seterusnya, sejumlah *n* daripada *m* dianggapkan sebagai mewakili pecahan *n/m*.

Pemisahan tunggal. Dalam aktiviti membabitkan gambaran mental (lihat Petikan 4GP4), perwakilan (lihat Petikan 4WTW1), dan perbandingan menggunakan bahan selanjar, Amin menjelaskan makna pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 5/3, dan 5/4) dengan melorek *m* bahagian daripada satu keseluruhan pertama dan (*n* - *m*) bahagian daripada satu keseluruhan kedua. Bagi pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 7/3) pula, beliau menjelaskan *n/m* dengan melorek *m* bahagian daripada satu keseluruhan pertama, *m* bahagian daripada satu keseluruhan kedua, dan (*n* - *m*) bahagian daripada satu keseluruhan ketiga.

Dalam konteks penggunaan bahan diskret seperti dalam Petikan 4WTW2 misalnya, Amin menjelaskan pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3 dan 7/3) dengan memisahkan *m* bahan daripada satu keseluruhan pertama dan (*n* – *m*) daripada *m* bahan daripada satu keseluruhan kedua sebagai pecahan tak wajar *n/m*.

Tingkah laku Amin dalam Petikan 4GP4, Petikan 4WTW1, dan Petikan 4BP2 menunjukkan bahawa beliau melakukan pemisahan tunggal, iaitu mengeluarkan sejumlah *m* unit bahan daripada satu keseluruhan pertama, (*n* – *m*) bahan daripada satu keseluruhan kedua dan gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai pecahan tak wajar

n/m. Bentuk pemikiran Amin tentang pecahan tak wajar dapat dirumuskan seperti dalam Jadual 23.

Jadual 23

Rumusan Bentuk Pemikiran Amin Tentang Pecahan Tak Wajar

Konsepsi	**Petikan**	**Sub Konsepsi**	**Petikan**
Satu keseluruhan Merujuk pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 7/3, 5/3, 5/4) sebagai terdiri daripada beberapa satu keseluruhan yang mempunyai *m* bahagian yang sama besar saiznya.	4GP4, 4WTW1, 4BP2	*Pemetakan tunggal* (*Bahan selanjar*) Satu rajah atau jalur kertas dibahagikan dianggapkan sebagai satu keseluruhan. Membahagikan setiap satu keseluruhan kepada *m* unit bahagian yang sama besar saiznya.	4GP4, 4WTW1, 4BP2
		Pengumpulan tunggal (Bahan diskret) Mengumpul *m* objek dan menganggapnya sebagai satu keseluruhan.	4WTW1
		Pemisahan tunggal (*Bahan selanjar dan diskret*) Bagi bahan selanjar, beliau melorek *m* bahagian daripada satu keseluruhan pertama dan (*m-n)* bahagian daripada satu keseluruhan kedua. Gabungan bahagian yang berlorek dianggapkan sebagai *n/m*. Bagi bahan diskret, beliau menolak *m* objek daripada satu keseluruhan pertama dan (*m-n)* objek daripada satu keseluruhan kedua. Gabungan objek berkenaan dianggapkan sebagai *n/m*.	4GP4, 4WTW1, 4BP2

Makna bahagi. Amin mentafsir makna bahagi dengan menggunakan idea pemetakan dan pengukuran yang membabitkan:

a. Hasil yang terdiri daripada satu keseluruhan bagi kes membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat tanpa meninggalkan baki,

b. Hasil yang terdiri daripada beberapa satu keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi nombor bulat meninggalkan baki,

c. Hasil yang terdiri daripada beberapa bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi pecahan.

d. Hasil yang terdiri daripada bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian pecahan bahagi nombor bulat.

Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan. Amin mentafsir makna bahagi membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah $10 \div 2$ dan $6 \div 3$) dengan menganggap n sebagai bilangan petak atau kumpulan dan m sebagai bilangan benda. Beliau mengagihkan m benda tersebut kepada n petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak atau kumpulan mendapat m/n benda dengan sama banyak bilangannya.

Dalam Petikan 4MK1 misalnya, Amin mentafsir makna bahagi membabitkan $10 \div 2$ dengan menganggap 2 sebagai bilangan kumpulan dan 10 sebagai bilangan objek, yang mana sepuluh objek itu diagihkan kepada dua kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat lima objek.

Dalam petikan yang sama, Amin mentafsir makna bahagi membabitkan $6 \div 3$ dengan menganggap 3 sebagai bilangan orang dan 6 sebagai bilangan objek, yang mana objek tersebut diagihkan kepada tiga orang secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap orang mendapat dua objek dengan sama banyak bilangannya.

Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan. Bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi nombor bulat yang meninggalkan baki pula, Amin mentafsir makna bahagi yang membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah $5 \div 2$ dan $5 \div 3$) dengan membahagi m dengan n secara pembahagian dalam bentuk lazim, yang mana hasil bahagi ialah x dan baki ialah r. Amin menganggap x objek sebagai seunit ukuran bagi mengukur m objek, yang mana m objek diukur oleh x seunit ukuran sebanyak y kali secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat y kali x seunit ukuran dalam m objek.

Dalam Petikan 4MK1 misalnya, Amin mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan $5 \div 2$ dengan membahagikan 5 dengan 2 secara pembahagian dalam

bentuk lazim, yang mana hasil bahagi ialah 2.5. Beliau menganggap 2.5 sebagai seunit ukuran bagi mengukur lima objek. Amin melukis lima bulatan dalam kedudukan sebaris dan satu garis menegak merentasi bulatan ketiga. Seterusnya, beliau melukis dua orang di sebelah kiri dan kanan garis menegak tadi. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat dua 2.5 objek dalam lima objek.

Dalam petikan yang sama, Amin mentafsir makna bahagi yang membabitkan 5 ÷ 3 dengan membahagikan 5 dengan 3 secara pembahagian dalam bentuk lazim, yang mana hasil bahagi ialah 1.6 dengan baki 2. Beliau menganggap 1.6 sebagai seunit ukuran bagi mengukur lima biji tembikai. Amin melukis lima buah tembikai dalam kedudukan sebaris dan satu garis menegak pada tembikai kedua dan tembikai keempat. Seterusnya, beliau melukis tiga orang, iaitu seorang di sebelah kiri garis pertama, seorang di antara garis pertama dan kedua, dan seorang lagi di sebelah kanan garis ketiga. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat tiga 1.6 tembikai dalam tiga biji tembikai.

Pengukuran yang menghasilkan beberapa bahagian tertentu benda keseluruhan. Amin mentafsir makna bahagi membabitkan $a \div m/n$ ($a \div m/n$ ialah 2 ÷ 1/2, 6 ÷ 1/2, 2 ÷ 1/3, dan 2 ÷ 2/3) dengan menganggap m/n sebagai seunit ukuran bagi mengukur a objek. Beliau melukis a objek berbentuk diskret, yang mana setiap objek dipetakkan kepada m/n bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat x bahagian bersaiz m/n daripada objek dalam a objek. Walau bagaimanapun, Amin menganggap hasil bahagi bagi $a \div m/n$ sebagai am/an.

Dalam Petikan 4WBP1 misalnya, Amin mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 2 ÷ 2/3 dengan menganggap 2/3 sebagai seunit ukuran bagi mengukur dua bahagian pada satu objek. Beliau melukis satu garisan pada satu jalur kertas bagi membentuk dua bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, Amin memetakkan salah satu daripada bahagian kepada tiga bahagian, yang mana dua daripada tiga bahagian

tersebut dilorekkan. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat 3 bahagian yang bersaiz 2/3 bahagian bahan dalam 2 bahagian bahan. Walau bagaimanapun, Amin menganggap hasil bahagi bagi 2 ÷ 2/3 sebagai 4/6.

Dalam Petikan 4MK2 pula, Amin mentafsir makna bahagi membabitkan 6 ÷ 1/2 dengan menganggap 1/2 sebagai seunit ukuran bagi mengukur enam objek. Beliau melukis enam bulatan dan satu garisan merentasi setiap bulatan tersebut. dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat 12 bahagian bersaiz 1/2 dalam 6 bahan keseluruhan. Walau bagaimanapun, Amin mentafsir makna bahagi bagi 6 ÷ 1/2 sebagai 6/12.

Bagi kes membabitkan $m/n \div a/b$ ($m/n \div a/b$ ialah 1/3 ÷ 1/2 dan 2/3 ÷ 1/2) pula, Amin menganggap a/b sebagai seunit ukuran bagi mengukur m/n bahan keseluruhan. Amin memetakkan satu jalur kertas kepada n bahagian sama besar saiznya dan n daripadanya dianggapkan sebagai pecahan m/n. Berikutnya, beliau memetakkan bahagian yang diwakili oleh m/n tersebut kepada b bahagian sama besar saiznya, yang mana a daripada b petak dilorek sebagai mewakili a/b. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat x bahagian bersaiz a/b dalam bahagian m/n. Walau bagaimanapun, Amin mentafsir makna bahagi $m/n \div a/b$ sebagai ma/nb.

Dalam Petikan 4WPP1 misalnya, Amin mentafsir makna bahagi membabitkan 1/2 ÷ 1/3 dengan menganggap 1/3 sebagai seunit ukuran bagi mengukur 1/2 bahagian bahan keseluruhan. Beliau memetakkan satu jalur kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, Amin memetakkan salah satu daripada bahagian tersebut kepada tiga bahagian yang lebih kecil dan melorek satu daripadanya. Dalam pembahagian ini, hasil bahagi ialah terdapat 1 1/2 bahagian bersaiz 1/3 dalam 1/2 bahagian bahan keseluruhannya. Walau bagaimanapun, Amin mentafsir makna bahagi sebagai 1/6.

Dalam Petikan 4WPP2 pula, Amin mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 1/2 ÷ 2/3 dengan menganggap 2/3 sebagai seunit ukuran bagi mengukur 1/2 bahagian bahan keseluruhan. Beliau menganggap satu daripada dua cip kertas sebagai 1/2, yang mana dua cip kertas itu masing-masing dipetakkan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Berikutnya, Amin mengukur satu daripada dua cip kertas dengan melorek dua daripada tiga bahagian. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat tiga bahagian bersaiz 2/3 dalam 1/2 bahan keseluruhan. Walau bagaimanapun, Amin menganggap hasil bahagi bagi 1/2 ÷ 2/3 ialah 2/6.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan. Bagi kes membabitkan $m/n \div a$ ($m/n \div a$ ialah 1/2 ÷ 3 dan 2/3 ÷ 3), Amin mentafsir makna bahagi dengan membahagikan pecahan m/n dengan a secara pembahagian bentuk lazim, yang mana hasil bahaginya ialah x dan baki ialah r. Beliau menganggap a sebagai bilangan petak dan m/n sebagai bilangan benda, yang benda tersebut diagihkan kepada a petak dengan sama besar saiznya. Amin melukis satu objek dan memetaknya kepada n bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau melorek m daripada n bahagian dan menganggapnya sebagai pecahan m/n. Seterusnya, Amin memetakkan m daripada n bahagian kepada a bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, setiap a petak mendapat m daripada a bahagian daripada m daripada n bahagian benda keseluruhan.

Dalam Petikan 4MK3 misalnya, Amin mentafsir makna bahagi membabitkan 1/2 ÷ 3 dengan membahagikan 1/2 dengan 3 secara pembahagian bentuk lazim, yang mana hasil bahaginya ialah 0.16 dan baki ialah 2. Beliau melukis sebuah bulatan dan memetaknya kepada dua bahagian sama besar saiznya. Amin melorek satu daripada dua bahagian bulatan dan menganggapnya sebagai 1/2. Berikutnya, Amin memetak bahagian yang mewakili 1/2 bahagian tersebut kepada tiga bahagian yang sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendapat 0.16 bahagian bulatan.

Dalam Petikan 4WPB2 pula, Amin mentafsir makna bahagi membabitkan 1/3 ÷ 2 dengan menganggap 2 sebagai bilangan petak dan 1/3 sebagai bilangan cip kertas, yang mana satu daripada tiga cip kertas itu dipetakkan kepada dua bahagian dengan sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendapat satu daripada dua bahagian daripada satu daripada tiga bahan keseluruhan. Rumusan makna bahagi yang ditafsirkan oleh Amin ditunjukkan dalam Jadual 24.

Jadual 24

Rumusan Makna Bahagi yang dimiliki oleh Amin

Makna bahagi	**Penjelasan Makna Bahagi**	**Petikan**
Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan	Amin mentafsir makna bahagi membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah 10 ÷ 2 dan 6 ÷ 3) dengan menganggap n sebagai bilangan petak atau kumpulan dan m sebagai bilangan benda. Beliau mengagihkan m benda tersebut kepada n petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak atau kumpulan mendapat m/n benda dengan sama banyak bilangannya.	4MK1
Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan	Amin mentafsir makna bahagi yang membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah 5 ÷ 2 dan 5 ÷ 3) dengan membahagi m dengan n secara pembahagian dalam bentuk lazim, yang mana hasil bahagi ialah x dan baki ialah r. Amin menganggap x sebagai seunit ukuran bagi mengukur m objek, yang mana m objek diukur oleh x seunit ukuran sebanyak y kali secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, terdapat y kali x objek dalam m objek.	4MK1
Pengukuran yang menghasilkan beberapa bahagian tertentu benda keseluruhan	Amin mentafsir makna bahagi membabitkan $a \div m/n$ ($a \div m/n$ ialah 2 ÷ 1/2, 6 ÷ 1/2, 2 ÷ 1/3, dan 2 ÷ 2/3) dengan menganggap m/n sebagai seunit ukuran bagi mengukur a objek. Beliau melukis a objek berbentuk diskret, yang mana setiap objek dipetakkan kepada m/n bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat x bahagian bersaiz m/n daripada objek dalam a objek. Walau bagaimanapun, Amin menganggap hasil bahagi bagi $a \div m/n$ sebagai am/an.	4WBP1, 4WBP2, 4MK2,
	Bagi kes membabitkan $m/n \div a/b$ ($m/n \div a/b$ ialah 1/3 ÷ 1/2 dan 2/3 ÷ 1/2) pula, Amin menganggap a/b sebagai seunit ukuran bagi mengukur m/n bahan keseluruhan. Beliau memetak satu jalur kertas kepada n bahagian sama besar saiznya dan n daripadanya dianggapkan sebagai pecahan m/n. Berikutnya, beliau memetakkan bahagian yang diwakili oleh m/n tersebut kepada b bahagian sama besar saiznya, yang mana a daripada b petak dilorek sebagai mewakili a/b. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat x bahagian bersaiz a/b dalam bahagian m/n. Walau bagaimanapun, Amin mentafsir makna bahagi $m/n \div a/b$ sebagai ma/nb.	4WPP1, 4WPP2, 4MK4

Jadual 24 (bersambung)

Makna bahagi	Penjelasan Makna Bahagi	Petikan
Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan	Amin mentafsir makna bahagi membabitkan *m/n* ÷ *a* (*m/n* ÷ *a* ialah 1/2 ÷ 3 dan 2/3 ÷ 3) dengan membahagikan pecahan *m/n* dengan *a* secara pembahagian bentuk lazim, yang mana hasil bahaginya ialah *x* dan baki ialah *r*. Beliau menganggap *a* sebagai bilangan petak dan *m/n* sebagai *m* daripada *n* benda, yang benda diagihkan kepada *a* petak dengan sama besar saiznya. Beliau melukis satu objek dan memetaknya kepada *n* bahagian sama besar saiznya. Amin melorek *m* daripada *n* bahagian dan menganggapnya sebagai pecahan *m/n*. Seterusnya, beliau memetakkan *m* daripada *n* bahagian kepada *a* bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, setiap *a* petak mendapat *m* daripada *a* bahagian daripada *m* daripada *n* bahagian benda keseluruhan.	4MK3, 4WPB1, 4WBP2

Penyelesaian Masalah. Amin menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, tongkat buluh, bar coklat, dan piza dengan mengaplikasikan dua pengetahuan tentang nombor, satu pengetahuan tentang operasi, dan dua makna bahagi bagi menjelaskan jawapannya.

Pengetahuan tentang nombor. Amin menggunakan satu jenis nombor semasa menyelesaikan masalah membabitkan pecahan, iaitu nombor pecahan. Beliau menjelaskan nombor pecahan dengan menggunakan dua idea, iaitu pemetakan dan pemisahan tunggal dan pengumpulan dan pemisahan bahan.

Pemetakan dan pemisahan tunggal. Dalam Petikan 4SPP1, Amin menyelesaikan masalah yang membabitkan menyukat 1 *l* jus oren dengan melukis sebuah cawan yang dilabelkan 3/4 dan sebuah cawan lain dipetakkan kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek satu daripada empat bahagian tersebut dan menganggapnya sebagai 1/4 daripada cawan penuh. Dalam mentafsir jawapan bagi aktiviti berkenaan, Amin melukis tiga buah cawan, yang mana setiap cawan tersebut dibahagikan kepada empat bahagian sama besar saiznya. Seterusnya, beliau memisahkan empat bahagian pada cawan pertama dan kedua, serta dua daripada empat bahagian pada cawan ketiga. Amin menyatakan dua dan dua daripada empat cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren tersebut.

Dalam Petikan 4SPP2 pula, Amin menyelesaikan masalah membabitkan penyediaan tongkat buluh berukuran 2/3 *cm* daripada buluh yang berukuran 2 *cm* dengan memetakkan satu jalur kertas kepada enam bahagian sama besar saiznya. Seterusnya, beliau memisahkan dua daripada tiga petak pertama dan menganggapnya sebagai sebatang tongkat pertama. Berikutnya, Amin memisahkan dua daripada tiga petak kedua dan menganggapnya sebagai sebatang tongkat kedua. Selanjutnya, dua petak yang ketiga juga dianggap oleh Amin sebagai sebatang tongkat ketiga. Secara keseluruhannya, beliau menganggap tiga batang tongkat berukuran 2/3 *cm* dapat dibentuk daripada sebatang buluh yang berukuran 2 *cm*.

Dalam Petikan 4SPP3, Amin melakukan pemetakan dan pemisahan tunggal jalur kertas. Misalnya, beliau memetakkan jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya dan menganggap satu daripada empat bahagian tersebut sebagai 1/4. Berikutnya, Amin memetakkan satu daripada empat bahagian tersebut kepada empat bahagian lebih kecil. Beliau membayangkan bahagian lain pada jalur kertas itu juga dibahagikan kepada empat bahagian lebih kecil. Berikutnya, Amin memisahkan satu daripada bahagian tersebut dan menganggapnya sebagai 1/16 daripada bar coklat. Tingkah laku Amin dalam 4SPP1, 4SPP2, dan 4SPP3 menunjukkan bahawa beliau menyelesaikan masalah membabitkan tongkat buluh dengan melakukan pemetakkan dan pemisahan tunggal petak yang dibentuk.

Mengumpul dan memisahkan bahan. Dalam konteks bahan berbentuk diskret, Amin mengumpulkan dua biji piza bersama dan menganggapnya sebagai satu kumpulan. Dalam Petikan 4SPP4 misalnya, beliau menganggap lapan biji piza sebagai empat kumpulan. Amin memisahkan dua daripada lapan piza dan menganggapnya sebagai 1/4. Untuk membahagikan piza tersebut, Amin memetakkan dua piza yang dipisahkan itu kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau membayangkan semuanya terdapat 16

bahagian separuh piza. Beliau mentafsirkan pecahan yang diterima oleh salah seorang daripada rakannya sebagai 1/16.

Pengetahuan tentang operasi. Amin menggunakan satu jenis operasi dalam menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, iaitu penambahan bagi mengenal pasti jawapannya. Dalam Petikan 4SPP1, Amin menyelesaikan masalah membabitkan jus oren dengan menambah 3/4 dengan 3/4 menjadi 6/8. Beliau menganggap 2/8 *l* jus oren lagi diperlukan untuk menjadi 2 *l* jus oren. Ini menunjukkan bahawa beliau menambah dua pecahan dengan menjumlahkan nombor bulat yang mewakili pengangka dan penyebut secara langsung.

Pengetahuan tentang makna bahagi. Amin menggunakan dua idea untuk menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian pecahan, iaitu:

- Hasil bahagi merupakan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan,
- Hasil bahagi merupakan bahagian tertentu bahan keseluruhan,

Pengukuran yang menghasilkan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 4SPP1, Amin menyelesaikan masalah menyukat *2 l* jus oren dengan menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l* dengan idea pengukuran. Beliau menganggap 3/4 *l* sebagai seunit ukuran bagi mengukur 2 *l* jus oren. Misalnya, Amin melukis sebuah cawan berbentuk silinder dan menulis 3/4 *l* di atasnya dan melorek satu daripada empat bahagian pada selinder kedua. Ini menunjukkan bahawa beliau menganggap 1 *l* jus oren dapat diukur oleh sebuah cawan berukuran 3/4 *l* dan 1/4 *l* pada cawan kedua. Beliau mengulangi langkah tersebut pada kali kedua dan mendapati 1 *l* lagi menjadikan kesemuanya 2 *l* jus oren diukur oleh dua buah cawan dan 2/4 *l* jus oren. Beliau menyatakan sebanyak dua dan dua perempat cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren dengan menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l*.

Pernyataan tersebut juga menunjukkan bahawa Iqwan menganggap dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat 2 2/4 cawan yang muatannya 3/4 *l* dalam 2 *l* jus oren.

Dalam Petikan 4SPP2 pula, Amin juga menggunakan idea pengukuran bagi menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada tongkat buluh berukuran 8 *cm.* Amin menganggap 1/2 *cm* sebagai seunit ukuran bagi mengukur sebatang buluh berukuran 8 *cm.* Amin membahagikan satu jalur kertas kepada lapan bahagian sama besar saiznya dan menganggapnya sebagai 8 *cm*. Kemudiannya, beliau membahagikan setiap bahagian kepada dua bahagian sama besar saiznya. Ini menunjukkan bahawa Amin mengukur setiap unit *cm* dengan menggunakan 1/2 *cm* secara satu-satu sehingga habis. Amin menganggap terdapat 16 batang tongkat berukuran 1/2 *cm* semuanya pada buluh yang berukuran 8 *cm*. Pernyataan tersebut juga menunjukkan bahawa Amin menganggap dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat 16 batang tongkat berukuran 1/2 *cm* dalam buluh yang berukuran 8 *cm*.

Dalam Petikan 4SPP2 juga, Amin menggunakan idea pengukuran bagi menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada tongkat buluh berukuran 3/4 *cm*. Beliau menganggap 1/2 *cm* yang digambarkan sebagai dua unit 1/4 *cm* sebagai seunit ukuran bagi mengukur tongkat buluh yang berukuran 3/4 *cm*. Amin mengukur 3/4 *cm* sebanyak dua kali dan menganggapnya sebagai sebatang tongkat. Bagi baki 1/4 *cm* pula, Amin menganggapnya sebagai 1/2 batang tongkat.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 4SPP3, Amin menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat dengan menganggap terdapat empat petak atau kumpulan dan empat bahagian sama besar saiznya pada bar coklat, yang mana satu daripada coklat tersebut diagihkan kepada empat kumpulan atau petak secara satu-satu sehingga habis. Amin memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap satu daripada empat bar coklat sebagai 1/4. Amin membahagikan salah satu bahagian yang

diwakili 1/4 kepada empat bahagian yang lebih kecil. Kemudiannya, Amin mengatakan bahawa seluruh jalur kertas itu mempunyai 16 bahagian coklat. Berikutnya, beliau menganggap satu daripada 16 bahagian tersebut sebagai 1/16.

Dalam Petikan 4SPP4 pula, Amin menyelesaikan masalah membabitkan piza dengan menganggap terdapat empat kumpulan dan lapan piza, yang mana dua daripada lapan piza diagihkan kepada empat kumpulan dengan sama banyak. Amin memetakkan dua piza masing-masing kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap semua piza yang lain juga dipetakkan kepada dua bahagian yang besar saiznya, menjadikan semuanya terdapat 16 separuh piza. Amin menyatakan salah seorang daripada rakannya mendapat 1/16 piza. Rumusan cara Amin menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian pecahan ditunjukkan dalam Jadual 25.

Jadual 25

Cara Amin Menyelesaikan Masalah Membabitkan Pembahagian Pecahan

Aplikasi Pengetahuan		**Masalah Membabitkan**			
		Jus oren	**Tongkat buluh**	**Bar Coklat**	**Piza**
Nombor Pecahan	Pemetakan dan pemisahan tunggal	Petak sama besar saiz	Petak sama besar saiz	Petak sama besar saiz	
	Pengumpulan dan pemisahan bahan				Sama banyak bilangan
Operasi	Tambah pecahan	1/4 +1/4 = 2/4 *l*	1/3 + 1/3 = 2/3 *cm*		
Makna bahagi	Pengukuran yang menghasilkan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan	Ada 2 cawan 2/3 cawan lain	Ada 3 tongkat 2/3 *cm*		
	Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu bahan keseluruhan			Setiap orang menerima 1/16 coklat	Setiap orang menerima 1/16 piza

Izan

Izan berumur 13 tahun 9 bulan semasa temu duga ini dijalankan. Dalam peperiksaan UPSR 2008, Izan mendapat gred A bagi mata pelajaran Matematik. Menurut guru matematiknya, Izan merupakan seorang murid yang sederhana dalam Matematik. Izan mendapat 70% markah Matematik dalam ujian bulanan pada awal tahun 2009. Menurut Izan, Matematik merupakan mata pelajaran yang sukar kerana ia melibatkan penyelesaian masalah dan pengiraan tepat. Izan mengatakan bahawa beliau sering melakukan kesalahan semasa mengira, oleh itu markahnya sentiasa rendah.

Gambaran Pecahan

Bahagian ini membabitkan usaha untuk mengenal pasti gambaran mental yang dipunyai oleh Izan tentang pecahan seperti 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3 dan 7/3. Pada permulaan sesi temu duga, Izan diminta untuk menggambarkan 1/2. Kemudiannya, aktiviti diteruskan dengan menggambarkan 1/3, 2/3, dan 3/3. Seterusnya, Izan diminta untuk memikirkan dan menjelaskan 4/3 dan 7/3 secara spontan. Gambaran mental tersebut dianalisis supaya konsepsi beliau dapat dikenalpastikan.

Satu perdua. Dalam aktiviti yang membabitkan gambaran mental, Izan diminta untuk menggambarkan 1/2 secara spontan. Petikan 5GP1 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5GP1: Gambaran 1/2

P: Apakah yang mula-mula tergambar dalam fikiran anda, bila cikgu sebut satu perdua?
M: Satu benda yang terbahagi kepada dua.
P: Apakah maksud benda yang terbahagi kepada dua?
M: Katakan satu bulatan, dibahagi kepada dua (murid melukis sebuah bulatan dan melorek bahagian).

P: Selain itu, apa lagi tergambar dalam fikiran anda bila saya sebut satu perdua?
M: Kotak yang dibelah kepada dua (murid melukis sebuah segi empat dan melorek salah satu bahagian).

P: Mengapakah anda kata itu satu perdua?
M: Sebab ada dua, tetapi lorek satu sahaja.

Dalam Petikan 5GP1, Izan menggambarkan 1/2 dengan melukis sebuah bulatan dan satu garisan merentasinya. Kemudiannya, Izan melorek salah satu daripada dua bahagian tersebut dan menganggapnya sebagai 1/2. Selain itu, Izan juga menggambarkan 1/2 dengan melukis sebuah kotak dalam bentuk segi empat tepat yang berbentuk dua matra dan satu garisan merentasi permukaannya. Izan berkata "Sebab ada dua, tetapi dilorek satu sahaja" menunjukkan bahawa beliau menganggap salah satu daripada dua bahagian tersebut sebagai 1/2. Dalam aktiviti ini, nampaknya Izan menggambarkan 1/2 dengan menggunakan benda yang berbentuk selanjar sahaja.

Satu pertiga dan dua pertiga. Dalam aktiviti yang membabitkan pecahan pertiga, Izan diminta untuk menggambarkan 1/3, 2/3, dan 3/3. Petikan 5GP2-5GP3 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 5GP2: Gambaran 1/3, 2/3, dan 3/3

P: Jika saya sebut satu pertiga, apakah yang mula-mula terlintas dalam fikiran anda?
M: Ada sebuah bulatan, ada tiga bahagian.
P: Cuba jelaskan lagi tentang bulatan itu?
M: Kita lorek satu bahagian (murid melukis dan melorek bulatan).

P: Bagaimanakah anda tahu itu satu pertiga?
M: Sebab lorek satu bahagian sahaja.
P: Selain itu, apakah lagi yang dapat anda gambarkan tentang satu pertiga?
M: (Diam seketika). Tiada.
P: Baiklah, jika dua pertiga, macam mana pula?
M: Kita lorekkan dua bahagian (murid melukis dan melorek bulatan).

P: Jika saya sebut tiga pertiga, apakah yang mula-mula terlintas dalam fikiran anda?
M: (Diam seketika, murid menulis "3/3"). Ada satu bulatan dan tiga bahagian, kena ambil semua (murid melukis dan melorek semua bahagian).

P: Mengapakah anda kata itu tiga pertiga?
M: Kerana ada tiga bahagian, lorekkan semua.

Dalam Petikan 5GP2, Izan menggambarkan 1/3 sebagai sebuah bulatan yang mempunyai tiga bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, Izan melorekkan satu daripada tiga bahagian dan mengangapnya sebagai 1/3. Berikutnya, Izan

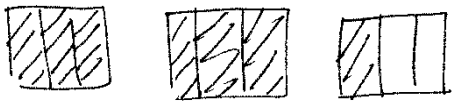
menggambarkan 2/3 dengan melorek dua bahagian pada bulatan tadi. Tingkah laku Izan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga bahagian tersebut sebagai 2/3. Selanjutnya, Izan menggambarkan 3/3 dengan melorek tiga bahagian pada bulatan yang sama. Pernyataan "Kerana ada tiga bahagian, lorekkan semua" menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga daripada tiga bahagian tersebut sebagai 3/3. Dalam aktiviti ini, nampaknya Izan menggambarkan 1/2 dengan menggunakan contoh yang berbentuk selanjar sahaja.

Empat pertiga dan tujuh pertiga. Izan diminta untuk menggambarkan 4/3 dan 7/3 secara berasingan. Petikan 5GP3 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5GP3: Gambaran 4/3 dan 7/3

P: Apabila saya sebut empat pertiga, apakah yang mula-mula terlintas dalam fikiran anda?
M: (Diam seketika, murid melukis sebuah segi empat).

P: Apakah empat pertiga pada rajah itu?
M: Tidak cukup.
P: Apakah yang yang tidak cukup?
M: (Diam seketika, murid kelihatan gelisah).
P: Baiklah, jika saya sebut tujuh pertiga, apakah yang mula-mula terlintas dalam fikiran anda?
M: (Diam seketika). Kena ada tiga segi empat yang ada tiga bahagian, kena lorek tujuh bahagian (murid melukis dan melorek rajah).
P: Mengapakah anda lukis tiga segi empat?
M: Sebab…saya bahagi tujuh dengan tiga, dapat 2 1/3. Jadi kena ada dua segi empat dan satu pertiga lagi.
P: Baiklah, cuba jelaskan tujuh pertiga.
M: Kita kena lorekkan tujuh bahagian sebab tiga, enam, jadi satu bahagian lagi menjadi tujuh (murid melorek tujuh petak).



Dalam Petikan 5GP3, Izan menggambarkan 4/3 dengan melukis sebuah segi empat. Kemudiannya, beliau diam seketika dan menyebut "Tidak cukup". Pernyataan ini mencadangkan bahawa Izan membayangkan sebuah segi empat tidak cukup untuk menjelaskan 4/3. Berikutnya, beliau menggambarkan 7/3 dengan melukis tiga buah segi empat, yang masing-masingnya mempunyai tiga bahagian yang sama besar saiznya.

Izan melorek tiga bahagian pada segi empat pertama dan kedua masing-masing, dan satu bahagian pada segi empat ketiga lalu berkata “saya bahagi tujuh dengan tiga, dapat 2 1/3. Jadi kena ada dua segi empat dan satu pertiga lagi”. Pernyataan ini menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga bahagian pada segi empat pertama dan kedua sebagai dua keseluruhan, manakala satu bahagian pada segi empat ketiga sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan lain. Hujah yang diberikan oleh Izan bagi menyokong jawapannya membabitkan operasi bahagi, yakni tujuh bahagi tiga, dapat 3 1/2. Gabungan ketiga-tiganya dianggapkan membentuk 7/3. Dalam aktiviti ini, nampaknya Izan menggambarkan 7/3 menggunakan contoh benda yang berbentuk selanjar sahaja.

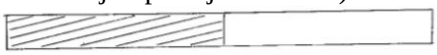
Mewakilkan Pecahan

Dalam tugasan ini, Izan diminta untuk mewakilkan 1/2, 1/3, 2/3, 1/4, 2/4, 4/3, dan 7/3. Petikan 5WPW1 memaparkan respons beliau semasa mewakilkan 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3, manakala Petikan 5WPW2 memaparkan responsnya dalam mewakilkan 1/4 dan 2/4, dan Petikan 5WTW1 dan 5WTW2 memaparkan responsnya dalam mewakilkan 4/3 dan 7/3.

Satu perdua. Pada permulaan aktiviti, Izan diberikan Kad 1. Beliau diminta membaca perkataan yang tercatat pada kad tersebut, seterusnya beliau diminta untuk mewakilkan pecahan tersebut dengan menggunakan jalur kertas. Petikan 5WPW1(1) memaparkan responsnya.

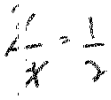
Petikan 5WPW1(1): Mewakilkan 1/2

P: (Sehelai jalur kertas diberikan kepada murid) Cuba baca perkataan pada “kad 1”.
M: Satu perdua.
P: Bagaimanakah anda hendak menjelaskan satu perdua kepada seorang kawan dengan menggunakan bahan tersebut?
M: Macam satu objek dibahagikan dua (murid melukis satu garisan pada jalur kertas).
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu perdua?
M: Asal ada satu, sekarang dibelah kepada dua bahagian.
P: Manakah satu perdua pada jalur kertas itu?
M: Satu yang berlorek (murid tunjuk pada jalur kertas).



P: (Berikan jalur kertas empat petak kepada murid) Boleh tak anda jelaskan satu perdua dengan jalur kertas ini?
M: Kita pilih dua bahagian (murid melorek dua bahagian).

P: Mengapakah dua petak itu ialah satu perdua?
M: Sebab bila ia boleh dikecilkan (diam seketika) dua perempat, kita dapat satu perdua.



P: Cuba jelas dengan menggunakan jalur kertas itu?
M: Kawasan berlorek ialah satu, dua kawasan itu ialah dua (murid tunjuk pada .

Dalam Petikan 5WPW1(1), Izan mewakilkan 1/2 dengan melukis satu garisan pada jalur kertas kosong dan berkata "macam satu objek dibahagikan dua... asal ada satu, sekarang dibelah kepada dua bahagian". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Izan membentuk dua bahagian dan seterusnya menganggap satu daripada dua bahagian tersebut sebagai 1/2.

Seterusnya, Izan diminta untuk mewakilkan 1/2 dengan menggunakan jalur kertas empat petak. Beliau melorekkan dua petak bersebelahan dan berkata "kawasan berlorek ialah satu, dua kawasan itu ialah dua". Pernyataan ini menunjukkan bahawa Izan menganggap dua daripada empat petak berkenaan sebagai 2/4. Berikutnya, Izan mengira secara aritmetik dan menyebut "Sebab bila ia boleh dikecilkan ...dua perempat, kita dapat satu perdua". Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau boleh meringkaskan 2/4 dengan menggunakan oeprasi bahagi bagi mendapatkan 1/2.

Seterusnya, Izan diminta untuk mewakilkan 1/2 dengan menggunakan cip kertas. Petikan 5WPW1(2) memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5WPW1(2): Mewakilkan 1/2

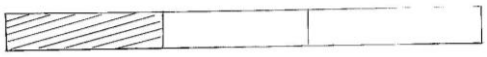
P: (Dua cip kertas diberikan kepada murid) Dengan menggunakan bahan yang dibekalkan, cuba tunjukkan satu perdua.
M: (Diam seketika). Tak boleh!
P: Mengapakah tak boleh?
M: Sebab terlalu banyak.
P: Berapakah bilangan yang boleh untuk menjelaskan satu?
M: Sebiji.
P: Cuba tunjukkan satu perdua.
M: Kita perlu pisahkan dua belah (murid melukis garisan dan melorek).
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu perdua?
M: Sebab satu bahagian.

Dalam Petikan 5WPW1(2), Izan menghadapi kesukaran dalam mewakilkan 1/2 dengan menggunakan dua cip kertas. Menurut Izan, dua cip kertas terlalu banyak untuk digunakan mewakili 1/2. Kemudiannya, Izan membahagikan sekeping cip kertas kepada dua bahagian sama besar. Dalam penjelasan lanjut, beliau menganggap satu daripada dua bahagian yang berlorek tersebut sebagai 1/2.

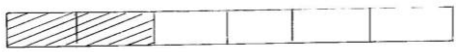
Satu pertiga dan Dua pertiga. Berikutnya, Izan diminta mewakilkan pecahan yang tercatat pada Kad 2 dan Kad 3 dengan menggunakan jalur kertas kosong dan jalur kertas enam petak secara berasingan. Petikan 5WPW1(3) memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5WPW1(3): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: (Kad 2 dan sekeping jalur kertas kosong diberikan kepada murid) Cuba baca perkataan yang tercatat pada Kad 2.
M: Satu pertiga.
P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 2, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Itu satu pertiga. Kena ada tiga bahagian (murid melukis dua garisan).
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu pertiga?
M: Sebab pilih satu sahaja (murid melorek satu bahagian).



P: (Jalur kertas enam petak diberikan kepada murid) Cuba jelaskan satu pertiga dengan menggunakan bahan ini.
M: Perlu dilorek dua bahagian.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M:Sebab dua perenam boleh diringkaskan menjadi satu pertiga.



P: Bagaimanakah anda menjelaskan pecahan dua pertiga?
M: Kita perlu lorek empat petak.
P: Bagaimanakah anda tahu jawapan itu betul?
M:Sama juga, pecahan empat perenam boleh diringkaskan menjadi dua pertiga.

Dalam Petikan 5WPW1(3), Izan mewakilkan 1/3 dengan melukis dua garisan pada sehelai jalur kertas kosong dan berkata “Itu satu pertiga. Kena ada tiga bahagian... Sebab pilih satu sahaja”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Izan menganggap salah satu daripada tiga petak berkenaan sebagai 1/3. Berikutnya, Izan diminta mewakilkan 1/3 dengan menggunakan jalur kertas enam petak. Izan melorek dua petak

bersebelahan dan berkata “sebab dua perenam boleh diringkaskan menjadi satu pertiga”. Pernyataan tersebut mencadangkan bahawa beliau meringkaskan 2/6 menjadi 1/3.

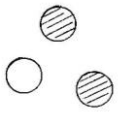
Seterusnya, Izan mewakilkan 2/3 dengan melorek empat petak bersebelahan tambahan dan berkata “Sama juga, pecahan empat perenam boleh diringkaskan menjadi dua pertiga”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau meringkaskan 4/6 menjadi 2/3.

Berikutnya, Izan diminta untuk mewakilkan pecahan yang tercatat pada Kad 2 dengan menggunakan cip kertas. Petikan 5WPW1(4) memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5WPW1(4): Mewakilkan 1/3 dan 2/3

P: (Kad 1 dan empat cip kertas diberikan kepada murid) Cuba menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dengan menggunakan bahan ini.
M: Kita ambil sebiji (murid melorek satu cip kertas).

P: Mengapakah anda kata itu satu pertiga?
M: Sebab pilih sebiji bagi cip kertas itu.
P: Dengan menggunakan cip kertas yang sama, cuba tunjukkan pecahan dua pertiga.
M: Kita ambil dua biji (murid melorek dua cip kertas).



P: (Berikan enam cip kertas kepada murid) Cuba tunjukkan satu pertiga dengan menggunakan cip kertas ini.
M: (Diam seketika) Kita ambil dua biji (murid melorek dua cip kertas).

P: Bagaimanakah anda menjelaskan dua pertiga dengan menggunakan cip kertas tersebut?
M: Dua pertiga (diam seketika) empat biji boleh dijadikan dua kumpulan, yang satu lagi ini ialah tiga (murid menolak empat cip kertas).

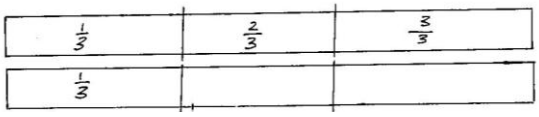
Dalam Petikan 5WPW1(4), Izan mewakilkan 1/3 dengan menyusun tiga cip kertas berdekatan. Kemudian, Izan menolak satu daripada tiga cip kertas ke tepi dan mengangapnya sebagai 1/3. Berikutnya, Izan mewakilkan 2/3 dengan menolak dua daripada tiga cip kertas ke tepi dan berkata “Kita ambil dua biji”. Pernyataan ini menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga cip kertas itu sebagai 2/3.

Selanjutnya, Izan diminta untuk mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan menggunakan enam cip kertas. Beliau menyusun cip kertas secara berpasangan bagi membentuk tiga kumpulan. Izan menolak sepasang cip kertas dan menganggapnya sebagai 1/3. Seterusnya, Izan mewakilkan 2/3 dengan menolak dua pasang cip kertas ke tepi dan berkata "empat biji boleh dijadikan dua kumpulan, yang satu lagi ini ialah tiga". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap dua daripada tiga pasangan cip kertas itu sebagai 2/3.

Empat pertiga dan tujuh pertiga. Dalam aktiviti ini, Izan diberi beberapa helai jalur kertas kosong. Beliau diminta untuk mewakilkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 secara berasingan. Petikan 5WTW1 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5WTW1: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

P: (Kad 1 dan beberapa jalur kertas kosong diberikan kepada murid). Cuba sebut nombor yang tercatat pada Kad 1.
M: Empat pertiga.
P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dengan menggunakan jalur kertas berikut, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Kena ada tiga bahagian (murid melukis dua garisan dan menulis simbol "1/3, 2/3, dan 3/3" pada setiap petak).
P: Baiklah, bagaimanakah anda menjelaskan empat pertiga?
M: Kena ambil empat bahagian semuanya (murid mengambil sekeping jalur kertas, melukis dua garisan, dan label menulis simbol "1/3" pada salah satu petak).



P: Cuba jelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 2 dengan menggunakan bahan tersebut?
M: Kena ada tiga lagi. Kita lorek tujuh semuanya (murid mengambil sekeping jalur kertas lagi dan melorek pada tujuh petak)
P: Bagaimanakah anda tahu itu tujuh pertiga?
M: Kita kena lorek tujuh petak sebab satu jalur ialah tiga pertiga, dua keping ialah enam pertiga, jadi ambil satu bahagian lagi jadi tujuh pertiga (murid melorek sebanyak tujuh petak).

Dalam Petikan 5WTW1, Izan melukis dua garisan pada sehelai jalur kertas dan menulis 1/3, 2/3, dan 3/3 pada setiap bahagian jalur kertas tersebut. Kemudiannya, beliau melukis dua garis tegak pada jalur kertas kedua dan menulis 1/3 pada salah satu bahagian jalur kertas tersebut. Pernyataan "Kena ambil empat bahagian semuanya"

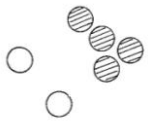
mencadangkan beliau menganggap tiga daripada tiga bahagian pada jalur kertas pertama sebagai satu keseluruhan dan satu bahagian pada jalur kertas kedua sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggapkan membentuk 4/3.

Berikutnya, Izan mewakilkan 7/3 dengan melukis dua garisan pada sehelai jalur kertas lain. Pernyataan "kena ada tiga bahagian lagi. Kita lorek tujuh bahagian semuanya" mencadangkan bahawa Izan menganggap tiga petak pada jalur kertas pertama dan kedua sebagai dua keseluruhan dan satu bahagian pada jalur kertas yang lain sebagai 1/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan ketiga-tiganya dianggapkan membentuk 7/3.

Seterusnya, Izan diminta untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cip kertas. Petikan 5WTW2 memaparkan responsnya.

Petikan 5WTW2: Mewakilkan 4/3 dan 7/3

P: (Kad 1 dan beberapa cip kertas diberikan kepada murid). Jika salah seorang kawan minta bantuan anda untuk menjelaskan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dengan menggunakan bahan berikut, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Diam seketika).
P: Apakah yang anda sedang fikirkan?
M: Susah sikit dengan bahan ini (diam seketika) kena ada tiga cip kertas, itu tiga pertiga (murid melorek tiga cip kertas).
P: Bukankah itu tiga cip kertas, mengapakah anda kata tiga pertiga?
M: Kita pilih semua.
P: Cuba jelaskan empat pertiga.
M: (Diam seketika).
P: Cuba ceritakan apakah yang anda sedang fikirkan?
M: Tak cukup (diam seketika) kena ambil sebiji lagi (murid melorek satu cip kertas).
P: Mengapakah begitu?
M: Sebab tiga pertiga tak cukup satu pertiga lagi. Nak jadi empat pertiga, kena tambah satu lagi.



P: (Kad 2 dan beberapa cip kertas diberikan kepada murid). Cuba jelaskan pecahan pada Kad 2" dengan bahan yang diberikan.
M: Kena ada tujuh keping (murid melorek tujuh cip kertas).

P: Mengapakah anda kata itu tujuh pertiga?
M: Ada tiga di sini, empat, lima, enam, tujuh (murid melorek cip kertas).

Dalam Petikan 5WTW2, Izan mewakilkan 4/3 dengan menyusun tiga keping cip kertas berdekatan dan menganggapnya sebagai 3/3. Kemudian, Izan menyatakan bahawa masih kekurangan sekeping cip kertas lagi. Seterusnya, Izan mengambil tiga keping cip kertas tambahan dan berkata "Sebab tiga pertiga tak cukup satu pertiga lagi" mencadangkan bahawa beliau menganggap tiga cip kertas pertama dan satu daripada tiga cip kertas kedua membentuk 4/3.

Berikutnya, Izan mewakilkan 7/3 dengan mengambil sembilan cip kertas dan menyusunnya dalam tiga kumpulan tiga cip kertas. Kemudian, beliau melorek tiga cip kertas pada kumpulan pertama dan kedua, serta satu cip kertas pada kumpulan ketiga. Pernyataan "ada tiga di sini, empat, lima, enam, tujuh" menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga cip kertas pada kumpulan pertama dan kedua, serta satu cip kertas pada kumpulan ketiga membentuk 7/3.

Mentafsirkan Pecahan

Tugasan ini terdiri daripada dua aktiviti, iaitu mentafsir pecahan dari perwakilan yang berbentuk selanjar dan mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk diskret. Petikan 5TRP1 memaparkan respons Izan mentafsirkan pecahan dari perwakilan berbentuk selanjar, manakala Petikan 5TRP2 memaparkan respons beliau mentafsirkan pecahan dari perwakilan yang berbentuk diskret.

Perwakilan berbentuk selanjar. Dalam aktiviti ini, perwakilan berbentuk segi empat ditunjukkan kepada Izan. Beliau diminta mentafsirkan nilai pecahan bagi petak warna merah, kuning, dan biru. Petikan 5TRP1 memaparkan responsnya.

Petikan 5TRP1: Mentafsir Pecahan Perwakilan Selanjar

P: Ini merupakan sebuah rajah segi empat sama yang terdiri daripada beberapa warna. Cuba nyatakan berapakah bilangan warna yang terdapat dalam rajah itu?
M: Ada empat warna.
P: Cuba tafsirkan nilai pecahan dari petak berwarna merah daripada seluruh rajah?
M: Satu perdua.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Merah ialah setengah rajah.
P: Apakah nilai pecahan lain yang dapat anda tafsir dari petak berwarna merah daripada seluruh rajah?

M: (Diam seketika). Tiada.
P: Sekarang cuba lihat petak kuning, apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsir dari petak itu daripada seluruh rajah?
P: Sekarang cuba lihat petak kuning, apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsir dari petak itu daripada seluruh rajah?
M: Satu perempat.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab kuning ialah satu, semua ialah empat bahagian.
P: Apakah nilai pecahan selain daripada itu bagi kawasan kuning?
M: 0.25.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab ia adalah separuh ini (murid tunjuk pada petak berwarna merah).
P: Apakah nilai pecahan lain yang dapat anda tafsirkan dari petak berwarna kuning?
M: (Diam seketika). Tiada.
P: Sekarang, cuba lihat petak berwarna hijau. Cuba tafsirkan nilai pecahan dari petak itu daripada seluruh rajah?
M: (Diam seketika). 2/12.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab hijau ada dua, semua ada dua belas.
P: Apakah nilai pecahan lain yang dapat anda tafsir dari petak berwarna hijau itu?
M: (Diam seketika). Satu perenam.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Saya kecilkan nilai.
P: Cuba jelaskan satu perenam dengan menggunakan rajah.
M: (Diam seketika, menggelengkan kepala).
P: Apakah nilai pecahan yang lain yang dapat anda tafsir dari petak berwarna hijau daripada seluruh rajah?
M: (Diam seketika). Tiada.

Dalam Petikan 5TRP1, Izan mentafsir pecahan bagi petak berwarna merah sebagai pecahan 1/2 dengan menyebut “merah ialah setengah rajah”. Pernyataan itu mencadangkan beliau membayangkan seluruh rajah itu dipenuhi oleh dua petak berwarna merah. Tingkah laku Izan itu mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna merah dengan membahagikan bilangan petak berwarna merah dengan jumlah bilangan petak merah yang memenuhi seluruh rajah sebagai pecahan 1/2.

Seterusnya, Izan mentafsirkan pecahan bagi petak yang berwarna kuning sebagai pecahan 1/4 dengan menyebut “sebab kuning ialah satu, semua ialah empat bahagian”. Pernyataan itu mencadangkan bahawa beliau menganggap terdapat satu petak berwarna kuning dalam rajah berkenaan. Pernyataan itu juga menunjukkan bahawa beliau membayangkan seluruh rajah tersebut dipenuhi oleh empat petak berwarna kuning. Kemudiannya, Izan mentafsir nilai pecahan bagi petak yang berwarna kuning dengan

membahagikan bilangan petak berwarna kuning dengan jumlah bilangan petak berwarna kuning yang memenuhi seluruh rajah sebagai pecahan 1/4.

Seterusnya, Izan menyatakan bahawa 1/4 menyamai 0.25. Pernyataan “ia adalah separuh ini” mencadangkan bahawa beliau menganggap saiz petak berwarna kuning adalah separuh bagi saiz petak berwarna merah. Tingkah laku Izan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap separuh bagi 1/2 ialah 0.25.

Berikutnya, Izan mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna hijau sebagai pecahan 2/12 dan 1/6. Dalam tafsiran pertama, Izan menyebut “hijau ada dua, semua rajah ada dua belas” menunjukkan bahawa beliau menganggap terdapat dua petak berwarna hijau dalam seluruh rajah. Seluruh rajah dipenuhi oleh 12 petak berwarna hijau. Tingkah laku Izan seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi petak berwarna hijau dengan membahagikan bilangan petak berwarna hijau dengan bilangan petak berwarna hijau yang memenuhi seluruh rajah sebagai pecahan 2/12. Dalam tafsiran kedua, Izan mengatakan “saya kecilkan nilai” mencadangkan beliau meringkaskan pecahan 2/12 menjadi 1/6.

Perwakilan berbentuk diskret. Dalam aktiviti ini, perwakilan berbentuk bulatan pelbagai warna ditunjukkan kepada Izan. Beliau diminta untuk mentafsirkan nilai pecahan bagi bulatan warna merah, hijau, dan kuning. Petikan 5TRP2 memaparkan respons beliau.

Petikan 5TRP2: Mentafsir Pecahan Perwakilan Diskret

P: Nyatakan berapakah bilangan warna dalam rajah berikut?
M: Ada empat.
P: Apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsirkan dari bulatan berwarna merah daripada seluruh rajah?
M: (Diam seketika). 6/12.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab saya bilang ada enam merah, semua petak ada dua belas.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsirkan dari bulatan berwarna merah daripada bulatan pada seluruh rajah itu?
M: (Diam seketika). Satu perdua.
P: Mengapakah anda kata satu perdua?
M: Sebab merah ada di sebelah rajah.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsirkan dari bulatan berwarna merah itu?

M: (Diam seketika). Tiada.
P: Apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsirkan dari bulatan yang berwarna hijau daripada bulatan dalam seluruh rajah?
M: (Diam seketika). 3/12.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab hijau ada 3, semua ada 12.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsirkan dari bulatan berwarna hijau daripada semua bulatan pada rajah itu?
M: (Diam seketika). 1/4.
P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Sebab ada empat ini (tunjukkan pada tiga bulatan berwarna hijau), jadi hijau ialah 1/4.
P: Selain itu, apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsirkan dari bulatan berwarna hijau itu?
M: (Diam seketika). Tiada.
P: Cuba lihat kawasan kuning, apakah nilai pecahan yang dapat anda tafsirkan dari bulatan yang berwarna kuning daripada bulatan dalam seluruh rajah?
M: Satu perenam.
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab kalau bilang dua dua, ada enam semuanya. Jadi satu perenam la!
P: Selain itu, apakah lagi nilai pecahan yagn dapat anda tafsirkan dari bulatan berwarna kuning itu?
M: (Diam seketika). Tiada.

Dalam Petikan 5TRP2, Izan mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna merah sebagai pecahan 6/12 dan 1/2. Dalam tafsiran pertama, Izan menjelaskan pecahan 6/12 dengan menyebut “sebab saya bilang ada enam merah, semua petak ada dua belas”. Pernyataan itu mencadangkan bahawa beliau menganggap terdapat enam buah bulatan berwarna merah dalam seluruh rajah. Seluruh rajah mempunyai 12 buah bulatan. Tingkah laku Izan selanjutnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan membahagikan bilangan bulatan merah dengan jumlah bulatan dalam seluruh rajah sebagai pecahan 6/12. Dalam tafsiran kedua, Izan menjelaskan 1/2 dengan menyebut “sebab merah ada di sebelah rajah” mencadangkan beliau membayangkan enam bulatan berwarna merah bergabung membentuk satu kumpulan. Tingkah laku Izan selanjutnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna merah dengan membahagikan bilangan kumpulan enam bulatan merah dengan bilangan kumpulan enam bulatan yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai pecahan 1/2.

Selanjutnya, Izan mentafsir nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau sebagai pecahan 3/12 dan 1/4. Dalam tafsiran pertama, beliau menjelaskan 3/12 dengan menyebut “sebab hijau ada tiga, semua ada dua belas”. Pernyataan itu mencadangkan Izan menganggap terdapat sebanyak tiga buah bulatan berwarna hijau dalam rajah yang diberikan. Seluruh rajah mempunyai sebanyak 12 bulatan. Akhirnya, Izan mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna hijau dengan membahagikan bilangan bulatan hijau dengan jumlah bilangan bulatan berwarna hijau yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai pecahan 3/12.

Dalam tafsiran kedua, Izan menjelaskan 1/4 dengan berkata “sebab ada empat bahagian, jadi hijau ialah satu perempat”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau membayangkan tiga buah bulatan berwarna hijau digabungkan membentuk satu kumpulan. Seluruh rajah dianggapkan mempunyai empat kumpulan tiga buah bulatan. Tingkah laku Izan seterusnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna hijau dengan membahagikan bilangan kumpulan tiga buah bulatan berwarna hijau dengan bilangan kumpulan tiga buah bulatan yang terdapat dalam seluruh rajah sebagai 1/4.

Selanjutnya, Izan mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna kuning sebagai 1/6. Izan menjelaskan 1/6 dengan menyebut “sebab kalau bilang dua dua... ada enam semuanya. Jadi satu perenam la”. Pernyataan tersebut menunjukkan Izan membayangkan setiap pasangan bulatan membentuk satu kumpulan. Menurut Izan, terdapat satu kumpulan bulatan berwarna kuning dan seluruh rajah mempunyai enam kumpulan. Tingkah laku Izan berikutnya mencadangkan bahawa beliau mentafsirkan pecahan bagi bulatan berwarna kuning dengan membahagikan bilangan kumpulan bulatan berwarna kuning dengan bilangan kumpulan bulatan dari seluruh rajah sebagai 1/6.

Membandingkan Pecahan

Tugasan mempunyai dua aktiviti, iaitu membandingkan 3/4 dengan 3/5 dan 5/3 dengan 5/4. Petikan 5BP1 memaparkan respons Izan membandingkan pecahan 3/4 dengan 3/5, manakala Petikan 5BP2 pula memaparkan respons beliau dalam membandingkan pecahan 4/3 dengan 5/3.

Tiga perempat dan tiga perlima. Dalam aktiviti berikut, bahan seperti jalur kertas, cip kertas, dan kertas A4 diletak di atas meja. Izan diminta untuk membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang beliau fikir paling sesuai. Petikan 5BP1 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 5BP1: Membandingkan 3/4 dan 3/5

P: (Berikan Kad 1 dan Kad 2 kepada murid). Jika seorang kawan minta bantuan anda untuk membandingkan saiz piza yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk menjelaskan perbandingan itu.
M: Belahkan empat bahagian (murid tunjuk pada Kad 1).

P: Bagaimanakah anda tahu itu betul?
M: Katakan ada empat dalam satu ini, kita ambil tiga.
P: Baiklah, cuba tunjukkan pecahan pada Kad 2.
M: Kita belah kepada lima bahagian (murid tunjuk pada Kad 2).

P: Mengapakah anda lukis begitu?
M: Ini satu, kita ada lima, ambil keluar tiga (murid tunjuk pada rajah yang dilukis).
P: Beritahu cikgu, siapa dapat lebih banyak?
M: Tiga perempat lebih luas (murid tunjuk pada bahagian berlorek).

Dalam Petikan 5BP1, Izan membandingkan 3/4 dan 3/5 dengan mengambil sekeping cip kertas dan melukis garis silang pada permukaannya. Kemudiannya, Izan melorekkan tiga bahagian dan berkata “Katakan ada empat dalam satu ini, kita ambil tiga”. Pernyataan Izan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga daripada empat bahagian tersebut sebagai 3/4.

Berikutnya, Izan mengambil sekeping cip kertas yang sama saiz dan melukis lima garisan merentasi permukaannya. Izan melorekkan tiga bahagian dan berkata “Ini

satu, kita ada lima, ambil keluar tiga". Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga daripada lima bahagian tersebut sebagai 3/5. Dalam membandingkan pecahan 3/4 dan 3/5, Izan berkata "Tiga perempat lebih luas" menunjukkan bahawa beliau menganggap saiz bahagian tiga bahagian yang mewakili 3/4 adalah lebih besar berbanding dengan tiga bahagian yang mewakili 3/5.

Lima pertiga dan lima perempat. Dalam aktiviti lain, Izan diminta membandingkan pecahan yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2 dengan menggunakan cara yang difikirkan paling sesuai. Petikan 5BP2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5BP2: Membandingkan 5/3 dan 5/4

P: (Berikan Kad 1 dan Kad 2 kepada murid). Jika seorang kawan minta bantuan anda membandingkan saiz coklat yang yang tercatat pada Kad 1 dan Kad 2. Cuba guna cara yang anda anggap paling sesuai untuk membandingnya.

M: Lima pertiga, kena lorek lima bahagian (murid melukis dua buah segi empat dan melorek rajah).

P: Mengapakah begitu?

M: Sebab lima bahagian, pilih lima ialah lima pertiga.

P: Bagaimana pula anda nak jelaskan pecahan pada Kad 2?

M: Ini rajahnya, kena lorek lima bahagian semuanya (murid melukis dua segi empat dan lorek bahagian).

P: Mengapakah anda kata begitu?

M: Sebab lima bahagian, pilih empat.

P: Cuba beritahu saya siapa mendapat lebih banyak coklat?

M: Lima pertiga, Susan sebab bahagian ini lebih luas (murid tunjuk pada segi empat kedua).

Dalam Petikan 5BP2, Izan membandingkan 5/3 dan 5/4 dengan melukis dua buah segi empat, yang masing-masingnya dibahagikan kepada tiga bahagian yang sama besar saiznya. Kemudiannya, Izan melorekkan tiga bahagian pada segi empat pertama dan dua bahagian pada segi empat kedua dan berkata "Lima pertiga, kena lorek lima bahagian". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap tiga daripada tiga bahagian pada segi empat pertama sebagai satu keseluruhan dan dua daripada tiga bahagian pada segi empat kedua sebagai 2/3 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggap membentuk 5/3.

Seterusnya, Izan melukis dua buah segi empat, yang masing-masingnya dibahagikan kepada empat bahagian. Izan melorekkan empat bahagian pada segi empat pertama dan satu bahagian pada segi empat kedua dan berkata “Ini rajahnya, kena lorek lima bahagian semuanya...Sebab lima bahagian, pilih empat”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap empat daripada empat bahagian pada segi empat pertama sebagai satu keseluruhan dan satu daripada empat bahagian sebagai 1/4 daripada satu keseluruhan yang lain. Gabungan kedua-duanya dianggap membentuk 5/4.

Dalam membandingkan saiz coklat, Izan tunjuk pada segi empat kedua yang mewakili 3/4 dan 3/5 masing-masing dan berkata “Lima pertiga, Susan sebab bahagian ini lebih luas”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap 5/3 adalah lebih besar berbanding 5/4.

Mewakilkan Pembahagian Pecahan

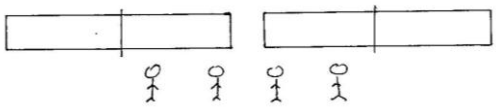
Tugasan ini terdiri daripada tiga aktiviti, iaitu mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan, pecahan bahagi nombor bulat, dan pecahan bahagi pecahan. Petikan 5WBP1 memaparkan respons Izan mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 5WBP2 pula memaparkan tingkah laku beliau mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Sementara itu, Petikan 5WPB1 pula memaparkan respons Izan mewakilkan nombor bulat bahagi pecahan menggunakan jalur kertas, manakala Petikan 5WPB2 pula memaparkan tingkah laku beliau mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas. Akhirnya, Petikan 5WPP1 memaparkan respons Izan mewakilkan pecahan bahagi pecahan menggunakan jalur kertas, dan Petikan 5WPP2 pula memaparkan respon beliau mewakilkan pembahagian berkenaan menggunakan cip kertas.

Nombor bulat bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, Izan diminta untuk mewakilkan 2 ÷ 1/4 dan 2 ÷ 2/4 dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 5WBP memaparkan respons beliau.

Petikan 5WBP: Mewakilkan Nombor Bulat Bahagi Pecahan

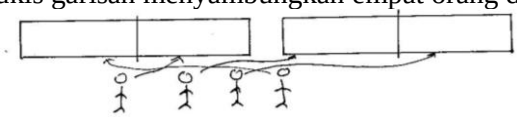
P: (Berikan beberapa jalur kertas kepada murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 2 ÷ 1/4 dengan menggunakan bahan ini, bagaimanakah anda melakukannya?

M: (Diam seketika). Bahagi kepada empat orang (murid melukis empat orang).



P: Cuba Izan jelaskan 2 ÷ 4 dengan menggunakan jalur kertas.

M: Katakan ada dua coklat, pisahkan kepada empat bahagian. Kita berikan kepada setiap orang (murid melukis garisan menyambungkan empat orang dengan setiap bahagian).



P: Adakah 2 ÷ 1/4 sama dengan 2 ÷ 4?

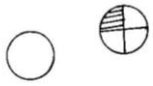
M: (Diam seketika).

P: Sekarang, cuba tunjukkan 2 ÷ 2/4 dengan menggunakan jalur kertas tersebut.

M: (Diam seketika). Tak dapat.

P: (Berikan beberapa cip kertas kepada murid). Cuba jelaskan 2 ÷ 1/4 dengan menggunakan cip kertas yang dibekalkan.

M: Kena belah empat bahagian (murid melorek satu bahagian).



P: Cuba jelaskan lagi apa yang anda lakukan.

M: (Diam seketika). Tak boleh.

Dalam Petikan 5WBP, Izan mewakilkan 2 ÷ 1/4 dengan mengambil dua jalur kertas yang sama saiz dan melukis satu garisan pada setiap jalur kertas tersebut. Kemudiannya, beliau melukis empat orang dan berkata “Bahagi kepada empat orang”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap dalam pembahagian tersebut, setiap orang mendapat satu bahagian jalur kertas tersebut.

Seterusnya, Izan diminta untuk mewakilkan 2 ÷ 4 dengan menggunakan jalur kertas. Beliau mengambil dua jalur kertas dan melakukan perbuatan yang sama seperti semasa mewakilkan 2 ÷ 1/4 sebelum itu. Walau bagaimanapun, Izan tidak dapat menjelaskan perbezaan di antara jalur kertas yang digunakan untuk mewakilkan 2 ÷ 4

dan 2 ÷ 1/4. Dalam pada itu, beliau juga tidak dapat mewakilkan 2 ÷ 2/4 dengan menggunakan jalur kertas.

Seterusnya, Izan mewakilkan 2 ÷ 1/4 dengan mengambil dua cip kertas yang sama besar saiznya sebagai nombor dua. Berikutnya, beliau melukis dua garisan bersilang pada salah satu cip kertas tersebut melorek salah satu daripada bahagian tersebut. Tingkah laku Izan itu dapat ditafsirkan bahawa beliau mewakilkan bahagian berlorek sebagai 1/4. Walau bagaimanapun, Izan tidak berjaya menjelaskan perwakilan yang ditunjukkan pada cip kertas berkenaan.

Petikan 5WPB1: Mewakilkan Pecahan Bahagi Nombor Bulat

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 1/3 ÷ 2 menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Murid kelihatan gelisah). Satu pertiga, kena ada tiga petak, kita lorek satu.
P: Apakah berlaku juga satu pertiga dibahagi dua?
M: Bahagi petak satu pertiga ini kepada dua.
P: Cuba tunjukkan cara anda membahagikan kepada dua.
M: (Murid lukis pada jalur kertas).

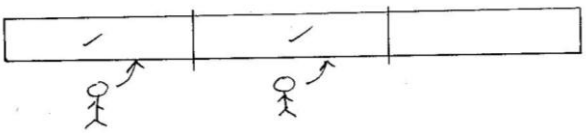
P: Berdasarkan jalur kertas itu, apakah yang dapat anda ketahui dari pembahagian tersebut?
M: (Diam seketika). Bahagian ini (murid tunjuk pada bahagian berlorek). Satu perenam.

$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$$

P: Bagaimanakah anda boleh dapat enam?
M: Petak dua lagi pun kena bahagi dua.
P: Cuba tunjukkan.
M: (Murid melukis dua petak pada setiap bahagian).
P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda menjelaskan 2/3 ÷ 2 dengan menggunakan jalur kertas, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Bahagi tiga, ini dua pertiga (murid melukis pada jalur kertas).
P: Apakah berlaku jika bahagi dua?
M: Bahagi kepada dua orang (murid melukis dua orang).
P: Cuba tunjuk pada jalur kertas.
M: Ini bahagi dua (murid melukis dua orang dan garisan penyambung).
P: Apakah yang dapat anda ketahui daripada operasi 2/3 ÷ 2?
M: Tiga (murid menulis hasil bahagi).

$$\frac{2}{3} \div 2 = 3$$

P: Cuba jelaskan jawapan itu dengan menggunakan jalur kertas itu.
M: Setiap orang akan dapat satu (murid melukis dua orang dan garisan).



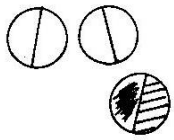
P: Apakah lukisan itu?
M: Seorang dapat satu.
P: Bagaimanakah anda kata dapat tiga tadi?
M: (Diam seketika dan gelengkan kepala).

Dalam Petikan 5WPB1, Izan kelihatan gelisah ketika diminta untuk mewakilkan 1/3 ÷ 2. Sejurus kemudian, beliau membahagikan satu jalur kertas kepada tiga bahagian sama besar dan berkata "Satu pertiga, kena ada tiga petak, kita lorek satu". Pernyataan tersebut menunjukkan Izan menganggap satu daripada tiga bahagian sebagai 1/3. Berikutnya, Izan membahagikan bahagian yang mewakili 1/3 itu kepada dua bahagian yang lebih kecil. Seterusnya, beliau melorek kedua-dua bahagian tersebut dan menganggapkan hasil bahagi bagi 1/3 ÷ 2 tersebut sebagai 2/6.

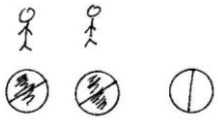
Seterusnya, Izan mewakilkan 2/3 ÷ 2 dengan membahagikan jalur kertas kepada tiga bahagian sama besar saiznya dan menganggap dua daripadanya sebagai pecahan 2/3. Berikutnya, beliau melukis dua orang dan garisan bagi menyambungkan dua orang berkenaan dengan dua bahagian yang mewakili 2/3 tersebut. Menurut Izan, operasi 2/3 ÷ 2 membolehkan setiap orang mendapat satu bahagian jalur kertas. Walau bagaimanapun, sebelum itu Izan menunjukkan pengiraan 2/3 ÷ 2 dan menyatakan bahawa hasil bahagi operasi tersebut ialah tiga. Percanggahan idea tersebut menyebabkan beliau menggelengkan kepala bermaksud tidak dapat menjelaskan keadaan berkenaan.

Petikan 5WPB2: Mewakilkan Pecahan Bahagi Nombor Bulat

P: (Berikan beberapa cip kertas kepada Izan). Baiklah, cuba jelaskan 1/3 ÷ 2 kepada kawan anda dengan menggunakan cip kertas berikut.
M: (Ambil tiga cip kertas). Ini satu pertiga. Kena lorek sebiji, dapat satu pertiga.
P: Apakah berlaku berikutnya?
M: Kena belah dua setiap cip itu (murid melukis pada setiap cip kertas).
P: Apakah anda dapat dari pembahagian itu?
M: Satu perenam.



P: Jika seorang kawan minta pertolongan anda menjelaskan 2/3 ÷ 2 dengan menggunakan cip kertas, bagaimanakah anda melakukannya?
M: Ambil tiga cip kertas, kena lorek dua biji, dapat dua pertiga.
P: Bagiamanakah jika 2/3 ÷ 2?
M: Seorang dapat sebiji (murid melukis anak panah).
P: Apakah yang dapat anda ketahui dari pembahagian itu?
M: Satu pertiga.
P: Mengapakah satu pertiga?
M: Seorang dapat satu ini.



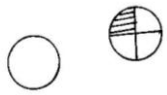
Dalam Petikan 5WPB2, Izan mewakilkan 1/3 ÷ 2 dengan mengambil tiga cip kertas dan berkata "Ini satu pertiga. Kena lorek sebiji, dapat satu pertiga". Pernyataan tersebut menunjukkan Izan menganggap satu daripada tiga cip kertas tersebut sebagai 1/3. Berikutnya, Izan membahagikan setiap cip kertas kepada dua bahagian dan melorek salah satu daripada bahagian tersebut. Tingkah laku Izan selanjutnya menunjukkan beliau menganggap bahawa salah satu daripada enam bahagian tersebut sebagai hasil bahagi bagi 1/3 ÷ 2, nilainya ialah 1/6.

Seterusnya, Izan mewakilkan 2/3 ÷ 2 dengan mengambil tiga cip kertas dan berkata "Ambil tiga cip kertas, kena lorek dua biji, dapat dua pertiga". Pernyataan tersebut menunjukkan Izan menganggap dua daripada tiga cip kertas tersebut sebagai 2/3. Berikutnya, beliau melukis dua orang dan berkata "Seorang dapat sebiji... Seorang dapat satu ini" menunjukkan Izan memberikan dua cip kertas kepada dua orang dengan sama banyak. Dalam aktiviti ini, Izan mentafsirkan hasil bahagi bagi 2/3 ÷ 2 sebagai 1/3 dengan alasan setiap orang mendapat satu daripada tiga cip kertas.

Pecahan bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, Izan diminta untuk mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dan 1/2 ÷ 1/4 dengan menggunakan jalur kertas dan cip kertas secara berasingan. Petikan 5WPP memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5WPP: Mewakilkan Pecahan Bahagi Pecahan

P: (Sediakan beberapa jalur kertas di hadapan murid). Jika seorang kawan minta pertolongan anda untuk menjelaskan 1/2 ÷ 1/3, bagaimanakah anda melakukannya?
M: (Murid mengambil satu jalur kertas). Kena buat satu perdua dahulu (murid membentuk dua bahagian).
P: Cuba tunjukkan cara ia dibahagi dengan satu pertiga.
M: (Diam seketika).
P: Apakah anda sedang fikirkan?
M: Tak tahu nak bahagi dengan pecahan.
P: Cuba jelaskan 1/2 ÷ 1/4 dengan menggunakan cip kertas tersebut.
M: (Mengambil dua keping cip kertas). Kita bahagikan kepada empat bahagian (diam seketika).
P: Apakah Izan sedang fikirkan?
M: (Diam seketika). Tak dapat nak bahagikan dengan pecahan.



Dalam Petikan 5WPP, Izan mewakilkan 1/2 ÷ 1/3 dengan melukis satu garisan pada satu jalur kertas sebagai 1/2. Walau bagaimanapun, beliau tidak dapat meneruskan menjelaskan dengan alasan tidak tahu hendak bahagi dengan 1/3. Seterusnya, Izan diminta untuk mewakilkan 1/2 ÷ 1/4 dengan menggunakan cip kertas. Beliau mengambil dua cip kertas dan menganggap salah satu daripadanya sebagai 1/2. Kemudiannya, Izan melukis dua garisan bersilang pada salah satu cip kertas yang mewakili 1/2 tadi dan melorek satu daripada bahagian yang dibina. Tingkah laku Izan ini dapat ditafsirkan bahawa beliau cuba mewakilkan pecahan 1/4 pada cip kertas tersebut. Walau bagaimanapun, beliau tidak dapat meneruskan penjelasan tentang 1/2 ÷ 1/4 dengan alasan tidak tahu cara hendak mewakilkan "÷ 1/4" pada cip kertas.

Makna Bahagi

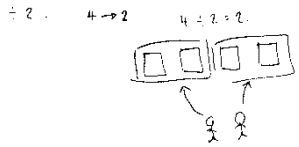
Bahagian ini membabitkan usaha untuk mengenal makna bahagi yang dipunyai oleh Izan. Untuk itu, lima aktiviti yang terdiri daripada simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat, pecahan bahagi nombor bulat, nombor bulat bahagi pecahan, dan pecahan bahagi pecahan telah disediakan. Petikan 5MK1 memaparkan respons beliau mentafsirkan makna bahagi dari konteks yang

membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat, Petikan 5MK2 memaparkan responsnya mentafsirkan makna bahagi dari konteks yang membabitkan nombor bulat bahagi pecahan, Petikan 5MK3 pula memaparkan responsnya mentafsirkan bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan pecahan bahagi nombor bulat, dan Petikan 5MK4 memaparkan responsnya mentafsirkan bahagi dari konteks yang membabitkan pecahan bahagi pecahan .

Nombor bulat bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator ditunjukkan kepada Izan. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi dari simulasi kalkulator yang membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat. Petikan 5MK1 memaparkan tingkah lakunya.

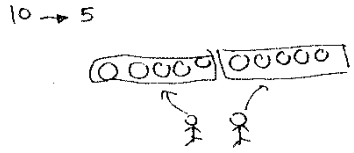
Petikan 5MK1: Mentafsir Makna Dibahagi 2

P: (Simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator ditunjukkan kepada murid). Jika nombor-nombor berikut keluar dan masuk (Simulasi 8 masuk – 4 keluar; 7 masuk – 3.5 keluar; dan 6 masuk – 3 keluar). Catatkan pasangan nombor yang masuk dan keluar. Cuba teka apakah kalkulator buat pada nombor itu?
M: Bahagi dua.
P: Apakah makna bahagi?
M: (Diam seketika). Mengecilkan suatu nombor.
P: Apakah maksud mengecilkan nombor?
M: Kalau dibahagi dengan dua, suatu nombor itu akan menjadi semakin kurang.
P: Cuba jelaskan lagi “semakin kurang” yang anda sebut tadi.
M: Boleh bagi contoh cikgu?
P: Ya, boleh.
M: Misalnya, 6 menjadi 3, 8 menjadi 4.
P: Selain itu, apakah lagi makna bahagi?
M: Ia memudahkan suatu nombor.
P: Apakah yang anda maksud dengan “memudahkan nombor”?
M: Jadi ringkas.
P: Apakah yang menjadi ringkas?
M: Misalnya, 7 menjadi 3.5.
P: Apakah kalkulator akan buat jika saya tekan nombor empat?
M: (Murid menulis 4 ÷ 2 = 2).
P: Apakah maksud bahagi di situ?
M: Mengecilkan nombor empat menjadi dua.
P: Cuba jelaskan lagi “mengecilkan nombor empat”.
M: (Diam seketika). Ada empat buah buku, kita berikan kepada dua orang (murid melukis rajah).

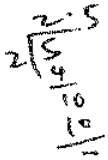


P: Semasa anda melingkung dua buah buku tu, anda buat apa?
M: Pecahkan sama banyak.

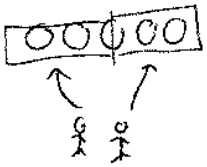
P: Garisan anak panah tu maksud apa?
M: Berikan kepada setiap orang sama banyak.
P: Apakah yang dapat anda tahu daripada pembahagian itu?
M: Setiap orang dapat dua buah buku.
P: Kalau saya tekan nombor sepuluh, apa kalkulator buat?
M: Ia diberikan kepada dua orang sama banyak.
P: Cuba jelaskan beri sama banyak.
M: Ini sepuluh biji oren. Pecah kepada lima biji macam ini (murid melukis rajah).



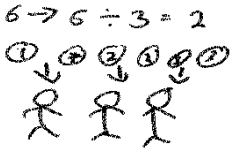
P: Bagaimanakah anda tahu nak melingkungi oren sebanyak itu?
M: Lima biji tu sama banyak banyak kepada dua orang.
P: Apakah kalkulator buat jika saya tekan nombor lima?
M: (Murid menulis 5 ÷ 2).
P: Apakah maksud bahagi di situ?
M: (Murid tunjukkan pengiraan 5 ÷ 2 = 2.5).



P: Cuba jelaskan makna bahagi dalam pengiraan itu.
M: Ada lima bulatan, belah kepada setengah. Bahagi kepada dua orang sama banyak (murid melukis rajah).

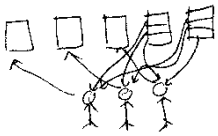


P: Anda kata "belah kepada setengah" tu, apa maksudnya?
M: Bulatan ketiga dipisahkan separuh, ia sama banyak.
P: Apakah makna segi empat yang anda lukis itu?
M: Pisahkan bulatan kepada dua kumpulan sama banyak.
P: Apakah yang anda dapat tahu daripada pembahagian itu?
M: Setiap orang dapat dua point lima.
P: (Tunjukkan kalkulator yang mempunyai fungsi "÷ 3"). Kalkulator ini mempunyai tugas lain. Cuba nyatakan tugas kalkulator itu?
M: Bahagi tiga.
P: Apakah yang berlaku jika suatu nombor dimasukkan ke dalam kalkulator itu?
M: Dia akan bahagi tiga.
P: Jika saya tekan nombor enam, apakah kalkulator akan buat?
M: (Murid menulis 6 ÷ 3).
P: Cuba jelaskan maksud bahagi di situ.
M: Ada enam biji buah, dibahagikan kepada tiga orang. Setiap orang akan dapat dua biji (murid melukis rajah).



P: Bagaimanakah pembahagian buah itu berlaku?
M: Dua "1" ini untuk orang pertama, "2" ini pula untuk orang kedua, ini "3" untuk ketiga (murid melukis anak panah menyambungkan tiga orang).
P: Jika saya tekan nombor lima, apakah kalkulator akan lakukan?

M: (Murid menulis 5 ÷ 3).
P: Apakah maksud bahagi di situ?
M: (Diam seketika). Ada lima buah kotak nak dibahagikan kepada tiga orang. Setiap orang akan mendapat sama banyak (murid melukis rajah).



P: Semasa anda lukis dua garisan pada dua buah kotak tu, anda fikirkan apa?
M: (Diam seketika). Belah kotak kepada tiga bahagian.
P: Mengapakah tiga bahagian?
M: Sebab ada tiga orang.
P: Cuba tunjuk cara anda membahagikan kotak.
M: Orang ini ambil kotak ini, orang kedua ambil kotak kedua, orang ketiga ambil kotak ketiga. Kita berikan kotak yang dipotong macam itu juga (murid melukis anak panah).
P: Apakah yang anda dapat tahu daripada pembahagian itu?
M: Bilangan kotak yang dimiliki oleh setiap orang.

Dalam Petikan 5MK1, Izan mentafsirkan makna bahagi yang dilakukan oleh kalkulator dalam simulasi nombor masuk dan keluar daripadanya sebagai bahagi. Menurut Izan, makna bahagi ialah mengecilkan nombor. Beliau menjelaskan maksud "mengecilkan nombor" sebagai "semakin kurang". Dalam penjelasannya, Izan menghuraikan "semakin kurang" dengan memberikan contoh 6 bertukar menjadi 3 dan 8 bertukar menjadi 4. Selain itu, Izan mentafsirkan makna bahagi sebagai "memudahkan suatu nombor". Bagi Izan, memudahkan nombor bermaksud meringkaskan nombor. Dalam penjelasan lanjut, Izan memberikan contoh bahagi dengan mengatakan bahawa nombor 7 menjadi 3.5 setelah diringkaskan dengan operasi bahagi.

Berikutnya, Izan mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 4 ÷ 2 dengan berkata "Mengecilkan nombor empat menjadi dua". Berikutnya, beliau melukis empat buah buku dan dua orang. Kemudiannya, beliau melukis satu segi empat bagi mengelilingi dua buah buku pertama dan dua buah buku kedua dan berkata "Pecahkan sama banyak". Sebagai penjelasan lanjut, Izan menyatakan bahawa pembahagian tersebut membolehkan setiap orang mendapat bilangan buku yang sama banyak.

Seterusnya, Izan diminta untuk mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 10 ÷ 2. Beliau melukis sepuluh biji oren dan dua orang dengan berkata “Pecah kepada lima biji macam ini”. Pernyataan tersebut menunjukkan Izan membahagikan sepuluh biji oren kepada dua kumpulan dengan masing-masing mendapat sebanyak lima biji oren. Kemudiannya, beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 5 ÷ 2 dengan membuat pengiraan bahagi dalam bentuk lazim. Berikutnya, Izan melukis lima buah bulatan dan berkata “Ada lima bulatan, belah kepada setengah. Bahagi kepada dua orang sama banyak... Bulatan ketiga dipisahkan separuh, ia sama banyak”. Pernyataan itu mencadangkan bahawa beliau membahagikan lima buah bulatan kepada dua orang dengan setiap kumpulan mendapat dua dan setengah buah limau.

Selanjutnya, Izan mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 6 ÷ 3 dengan melukis enam biji buah dan tiga orang. Pernyataan “Ada enam biji buah, dibahagikan kepada tiga orang. Setiap orang akan dapat dua biji... Dua “1” ini untuk orang pertama, “2” ini pula untuk orang kedua, ini “3” untuk ketiga” menunjukkan beliau menganggap enam biji buah diberikan kepada tiga orang, dengan masing-masing mendapat sebanyak dua biji buah.

Dalam aktiviti berikutnya, Izan mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 5 ÷ 3 dengan melukis lima buah kotak dan tiga orang penerima. Beliau melukis tiga garisan menyambungkan setiap buah kotak kepada tiga orang dan berkata “Ada lima buah kotak nak dibahagikan kepada tiga orang. Setiap orang akan mendapat sama banyak”. Pernyataan tersebut mencadangkan beliau memberikan tiga buah kotak kepada tiga orang dengan sama banyak. Selanjutnya, Izan melukis dua garisan pada setiap dua buah kotak lain dan berkata “Belah kotak kepada tiga bahagian...Orang ini ambil kotak ini, orang kedua ambil kotak kedua, orang ketiga ambil kotak ketiga. Kita berikan kotak yang dipotong macam itu juga”. Tingkah laku

Izan itu menunjukkan bahawa beliau membahagikan dua buah kotak lain kepada tiga bahagian sama besar dan mengagihkan setiap bahagian kepada tiga orang dengan sama banyak.

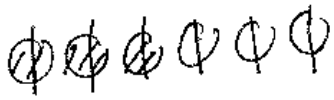
Nombor bulat bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang dilabelkan dengan "÷ 1/2", "÷ 1/3", dan "÷ 2/3" secara berasingan ditunjukkan kepada Izan. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 2 dan 6 dimasukkan dalam kalkulator itu. Petikan 5MK2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5MK2: Mentafsirkan Makna Dibahagi 1/2, 1/3, dan 2/3

P: (Tunjukkan kalkulator yang mempunyai fungsi "÷ 1/2"). Kalkulator ini mempunyai tugas lain. Cuba nyatakan tugas kalkulator sekarang?
M: Bahagi satu perdua.
P: Apakah yang berlaku jika suatu nombor dimasukkan?
M: Bahagi satu perdua.
P: Jika saya masukkan nombor enam, apakah yang akan dilakukan kalkulator?
M: (Murid tunjukkan pengiraan aritmetik).

$$6 \div \frac{1}{2} = \frac{6}{12}$$

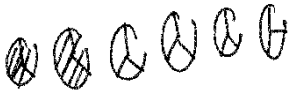
P: Cuba jelaskan makna bahagi di situ.
M: Ada enam bulatan, bahagikan separuh. Kita dapat enam daripada dua belas (murid melukis rajah).



P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Belah bulatan.
P: Apakah maklumat yang dapat anda ketahui daripada pembahagian itu?
M: Ada enam bahagian satu perdua bulatan semuanya.
P: (Tunjukkan kalkulator yang mempunyai fungsi "÷ 1/3"). Kalkulator ini mempunyai tugas lain pula. Cuba nyatakan tugas kalkulator itu sekarang?
M: Bahagi satu pertiga.
P: Apakah yang berlaku jika sebarang nombor dimasukkan?
M: Bahagi satu pertiga.
P: Apakah akan berlaku jika cikgu tekan enam?
M: Kalkulator akan bahagikan dengan satu pertiga.
P: Apakah makna bahagi di situ?
M: (Murid tunjukkan pengiraan aritmetik).

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{3} = 6 \div \frac{1}{3} = \frac{6}{18}$$

P: Cuba jelaskan makna bahagi dari pengiraan anda itu.
M: Setiap bulatan kena bahagi kepada tiga bahagian, kita dapat "6/18" (murid melorek bahagian).



P: Apakah yang dapat anda ketahui daripada pembahagian itu?
M: Ada enam bahagian semuanya.
P: Katakan kalkulator kita sekarang hanya boleh melakukan pembahagian dua pertiga. Jika cikgu tekan empat, apakah akan berlaku?
M: (Murid tunjukkan pengiraan aritmetik).

$$\frac{2}{3} = 4 \div \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$$

P: Apakah maksud bahagi dari pengiraan itu?
M: Kena ada empat biji bulatan, setiap satu dibelah kepada tiga. Kita ada dua bahagian sahaja, itu ialah dua perdua belas.

P: Apakah yang dapat anda ketahui daripada pembahagian itu?
M: Ada dua bahagian sahaja.

Dalam Petikan 5MK2, Izan mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang melibatkan 6 ÷ 1/2 dengan menunjukkan pengiraan aritmetik yang mempunyai hasil bahagi 6/12. Beliau menjelaskan makna bahagi dengan melukis enam buah bulatan dan satu garisan merentasi setiap bulatan tersebut. Menurut Izan, “bahagi separuh” bermaksud membahagikan setiap bulatan kepada dua bahagian sama besar. Dalam penjelasannya, Izan berkata “Ada enam bulatan, bahagikan separuh. Kita dapat enam daripada dua belas” menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap bulatan kepada dua bahagian sama besar dan semuanya ada dua belas separuh bulatan. Berikutnya, Izan melorek enam bahagian dan menyatakan bahawa hasil bahagi ialah 6/12. Tingkah laku Izan itu menunjukkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi dengan merujuk pengiraan aritmetik sebelum itu.

Selanjutnya, Izan mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 6 ÷ 1/3 dengan menunjukkan pengiraan aritmetik yang mempunyai hasil bahagi 6/18. Beliau melukis enam buah bulatan dan berkata “Setiap bulatan kena bahagi kepada tiga bahagian”. Pernyataan itu menunjukkan bahawa beliau membahagikan setiap bulatan kepada tiga bahagian sama besar. Izan melorek enam bahagian dan menganggap hasil bahagi sebagai 6/18. Dalam pembahagian itu, nampaknya Izan

menjelaskan makna bahagi dengan merujuk hasil bahagi yang diperoleh daripada pengiraan aritmetik sebelum itu.

Seterusnya, Izan diminta untuk mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 4 ÷ 2/3 dengan menunjukkan pengiraan aritmetik yang mempunyai hasil bahagi 2/12. Beliau melukis empat buah bulatan yang setiap satunya dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar. Pernyataan "Kita ada dua bahagian sahaja, itu ialah dua perdua belas" menunjukkan bahawa beliau menganggap hasil bahagi ialah 2/12 dengan merujuk pengiraan aritmetik sebelumnya.

Pecahan bahagi nombor bulat. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator dilabelkan dengan "÷ 3" ditunjukkan kepada Izan. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 1/2, 1/3, dan 2/3 dimasukkan dalam kalkulator berkenaan. Petikan 5MK3 memaparkan tingkah lakunya.

Petikan 5MK3: Mentafsirkan Makna Bahagi 1/2,1/3, dan 2/3

P: Apakah kalkulator buat jika saya tekan satu perdua?
M: Satu perdua dibahagi tiga.
P: Apakah makna bahagi di situ?
M: Ada sebuah bulatan, ini tiga bahagian (diam seketika), tak betul (murid membatalkan bulatan)!

P: Apakah yang anda sedang fikirkan?
M: Begini, sebuah bulatan, ada sebelah. (Diam seketika). Kita belah lagi tiga bahagian (murid melukis tiga bahagian).

P: Semasa anda lukis garisan pendek tu, anda fikir apa?
M: Belah dia kepada tiga bahagian.
P: Apakah perkara yang dapat anda tahu daripada pembahagian itu?
M: Ada tiga keping bahagian (murid melorek bahagian).

P: Baiklah, apakah akan berlaku jika saya tekan satu pertiga?
M: Satu pertiga dibahagi tiga (murid tunjukkan pengiraan aritmetik).

$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$$

P: Apakah makna bahagi di situ?
M: (Diam seketika). Ada satu pertiga bulatan (diam seketika), kita bahagi kepada tiga bahagian.

P: Cuba jelaskan lagi makna bahagi kepada tiga bahagian.
M: (Murid tunjuk pada bahagian kecil).
P: Semasa anda lukis dua garisan lurus tu, anda fikir apa?
M: Belah kepada tiga bahagian kecil.
P: Apakah yang anda dapat tahu daripada pembahagian itu?
M: Ada satu bahagian sahaja.

Dalam Petikan 5MK3, Izan mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 1/2 ÷ 3 dengan melukis sebuah bulatan dan berkata "sebuah bulatan, ada sebelah...Kita belah lagi tiga bahagian". Pernyataan tersebut menunjukkan Izan membahagikan satu bulatan kepada dua bahagian dan menganggap satu daripada dua bahagian bulatan sebagai pecahan 1/2. Kemudiannya, beliau membahagikan salah satu daripada dua bahagian kepada tiga bahagian sama besar. Tingkah laku Izan seterusnya dapat ditafsirkan bahawa beliau mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 1/2 ÷ 3 sebagai tiga bahagian yang terdapat pada bahagian yang diwakili oleh 1/2 tadi.

Berikutnya, Izan mentafsirkan makna bahagi bagi simulasi kalkulator yang membabitkan 1/3 ÷ 2 dengan menunjukkan pengiraan aritmetik dan mendapat hasil bahagi 1/6. Beliau melukis sebuah bulatan yang dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar. Kemudiannya, Izan melukis dua garisan lagi pada salah satu daripada bahagian yang terbentuk dengan menyebut "ada satu pertiga bulatan... kita bahagi kepada tiga bahagian". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa beliau menganggap satu daripada tiga bahagian sebagai 1/3. Berikutnya, Izan membahagikan salah satu daripada bahagian tersebut kepada dua bahagian sama besar dan menganggap hasil bahaginya ialah satu daripada enam bahagian berkenaan.

Pecahan bahagi pecahan. Dalam aktiviti ini, simulasi nombor masuk dan keluar dari sebuah kalkulator yang dilabelkan dengan "÷ 1/2" ditunjukkan kepada Izan. Beliau diminta untuk mentafsirkan makna bahagi apabila nombor 1/2 dan 2/3 dimasukkan dalam kalkulator itu. Walau bagaimanapun, Izan didapati cuma berdiam diri dan

menggelengkan kepala sebagai tanda tidak dapat mentafsirkan makna bahagi bagi 1/2 ÷ 1/2 dan 1/3 ÷ 1/2.

Menyelesaikan Masalah Pembahagian Pecahan

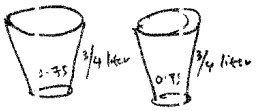
Tugasan ini terdiri daripada empat aktiviti, iaitu menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, masalah membabitkan tongkat, masalah membabitkan bar coklat, dan masalah membabitkan piza. Petikan 5SPP1 memaparkan respons Izan menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, manakala Petikan 5SPP2 pula memaparkan tingkah laku beliau menyelesaikan masalah membabitkan tongkat buluh, sementara Petikan 5SPP3 memaparkan respons beliau menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat, dan Petikan 5SPP4 pula memaparkan tingkah lakunya menyelesaikan masalah membabitkan piza.

Masalah membabitkan jus oren. Dalam aktiviti ini, Izan diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan penyukatan 2 *l* jus oren menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l*. Petikan 5SPP1 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5SPP1: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Jus Oren

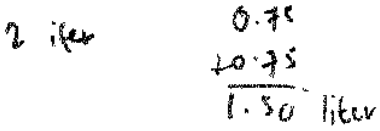
P: (Sediakan satu gambar cawan di hadapan murid). Katakan suatu cawan mempunyai muatan maksimum 3/4 *l*. Jika anda hendak menyukat jus oren sebanyak 2 *l* dengan menggunakan cawan itu, jelaskan berapakah bilangan cawan yang diperlukan?

M: Satu tak cukup, boleh muat 0.75 liter, cawan kedua juga dapat muat 0.75 *l* (murid melukis dua buah cawan).



P: Cuba jelaskan maksud rajah yang anda lukis?

M: Jumlah sukatan ialah 1.50 *l* (murid tunjuk pada operasi aritmetik).



P: Apakah maksud pengiraan itu?

M: Kalau dua buah cawan, masih tak cukup, kena guna tiga cawan (murid melukis cawan).

P: Cuba jelaskan cawan ketiga tu?

M: Ada lebih 0.5 *l*.

P: Berapakah bilangan cawan anda perlukan?

M: (Murid melabelkan 0.25*l*, 0.5*l*, 0.75*l* pada sebuah cawan dan diam seketika).

P: 0.5 *l* tu berapa cawan?
M: (Diam seketika).
P: Satu cawan penuh boleh sukat berapa banyak jus oren?
M: 0.75 *l*.
P: Jadi berapakah bilanagn cawan yang anda perlu gunakan sekiranya anda ada 0.5 *l* jus oren?
M: (Murid melukis garisan pada cawan). Ada tiga bahagian. 0.5 *l* ialah dua pertiga cawan.
P: Kalau 2 *l* jus oren, anda perlukan berapa cawan untuk menyukatnya?
M: Ada 2 dan 2/3 cawan.

Dalam Petikan 5SPP1, Izan menyelesaikan masalah membabitkan jus oren dengan melukis dua buah cawan dan menulis "0.75 *l*" pada sisi setiap cawan. Beliau menjumlah 0.75 *l* dengan 0.75 *l* dan mendapat 1.5 *l* jus oren. pernyataan "satu tak cukup...boleh muat 0.75 liter... Kalau dua buah cawan, masih tak cukup, kena guna tiga cawan" menunjukkan bahawa beliau membayangkan bahawa dua buah cawan yang digunakan untuk menyukat 2 *l* jus oren masih lagi tidak mencukupi. Seterusnya, Izan melukis sebuah cawan tambahan dan menulis 0.75 *l* pada sisi cawan tersebut. Sebagai penjelasan lanjut, Izan menyebut "ada lebih 0.5 *l*" mencadangkan bahawa beliau mendapati terdapat sebanyak 0.5 *l* lebihan jus oren selepas disukat dengan dua buah cawan berkenaan.

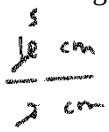
Selanjutnya, Izan menjelaskan cara menyukat 0.5 *l* jus oren dengan membahagikan cawan ketiga kepada tiga bahagian sama besar. Beliau menulis "0.25*l*, 0.5*l*, 0.75*l*" pada sisi setiap bahagian tersebut dan berkata "ada tiga bahagian. 0.5 *l* ialah dua pertiga cawan". Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Izan mendapati 0.5 *l* jus oren adalah bersamaan dengan 2/3 muatan cawan. Tingkah laku Izan berikutnya menunjukkan bahawa beliau menganggap sebanyak 2 dan 2/3 cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren.

Masalah membabitkan tongkat buluh. Dalam aktiviti ini, Izan diminta untuk menyelesaikan masalah membabitkan tongkat buluh dengan memotong buluh kepada

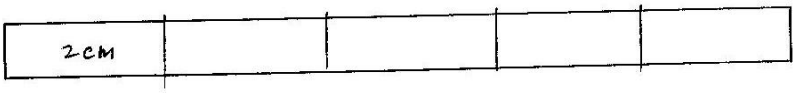
beberapa batang tongkat pelbagai ukuran. Petikan 5SPP2 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5SPP2: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Tongkat Buluh

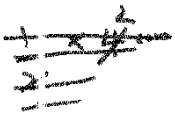
P: (Berikan jalur kertas kepada Izan). Ini ialah sebatang buluh berukuran 10 *cm*. Anda diminta untuk memotong buluh tersebut bagi membentuk tongkat buluh berukuran 2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 2 *cm* yang dapat anda bentuk semuanya?
M: Lima batang.
P: Bagaimanakah anda mendapatnya?
M: 10 *cm* dibahagi 2 *cm*, kita dapat lima batang tongkat (murid tunjuk pengiraan aritmetik).



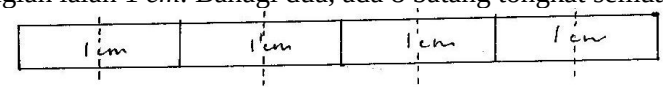
P: Mengapakah anda kata kena bahagi, bukannya operasi lain?
M: Sebab sama panjang.
P: Cuba tunjukkan cara anda memotong tongkat tersebut.
M: Setiap bahagian ialah 2*cm* (murid melukis dan menggunting jalur kertas).



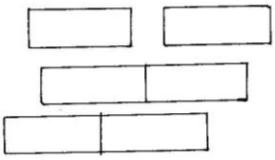
P: Katakan ini adalah buluh berukuran 4 *cm*. Jika ia dipotongkan kepada 1/2 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat 1/2 *cm* yang anda dapat sediakan?
M: (Murid mengira secara operasi aritmetik).



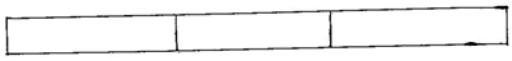
P: Mengapakah anda mendarab 1/2 dengan 4?
M: Bahagi setengah daripada 4 *cm*. (Diam seketika). Macam tak betul! (murid membatalkan pengiraan).
P: Apakah maksud anda?
M: Batalkan, saya lupa formula.
P: Baiklah, cuba tunjukkan bagaimanakah anda memotong tongkat dengan menggunakan jalur kertas ini?
M: Lapan.
P: Mengapakah lapan?
M: (Diam seketika) 4 *cm*, kena bahagi kepada empat.
P: Cuba jelaskan lagi.
M: Setiap bahagian ialah 1 *cm*. Bahagi dua, ada 8 batang tongkat semuanya.



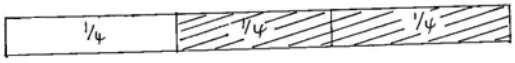
P: Katakanlah anda ada buluh berukuran 2 *cm*, cuba potong buluh tersebut bagi membentuk tongkat berukuran 2/3 *cm* setiap satu. Berapakah bilangan tongkat yang dapat anda bentuk?
M: (Diam seketika). Kena buat dua bahagian, setiap bahagian 1 *cm*.
P: Apakah yang perlu anda buat seterusnya?
M: Kena buat 3 bahagian pada setiap 1 *cm* (murid melukis garisan).
P: Mengapakah anda buat begitu?
M: Kena pilih 2 daripada 3 bahagian dalam 1 *cm*.
P: Cuba beritahu berapakah bilangan tongkat berukuran 2/3 *cm* semuanya?
M: Boleh gunting?
P: Boleh.



M: Jadi semuanya ada satu, dua batang, (diam seketika) selebih tu ialah 2/3 *cm*.
P: Cuba sebut berapakah bilangan tongkat 2/3 *cm* yang anda dapat?
M: Tiga.
P: Kalau anda ada buluh berukuran 3/4 *cm*, jika anda dikehendaki menyediakan tongkat yang berukuran 1/2 *cm* setiap satu, berapakah bilangan yang dapat anda sediakan?
M: (Diam seketika).
P: 3/4 *cm* dengan 1 *cm*, mana lebih panjang?
M: 1 *cm*.
P: Baiklah, cuba selesaikan masalah itu.
M: Ini tiga bahagian, 3/4 *cm* (murid melukis garisan pada jalur kertas dan diam seketika).



P: Adakah 3/4 *cm* itu lebih panjang daripada 1/2 *cm*?
M: 3/4 *cm* lebih panjang.
P: Cuba tunjukkan 1/2 *cm* di situ.
M: (Menulis 1/4 pada setiap bahagian dan diam seketika)
P: Apakah yang anda sedang fikirkan?
M: 2/4 *cm* tu sama dengan 1/2 *cm* (murid melorek dua bahagian).



P: Cuba beritahu saya berapakah bilangan tongkat 1/2 *cm* yang boleh anda sediakan?
M: 1 dan 1/4 batang tongkat.

Dalam Petikan 5SPP2, Izan menyelesaikan masalah dengan memotong buluh berukuran 10 *cm* menjadi tongkat berukuran 2 *cm* dengan membentuk lima bahagian pada sehelai jalur kertas dan menulis 2 *cm* pada setiap petak. Tingkah laku Izan tersebut menunjukkan beliau membahagikan sau jalur kertas kepada lima bahagian sama besar saiznya dan menganggap terdapat lima batang tongkat semuanya.

Berikutnya, Izan diminta untuk menyelesaikan masalah dengan memotong buluh berukuran 4 *cm* menjadi tongkat berukuran 1/2 *cm*. Izan menulis "1/2 × 4" dan mendarab kedua-duanya secara aritmetik. Kemudiannya, beliau membatalkan pengiraan tersebut dengan alasan terlupa formula. Selepas itu, Izan melukis beberapa garisan pada satu jalur kertas bagi membentuk empat bahagian sama besar dan berkata "setiap bahagian ialah 1 *cm*... Bahagi dua, ada 8 batang tongkat semuanya". Tingkah laku Izan tersebut menunjukkan bahawa beliau membahagikan satu jalur kertas yang dianggapkan berukuran 4 *cm* kepada empat bahagian sama besar. Berikutnya, beliau melukis garis

putus-putus pada setiap bahagian yang dianggapkan berukuran 1 *cm*. Tingkah laku Izan dapat ditafsirkan bahawa beliau membahagikan setiap 1 *cm* untuk mendapat tongkat berukuran 1/2 *cm*. Dalam aktiviti ini, beliau menyatakan terdapat lapan batang tongkat semuanya.

Seterusnya, Izan diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan memotong sebatang buluh berukuran 2 *cm* bagi membentuk tongkat berukuran 2/3 *cm*. Izan melukis satu garisan pada sehelai jalur kertas dan berkata "kena buat dua bahagian, setiap bahagian ialah 1 *cm*". Pernyataan tersebut menunjukkan Izan membentuk dua bahagian sama besar dan menganggap setiap bahagian ialah 1 *cm*. Berikutnya, Izan melukis dua garisan pada setiap bahagian bagi membentuk tiga bahagian lebih kecil dan berkata "kena buat 3 bahagian pada setiap 1 *cm*". Kemudiannya, Izan berkata "semuanya ada 1, 2, ... dua batang ... lebih tu ialah 2/3 *cm*" mencadangkan bahawa beliau membahagikan dua daripada tiga bahagian lebih kecil yang bersebelahan sebanyak dua kali dan menganggap terdapat tiga batang tongkat berukuran 2/3 *cm* semuanya.

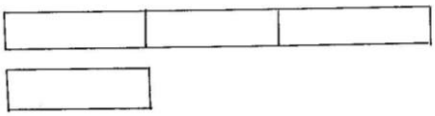
Selanjutnya, Izan diminta untuk menyelesaikan masalah memotong buluh berukuran 3/4 *cm* kepada tongkat berukuran 1/2 *cm*. Izan menyelesaikannya dengan membentuk tiga bahagian sama besar dan berkata "ini tiga bahagian, 3/4 *cm*". Kemudiannya, beliau menulis 1/4 pada setiap bahagian tersebut dan berkata "2/4 *cm* tu sama dengan 1/2 *cm*". Pernyataan itu menunjukkan Izan menganggap dua bahagian sebagai 2/4 *cm* yang diringkaskan menjadi 1/2 *cm*. Tingkah laku Izan selanjutnya menunjukkan beliau mendapati terdapat sebanyak satu dan setengah batang tongkat berukuran 1/2 *cm* semuanya.

Masalah membabitkan bar coklat. Dalam aktiviti ini, Izan diminta untuk menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat untuk dikongsi dengan empat orang rakan. Petikan 5SPP3 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5SPP3: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Bar Coklat

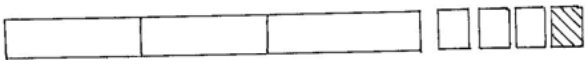
P: (Sediakan satu jalur kertas di hadapan murid). Jika ini adalah bar coklat. Tunjukkan bagaimanakah anda mengambil satu perempat bar coklat tersebut?

M: Kena ambil satu bahagian daripada empat bahagian ini (murid mengunting jalur kertas).



P: Katakan empat orang kawan anda datang dan anda berikan semua coklat tersebut kepada mereka. Bagaimanakah anda membahagikan semua coklat milik anda kepada mereka?

M: Kena potong bahagian ini kepada empat bahagian lagi.



P: Cuba kenal pasti pecahan coklat yang diperoleh setiap orang rakan anda.

M: (Diam seketika, murid menyentuh salah satu kepingan kertas dan meloreknya).

P: Apakah yang anda fikir semasa menyentuh kertas itu?

M: Pecahan yang ini.

P: Cuba nyatakan pecahannya.

M: (Diam seketika). Satu...satu perempat.

P: Bagaimanakah anda mendapatnya?

M: Sebab kepingan kecil ada empat keping, pilih satu.

P: Cuba ambil kira semua bahagian yang lain sekali.

M: (Diam seketika). Sini ada empat, semua ada enam belas.

P: Cuba tafsirkan pecahan bagi coklat yang diperoleh seorang rakan anda.

M: (Diam seketika). 1/16.

Dalam Petikan 5SPP3, Izan menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat dengan melukis tiga garisan pada sehelai jalur kertas bagi membentuk empat bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, beliau mengunting satu daripada empat bahagian itu dengan menyebut “Kena ambil satu bahagian daripada empat bahagian ini”. Pernyataan tersebut menunjukkan bahawa Izan menganggap satu daripada empat bahagian sebagai pecahan 1/4.

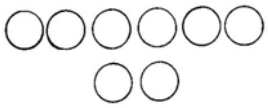
Berikutnya, Izan diminta untuk mengenal pasti pecahan coklat yang diperolehi setiap orang rakannya. Beliau membahagikan bahagian yang diguntingkan tadi kepada empat bahagian lebih kecil dan berkata “Kena potong bahagian ini kepada empat bahagian lagi”. Pernyataan tersebut menunjukkan Izan membahagikan satu daripada empat bahagian lebih kecil sebagai coklat yang diperoleh seorang rakannya. Seterusnya, beliau menyusun jalur kertas yang digunting berhampiran dengan bahagian lain pada jalur kertas tersebut dan menyebut “Sini ada empat, semua ada enam belas”. Tingkah

laku Izan itu menunjukkan bahawa beliau membahagikan setiap bahagian pada jalur kertas kepada empat bahagian dan menganggap salah satu daripadanya sebagai pecahan 1/16.

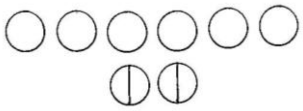
Masalah membabitkan piza. Dalam aktiviti ini, Izan diminta untuk menyelesaikan masalah yang membabitkan piza untuk dikongsi bersama empat orang rakannya. Petikan 5SPP4 memaparkan tingkah laku beliau.

Petikan 5SPP4: Menyelesaikan Masalah Membabitkan Piza

P: (Sediakan sehelai kertas yang mempunyai lapan cip kertas di hadapan murid). Jika ini adalah piza yang dibeli oleh emak anda. Cuba ambil satu perempat piza tersebut.
M: Ada dua biji (murid menggunting dua bulatan).
P: Bagaimanakah anda tahu itu satu perempat?
M: Sebab saya dah bahagikan kepada empat bahagian, kita ambil satu sahaja.



P: Sekarang, katakan anda memberikan semua piza itu kepada empat orang rakan anda. Tunjukkan bagaimanakah anda membahagikan piza tersebut kepada rakan anda tersebut.
M: Kena bahagikan kepada empat bahagian (murid melukis garisan pemisah).



P: Cuba kirakan pecahan piza yang diperoleh setiap rakan anda itu.
M: Seorang dapat satu perenam belas (murid melukis dua bahagian pada setiap bulatan).
P: Mengapakah anda kata begitu?
M: Sebab ada enam belas bahagian yang kecil, satu ialah 1/16.

Dalam Petikan 5SPP4, Izan menyelesaikan masalah membabitkan piza dengan mengunting dua daripada lapan cip kertas dan menyebut “Ada dua biji... Sebab saya dah bahagikan kepada empat bahagian, kita ambil satu sahaja”. Pernyataan tersebut menunjukkan beliau menganggap dua daripada lapan cip kertas ialah piza kepunyaannya iaitu sebanyak 1/4. Berikutnya, Izan membahagikan piza kepunyaannya kepada dua bahagian dan berkata “Kena bahagikan kepada empat bahagian... Seorang dapat satu perenam belas”. Tingkah laku Izan itu menunjukkan beliau membahagikan setiap cip kertas kepada dua bahagian sama besar dan semuanya didapati mempunyai enam belas separuh cip kertas. Seterusnya, Izan menganggap piza yang dimiliki oleh

seorang kawannya ialah satu daripada enam belas keping separuh cip kertas yang bernilai 1/16.

Rumusan Konsepsi Izan

Pada umumnya, saya mentafsirkan konsepsi Izan tentang pecahan, makna bahagi, pembahagian pecahan, dan penyelesaian masalah bahagi yang membabitkan pecahan adalah seperti berikut:

1) Menggambarkan satu benda dibahagikan kepada *y* bahagian yang sama besar dan melorek *x* daripada *y* bahagian yang dibentuk sebagai *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, dan 3/3). Izan tidak dapat menggambarkan 4/3. Beliau menggambarkan *p/q* (*p/q* ialah 7/3; *r s/q* ialah 2 1/3) sebagai *r* objek yang masing-masingnya mempunyai *q* bahagian sama besar. Beliau melorek *q* bahagian daripada *r* objek pertama dan *s* daripada *q* bahagian pada satu objek kedua sebagai pecahan *p/q*. Dalam menggambarkan pecahan, Izan hanya menggunakan perwakilan berbentuk bulatan dan segi empat yang bersifat selanjar sahaja untuk menjelaskan 1/2, 1/3, 2/3, 3/3, 4/3, dan 7/3.

2) Mewakilkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, 1/4, atau 2/4) dengan membahagikan jalur kertas kosong atau menggabungkan bahagian bersebelahan pada jalur kertas komposit kepada *y* bahagian sama saiz. Beliau menganggap *x* dan *y* bahagian sebagai *x/y*. Dalam kes yang membabitkan cip kertas, beliau menyusun *y* cip kertas atau menggabungkan beberapa cip kertas bagi membentuk *y* kumpulan yang sama bilangan. Berikutnya, beliau menganggap *x* daripada *y* cip kertas atau *x* daripada *y* kumpulan cip kertas sebagai *x/y*. Bagi pecahan tak wajar, Izan mewakilkan *p/q* (*p/q* ialah 4/3; *a b/q* ialah 1 1/3) dengan membahagikan jalur kertas pertama dan kedua masing-masing kepada *q* bahagian sama besar. Seterusnya, beliau menganggap *q* bahagian pada jalur kertas pertama dan *b* bahagian pada satu jalur kertas kedua sebagai *p/q*. Dalam aktiviti yang

membabitkan cip kertas, Izan mewakilkan *p/q* dengan melorek *a* kumpulan *q* cip kertas dan *b* daripada *q* cip kertas pada kumpulan kedua. Gabungan perkara tersebut dianggapkan membentuk *p/q* (*p/q* ialah 7/3; *a b/q* ialah 2 1/3).

3) Mentafsirkan pecahan dari perwakilan berbentuk selanjar yang diberikan dengan membahagikan bilangan *x* petak berwarna yang ditafsirkan pecahannya dengan jumlah bilangan *y* petak berwarna itu yang dianggapkan memenuhi seluruh rajah sebagai *x/y*. Dalam kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret, beliau membahagikan bilangan bulatan atau kumpulan bulatan berwarna yang ditafsirkan warnanya dengan jumlah bilangan bulatan atau kumpulan bulatan yang dianggapkan memenuhi seluruh rajah sebagai *x/y*.

4) Membandingkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 3/4 dan 3/5) dengan mengambil dua cip kertas sama besar. Membentuk *y* bahagian, dan menganggap *x* daripada *y* bahagian sebagai *x/y*. Semasa membanding pecahan, Izan menganggap keluasan *x* pada 3/4 adalah lebih besar berbanding keluasan *x* pada 3/5. Selain itu, Izan membandingkan *p/q* (*p/q* ialah 5/3 dan 5/4; *a b/q* ialah 1 2/3 dan 1 1/4) dengan membentuk dua objek yang masing-masing mempunyai *q* bahagian sama besar. Izan menganggap *a* objek pertama dan *b* daripada *q* bahagian pada objek kedua sebagai pecahan *p/q*. Beliau membandingkan keluasan *b* pada 5/3 dengan keluasan *b* pada 5/4 dan menganggap 5/3 adalah lebih besar berbanding 5/4.

5). Mewakilkan *n* ÷ *x/y* (*n* ÷ *x/y* ialah 2 ÷ 1/4 dan 1 ÷ 1/4) membahagikan satu bahan berbentuk selanjar kepada empat bahagian dan menganggap setiap bahagian tersebut diberikan kepada empat orang dengan sama banyak. Selain itu, beliau mewakilkan atau *n* ÷ *x/y* dengan mengambil *n* bahan berbentuk diskret dan membahagikan salah satu daripada kepada *y* bahagian sama besar. Kemudiannya, Izan melorek *x* daripadanya dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y*. Walau

bagaimanapun, Izan tidak dapat meneruskan penjelasannya tentang $n \div x/y$ dengan menggunakan bahan berbentuk diskret.

Seterusnya, Izan mewakilkan $x/y \div n$ ($x/y \div n$ ialah $1/3 \div 2$ dan $2/3 \div 2$) dengan mengasingkan suatu objek sebentuk selanjar atau diskret kepada y bahagian sama besar dan memisahkan x daripada y bahagian sebagai pecahan x/y. Kemudian, x bahagian berkenaan diasingkan sekali lagi kepada n bahagian lebih kecil. Seterusnya, Izan memberi setiap bahagian berkenaan kepada n orang. Walau bagaimanapun,

Selanjutnya, Izan mewakilkan $x/y \div n/m$ ($x/y \div n$ ialah $1/2 \div 1/3$ dan $1/2 \div 1/4$) dengan membahagikan satu bahan berbentuk selanjar kepada y bahagian sama besar dan menganggap x daripadanya sebagai pecahan x/y. Walau bagaimanapun, beliau tidak dapat meneruskan penjelasan tentang $x/y \div n/m$. Dari konteks bahan berbentuk diskret pula, Izan mewakilkan $x/y \div n/m$ dengan menggunakan idea yang sama semasa beliau mewakilkan $n \div x/y$. Walau bagaimanapun, nampaknya Izan tidak dapat meneruskan penjelasan beliau tentang pembahagian berkenaan.

6). Mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan $x \div y$ ($x \div y$ ialah $4 \div 2$, $10 \div 2$, $5 \div 2$, $6 \div 3$, dan $5 \div 3$) dengan membentuk x objek dan kemudiannya membahaginya kepada y orang dengan setiap orang mendapat x/y objek. Nampaknya, Izan hanya menggunakan objek berbentuk diskret dalam menjelaskan makna bahagi yang membabitkan $x \div y$.

Bagi kes yang membabitkan $n \div x/y$ ($n \div x/y$ ialah $6 \div 1/2$, $6 \div 1/3$, dan $4 \div 2/3$) dengan menunjukkan pengiraan aritmetik dengan hasil bahagi ialah nx/y. Beliau membentuk n objek dan membahagikan setiap objek kepada y bahagian sama besar. Beliau melorek sebanyak nx bahagian sebagai hasil bahagi $n \div x/y$.

Dalam pembahagian ini, nampaknya Izan hanya menggunakan objek berbentuk selanjar dalam menjelaskan makna bahagi yang membabitkan $n \div x/y$.

Selain itu, Izan mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan $x/y \div n$ ($x/y \div n$ ialah $1/2 \div 3$ dan $1/3 \div 2$) dengan membahagikan satu objek kepada y bahagian dan membahagikan x daripadanya kepada n kali yang lebih kecil. Beliau menganggap nx bahagian sebagai hasil bahagi $x/y \div n$.

7). Menyelesaikan masalah yang membabitkan menyukat 2 *l* jus oren dengan menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l* dengan melukis 2 buah cawan dan melabelkan 0.75 *l* pada kedua-dua cawan berkenaan. Izan didapati menganggap 0.75 adalah setara dengan 3/4. Kemudiannya, beliau menjumlah sukatan jus oren tersebut dan mendapati terdapat lebihan jus oren sebanyak 0.5 *l*. Seterusnya, Izan melukis sebuah cawan lain dan melabelkan 0.25, 0.5, 0.75 pada cawan tersebut. Beliau mendapati lebihan jus oren, 0.5 *l* memenuhi sehingga tanda kedua cawan. Akhirnya, Izan memutuskan sebanyak 2 dan 2/3 cawan diperlukan menyukat 2 *l*. Dalam aktiviti ini, nampaknya Izan menggunakan dua cara untuk menyelesaikan masalah, iaitu Pertama, menyamakan pecahan dengan nombor perpuluhan dan membuat pengiraan operasi tambah melibatkan nombor perpuluhan. Kedua, membentuk bahagian seragam pada cawan dan menyelesaikannya secara hubungan bahagian dan keseluruhan.

Selain itu, Izan menyelesaikan masalah memotong buluh berukuran *n cm* bagi membentuk tongkat berukuran *x/y cm* dengan membahagikan sebatang buluh kepada *y* bahagian sama besar saiznya. Bagi kes yang membabitkan 10 *cm* buluh dan 2 *cm* tongkat, 4 *cm* buluh dan 1/2 *cm* tongkat, dan *2 cm* buluh dan 2/3 *cm* tongkat, beliau mengira bilangan tongkat berasaskan saiz tongkat. Walau bagaimanapun, bagi kes yang membabitkan 3/4 *cm* buluh dan 1/2 *cm* tongkat, beliau mengira berasaskan saiz tongkat dan saiz buluh.

Seterusnya, Izan menyelesaikan masalah mengagihkan coklat kepada empat orang rakannya dengan membahagikan sebatang coklat kepada empat bahagian sama besar. Beliau membahagikan setiap bahagian kepada empat bahagian lebih kecil, dan menganggap setiap orang rakannya menerima sebanyak 1/16 coklat. Begitu juga dalam kes yang membabitkan piza, beliau membahagikan dua daripada lapan buah piza, kemudian mengasingkan setiap bulatan kepada separuh bahagian, dan memisahkan 1 daripada 16 bahagian piza sebagai 1/16. Dalam kedua-dua kes membahagikan bahan berbentuk selanjar dan diskret, nampaknya Izan menggunakan idea hubungan bahagian dan keseluruhan bagi menyelesaikan masalah berkenaan.

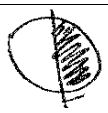
Bentuk Pemikiran

Bahagian ini merumuskan bentuk pemikiran Izan tentang konsep pecahan, makna bahagi, dan penyelesaian masalah yang membabitkan pembahagian pecahan.

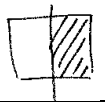
Perwakilan. Izan mewakilkan pecahan wajar dan tak wajar dengan menggunakan dua jenis benda, iaitu bentuk geometri dan benda umum. Perwakilan bagi benda yang membabitkan bentuk geometri yang berbentuk selanjar ialah bulatan, manakala benda umum yang berbentuk selanjar pula ialah sebuah kotak. Bentuk gambaran yang paling dominan ialah bulatan bersifat selanjar. Ringkasan tentang perwakilan bagi benda yang digunakan oleh Izan dalam mewakilkan pecahan adalah seperti yang ditunjukkan dalam Perwakilan tersebut dirumuskan dalam Jadual 26.

Jadual 26

Perwakilan yang digunakan Izan untuk Mewakilkan Pecahan

Perwakilan bagi jenis benda	**Bentuk Geometri**		**Benda Umum**
Selanjar	Bulatan: Satu bulatan yang dibahagikan kepada dua bahagian sama besar saiznya.		

Jadual 26 (bersambung)

Perwakilan bagi jenis benda	Bentuk Geometri	Benda Umum	
		Kotak: Satu segi empat yang dibahagikan kepada dua bahagian sama besar saiznya.	

Konsep pecahan wajar. Izan menggunakan tiga bentuk pemikiran yang berbeza untuk memberi makna kepada pecahan wajar, iaitu pemetakan, pengumpulan, dan pemisahan.

Pemetakan. Izan menggunakan idea pemetakan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemetakan tunggal, pemetakan berpasangan, dan pemetakan bertiga bergantung pada konteks masalah yang mereka hadapi.

Pemetakan tunggal. Izan melakukan pemetakan tunggal pada bahan selanjar dalam aktiviti yang membabitkan gambaran pecahan, mewakilkan pecahan, dan membandingkan pecahan. Beliau membentuk bahagian yang sama besar saiznya pada satu objek berdasarkan nilai penyebut pecahan. Misalnya, dalam Petikan 5GP1 dan 5GP2, beliau menggambarkan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, dan 2/3) dengan membahagikan satu objek kepada *y* bahagian sama besar saiznya dan melorek *x* daripada *y* bahagian pada objek itu.

Dalam aktiviti perwakilan pecahan pula, misalnya dalam Petikan 5WPW1(1), 5WPW1(3), dan 5WPW2(1), Izan menjelaskan makna pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, 1/4, dan 2/4) dengan membahagikan satu jalur kertas kepada *y* bahagian yang sama besar saiznya. Beliau melorek *x* daripada *y* bahagian dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y*. Dalam aktiviti membabitkan membandingkan pecahan wajar dalam Petikan 5BP1, Izan membandingkan 3/4 dan 3/5 dengan membahagikan dua objek masing-masing kepada empat bahagian dan lima bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Izan itu menunjukkan bahawa beliau menjelaskan makna pecahan *x/y* (*x/y* ialah 3/4

dan 3/5) dengan membahagikan satu objek berdasarkan penyebut pecahan, *y*, dengan sama besar saiznya sebelum melakukan tindakan selanjutnya. Tingkah laku Izan menunjukkan bahawa beliau membahagikan satu bahan berbentuk selanjar berasaskan penyebut pecahan, iaitu *y* bahagian dengan sama besar saiznya sebelum melakukan tindakan selanjutnya.

Pemetakan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk selanjar yang bilangannya, *m*, iaitu dua kali ganda *y*, Izan melorek (*m/2*) petak bersama bagi membentuk *y* bahagian yang terdiri daripada (*m/*2) petak dalam satu keseluruhan. Kemudiannya, beliau melorek *x* bahagian (*m/2* petak) sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 5WPW1(1), Izan melorek dua petak bersebelahan dan mengiranya sebagai satu. Tingkah laku Izan mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal bagi membentuk dua bahagian yang sama besar saiznya kerana nilai penyebut pecahan 1/2 ialah 2.

Dalam Petikan 5WPW1(3) pula, Izan menganggap enam cip kertas sebagai terdiri daripada tiga pasangan petak yang bercantum antara satu sama lain. Dalam kes ini, nampaknya Izan menggunakan idea membilang petak secara berpasangan untuk mendapatkan tiga bahagian yang sama besar saiznya. Tingkah laku Izan mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal untuk membentuk tiga bahagian yang mempunyai dua petak masing-masing dengan merujuk penyebut bagi pecahan 1/3 yang diwakili iaitu tiga.

Dalam Petikan 5WPW2(1), Izan mewakilkan pecahan 1/4 dengan membilang dua petak sebagai satu bahagian. Beliau membilang empat kali pasangan petak dan menganggap terdapat empat bahagian sama besar saiznya. Tingkah laku Izan mencadangkan bahawa beliau menggunakan idea pemetakan tunggal dengan merujuk penyebut bagi pecahan 1/4 dengan mencatumkan pasangan petak bersebelahan bagi membentuk empat bahagian yang sama besar saiznya.

Pengumpulan. Pada permulaan protokol dalam Petikan 5WPW1(2), Izan menghadapi kesukaran untuk menjelaskan makna 1/2 dengan menggunakan dua cip kertas dengan alasan terlalu banyak bahan. Beliau memohon untuk menggunakan satu cip kertas sahaja. Dalam menjelaskan makna 1/2, Izan membahagikan satu cip kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek salah satu daripada dua bahagian tersebut dan menganggapnya sebagai 1/2. Selepas aktiviti tersebut, nampaknya Izan membuat pengubahsuaian terhadap pemikirannya dan tidak lagi menghadapi kesukaran. Izan menggunakan idea pengumpulan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pengumpulan tunggal, pengumpulan berpasangan, dan pengumpulan bertiga.

Pengumpulan tunggal. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan nilai penyebut pecahan, Izan menganggap setiap bahan berkenaan sebagai satu kumpulan yang berasingan. Dalam Petikan 5WPW1(4) misalnya, Izan mewakilkan 1/3 dengan melorek satu daripada tiga cip kertas. Dalam aktiviti yang sama, beliau mewakilkan 2/3 dengan melorek dua daripada tiga cip kertas. Izan menunjukkan tingkah laku yang sama semasa menjelaskan makan pecahan 1/4 dan 2/4 seperti ditunjukkan dalam Petikan 5WPW2(2). Ini menunjukkan bahawa Izan mewakilkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/3 dan 2/3) dengan menganggap setiap satu unit tunggal bahan dikumpulkan sebagai satu unit kumpulan yang berasingan.

Dalam aktiviti yang membabitkan tafsiran pecahan dari perwakilan diskret seperti dalam Petikan 5TRP2, Izan mentafsir pecahan dengan membahagikan bilangan bulatan berwarna merah dengan jumlah bilangan bulatan sebagai 6/12. Tingkah laku Izan itu menunjukkan bahawa beliau menganggap setiap satu unit bulatan sebagai satu kumpulan yang berasingan sebagai asas untuk mentafsir pecahan dari rajah berbentuk diskret itu dengan membahagikan jumlah bilangan bulatan berwarna merah dan jumlah kesemua bulatan berwarna dalam rajah perwakilan berbentuk diskret yang diberikan.

Pengumpulan berpasangan. Bagi kes yang membabitkan bahan berbentuk diskret komposit dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, y, Izan menyusun dua cip kertas bersama semasa mewakilkan pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, 1/4, 2/4, dan 3/4). Misalnya, dalam Petikan 5WPW1(4), Izan mewakilkan 1/3 dan 2/3 dengan enam cip kertas dengan menyusun dua cip kertas bersama dan menganggap setiap pasangan cip kertas sebagai satu kumpulan yang berasingan. Beliau dua daripada tiga kumpulan pasangan cip kertas sebagai 2/3.

Tingkah laku yang sama ditunjukkan oleh Izan semasa mewakilkan pecahan 1/4 dan 2/4 dengan menggunakan lapan cip kertas seperti dalam Petikan 5WPW2(2). Beliau menyusun dua cip kertas sebanyak empat kumpulan. Tingkah laku Izan itu menunjukkan bahawa beliau menjelaskan makna pecahan dengan bahan diskret komposit secara membilang kumpulan pasangan cip kertas sebanyak empat kali. Beliau menganggap satu daripada empat kumpulan pasangan cip kertas sebagai pecahan 1/4.

Pemisahan. Izan menggunakan idea pemisahan yang membabitkan cara tertentu untuk menjelaskan pecahan, iaitu pemisahan tunggal, pemisahan berpasangan, dan pemisahan bertiga.

Pemisahan tunggal. Bagi aktiviti yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk selanjar yang bilangan bahagiannya adalah sama dengan nilai penyebut, *y*, Izan melorek *x* daripada *y* bahagian yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan *x* unit tunggal daripada *y* unit tunggal dan menganggapnya sebagai pecahan *x/y* (*x/y* ialah 1/2, 1/3, 2/3, 1/4, dan 2/4). Dalam aktiviti gambaran mental seperti Petikan 5GP1 misalnya, beliau melorek satu daripada dua bahagian pada sebuah bulatan dan menganggapnya sebagai pecahan 1/2. Dalam Petikan 5GP2 pula, beliau melorek tiga daripada tiga bahagian pada sebuah bulatan dan menganggapnya sebagai 3/3. Sementara itu, dalam aktiviti yang membabitkan perwakilan seperti dalam Petikan 5WPW1(1),

Izan menjelaskan makna 1/2 dengan melorek satu daripada dua bahagian yang dibentuk pada satu jalur kertas.

Selain itu, Izan juga menggunakan idea pemisahan tunggal untuk membandingkan pecahan 3/4 dan 3/5 seperti yang ditunjukkan dalam Petikan 5BP1. Pada kedua-dua bulatan yang dibahagikan kepada empat dan lima bahagian sama besar, Izan melorek tiga unit pada bulatan pertama dan kedua masing-masing sebagai mewakili pecahan 3/4 dan 3/5. Tingkah laku Izan dalam aktiviti yang membabitkan gambaran mental pecahan, perwakilan pecahan, dan perbandingan pecahan menunjukkan bahawa beliau memisahkan x unit tunggal daripada y unit tunggal dan menganggapnya sebagai pecahan x/y (x/y ialah 1/2 dan 3/5).

Bagi aktiviti yang membabitkan penggunaan bahan berbentuk diskret yang bilangannya sama dengan penyebut pecahan, y, Izan mewakilkan pecahan x/y dengan melorek x daripada y cip kertas ke sebelah yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan x unit tunggal bahan daripada y unit tunggal bahan sebagai pecahan x/y. Misalnya, dalam Petikan 5WPW1(4), Izan mewakilkan 1/3 dengan menghitamkan satu daripada tiga cip kertas. Bagi mewakilkan 2/3 pula, Izan menghitamkan dua daripada tiga cip kertas.

Dalam Petikan 5TRP2 pula, Izan mentafsir pecahan daripada rajah pelbagai warna berbentuk diskret dengan memisahkan setiap gambar bulatan yang ditunjukkan kepadanya. Misalnya, beliau mengatakan nilai pecahan bagi bulatan berwarna merah sebagai 6/12. Manakala nilai pecahan bagi bulatan berwarna hijau pula ditafsirkan sebagai 3/12. Tingkah laku ini menunjukkan bahawa Izan memisahkan cip kertas seunit demu seunit dan membahagikan bilangannya dengan jumlah bilangan bulatan dalam seluruh rajah sebagai pecahan bagi bulatan berwarna.

Pemisahan berpasangan. Bagi aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk selanjar yang bilangan petaknya, m ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan,

ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, *y*, Izan melorek (*m/2*) petak pada satu jalur kertas sebagai memisahkan pasangan petak (*m/2*) daripada *y* petak bagai mewakilkan pecahan *x/y*. Dalam Petikan 5WPW1(1), Izan melorek dua daripada empat petak yang mencadangkan bahawa beliau memisahkan sepasang daripada dua pasang petak yang dianggapkan sebagai satu daripada dua bahagian jalur kertas untuk mewakili pecahan 1/2. Dalam Petikan 5WPW1(3) pula, Izan melorek dua daripda enam petak bagi mewakili pecahan 1/3. Tingkah laku Izan itu mencadangkan bahawa beliau memisahkan sepasang petak bersebelahan bagi mewakilkan pecahan 1/3 dan 2/3.

Bagi aktiviti yang membabitkan bahan berbentuk diskret dengan bilangannya, *m* ialah dalam gandaan dua bagi penyebut pecahan, *y*, Izan menyusun (*m/*2) cip kertas bagi membentuk *y* kumpulan (*m/*2) cip kertas. Beliau menolak *x* daripada *y* kumpulan cip kertas sebagai pecahan *x/y*. Misalnya dalam Petikan 5WPW1(4), Izan menyusun dua cip kertas bersama bagi membentuk tiga kumpulan yang mempunyai dua cip kertas. Beliau menolak salah satu kumpulan dua cip kertas tersebut sebagai 1/3.

Dalam aktiviti mentafsir pecahan daripada rajah berbentuk selanjar seperti ditunjukkan dalam Petikan 5TRP1, Izan menyatakan pecahan bagi petak berwarna hijau ialah 2/12. Selanjutnya, beliau mentafsir pecahan bagi petak berwarna hijau sebagai 1/6 dengan alasan diringkaskan dengan operasi bahagi. Tingkah laku itu menunjukkan bahawa Izan tidak menggunakan idea pemisahan berpasangan tetapi menggunakan idea meringkaskan pecahan semasa mentafsir pecahan daripada rajah pelbagai petak berbentuk selanjar.

Pemisahan bertiga. Dalam Petikan 5TRP2, Izan mentafsir pecahan daripada diskret, misalnya dalam Petikan 3TRP2 dengan menganggap tiga buah bulatan berwarna hijau sebagai satu kumpulan, oleh itu beliau membayangkan 12 bulatan berwarna sebagai empat kumpulan tiga buah bulatan berwarna. Berikutnya, Izan menggunakan idea pemisahan tunggal dengan menganggap satu kumpulan (tiga bulatan

berwarna) daripada empat kumpulan (tiga bulatan berwarna) sebagai 1/4 daripada seluruh bulatan berwarna. Rumusan bentuk pemikiran Izan tentang konsep pecaha wajar adalah seperti dalam Jadual 27.

Jadual 27

Rumusan Bentuk Pemikiran Izan tentang Konsep Pecahan Wajar

Konsepsi	**Petikan**	**Sub Konsepsi**	**Petikan**
Pemetakan tunggal (Bahan selanjar) Membentuk bahagian sama besar saiznya pada bahan berbentuk selanjar.	5GP1, 5GP2, 5WPW1(1), 5WPW1(2), 5BP1	*Pemetakan berpasangan (Bahan selanjar)* Membentuk bahagian sama besar saiznya dengan menganggap dua petak bersebelahan masing-masing sebagai satu bahagian.	5WPW1(1), 5WPW1(3)
Pengumpulan tunggal (Bahan diskret) Menghadapi kesukaran menjelaskan pecahan *x/y* pada permulaan protokol.	5WPW1(2)	*Pengumpulan berpasangan (Bahan disket)* Membentuk kumpulan yang terdiri daripada dua bahan setiap satu.	5WPW1(4),
Menganggap setiap bahan berbentuk diskret sebagai satu kumpulan berasingan.	5WPW1(4), 5TRP2		
Pemisahan tunggal (Bahan selanjar dan diskret) Memisahkan *x* daripada *y* bahagian atau *x* daripada *y* bahan sebagai *x/y*.	5GP1, 5GP2, 5WPW1(1), 5WPW1(4), 5TRP2	*Pemisahan berpasangan (Bahan selanjar dan diskret dalam gandaan dua bagi menyebut pecahan)* Memisah dua bahagian atau dua bahan.	5WPW1(1), 5WPW1(3), 5WPW1(4)
		Pemisahan bertiga (Bahan selanjar dan diskret dalam gandaan tiga bagi menyebut pecahan) Memisah tiga bahan serentak dan menganggapnya sepagai pecahan *x/y*.	5TRP2
Meringkaskan pecahan Membahagikan pecahan *x/y* dengan suatu nombor bulat menjadikan suatu pecahan yang lebih ringkas.	5TRP1		

Konsep pecahan tak wajar. Izan memiliki tiga bentuk pemikiran tentang konsep pecahan tak wajar, iaitu pemetakan, pengumpulan, dan pemisahan bergantung pada konteks tugasan yang dihadapi. Izan memetakkan dan memisahkan bahan berbentuk selanjar, dan beliau menjelaskan makna pecahan tak wajar dengan mengumpul dan memisahkan bahan berbentuk diskret.

Pemetakan tunggal. Dalam Petikan 5GP4, Izan menghadapi kesukaran menggambarkan 4/3 pada awal sesi temu duga dengan alasan tidak cukup bahagian untuk menjelaskan 4/3. Kemudiannya, Izan diminta untuk menggambarkan 7/3. Beliau menukarnya ke nombor bercampur 2 1/3. Izan menjelaskan 7/3 sebagai tiga buah segi empat yang masing-masingnya dibahagikan kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Beliau melorekkan kesemua tiga bahagian pada segi empat pertama. Kemudiannya, Izan melorekkan kesemua tiga bahagian pada segi empat kedua dan seterusnya melorek satu daripada tiga bahagian pada segi empat ketiga. Gabungan ketiga-tiga segi empat dianggapkan sebagai 7/3. Tingkah laku Izan menunjukkan bahwa beliau telah mengubah suai pemikirannya semasa mewakilkan pecahan 7/3 dengan menggunakan idea nombor bercampur bagi menjelaskan makna pecahan tak wajar.

Dalam Petikan 5WTW1 pula, Izan mewakilkan pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, dan 7/3) dengan membahagikan satu jalur kertas kepada *m* bahagian yang sama besar saiznya. Beliau melorekkan kesemua *m* bahagian pada jalur kertas pertama. Kemudiannya, Izan membahagikan satu jalur kertas lain kepada *m* bahagian sama besar saiznya. Beliau menulis *1/m* pada bahagian pertama, *2/m* pada bahagian kedua, dan *3/m* pada bahagian ketiga jalur kertas pertama. Seterusnya, Izan membahagikan jalur kertas kedua juga kepada *m* bahagian yang sama besar saiznya. Beliau menulis *1/m* pada bahagian pertama jalur kertas kedua. Bagi kes membabitkan 4/3, beliau menganggap empat daripada *m* bahagian daripada gabungan kedua-dua jalur kertas itu sebagai pecahan *n/m*. Bagi kes membabitkan 7/3 pula, Izan membahagikan jalur kertas ketiga juga kepada *m* bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap tiga bahagian pada jalur kertas pertama, kedua, ketiga, dan satu daripada tiga bahagian pada jalur kertas ketiga sebagai pecahan 7/3. Tingkah laku Izan menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea satu keseluruhan yang terdiri daripada *m* bahagian yang dibentuk berasaskan nilai penyebut pecahan tak wajar bagi menjelaskan makna pecahan *n/m*.

Dalam aktiviti membanding pecahan tak wajar seperti dalam Petikan 5BP2, Izan menjelaskan makna pecahan *p/q* (*p/q* ialah 5/3 dan 5/4) dengan melukis sebuah segi empat yang dibahagikan kepada *q* bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek kesemua bahagian tersebut dan menganggapnya sebagai satu keseluruhan *q/q*. Kemudiannya, Izan melukis sebuah segi empat kedua yang juga dibahagikan kepada *q* bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek (*p* – *q*) daripada *q* bahagian berkenaan dan menganggapnya sebagai pecahan *p/q*. Tingkah laku Izan menunjukkan bahawa beliau menggunakan idea satu keseluruhan yang terdiri daripada *q* bahagian yang dibentuk berasaskan nilai penyebut pecahan tak wajar bagi menjelaskan pecahan tak wajar *p/q*.

Tingkah laku Izan dalam aktiviti gambaran mental, perwakilan, dan perbandingan pecahan tak wajar menunjukkan bahawa beliau melakukan pemetakan tunggal bahan selanjar kepada *m* unit bahagian tunggal berasaskan dua idea, iaitu nombor bercampur dan satu keseluruhan. Dalam kedua-dua kes, beliau membentuk bilangan bahagian tunggal yang sama besar saiznya berasaskan nilai penyebut pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 5/3, 5/4, dan 7/3).

Pengumpulan tunggal. Dalam konteks bahan berbentuk diskret, misalnya dalam Petikan 5WTW2, Izan mewakilkan pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3 dan 7/3) dengan menyusun *m* bahan dan menganggapnya sebagai satu keseluruhan yang bernilai *m/m*. Izan menghadapi kesukaran seketika untuk menjelaskan *n/m* dengan alasan tidak cukup (*n* - m) biji cip kertas. Sejurus kemudiannya, beliau mengambil (*n* – *m*) cip kertas dan menyatakan itu ialah gabungan *n* cip kertas sebagai pecahan *n/m*. Bagi aktiviti membabitkan bahan diskret yang seterusnya, tingkah laku Izan menunjukkan bahawa beliau membentuk *m* bahan beberapa kali dan menganggapnya sebagai satu keseluruhan. Izan melorek *n* daripada bahan tersebut dan menganggapnya sebagai pecahan *n/m*.

Pemisahan tunggal. Dalam aktiviti membabitkan bahan selanjar, Izan menggambarkan pecahan tak wajar (lihat Petikan 5GP4), mewakilkan tak wajar (lihat

Petikan 5WTW1), dan membandingkan pecahan tak wajar (lihat Petikan 5BP2), beliau menjelaskan makna pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 5/3, dan 5/4) dengan melorek *m* bahagian daripada satu keseluruhan pertama dan (*n* - *m*) bahagian daripada satu keseluruhan kedua. Bagi pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 7/3) pula, beliau menjelaskan *n/m* dengan melorek *m* bahagian daripada satu keseluruhan pertama, *m* bahagian daripada satu keseluruhan kedua, dan (*n* - *m*) bahagian daripada satu keseluruhan ketiga.

Dalam konteks penggunaan bahan diskret seperti dalam Petikan 5WTW2, Izan menjelaskan pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3 dan 7/3) dengan memisahkan *m* bahan daripada satu keseluruhan pertama dan (*n* – *m*) daripada *m* bahan daripada satu keseluruhan kedua sebagai pecahan tak wajar *n/m*.

Tingkah laku Izan dalam Petikan 5GP4, Petikan 5WTW1, dan Petikan 5BP2 menunjukkan bahawa beliau melakukan pemisahan tunggal, iaitu mengeluarkan sejumlah *m* unit bahan tunggal daripada satu keseluruhan pertama, (*n* – *m*) bahan tunggal daripada satu keseluruhan kedua dan gabungan kedua-duanya dianggapkan sebagai pecahan tak wajar *n/m*. Jadual 28 berikut merumuskan bentuk pemikiran Izan tentang pecahan tak wajar.

Jadual 28

Rumusan Bentuk Pemikiran Izan Tentang Pecahan Tak Wajar

Konsepsi	**Petikan**	**Sub Konsepsi**	**Petikan**
Nombor bercampur Menukar *n/m* menjadi *p q/m* (*n/m* ialah 4/3, 7/3, 5/3, 5/4 dan *p q/m* ialah 1 1/3, 2 1/3, 1 2/3, dan 1 1/4 masing-masing).	5GP4	*Pemetakan tunggal* (*Bahan selanjar*) Satu rajah atau jalur kertas dibahagikan dianggapkan sebagai satu keseluruhan. Membahagikan setiap satu keseluruhan kepada *m* unit bahagian yang sama besar saiznya.	5GP4, 5WTW1, 5BP2
Satu keseluruhan Merujuk pecahan tak wajar *n/m* (*n/m* ialah 4/3, 7/3, 5/3, 5/4) sebagai terdiri daripada beberapa satu keseluruhan yang mempunyai *m* bahagian yang sama besar saiznya.	5WTW1, 5BP2	*Pemisahan tunggal* (*Bahan selanjar dan diskret*) Bagi bahan selanjar, beliau melorek *m* bahagian daripada satu keseluruhan pertama dan (*m-n*) bahagian daripada satu keseluruhan kedua. Gabungan bahagian yang berlorek dianggapkan sebagai *n/m*.	5GP4, 5WTW1, 5BP2

Jadual 28 (bersambung)

Konsepsi	Petikan	Sub Konsepsi	Petikan
		Bagi bahan diskret, beliau menolak *m* objek daripada satu keseluruhan pertama dan (*m*-*n*) objek daripada satu keseluruhan kedua. Gabungan objek berkenaan dianggapkan sebagai *n/m.*	
		Pengumpulan tunggal (Bahan diskret) Mengumpul *m* objek dan menganggapnya sebagai satu keseluruhan.	5WTW2

Makna bahagi. Izan mentafsir makna bahagi dengan menggunakan idea pemetakan dan pengukuran yang membabitkan:

a. Hasil yang terdiri daripada satu keseluruhan bagi kes membabitkan nombor bulat bahagi nombor bulat tanpa meninggalkan baki,

b. Hasil yang terdiri daripada satu keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi nombor bulat meninggalkan baki,

c. Hasil yang terdiri daripada beberapa bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi pecahan.

d. Hasil yang terdiri daripada bahagian tertentu benda keseluruhan bagi kes pembahagian pecahan bahagi nombor bulat.

Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan. Izan mentafsir makna bahagi membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah $10 \div 2$ dan $6 \div 3$) dengan menganggap n sebagai bilangan petak atau kumpulan dan m sebagai bilangan benda. Beliau mengagihkan m benda tersebut kepada n petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak atau kumpulan mendapat m/n benda dengan sama banyak bilangannya.

Dalam Petikan 5MK1 misalnya, Izan mentafsir makna bahagi membabitkan $4 \div 2$ dengan menganggap 2 sebagai bilangan kumpulan dan 4 sebagai bilangan objek,

yang mana objek tersebut diagihkan kepada dua kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap orang mendapat dua objek.

Dalam petikan yang sama, Izan mentafsir makna bahagi membabitkan 10 ÷ 2 dengan menganggap 2 sebagai dua petak atau kumpulan dan 10 sebagai sepuluh objek, yang mana sepuluh objek itu diagihkan kepada dua kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat lima objek.

Selain itu, Izan juga mentafsir makna bahagi membabitkan 6 ÷ 3 dengan menganggap 3 sebagai tiga petak atau kumpulan dan 6 sebagai enam objek, yang mana enam objek tersebut diagihkan kepada tiga petak atau kumpulan secara dua-dua sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat dua objek.

Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan. Bagi kes pembahagian nombor bulat bahagi nombor bulat yang meninggalkan baki pula, Izan mentafsir makna bahagi yang membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah 5 ÷ 2 dan 5 ÷ 3) dengan menganggap n sebagai bilangan petak atau kumpulan dan m sebagai bilangan objek, yang mana m objek diagihkan kepada n petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak atau kumpulan mendapat m/n objek.

Dalam Petikan 5MK1 misalnya, Izan mentafsir makna bahagi yang membabitkan 5 ÷ 2 dengan membahagi 5 dengan 2 secara pembahagian dalam bentuk lazim, yang mana hasil bahagi ialah 2.5. Beliau menganggap 2 sebagai dua petak dan 5 sebagai lima objek. Izan melukis lima bulatan dalam kedudukan sebaris dan satu garis menegak merentasi bulatan ketiga. Seterusnya, beliau melukis dua orang di sebelah kiri dan kanan garis menegak tadi. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapat 2.5 objek.

Dalam petikan yang sama, Izan mentafsir makna bahagi yang membabitkan 5 ÷ 3 dengan menganggap tiga sebagai bilangan kumpulan dan lima sebagai bilangan

kotak. Beliau melukis lima buah kotak dalam kedudukan sebaris dan tiga orang. Beliau mengagihkan tiga biji tembikai secara satu-satu kepada setiap kumpulan. Kemudiannya, Izan membahagikan kotak keempat dan kelima masing-masing kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Seterusnya, beliau mengagihkan bahagian tersebut kepada tiga kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap kumpulan mendapatsebijikotak lengkap dan dua daripada enam bahagian kotak daripada dua daripada lima buah kotak lengkap.

Pengukuran yang menghasilkan beberapa bahagian tertentu benda keseluruhan. Izan mentafsir makna bahagi membabitkan $a \div m/n$ ($a \div m/n$ ialah 2 ÷1/4, 6 ÷ 1/2, 2 ÷ 1/3, dan 4 ÷ 2/3) dengan menganggap m/n sebagai seunit ukuran bagi mengukur a objek secara satu-satu sehingga habis. Beliau melukis a objek berbentuk diskret dan memetakkan objek tersebut kepada n bahagian sama besar saiznya. Kemudiannya, Izan mengukur a objek dengan menggunakan m/n unit sebanyak x kali. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sebanyak x kali m/n bahan keseluruhan dalam a bahan keseluruhan. Walau bagaimanapun, Izan menganggap hasil bahagi bagi $a \div m/n$ sebagai am/an.

Dalam Petikan 5MK2 misalnya, Izan mentafsirkan makna bahagi yang membabitkan 6 ÷ 1/2 dengan menganggap 1/2 sebagai satu daripada dua bahan keseluruhan dan enam sebagai bilangan bahan keseluruhan, yang mana setiap objek tersebut diukur oleh satu daripada dua bahan secara satu-satu sehingga habis. Beliau melukis enam bulatan dan satu garisan menegak merentasi setiap bulatan. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat 12 satu daripdaa dua bahagian bahan keseluruhan dalam sejumlah enam bahan keseluruhan. Walau bagaimanapun, Izan menganggap hasil bahagi bagi 6 ÷ 1/2 sebagai 6/12.

Dalam Petikan 5WBP pula, Izan mentafsir makna bahagi membabitkan 2 ÷ 1/4 dengan menganggap 1/4 sebagai satu daripada empat bahan keseluruhan dan 2 sebagai

bilangan objek, yang mana dua objek tersebut diukur oleh 1/4 secara satu-satu sehingga habis. Beliau memetakkan kedua-dua objek kepada empat bahagian sama besar saiznya. Izan melorek salah satu daripada empat bahagian pada objek tersebut. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sejumah lapan 1/4 daripada bahan keseluruhan dalam dua objek keseluruhan. Walau bagaimanapun, Izan menganggap hasil bahagi bagi 2 ÷ 1/4 sebagai 2/8.

Bagi kes membabitkan *m/n* ÷ *a/b* (*m/n* ÷ *a/b* ialah 1/2 ÷ 1/3 dan 1/2 ÷ 1/4) pula, Izan menganggap pecahan *a/b* sebagai *a* daripada *b* bahan keseluruhan dan pecahan *m/n* sebagai *m* daripada *n* bahan keseluruhan yang lain, yang mana *m/n* bahan tersebut diukur oleh *a/b* pengukur secara satu-satu sehingga habis. Izan memetakkan satu daripada dua bahan kepada *n* bahagian sama besar saiznya dan *m*daripadanya dianggapkan sebagai pecahan *m/n*. Berikutnya, beliau memetakkan bahagian yang diwakili oleh *m/n* tersebut kepada *b* bahagian sama besar saiznya, yang mana *a* daripada *b* petak dilorek sebagai mewakili *a/b*. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sejumlah *x a/b* daripada bahan keseluruhan dalam *m/n* bahan keseluruhan. Walau bagaimanapun, Izan tidak dapat mentafsir hasil bahagi bagi *m/n* ÷ *a/b*.

Dalam Petikan 5WPP misalnya, Izan mentafsir makna bahagi membabitkan 1/2 ÷ 1/4 dengan menganggap 1/4 sebagai satu daripada empat bahan keseluruhan dan 1/2 sebagai satu daripada dua bahan keseluruhan, yang mana 1/2 bahan keseluruhan tersebut diukur oleh 1/4 bahan keseluruhan lain secara satu-satu sehingga habis. Beliau mengambil dua cip dan memetakkan satu daripada dua cip kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sejumlah 2 satu daripada empat cip kertas dalam 1/2 bahan keseluruhan. Walau bagaimanapun, Izan tidak dapat mentafsir hasil bahagi bagi 1/2 ÷ 1/4.

Dalam Petikan 5WPP2 pula, Izan mentafsir makna bahagi yang membabitkan 1/2 ÷ 2/3 dengan menganggap 2/3 sebagai dua daripada tiga bahan keseluruhan dan 1/2

sebagai satu daripada bahan keseluruhan lain, yang mana 1/2 bahan keseluruhan diukur oleh 2/3 bahan keseluruhan lain secara satu-satu sehingga habis. Izan mengambil dua cip kertas dan memetakkan setiap cip kertas tersebut kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Berikutnya, beliau melorek dua daripada tiga bahagian. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sejumlah tiga 2/3 bahan keseluruhan dalam 1/2 bahan keseluruhan lain. Walau bagaimanapun, Izan menganggap hasil bahagi bagi 1/2 ÷ 2/3 ialah 2/6.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan. Bagi kes membabitkan $m/n \div a$ ($m/n \div a$ ialah 1/3 ÷ 2, 2/3 ÷ 3, dan 1/2 ÷ 3), Izan mentafsir makna bahagi dengan menganggap a sebagai bilangan petak dan pecahan m/n sebagai m daripada n benda keseluruhan, yang mana m/n benda tersebut diagihkan kepada a petak secara satu-satu sehingga habis. Beliau melukis satu objek dan memetakkan objek tersebut kepada n bahagian sama besar saiznya. Berikutnya, Izan melorek m daripada n bahagian dan menganggapnya sebagai pecahan m/n. Selanjutnya, beliau memetakkan m daripada n bahagian kepada a bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, setiap a petak mendapat m daripada a bahagian daripada m daripada n bahagian benda keseluruhan.

Dalam Petikan 5MK3 misalnya, Izan mentafsir makna bahagi membabitkan 1/2 ÷ 3 dengan menganggap 3 sebagai tiga petak dan 1/2 sebagai satu daripada dua bahagian sebuah bulatan. Beliau memetakkan bulatan kepada dua bahagian sama besar saiznya dan menganggap salah satu daripada bahagian tersebut sebagai 1/2. Berikutnya, Izan memetakkan satu daripada dua bahagian tersebut kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendapat satu daripada tiga bahagian daripada satu daripada dua bahan keseluruhan.

Dalam Petikan 5WPB2 pula, Izan mentafsir makna bahagi membabitkan 1/3 ÷ 2 dengan menganggap terdapat dua petak dan tiga cip kertas, yang mana satu daripada

tiga cip kertas itu dipetakkan kepada dua bahagian dengan sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, setiap petak mendapat satu daripada dua bahagian daripada satu daripada tiga bahankeseluruhan.Rumusan makna bahagi yang ditafsirkan oleh Izan ditunjukkan dalam Jadual 29.

Jadual 29

Rumusan Makna Bahagi yang Dimiliki oleh Izan

Makna bahagi	**Penjelasan Makna Bahagi**	**Petikan**
Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan	Mentafsir makna bahagi membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah 10 ÷ 2 dan 6 ÷ 3) dengan menganggap n sebagai bilangan petak atau kumpulan dan m sebagai bilangan benda. Beliau mengagihkan m benda tersebut kepada n petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap petak atau kumpulan mendapat m/n benda dengan sama banyak bilangannya.	5MK1
Pemetakan yang menghasilkan benda keseluruhan dan bahagian tertentu benda keseluruhan	Mentafsir makna bahagi yang membabitkan $m \div n$ ($m \div n$ ialah 5 ÷ 2 dan 5 ÷ 3) dengan menganggap n sebagai bilangan petak atau kumpulan dan m sebagai bilangan objek, yang mana m objek diagihkan kepada n petak atau kumpulan secara satu-satu sehingga meninggalkan baki. Dalam pembahagian itu, setiap petak atau kumpulan mendapat m/n objek.	5MK1
Pengukuran yang menghasilkan beberapa bahagian tertentu benda keseluruhan	Mentafsir makna bahagi membabitkan $a \div m/n$ ($a \div m/n$ ialah 2 ÷ 1/4, 6 ÷ 1/2, 2 ÷ 1/3, dan 4 ÷ 2/3) dengan menganggap m/n sebagai m daripada n bahan keseluruhan dan a sebagai bilangan bahan lain. Beliau melukis a objek berbentuk diskret, yang mana setiap objek dipetakkan kepada m/n bahagian sama besar saiznya. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sejumlah $x\ m/n$ bahan keseluruhan dalam a bahan yang lain. Walau bagaimanapun, Izan menganggap hasil bahagi bagi $a \div m/n$ sebagai am/an.	5MK2, 5WBP
Pengukuran yang menghasilkan beberapa bahagian tertentu benda keseluruhan	Bagi kes membabitkan $m/n \div a/b$ ($m/n \div a/b$ ialah 1/2 ÷ 1/3 dan 1/2 ÷ 1/4) pula, Izan menganggap pecahan a/b sebagai a daripada b bahan keseluruhan dan pecahan m/n sebagai m daripada n bahan keseluruhan lain, yang mana m/n bahan diukur oleh a/b bahan secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, hasil bahagi ialah terdapat sejumlah $x\ a/b$ bahan keseluruhan dalam m/n bahan keseluruhan lain. Walau bagaimanapun, Izan tidak dapat mentafsir hasil bahagi bagi $m/n \div a/b$.	5WPP
Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu benda keseluruhan	Izan mentafsir makna bahagi membabitkan $m/n \div a$ ($m/n \div a$ ialah 1/3 ÷ 2, 2/3 ÷ 3, dan 1/2 ÷ 3) dengan menganggap a sebagai bilangan petak dan m/n sebagai m daripada n benda keseluruhan, yang mana m/n benda diagihkan kepada a petak secara satu-satu sehingga habis. Dalam pembahagian itu, setiap a petak mendapat m daripada a bahagian daripada m daripada n bahagian benda keseluruhan.	5MK3, 5WPB2

Penyelesaian Masalah. Izan menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, tongkat buluh, bar coklat, dan piza dengan mengaplikasikan tiga pengetahuan tentang

nombor, dua pengetahuan tentang operasi, dan dua makna bahagi bagi menjelaskan jawapannya.

Pengetahuan tentang nombor. Amin menggunakan dua jenis nombor semasa menyelesaikan masalah membabitkan pecahan, iaitu nombor pecahan dan nombor perpuluhan. Beliau menjelaskan nombor pecahan dengan menggunakan dua idea, iaitu pemetakan dan pemisahan tunggal dan pengumpulan dan pemisahan bahan. Sementara itu, beliau menjelaskan nombor perpuluhan dengan menggunakan idea nombor persepuluh dan perseratus.

Pemetakan dan pemisahan tunggal. Dalam Petikan 5SPP2, Izan mewakilkan 2 *cm* buluh dengan memetakkan satu jalur kertas kepada dua bahagian sama besar saiznya. Bagi menghasilkan tongkat yang berukuran 2/3 *cm*, beliau memetakkan setiap bahagian kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Izan menggunting dua daripada tiga bahagian dan menganggapnya sebagai 2/3 *cm* buluh yang juga dianggapkan sebagai sebatang tongkat. Beliau mengulangi langkah tersebut sekali lagi pada petak yang kedua. Dalam pembahagian itu, Izan menganggap 3 batang tongkat berukuran 2/3 *cm* dihasilkan daripada buluh berukuran 2 *cm.*

Dalam Petikan 5SPP3, Izan mewakilkan empat bahagian coklat dengan memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Beliau melorek tiga daripada empat bahagian dan menganggap satu bahagian yang tidak berlorek sebagai 1/4. Berikutnya, Izan mengunting salah satu bahagian kepada empat bahagian dan beliau menganggap semua bahagian yang lain juga dipetakkan dengan cara yang sama dengan mengunting tadi. Ringkasnya, Petikan 5SPP2 dan 5SPP3 menunjukkan bahawa beliau memetak dan memisahkan bahagian bahan selanjar bagi menjelaskan konsep pecahan.

Pengumpulan dan pemisahan bahan. Dalam konteks bahan berbentuk diskret, Izan mengumpulkan dua biji piza bersama dan menganggapnya sebagai satu kumpulan.

Dalam Petikan 5SPP4 misalnya, beliau mengunting dua daripada lapan biji piza dan menganggapnya sebagai 1/4 piza kepunyaannya. Untuk membahagikan piza tersebut, Izan memetakkan dua biji piza kepunyaannya kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau membayangkan piza lain juga dipetakkan dengan cara yang sama, menjadikan semuanya terdapat 16 keping 1/2 piza. Izan mentafsirkan pecahan dengan mengumpulkan semua 16 bahagian sebagai satu keseluruhan dan menganggap satu daripadanya sebagai 1/16.

Nombor persepuluh dan perseratus. Dalam Petikan 5SPP1, Izan menganggap 3/4 liter bersamaan dengan 0.75 *l*. Beliau menjumlahkan kedua-dua cawan jus oren bagi menghasilkan 1.50 *l*. Izan memetakkan cawan kepada tiga bahagian sama besar saiznya, yang mana setiap bahagian tersebut diangapkan bernilai 0.25 *l* jus oren. Menurut Izan, 2 *l* jus oren memenuhi dua cawan penuh dan 0.5 cawan yang lain. Beliau mentafsir 0.5 cawan tersebut sebagai 2/3 daripada cawan penuh.

Pengetahuan tentang operasi. Iqwan menggunakan empat jenis operasi dalam menyelesaikan masalah membabitkan jus oren, iaitu tolak, tambah, darab, dan bahagi bagi mengenal pasti jawapannya.

Penambahan nombor perpuluhan. Dalam Petikan 5SPP1, Izan menggunakan operasi tambah bagi menambah dua sukatan bagi dua cawan jus oren. Misalnya, beliau menyatakan bahawa 0.75 + 0.75 = 1.50 *l*. Ini menunjukkan bahawa Iqwan tahu menggunakan prosedur penambahan dua nilai perpuluhan bagi menyelesaikan masalah membabitkan jus oren.

Pembahagian pecahan. Dalam Petikan 5SPP2, Izan menggunakan operasi bahagi bagi meringkaskan pengangka dan penyebut satu pecahan menjadi lebih ringkas. Misalnya, beliau menyatakan bahawa 10/2 bersamaan dengan 5 batang tongkat. Ini menunjukkan bahawa beliau membahagikan pengangka dan penyebut masing-masing dengan angka dua menghasilkan jawapan sebagai 5. Selain itu, Izan juga menggunakan

operasi bahagi bagi meringkaskan 1/2 dan 4 *cm* bagi menghasilkan 2 *cm*. Dalam kedua-dua aktiviti itu menunjukkan bahawa beliau tahu menggunakan prosedur bahagi bagi meringkaskan suatu pecahan.

Pengetahuan tentang makna bahagi. Iqwan menggunakan dua idea untuk menyelesaikan masalah membabitkan pembahagian pecahan, iaitu:

- Hasil bahagi yang terdiri beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan,
- Hasil bahagi yang terdiri daripada bahagian tertentu bahan keseluruhan,

Pengukuran yang menghasilkan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 5SPP1, Izan menyelesaikan masalah menyukat *2 l* jus oren dengan menggunakan cawan yang mempunyai muatan 3/4 *l* dengan idea pengukuran. Beliau menganggap 3/4 *l* sebagai seunit ukuran bagi mengukur 2 *l* jus oren. Misalnya, Izan menjumlahkan 0.75 *l* sebanyak dua kali bagi menghasilkan 1.50 *l*. Seterusnya, beliau melukis sebuah cawan yang terbahagi kepada tiga bahagian sama besar saiznya. Pada kali ini, Izan menganggap 0.25 *l* sebagai seunit ukuran bagi mengukur sebuah cawan yang mempunyai muatan 0.75 *l*. Dalam aktiviti itu, Izan menganggap 2 dan 2/3 cawan diperlukan untuk menyukat 2 *l* jus oren.

Dalam Petikan 5SPP2 pula, Izan juga menggunakan idea pengukuran bagi menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada tongkat buluh berukuran 4 *cm.* Iqwan menganggap 1/2 *cm* sebagai seunit ukuran bagi mengukur sebatang buluh berukuran 4 *cm.* Izan membahagikan satu jalur kertas kepada lapan bahagian sama besar saiznya dan menganggapnya sebagai 4 *cm*. Kemudiannya, beliau membahagikan setiap bahagian kepada dua bahagian sama besar saiznya. Ini menunjukkan bahawa Izan mengukur setiap unit *cm* dengan menggunakan 1/2 unit ukuran secara satu-satu sehingga habis. Izan menganggap terdapat 16 batang tongkat berukuran 1/2 *cm* semuanya pada buluh yang berukuran 8 *cm*.

Dalam Petikan 5SPP2 juga, Izan menggunakan idea pengukuran bagi menyelesaikan masalah membabitkan memotong tongkat berukuran 1/2 *cm* daripada tongkat buluh berukuran 3/4 *cm*. Beliau memetakkan satu jalur kertas kepada tiga bahagian sama besar saiznya dan menganggap setiap bahagian tersebut berukuran 1/4 *cm*. Seterusnya, Izan menganggap 1/2 *cm* sebagai seunit ukuran bagi mengukur tiga bahagian yang dipetakkan itu. Dalam aktiviti itu, Izan menyatakan bahawa satu dan 1/4 batang tongkat berukuran 1/2 *cm* dapat dihasilkan daripada buluh yang berukuran 3/4 *cm*.

Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu bahan keseluruhan. Dalam Petikan 5SPP3, Izan menyelesaikan masalah membabitkan bar coklat dengan menganggap terdapat empat kumpulan dan empat bahagian coklat yang sama besar saiznya, yang mana coklat tersebut diagihkan kepada empat kumpulan secara satu-satu sehingga habis. Misalnya, Izan memetakkan satu jalur kertas kepada empat bahagian sama besar saiznya. Seterusnya, beliau memetakkan salah satu daripada bahagian tersebut kepada empat bahagian yang lebih kecil. Kemudiannya, Izan mengatakan bahawa seluruh jalur kertas itu mempunyai 16 bahagian coklat. Berikutnya, beliau menganggap satu daripada 16 bahagian tersebut sebagai 1/16.

Dalam Petikan 5SPP4 pula, Izan menyelesaikan masalah membabitkan piza dengan menganggap terdapat empat kumpulan dan lapan piza, yang mana dua daripada lapan piza diagihkan kepada empat kumpulan dengan sama banyak. Izan memetakkan dua piza masing-masing kepada dua bahagian sama besar saiznya. Beliau menganggap semua piza juga dipetakkan kepada dua bahagian yang besar saiznya, menjadikan semuanya terdapat 16 separuh piza. Izan mengaggap satu daripada 16 bahagian piza yang diterima oleh rakannya bersamaan 1/16. Rumusan corak pemikiran Izan dalam menyelesaikan masalah pembahagian pecahan ditunjukkan dalam Jadual 30.

Jadual 30

Corak Pemikiran Izan dalam Menyelesaikan Masalah Pembahagian Pecahan

Aplikasi Pengetahuan		**Masalah Membabitkan**			
		Jus Oren	**Tongkat Buluh**	**Bar Coklat**	**Piza**
Nombor Pecahan	Pemetakan dan pemisahan tunggal		Petak sama besar saiz	Petak sama besar saiz	
	Pengumpulan dan pemisahan bahan				Sama banyak bilangan
Operasi	Persepuluh dan perseratus	3/4 = 0.75			
	Tambah pecahan	1/4 +1/4 = 2/4 *l*	1/3 + 1/3 = 2/3 *cm*		
Makna bahagi	Pengukuran yang menghasilkan beberapa keseluruhan dan bahagian tertentu bahan keseluruhan.	Ada 2 cawan 2/3 cawan lain	Ada 3 tongkat 2/3 *cm*		
	Pemetakan yang menghasilkan bahagian tertentu bahan keseluruhan			Setiap orang menerima 1/16 coklat	Setiap orang menerima 1/16 piza