

## **BAB SATU**

### **PENGENALAN**

#### **Pernyataan Masalah**

Pembahagian pecahan merupakan salah satu topik yang penting dalam sistem pendidikan di sekolah. Ini kerana pembahagian pecahan bukan sahaja merupakan asas kepada kesinambungan pembelajaran matematik, malah topik itu juga merupakan landasan kepada pembelajaran mata pelajaran lain, di samping berguna dalam pelbagai konteks. Oleh itu, topik pembahagian pecahan mula diperkenalkan kepada murid pada peringkat sekolah rendah dan menengah rendah di dalam mahu pun luar negara (Kementerian Pelajaran Malaysia [KPM], 2002, 2003, 2006a; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Walau bagaimanapun, ramai pengkaji (Mark, 2001; Perlwitz, 2005; Steffe, 2002, 2009; Suhaidah, 2006) menyatakan murid hanya tahu melakukan pengiraan algoritma tanpa mengetahui sebab di sebalik operasi yang dilakukan. Malah, Gregg dan Gregg (2007), Kalder (2007), dan Ma (1999) melaporkan bahawa guru yang mengajar matematik juga menghadapi kesukaran menjelaskan makna pembahagian pecahan.

Lantaran itu, pelbagai kajian telah dijalankan bagi menangani masalah dan memahami asas yang membentuk pemahaman pembahagian pecahan dalam kalangan murid sekolah. Usaha ini mula dijalankan pada 1980an oleh kumpulan penyelidik Projek Nombor Rasional dan Perkadaran (Behr, Harel, Post, & Lesh, 1992) bagi mengenal pasti sub-konstruk pecahan dan perkaitan di antara sub-konstruk tersebut. Manakala dalam era 1990an pula, Hackenberg, (2007); Olive dan Steffe, (2002); Steffe, (1990) telah menjalankan pengajaran eksperimen bagi meninjau pengetahuan murid tentang pecahan dan keupayaan mereka membina pecahan tak wajar. Kajian yang telah dijalankan di luar negara itu penting kerana dapat menyumbang kepada pemahaman

pecahan dari aspek bidang ilmu, amalan pedagogi, mahupun psikologi pembelajaran. Di Malaysia, aspek pemahaman pembahagian pecahan juga penting untuk diberi perhatian kerana matlamat utama kurikulum matematik sekolah menengah adalah untuk membangunkan murid dengan seimbang dari aspek pemahaman konsep dan penguasaan kemahiran (KPM, 2002, 2006a).

### **Kepentingan Pembahagian Pecahan**

Menurut Angileri dan Johnson (1992), pembahagian pecahan berkait rapat dengan topik luas, nisbah, dan algebra. Misalnya, mereka menyatakan bahawa rumus luas sebuah bulatan,  $\pi r^2$  dan sfera  $\frac{4}{3} \pi r^3$  mempunyai perkaitan dengan pembahagian pecahan. Lantaran itu, Angileri dan Johnson menegaskan bahawa pemahaman pembahagian pecahan adalah perlu bagi membantu murid memahami rumus berkenaan dan seterusnya mengaplikasikan pengetahuan tersebut dalam pelbagai konteks.

Sementara itu, Mamona-downs dan Downs (2002) melaporkan bahawa pembahagian pecahan penting, terutama bagi persamaan matematik yang mempunyai pemboleh ubah  $x$  dan  $y$ , dan melibatkan penyelesaian masalah kadar perubahan, luas, dan isipadu. Dalam pembelajaran nombor pula, Angileri (1995) dan Bielefeld (2002) melaporkan bahawa pembahagian pecahan berkait rapat dengan topik nisbah dan kadar dalam beberapa aspek. Antaranya ialah penulisan nisbah itu sendiri menggambarkan maksud operasi bahagi secara tersirat. Misalnya,  $1/6 : 1/2$  boleh ditulis sebagai  $1/6 \div 1/2$  yang membawa maksud bahawa nisbah di antara dua pecahan ialah pembahagian di antara dua pecahan.

Dalam pembelajaran algebra, pembahagian pecahan berkait rapat dalam penyelesaian masalah fungsi. Menurut Karen (1992), terdapat operasi aritmetik yang tersirat dalam ungkapan algebra  $(11x + y) / z$ . Sementara itu, beberapa pengkaji (Saul, 2004; Shult & Shiflett, 2005) juga mendapati pemahaman tentang pembahagian pecahan penting bagi membantu murid mencari punca bagi persamaan kuadratik. Ini

kerana pembahagian pecahan melibatkan proses salingan bagi pendaraban. Misalnya, persamaan linear  $\frac{2}{3}x - 4 = \frac{7}{5}$  sukar difahami oleh murid kerana melibatkan pembahagian dengan  $\frac{2}{3}$ . Dalam kes ini, Saul berpendapat bahawa murid sukar mencari nilai pemboleh ubah  $x$  sekiranya mereka tidak memahami pembahagian pecahan. Pandangan yang sama juga diutarakan oleh Yerushalmy dan Chazan (2002) yang menyatakan bahawa murid sukar mentafsirkan fungsi  $x - 2y$  kerana pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  mempunyai perhubungan yang tersirat.

Selain itu, beberapa pengkaji (Hatfield, Edwards, Bitter, & Morrow, 2000; Kieran, 1992; Oksuz dan Middleton, 2007; Rodd, 1998; Sharp & Adams, 2002) mendapati pembahagian pecahan yang diaplikasikan dalam kehidupan seharian adalah lebih bermakna berbanding menggunakan simbol. Misalnya, Kieren (1992, hlm. 405) menyatakan perhubungan di antara  $P$  dan  $S$  pada  $6S = P$  dapat ditafsirkan dari sudut  $S = P/6$  yang bermaksud “terdapat 6 orang pelajar bagi setiap orang pensyarah”. Sementara itu, Oksuz dan Middleton (2007, hlm. 4) pula merumuskan persamaan algebra  $1/x \div 1/4 = 2$  lebih senang difahami oleh murid sekiranya ditafsirkan sebagai “apakah nilai  $x$  sekiranya  $1/4$  dimasukkan ke dalam  $1/x$  sebanyak dua kali?”.

Dari sudut mengukur panjang, Rodd (1998) mendapati murid perlu memahami perhubungan di antara skala pada pembaris. Untuk membolehkan murid mengenal pasti ukuran, Hatfield et al. (2000) menyatakan mereka bukan sahaja perlu memahami perkaitan di antara bahagian dan keseluruhan, malah juga pembahagian pecahan.

Dalam mata pelajaran selain matematik, pembahagian pecahan juga didapati berguna dalam mata pelajaran Fizik. Menurut Aubrecht (2004), operasi bahagi pecahan penting dalam mata pelajaran Fizik kerana dapat membantu murid menghubungkan di antara pemboleh ubah dalam formula tertentu. Dalam kajian yang dijalankan, Aubrecht mendapati ramai murid yang memahami pendaraban dan pembahagian pecahan telah berjaya mengenal pasti formula yang perlu digunakan untuk menyelesaikan masalah

Fizik. Sebaliknya, Aubrecht mendapati ramai murid yang lemah kerana mereka hanya menghafal rumus bagi menyelesaikan masalah Fizik. Bagi mengatasi masalah tersebut, Aubrecht dan rakannya telah menjalankan Program Inquiri Fizik yang komprehensif bagi meningkatkan pengetahuan peserta kajian tentang kepentingan memahami pembahagian pecahan dalam Fizik. Ringkasnya, analisis penulisan ilmiah menunjukkan bahawa pembahagian pecahan adalah penting dalam bidang matematik dan mata pelajaran sains, di samping berguna dalam kehidupan seharian.

### **Kerumitan Pembahagian Pecahan**

Pembahagian pecahan diakui oleh ramai pengkaji (Anghileri & Johnson, 1992; Behr et al., 1992; Bezuk & Armstrong, 1993; Cianca, 2006; Hatfield et al., 2000; Fischbein, Deri, Nello, & Marino, 1985; Rule, 2006; Suhaidah, 2006) sebagai salah satu topik yang sukar untuk difahami oleh murid sekolah menengah. Ini disebabkan oleh sifat pecahan adalah kompleks (Bulgar, 2003; Carraher, 1996; Lamon, 2001; Kieren, 1980; Olive, 2001; Steffe, 2001; Streefland, 1991) dan murid sering melakukan kesalahan dalam prosedur songsang dan darab (Tirosh, 2000). Menurut Tirosh, kesalahan berlaku sebab murid sukar mengingati peraturan menyebabkan mereka kurang yakin menjalankan prosedur pengiraan.

Selain itu, bahagi bukan sahaja merupakan suatu prosedur pengiraan, malah juga mempunyai pelbagai makna yang tersirat. Secara amnya, dalam pembelajaran operasi bahagi nombor pecahan, Fischbein et al. (1985) mengkategorikan makna operasi bahagi sebagai pemetakan dan pengukuran. Menurut Ott, Snook, dan Gibson (1991), makna pemetakan lebih senang difahami berbanding makna pengukuran. Mereka mendapati majoriti buku teks hanya memberikan fokus terhadap makna pemetakan dan kemahiran mengira pembahagian pecahan berbanding makna pengukuran. Ekoran itu, Ott et al. berpendapat murid tidak dapat memahami konsep pembahagian pecahan dengan baik.

Selanjutnya, Oksuz dan Middleton (2007) melaporkan faktor intuitif yang dimiliki oleh murid menyebabkan mereka salah tanggap tentang operasi bahagi. Menurut Oksuz dan Middleton (2007, hlm. 2), peserta kajiannya menganggap “bahagi menghasilkan jawapan yang lebih kecil” seperti yang berlaku pada persamaan  $4 \div 2 = 2$ . Sebaliknya bagi kes yang membabitkan  $2 \div 4$ , peserta kajian didapati menganggap susunan nombor pada soalan adalah salah dengan alasan “nombor yang kecil tidak boleh dibahagi oleh nombor yang lebih besar”.

Bagi kes yang membabitkan pembahagian pecahan, Reys, Lindquist, Lambdin, dan Smith (2007) melaporkan bahawa murid sering melakukan salah tanggap yang serius. Menurut mereka, ini mungkin disebabkan oleh tumpuan berlebihan diberikan pada kemahiran algoritma untuk melatih pelajar mendapatkan jawapan tepat dengan menggunakan pendekatan songsang dan darab. Dalam huraian selanjutnya, Reys et al. menyatakan pengiraan  $2 \div \frac{3}{4} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$  kelihatan melibatkan tatacara ringkas. Namun, mereka menyatakan pembahagian itu sebenarnya adalah tersirat kerana  $2 \div \frac{3}{4}$  dan  $\frac{8}{3}$  dikaitkan antara satu sama lain dengan operasi darab dan bahagi. Sebagai tambahan, Reys et al. menjelaskan bahawa salah tanggapan murid berlaku kerana mereka keliru tentang persoalan “Mengapakah nilai hasil bahagi, iaitu  $\frac{8}{3}$  adalah lebih besar berbanding 2?” (hlm. 253).

Dari sudut pengajaran dan pembelajaran, van de Walle (2007) berpandangan bahawa penekanan berlebihan pada kemahiran algoritma menyebabkan murid terikat dengan prosedur pengiraan, tanpa menggunakan cara alternatif untuk menyemak jawapan yang diperolehi. Pandangan yang sama juga turut dikongsikan oleh Lamon (2001) bahawa pengajaran dan pembelajaran yang terlalu menumpu pada prosedur mengira menyebabkan murid cenderung menyelesaikan masalah pembahagian pecahan secara operasi. Seterusnya menyebabkan murid tidak kreatif dan sukar mengaplikasikan pengetahuan pembahagian pecahan dalam konteks yang lebih bermakna.

Di Malaysia, antara tujuan KBSM bagi matematik Tingkatan Satu ialah menghasilkan murid yang dapat memahami konsep dan menguasai kemahiran mengira pembahagian pecahan (KPM, 2002; 2003; 2006a). Walau bagaimanapun, Noraini (2006, 2009) dan Parmjit (2005) melaporkan bahawa majoriti guru di Malaysia memberi penekanan terhadap kemahiran mengira dalam pengajaran dan pembelajaran matematik. Menurut beberapa pengkaji (Kamii, 2001; Heddens & Speer, 2001; Reys et al., 2007), kaedah pengajaran dan pembelajaran yang menekankan prosedur pengiraan bahagi pecahan menyebabkan murid tidak dapat memahami konsep di sebalik operasi bahagi yang mereka lakukan. Dalam hal ini, murid yang membiasakan diri dengan prosedur pengiraan tetapi tidak memberi fokus terhadap pemahaman konsep akan menghadapi masalah dalam mengaplikasikan pengetahuan yang dipelajari dengan situasi baru (Lamon, 2001).

### **Kurikulum Sekolah**

Dalam KBSR, murid mempelajari pembahagian pecahan sewaktu mereka di tahap persekolahan Tahun Enam dan Tingkatan Satu (KPM, 2002, 2003, 2006a). Antara hasil pembelajaran yang disenaraikan dalam Huraian Kurikulum Tahun Enam adalah seperti berikut (KPM, 2006a, hlm. 10):

- Membahagikan suatu pecahan dengan satu nombor bulat dengan nilai penyebut bagi pecahan dan nombor bulat adalah lebih kecil daripada sepuluh.
- Membahagikan suatu pecahan dengan satu nombor pecahan lain dengan nilai penyebut bagi kedua-dua pecahan adalah lebih kecil daripada sepuluh.
- Membahagikan suatu nombor bercampur dengan satu nombor bulat dengan nilai penyebut bagi nombor bercampur dan nombor bulat adalah lebih kecil daripada sepuluh.

- Membahagikan suatu pecahan dengan satu nombor pecahan lain dengan nilai penyebut bagi kedua-dua nombor bercampur dan pecahan adalah lebih kecil daripada sepuluh.

Di Tingkatan Satu, terdapat empat hasil pembelajaran disenaraikan dalam Huraian Kurikulum adalah seperti berikut (KPM, 2002, hlm. 12):

- Bahagi pecahan dengan nombor bulat.
- Bahagi pecahan dengan pecahan.
- Bahagi nombor bulat dengan pecahan.
- Bahagi nombor bercampur dengan nombor bercampur.
- Menyelesaikan masalah yang melibatkan pecahan.

Salah satu sumber rujukan utama bagi murid Tingkatan Satu ialah buku teks (Suhaidah, 2006). Antara kandungan yang terdapat dalam Buku Teks Matematik Tahun Enam ialah pembahagian pecahan dengan nombor bulat, pembahagian pecahan dengan pecahan, pembahagian nombor bercampur dengan nombor bulat, dan pembahagian nombor bercampur dengan nombor bercampur. Secara umum, penjelasan kandungan buku teks diilustrasikan dalam bentuk gambar dan simbol matematik (Periasamy, Marzita, Mohamed Khairuddi, Leong, & Rozaili, 2007). Dua konsep pembahagian pecahan, iaitu pemetakan dan pengukuran dijelaskan dalam bentuk gambar. Misalnya, konsep pemetakan dihuraikan menggunakan contoh  $1/2 \div 5$  secara membentuk pecahan  $1/2$  kepada 5 bahagian dengan seragam dan mengagihkan setiap bahagian dengan sama banyak kepada penerima. Dalam pada itu, konsep pengukuran pula dihuraikan menggunakan contoh  $4/5 \div 1/3$  secara membentuk rajah bagi mewakili  $4/5$  terlebih dahulu. Kemudian, rajah  $4/5$  berkenaan disusun semula untuk membentuk  $1/3$  dengan seragam.

Selain penggunaan rajah bagi menerangkan konsep, aspek algoritma juga dijelaskan dalam buku teks. Prosedur pengiraan yang ditunjukkan dalam buku teks

tersebut ialah secara “salingan dan darab” (Periasamy et al., 2007, hlm. 82-91). Ini menunjukkan kandungan Buku Teks Matematik Tingkatan Satu mengandungi kedua-dua konsep dan algoritma berkaitan pembahagian pechaan. Berbeza pula dengan Buku Teks KBSM Matematik Tingkatan Satu, kandungannya didapati hanya membabitkan aspek prosedur pengiraan sahaja (Abdul Razak, Michael, Ahmad Basri, Cheong, Choi, & Manoharan, 2003).

Ringkasnya, Sukatan KBSR Matematik Tahun Enam dan Buku Teks Matematik Tahun Enam merangkumkan kedua-dua aspek konsep dan kemahiran mengira sebagai asas pembelajaran di peringkat sekolah rendah. Manakala di peringkat sekolah menengah pula, Sukatan KBSM Matematik Tingkatan Satu dan Buku Teks Matematik Tahun Enam hanya menyenaraikan kemahiran mengira sebagai asas pembelajaran murid.

### **Peperiksaan**

Kepentingan pembahagian pecahan dalam mata pelajaran matematik KBSM adalah jelas. Analisis kekerapan soalan yang ditanya dalam Kertas Satu Ujian Penilaian Sekolah Rendah (UPSR) dari tahun 2005 hingga 2007 (rujuk Lampiran D) mendapati peratus bilangan soalan bagi topik pecahan telah meningkat daripada 15% pada tahun 2005 kepada 30% pada tahun 2007. Manakala dalam Kertas Dua UPSR, peratus bilangan soalan bagi topik pecahan juga meningkat daripada 10% pada tahun 2005 kepada 20% pada tahun 2007 (KPM, 2005a, 2006a, 2007a).

Bagi Peperiksaan Menengah Rendah (PMR), analisis kekerapan soalan yang ditanya dalam Kertas Dua PMR dari tahun 2004 hingga 2007 (rujuk Lampiran E) menunjukkan peratus bilangan soalan bagi Topik Pecahan meningkat dari tahun ke tahun. Misalnya, pada tahun 2004, terdapat sebanyak 10% soalan pecahan ditanya dalam PMR. Bilangan soalan didapati meningkat kepada 30% dalam PMR pada tahun 2005, dan terus meningkat kepada 45% pada tahun 2006 (KPM, 2004b, 2005b, 2006b).



Secara keseluruhannya, bentuk soalan Topik Pecahan itu adalah seperti perkaitan operasi bahagi pecahan dengan ungkapan algebra, persamaan algebra, atau operasi bercampur yang melibatkan pecahan dalam konteks indeks.

Oleh itu, dapatlah dirumuskan bahawa murid Tingkatan Satu mempelajari pembahagian pecahan sebagai persediaan menduduki PMR. Walau bagaimanapun, laporan pencapaian PMR dan dapatan kajian lepas mendapati murid menghadapi masalah dalam memahami pembahagian pecahan. Misalnya, Laporan Prestasi Kertas Satu PMR tahun 2004 menjelaskan bahawa seramai 45.5% calon peperiksaan gagal menjawab dengan betul soalan yang membabitkan pecahan yang dikaitkan dengan masa dan panjang lengkok bulatan (KPM, 2004). Laporan ini didapati selari dengan dapatan kajian Suhaida (2006) yang mendapati seramai 52% murid sekolah menengah gagal menjawab dengan betul soalan pembahagian pecahan. Bagi soalan Kertas Dua PMR, soalan  $(2\frac{1}{3} - \frac{2}{5}) \div 2\frac{3}{5}$  dilaporkan gagal dijawab oleh murid kerana melakukan tiga kesalahan, iaitu gagal meringkaskan jawapan akhir, salah mencari hasil darab dua pecahan, dan menganggap  $\frac{5}{13}$  bersamaan dengan  $\frac{3}{5}$  (KPM, 2006b).

Dari arena antarabangsa pula, murid Tingkatan Dua di Malaysia berada pada kedudukan ke-7 daripada 38 buah negara yang mengambil bahagian menjawab soalan berkaitan mewakili pecahan  $\frac{3}{8}$  dengan rajah berpetak dalam Tren In Matheamtics and Sciece Study-Repeat (TIMSS-R) (KPM, 2000). Sementara itu, murid Tingkatan Dua dilaporkan berada pada tangga ke-17 daripada 50 negara menjawab soalan yang membabitkan pengiraan bilangan senduk (muatan  $\frac{1}{5}$  kg tepung) untuk menyenduk 6 kg tepung (TIMSS, 2004). Seterusnya, murid Tingkatan Dua dilaporkan menduduki tangga ke-13 daripada 56 negara yang mengambil bahagian menjawab soalan membabitkan membanding pecahan menggunakan petak segi empat tepat dan bulatan (TIMSS, 2008).

Ringkasnya, tiada soalan berkaitan pembahagian pecahan ditanya dalam UPSR sehingga 2010. Manakala di peringkat PMR pula, banyak soalan bagi topik pecahan ditanya dari setahun ke setahun. Walau bagaimanapun, fokus soalan berkaitan pembahagian pecahan dalam PMR adalah bersifat pengetahuan prosedur, bukannya pengetahuan konsep. Dari sudut pencapaian pula, peratus murid menengah rendah yang gagal menjawab dengan betul soalan pembahagian pecahan dalam peperiksaan awam masih lagi tinggi. Keadaan ini juga didapati selari dengan keputusan kajian oleh pengkaji dan ujian yang dikendali oleh badan antarabangsa. Justeru, dapatlah disimpulkan bahawa murid Tingkatan Satu menghadapi kesukaran dalam memahami pembahagian pecahan seperti yang dihadapi oleh ramai murid di luar negara. Walau bagaimanapun, keputusan peperiksaan PMR dan keputusan TIMSS-R tidak dapat menggambarkan pemahaman sebenar murid Tingkatan Satu tentang pembahagian pecahan atas beberapa sebab.

Pertama, hanya satu jawapan yang dipilih oleh murid dalam setiap soalan objektif dalam PMR Kertas Satu dan TIMSS-R disemak, prosedur pengiraan mereka tidak diambil kira dalam peperiksaan berkenaan. Kedua, prosedur pengiraan murid menjawab setiap soalan subjektif dalam PMR Kertas Dua dinilai, namun markah hanya diperuntukan pada prosedur mengira dan jawapan yang betul sahaja. Prosedur yang salah diabaikan dan tidak dinilai oleh pemeriksa. Ketiga, prosedur pengiraan dan alasan murid menyelesaikan soalan pembahagian pecahan diambil kira dalam kajian ilmiah (Suhaidah, 2006). Namun, pemahaman murid hanya ditafsirkan dari aspek kemampuan mereka menyelesaikan soalan pembahagian pecahan secara matematik. Pemahaman murid dari perspektif psikologi tidak diambil kira. Ini bermaksud, keputusan peperiksaan dan hasil kajian lepas masih tidak dapat menjelaskan pemahaman murid tentang pembahagian pecahan. Justeru, kajian ini wajar dijalankan kerana pengetahuan

murid dari aspek matematik dan psikologi diambil kira dalam mengenal pasti pemahaman murid tentang pembahagian pecahan.

### **Jurang Kajian Lepas**

Pecahan sukar difahami oleh murid, namun topik berkenaan merupakan nadi kepada mata pelajaran matematik (Steffe, 2002; 2009). Pitkenthly dan Hunting (1996) melaporkan terdapat pelbagai pendekatan dan usaha dilakukan oleh pengkaji bagi mencari jalan penyelesaian mengatasi masalah dalam pembelajaran pecahan. Namun, sehingga kini masih kedengaran kritikan daripada pengkaji pendidikan matematik tentang kesukaran murid mempelajari pecahan dan pembahagian pecahan di dalam dan luar negara (Hackenberg, 2007; Sharp & Adams, 2002; Suhaidah, 2006; van de Walle, 2007).

Dari sudut kajian pembahagian pecahan, analisis literatur menunjukkan terdapat empat fokus utama kajian dijalankan oleh pengkaji. Pertama, kajian berasaskan model primitif yang membabitkan idea pengukuran dan pemetakan menggunakan satu pemboleh ubah (melibatkan kumpulan atau ahli sahaja) atau pun dua pemboleh ubah (melibatkan kumpulan dan ahli) (Anghileri & Johnson, 1992; Behr & Post, 1992; Bezuk, & Armstrong, 1993; Cianca, 2006; Fischbein et al., 1985; Hatfield et al., 2000; Rule & Hallagan, 2006). Hasil kajian menjelaskan peratus murid menjawab betul dan jenis kesalahan yang dilakukan oleh mereka dalam ujian bertulis.

Kedua, beberapa orang pengkaji (Brissiaud, 1992; Gray & Tall, 1994; Neuman, 1998; ter Heege, 1985) telah mengubahsuai model kajian primitif dengan memberi tumpuan pada satu pemboleh ubah dan kebolehan murid menggunakan pengiraan mental untuk menyelesaikan masalah simbolik pembahagian pecahan. Walau bagaimanapun, hasil kajian kategori pertama dan kedua tidak dapat menjelaskan pemahaman sebenar murid sebab pengetahuan murid yang diperoleh dari ujian bertulis dan pengiraan mental adalah cetek dan terhad. Lagi pun, tafsiran jawapan bertulis tanpa

penjelasan daripada murid tidak dapat menggambarkan pemahaman mereka yang sebenarnya.

Ketiga, kajian berasaskan konstruktivisme radikal dari konteks pembinaan pengetahuan pecahan dipelopori sekumpulan pengkaji (Hackenberg, 2007; Nik Azis, 1987; Olive & Steffe, 2002; Olive & Vomvoridi, 2006; Saenz-Ludlow, 1994; Steffe, 1990, 2002; Thompson & Lambdin, 1994; Watanabe, 2002) menyelidik skim pecahan, skim pendaraban, dan skim pembahagian pecahan milik murid. Dalam kajian mereka, tumpuan diberikan pada cara murid membina bahagian dan keseluruhan yang dianggap sebagai asas bagi murid untuk membina pengetahuan pecahan. Selain kajian tentang skim murid, analisis ilmiah juga mendapati sebilangan kecil pengkaji dari fahaman konstruktivisme radikal (Liu & Thompson, 2009; Thompson & Saldhana, 2003) juga menyelidiki pemahaman pecahan. Fokus kajian yang dijalankan oleh pengkaji berkenaan ialah pemahaman murid dari konteks penaakulan. Dalam kajian tersebut, pemahaman didefinisikan dengan mengubahsuai model pemahaman Skemp (1987), iaitu dari asimilasi pada skim yang sesuai kepada asimilasi pada skim seseorang. Asimilasi yang dimaksudkan oleh Thompson dan rakannya ialah keupayaan murid mengatasi gangguan yang diberikan semasa menyelesaikan masalah. Bagi mengkaji pemahaman murid, Thompson dan Saldhana (2003) menganalisis empat skim milik murid secara serentak, iaitu skim darab, skim bahagi, skim ukuran, dan skim pecahan.

Ringkasnya, analisis bahagian ini membekalkan maklumat bahawa skim merupakan asas pengetahuan murid bagi kajian berasaskan teori konstruktivisme radikal. Menurut Nik Azis (1999), konsepsi didefinisikan sebagai skim yang dimantapkan melalui pengulangan, dipiawaikan menerusi interaksi, dan dikaitkan dengan perkataan khusus. Oleh itu, kajian ini mengenal pasti konsepsi murid tentang pecahan, bahagi, dan pembahagian pecahan dan merumusnya sebagai pemahaman pembahagian pecahan milik murid.

Di Malaysia, terdapat sebilangan kecil pengkaji menjalankan kajian tentang pecahan dengan menggunakan teori konstruktivisme radikal. Misalnya, Aida Suraya (1996) mengkaji skim nombor perpuluhan yang dimiliki oleh murid Tahun Lima. Dapatan kajian menunjukkan salah satu daripada skim nombor perpuluhan murid ialah pecahan dan pseudopecahan. Dalam itu, Goh (1998) pula mengkaji konsepsi murid Tingkatan Dua tentang nombor nisbah. Dapatan kajian beliau menunjukkan semua peserta kajian menggambarkan pecahan wajar sebagai perhubungan di antara bahagian dan keseluruhan. Manakala sebilangan peserta kajian sahaja didapati tidak mempunyai gambaran mental tentang pecahan tak wajar. Selain itu, Nik Suriyani (2002) mengkaji skim peratus yang dimiliki oleh murid Tingkatan Satu. Dapatan kajian beliau menunjukkan murid mentafsirkan salah satu makna peratus sebagai pecahan. Ringkasnya, analisis kajian menunjukkan kajian tentang pembahagian pecahan masih lagi terhad di Malaysia. Fokus kajian yang dijalankan pelbagai, termasuklah mengkaji gaya penyelesaian masalah murid dalam pendekatan pengajaran dan pembelajaran tertentu, mengkaji keupayaan murid mewakili pecahan, dan membanding pemahaman pembahagian pecahan di antara tiga kelompok peserta kajian. Ini menunjukkan kajian tersebut tidak bertujuan mengkaji pecahan secara langsung, tetapi hasil kajian yang diperolehi menunjukkan ada perkaitan dengan pecahan.

Sementara itu, terdapat sebilangan pengkaji (Mohd. Johan, 2002; Munirah & Noor Azlan, 2000; Suhaidah, 2002) menggunakan selain teori konstruktivisme radikal untuk mengkaji pecahan. Misalnya, Mohd. Johan mengkaji perhubungan di antara cara dan keupayaan murid Tahun Lima dengan gaya pembelajaran mereka dalam menyelesaikan masalah pecahan. Hasil kajian mendapati kaedah pengajaran dan pembelajaran mempunyai perhubungan yang signifikan terhadap cara murid menyelesaikan masalah pembahagian pecahan. Munirah dan Noor Azlan pula didapati mengkaji kebolehan murid mewakili pecahan menggunakan pelbagai perwakilan.

Selain itu, Suhaidah pula mengkaji pemahaman tiga kelompok responden, iaitu murid Sekolah Rendah, Sekolah Menengah, dan pelajar Institusi Pengajian Tinggi (IPT) tentang pembahagian pecahan. Beliau mendapati pelajar IPT mendapat markah yang lebih tinggi, markah murid sekolah menengah kedua, dan markah murid sekolah rendah terendah. Dapatan kajian itu menunjukkan min markah bagi ketiga-tiga kategori peserta kajian adalah tidak signifikan. Ini bermaksud sehingga kini, hanya Thompson dan Saldhana (2003) mengkaji tentang pecahan, makna bahagi, dan pembahagian pecahan berlandaskan teori konstruktivisme radikal. Memandangkan kajian untuk mengenal pasti pemahaman pembahagian pecahan yang dimiliki oleh murid menggunakan teori konstruktivisme radikal masih lagi terhad, justeru kajian ini adalah wajar dijalankan.

### **Kerangka Teori**

Kerangka teori bagi kajian ini adalah berasaskan konstruktivisme radikal. Teori ini mengandaikan murid membina pengetahuan mereka berdasarkan pengalaman mereka. Pengetahuan murid dianggapkan tidak bersifat salah atau betul. Menurut von Glasersfeld (1987), pengetahuan murid dibina melalui tindakan asimilasi dan akomodasi pada skim sedia ada murid bagi mengubahsuai skim tersebut atau membentuk skim baru yang lebih berdaya maju. Oleh itu, untuk mengetahui cara orang lain memahami pembahagian pecahan, pertuturan dan perlakuan mereka perlu ditafsir. Tafsiran tersebut adalah subjektif bergantung pada kemahiran dan pengetahuan pentafsir. Ini kerana teori konstruktivisme radikal mengandaikan setiap individu membina ilmu berdasarkan pengalaman masing-masing.

Namun, von Glasersfeld (2001) berpendapat konstruktivisme radikal tidak menolak kewujudan kebenaran mutlak, cuma kemampuan manusia telah menghadkan mereka daripada mengetahui kebenaran tersebut. Ini bermaksud tafsiran terhadap konsepsi seseorang adalah tidak mutlak, ia boleh berubah dari semasa ke semasa (von

Glaserfeld, 1995). Sehubungan itu, kajian pemahaman murid tentang pembahagian pecahan dijalankan dengan beberapa andaian seperti berikut:

- Murid membina pengetahuan tentang pembahagian pecahan secara aktif.
- Pemahaman merujuk persepsi dan konsepsi murid tentang pembahagian pecahan.
- Murid sudah belajar tentang pembahagian pecahan sebelum kajian dijalankan.

Berasaskan andaian tersebut, beberapa tugas dibentuk bagi tujuan mengenal pasti pola pemikiran daripada tingkah laku peserta kajian.

### **Tujuan dan Soalan Kajian**

Kajian ini bertujuan mengenal pasti pemahaman murid Tingkatan Satu tentang pembahagian pecahan. Selaras dengan tujuan kajian, terdapat tujuh soalan kajian dibentuk seperti berikut:

1. Apakah gambaran mental yang dimiliki murid Tingkatan Satu tentang pecahan?
2. Bagaimanakah murid Tingkatan Satu mewakili pecahan?
3. Bagaimanakah murid Tingkatan Satu mentafsirkan pecahan yang diwakili oleh rajah tertentu?
4. Bagaimanakah murid Tingkatan Satu membandingkan dua nombor pecahan yang diberikan?
5. Bagaimanakah murid Tingkatan Satu mewakili pembahagian pecahan?
6. Apakah makna bahagi yang dimiliki oleh murid Tingkatan Satu tentang nombor bulat bahagi nombor bulat, nombor bulat bahagi pecahan, pecahan bahagi nombor bulat, dan pecahan bahagi pecahan?
7. Bagaimanakah murid Tingkatan Satu menyelesaikan masalah pembahagian pecahan?

## Definisi Istilah

Dalam kajian ini, terdapat beberapa istilah asas, yang tiga daripadanya ialah pemahaman, bahagi, dan pecahan. Berikut adalah definisi bagi istilah tersebut.

### **Pemahaman**

Pemahaman merujuk konsepsi murid tentang sesuatu perkara (von Glasersfeld 1995). Menurut Steffe (2009), konsepsi murid boleh dikenal pasti daripada pemikiran mereka tentang beberapa perkara seperti gambaran mental, perwakilan, pemberian makna, perbandingan, dan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan pecahan, operasi bahagi, dan pembahagian pecahan.

**Gambaran mental.** Gambaran mental ialah imej yang terhasil secara serta merta oleh murid tanpa melibatkan penggunaan panca indera mereka (Thompson, 1996). Gambaran mental ditafsirkan semasa murid mengaplikasikan pengetahuan tentang pecahan, bahagi nombor bulat, dan pembahagian pecahan secara spontan dalam waktu dan konteks yang khusus (von Glasersfeld, 1998).

**Perwakilan.** Perwakilan merujuk mewakili semula pengalaman, iaitu pembinaan semula pengetahuan berdasarkan pengalaman lepas yang pernah dialami (von Glasersfeld 1995). Dalam kajian ini, peserta kajian diminta mewakili semula pecahan dan pembahagian pecahan dengan melakar perwakilan tersebut pada kertas dan menggunakan jalur kertas dan cip kertas.

**Makna.** Menurut von Glasersfeld (1987b), makna ialah tafsiran yang diberikan oleh seseorang dan berlaku dalam keadaan sedar bahawa situasi tersebut mempunyai lebih daripada satu kemungkinan jawapan. Dalam menjelaskan tafsiran makna, von Glasersfeld (2007) menyatakan aktiviti tersebut melibatkan beberapa tindakan seperti individu yang sedar dan aktif (I, individu); objek, peristiwa atau fenomena (F) yang dilakukan oleh I; hasil aktiviti khusus (H) yang bukan merupakan sebahagian



pengalaman I yang serta-merta tentang F tetapi berkait dengan F melalui beberapa saling hubungan yang diketahui oleh I. Dalam memberikan makna, murid mentafsirkan situasi berkenaan berasaskan pengetahuan sedia ada.

**Perbandingan.** Perbandingan ialah tindakan mengenal pasti persamaan dan perbezaan di antara beberapa perkara. Menurut Nik Azis (1999) pecahan ialah binaan konsepsi, bukannya binaan figuratif. Ini bermaksud, gambar rajah mahu pun simbol tentang pecahan sekadar membekalkan konteks atau keadaan bagi murid untuk menjalankan operasi untuk mengenal pasti persamaan dan perbezaan pecahan yang dibandingkan.

**Penyelesaian masalah.** Masalah merujuk konflik atau gangguan dialami oleh murid apabila mereka gagal mengasimilasikan tugas yang diberikan untuk mencapai tujuan tertentu (Confrey, 1991). Memandangkan gangguan ialah binaan dalaman individu berasaskan pengetahuan yang mereka miliki, maka peserta kajian diminta menyelesaikannya dengan menggunakan pendekatan mereka sendiri. Dalam kajian ini, penyelesaian masalah merujuk cara yang digunakan oleh murid untuk mengatasi gangguan yang terhasil daripada memberi respons terhadap tugas yang diberikan kepada mereka.

## **Bahagi**

Secara formal, bahagi boleh didefinisi berasaskan  $ac = b$ . Dalam hubungan ini,  $a$  bahagi  $b$  (juga ditulis sebagai  $a/b$ ) dengan keadaan  $a, b \in \mathbf{Z}$  ( $\mathbf{Z}$  ialah nombor integer),  $a \neq 0$ , dan  $c \in \mathbf{Z}$ . Bagi kes yang membabitkan  $b$  boleh dibahagikan oleh  $a$ , maka  $a$  dikenali sebagai pembahagi bagi  $b$ . Dalam hal ini,  $a$  juga dikenali sebagai faktor bagi  $b$ , manakala  $b$  pula disebut sebagai gandaan bagi  $a$ . Sebaliknya, bagi kes yang membabitkan  $b$  tidak boleh dibahagikan oleh  $a$ , maka  $a$  dikenali sebagai bukan pembahagi bagi  $b$  dan  $a$  pula bukan faktor dan bukan gandaan bagi  $b$  (Weiss, 1971).

Ringkasnya, algoritma pembahagian secara simbolik ialah  $b = qa + r$ , dengan keadaan  $0 \leq r < a$ ,  $a, b \in \mathbf{Z}$ , dan  $a > 0$ , maka wujud nilai integer unik  $q$  dan  $r$ .

Dari sudut operasi, bahagi melibatkan dua proses iaitu, pemetakan dan pengukuran. Pemetakan bermaksud mengenal pasti bilangan kuantiti yang diterima oleh setiap penerima, sekiranya jumlah bahan dan bilangan penerima diketahui terlebih dahulu. Pemetakan dapat dijelaskan dalam dua keadaan, iaitu agihan seragam dan salingan dan darab. Bagi kes  $a/b \div c$ , agihan seragam bermaksud mengagihkan sejumlah bahan  $a/b$ , kepada sejumlah penerima  $c$ . Keseragaman agihan bergantung pada bilangan bahagian yang dibentuk pada  $a/b$  untuk diberi kepada  $c$  penerima dengan sama banyak (Anghileri & Johnson, 1992). Salingan dan darab pula merujuk proses pengiraan yang melibatkan salingan suatu nombor dan darabkan dengan nombor yang satu lagi. Misalnya, bagi kes  $a/b \div c/d$ ,  $c/b$  disongsangkan dan didarabkan dengan  $a/b$ . Hasil bahagi bermaksud jumlah  $a/b$  yang perlu diagihkan kepada setiap unit  $c$  dalam  $b$ .

Selain itu, van de Walle (2007) pula mentakrif pemetakan sebagai kuantiti seunit ukuran. Menurut van de Walle, konsep pemetakan juga dipraktikkan dalam kuantiti seunit ukuran dan harga seunit jisim. Dalam pada itu, Anghileri dan Johnson (1992) dan van de Walle (2004) menyatakan bahasa tak formal seperti kongsi atau “berapa banyak bilangan bahan dalam setiap kumpulan” dikaitkan dengan konsep pemetakan.

Pengukuran merujuk proses mengenal pasti bilangan penerima setelah kuantiti yang diterima oleh setiap penerima diketahui terlebih dahulu (Anghileri & Johnson, 1992). Menurut Anghileri dan Johnson, bagi kes  $c \div a/b$ , pengukuran terus ialah mengukur  $c$  dengan  $a/b$ . Hasil bahaginya bermaksud terdapat sebanyak  $n$  pecahan  $a/b$  dalam  $c$ . Penolakan seragam merujuk tindakan mengukur dengan mengurangkan baki secara berulang. Bilangan pengurangan merupakan hasil pembahagian pecahan. Bagi kes yang membabitkan  $a/b \div c/b$ ,  $a/b$  dikurangkan  $c/b$  sebanyak  $n$  kali sehingga sifar. Hasil pembahagian bermaksud terdapat  $n$  kali pecahan  $c/b$  dalam pecahan  $a/b$ . Selain itu,

Anghileri dan Johnson juga menjelaskan pembahagian terus sebagai pengiraan berasaskan prosedur pembahagian panjang. Misalnya,  $a/b \div c/d$  diselesaikan secara menyusun  $a/b$  dan  $c/d$  dalam kedudukan  $c/d \overline{)a/b}$ . Hasil bahagi ditafsirkan sebagai terdapat  $n$  pecahan  $c/d$  dalam pecahan  $a/b$ .

## **Pecahan**

Pecahan boleh ditakrifkan dari sudut formal dan operasi. Dari sudut formal, pecahan ditakrifkan sebagai nombor nyata yang berbentuk  $a/b$ , dengan  $a$  dan  $b$  ialah nombor integer, dan  $b$  ialah bukan sifar (Kaufmann & Schwitters, 2000). Secara simbolik, perhubungan di antara nombor nyata  $Q$  dan integer  $J$  diringkaskan sebagai  $Q = \{a/b \mid a \in J, b \in J, b \neq 0\}$  (Gager, 1968). Ini bermaksud, pecahan ialah nombor nyata yang wujud jika dan hanya jika nombor itu dapat dituliskan dalam bentuk pembahagian di antara dua nombor integer, kecuali  $b$  ialah sifar. Dari sudut operasi pula, Nik Azis (1987) mentakrifkan pecahan sebagai nombor (sama ada suatu nombor nyata atau subset bagi nombor nyata), angka (simbol atau ungkapan), pasangan tertib (sama ada ditulis dalam bentuk  $(a, b)$  atau  $a:b$  atau  $a/b$ ), pembahagian, nisbah, operator, pendaraban (endaraban dengan satu bahagian atau satu pecahan).

Seterusnya dari perspektif murid, pecahan merujuk pengetahuan tertentu yang dibina oleh murid. Steffe (2009) mengkategorikan definisi pecahan ini sebagai pecahan milik murid. Menurut Steffe lagi, pemahaman murid tentang pecahan hanya boleh dikenal pasti dengan menganalisis pengetahuan tersebut dari perspektif murid itu sendiri. Dalam menganalisis data, beberapa istilah sering digunakan secara khusus bagi menjelaskan pemikiran murid, yang tujuh daripadanya ialah selanjar, diskret, pemetakan, pemisahan, komposit, tunggal, dan pemecahan.

**Selanjar.** Menurut van de Walle (2007), objek yang keluasannya digunakan menjelaskan konsep matematik dikenali sebagai objek selanjar. Dalam kajian ini, objek

selanjarnya merujuk jalur kertas yang digunakan atau rajah yang dilukis oleh murid bagi menjelaskan konsep pecahan, bahagi, atau pembahagian pecahan.

**Diskret.** Menurut Watanabe (2002), objek yang bilangannya diguna bagi menjelaskan konsep matematik dikenali sebagai objek diskret. Dalam konteks kajian ini, bahan diskret merujuk cip kertas yang digunakan atau rajah yang dilukis bagi menjelaskan konsep pecahan, makna bahagi, atau pembahagian pecahan berasaskan bilangannya.

**Pemetakan.** Menurut Ponthier dan Sawada (1983), pemetakan pada objek selanjarnya lazimnya dilakukan seseorang individu dengan lima cara, iaitu berkongsi (*sharing*), jadikan separuh (*algorithmic halving*), bersifat genap (*evenness*), bersifat ganjil (*oddness*), dan gabungan (*composition*). Sementara itu, Steffe (2002) dan Hackenberg (2007) merujuk pemetakan sebagai membentuk bilangan ahli sama banyak dalam setiap kumpulan bagi objek diskret atau membentuk beberapa bahagian sama saiz pada objek selanjarnya. Dalam konteks kajian ini, pemetakan merujuk pembentukan beberapa bahagian sama saiz pada objek selanjarnya atau rajah lakaran, atau membentuk bilangan ahli sama banyak dalam setiap kumpulan bagi menjelaskan konsep pecahan dan pembahagian pecahan.

**Pengulangan.** Menurut Steffe (2002), pengulangan (*iterate*) merujuk membentuk bahagian berulang kali berasaskan saiz bahagian tertentu pada objek selanjarnya. Dalam konteks kajian ini, pengulangan merujuk bahagian sama saiz yang dibentuk berulang kali pada suatu jalur kertas atau rajah lakaran bagi menjelaskan konsep pecahan atau pembahagian pecahan.

**Pemisahan.** Menurut Steffe (2002), pengetahuan pemisahan (*splitting*) merupakan asas bagi murid membina pengetahuan pengulangan bahagian. Dalam kajiannya, Steffe merujuk pemisahan sebagai sebilangan bahagian sama saiz yang dipisahkan daripada bahagian lain dan dikaitkan semula sebagai perhubungan bahagian-keseluruhan. Dalam

konteks kajian ini, pemisahan bermaksud memisahkan beberapa bahagian daripada sejumlah bahagian pada objek selanjar atau memisahkan beberapa objek daripada sejumlah objek diskret dan mengaitkannya sebagai perhubungan di antara bahagian dan keseluruhan.

**Unit tunggal.** Menurut Steffe (2002), unit tunggal (*single unit*) bermaksud bagi suatu pecahan  $a/b$  yang diwakilkan, bilangan satu unit bahagian ( $1/b$ ) pada objek selanjar atau bilangan satu unit objek ( $1/b$ ) bagi objek diskret bersamaan nilai  $b$ . Dalam konteks kajian ini, unit komposit merujuk bilangan satu unit bahagian ( $1/b$ ) pada jalur kertas atau bilangan satu unit cip kertas yang digunakan untuk mewakili pecahan  $a/b$  bersamaan dengan nilai  $b$ .

**Unit komposit.** Menurut Hackenberg (2007), unit komposit (*composite unit*) bermaksud bagi suatu pecahan  $a/b$  yang diwakilkan, bilangan satu unit bahagian ( $1/b$ ) pada objek selanjar atau bilangan satu unit objek ( $1/b$ ) bagi objek diskret melebihi nilai  $b$ . Dalam konteks kajian ini, unit komposit merujuk bilangan satu unit bahagian ( $1/b$ ) pada jalur kertas atau bilangan satu unit cip kertas yang digunakan untuk mewakili pecahan  $a/b$  lebih banyak daripada nilai  $b$ .

### **Batasan Kajian**

Kajian ini mempunyai beberapa delimitasi, yang tiga daripadanya membabitkan pemahaman, pecahan, dan subjek kajian. Dalam kajian ini, saya mengkaji pemahaman dari perspektif murid tentang pecahan, makna bahagi, dan pembahagian pecahan. Antara aspek lain yang tidak dikaji ialah seperti model pengajaran dan pembelajaran tentang pembahagian pecahan, skim yang dimiliki oleh murid tentang pembahagian pecahan, kognitif dan metakognitif murid tentang pembahagian pecahan, keupayaan murid menyelesaikan masalah berkaitan pembahagian pecahan, dan sebagainya.

Selain itu, saya membataskan skop kajian ini pada pecahan wajar, pecahan tak wajar, satu keseluruhan, makna operasi bahagi, dan pembahagian pecahan. Konsep lain seperti kesetaraan pecahan, nombor bercampur, makna operasi tambah, tolak, dan darab, dan penambahan, penolakan, dan pendaraban membabitkan pecahan. Selain itu, terdapat beberapa topik matematik lain dalam Tingkatan Satu yang tidak dikaji, termasuklah nombor bulat, corak dan susunan nombor, perpuluhan, peratus, integer, ungkapan algebra, poligon, perimeter dan luas, dan bungkah geometri.

Selain aspek psikologi dan matematik, kajian ini membataskan memilih subjek kajian hanya dari kalangan murid Tingkatan Satu. Murid Tahun Enam dan Tingkatan Dua yang pernah mempelajari topik pecahan, operasi bahagi, dan pembahagian pecahan tidak dipilih sebagai subjek kajian.

Selain delimitasi kajian, kajian ini juga mempunyai beberapa limitasi, yang tiga daripadanya membabitkan reka bentuk kajian, teknik mengumpul data, dan teori kajian. Reka bentuk kajian ini ialah kajian kes. Walaupun kajian kes mempunyai beberapa kekuatan, namun reka bentuk ini juga mempunyai beberapa kelemahan seperti sukar mengenal pasti konsepsi subjek kajian yang bersikap pendiam dan berdiam diri sekiranya mereka meragui jawapan bagi soalan yang ditanyakan. Selain itu, bilangan subjek kajian dalam kajian kes adalah kecil, ini menyebabkan hasil kajian tidak dapat digeneralisasikan secara populasi, cuma dapat digeneralisasikan dalam konteks kajian sahaja.

Selain itu, kajian ini juga mempunyai kelemahan dari teknik temu duga klinikal yang digunakan untuk mengumpul data. Antara kelemahan yang dimaksudkan ialah penyelidik mesti berkemahiran tentang selok belok pengendalian teknik temu duga klinikal. Memandangkan kemahiran berkait rapat dengan pengetahuan penyelidik dalam bidang ilmu, aspek psikologi, dan komunikasi, maka ia sukar dikendalikan berbanding dengan temu bual berstruktur dan semi struktur. Kekurangan ini mungkin

menyebabkan data yang diperoleh kurang kredibilitinya. Selain itu, teknik ini juga mempunyai limitasi dari aspek memberi tekanan dan ketidakselesaian pada subjek kajian. Ini kerana soalan yang ditanya adalah berasaskan jawapan dan gaya pemikiran murid. Antara soalan yang ditanyakan adalah membabitkan apa, mengapa, dan bagaimana sesuatu itu berlaku.

Dalam pada itu, batasan kajian juga disebabkan oleh pemilihan konstruktivisme radikal sebagai kerangka teori kajian. Pada asasnya, konstruktivisme radikal mengandaikan pengetahuan dibina oleh subjek kajian dengan aktif, pengetahuan bukan diterima dari luar atau ditemui dari persekitaran menerusi interaksi sosial, dan pengetahuan yang dibina itu tidak mempunyai ontologikal realiti. Ini menyebabkan hanya pemikiran rasional subjek kajian dianggap sebagai konsepsi tentang matematik. Aspek lain seperti kemahiran mengira, strategi menyelesaikan masalah, dan nilai individu tidak dianggap sebagai proses mental kerana membabitkan hafalan dan ingatan. Selain itu, andaian ini juga telah menghadkan teknik pengumpulan data kepada temu duga klinikal kerana pengetahuan dianggap hanya dapat dimanifestasikan menerusi proses pemikiran mereka.

Bagi mengatasi batasan kajian ini, saya mengubah suai tugas yang digunakan oleh pengkaji lepas sebagai tugas bagi kajian ini. Di samping itu, pakar pendidikan matematik dari universiti dalam dan luar negara serta guru matematik sekolah yang mengajar lebih sepuluh tahun diminta memberi komen tentang tugas kajian. Bagi meningkatkan kemahiran pengkaji mengendalikan teknik temu duga klinikal, sebanyak lima siri kajian rintis telah dijalankan di lima lokasi yang berbeza. Selepas setiap siri kajian rintis, temu duga terpilih dianalisis dan dirujuk bagi mendapatkan pandangan dan nasihat daripada penyelia supaya data yang mencukupi diperolehi untuk menjawab soalan kajian.

## **Signifikan Kajian**

Kajian ini penting kerana hasil kajiannya dapat memberikan maklumat kepada penggubal kurikulum matematik, pensyarah pendidikan, dan guru matematik untuk menambah baik tugas mereka. Kurikulum matematik merupakan dokumen penting dalam sistem pembelajaran matematik. Pada asasnya, kandungan matematik dalam KBSM dibina berlandaskan pendekatan behaviourism. Alasannya ialah tingkah laku eksplisit murid merupakan antara aspek yang tercatat dalam objektif huraian sukatan pelajaran. Walau bagaimanapun, pemilihan pendekatan ini juga menyebabkan aspek pembangunan kognitif diabaikan. Oleh itu, hasil kajian ini dapat memberikan panduan agar objektif, kandungan, dan aktiviti kurikulum diubahsuai supaya aspek pemikiran murid juga dijadikan sebahagian daripada kurikulum matematik.

Selain itu, kajian ini juga penting bagi membolehkan pensyarah fakulti pendidikan mendapatkan maklumat tentang perbezaan di antara definisi pemahaman dari perspektif konstruktivisme radikal dan konstruktivisme sosial. Pengetahuan ini bukan sahaja dapat mengayak pengetahuan mereka dalam menyampaikan kuliah tentang teori pembelajaran, malah juga dapat memberi panduan kepada mereka untuk menjalankan kajian berkaitan pemahaman murid dari perspektif konstruktivisme radikal.

Dari sudut pengajaran dan pembelajaran di sekolah pula, guru matematik bukan sahaja perlu mengetahui bidang ilmu semata-mata, malah pengetahuan tentang konsepsi murid juga penting dalam membantu mereka membuat persediaan pengajaran dan pembelajaran matematik berasaskan keperluan murid. Misalnya, hasil kajian ini memberikan maklumat kepada guru matematik tentang kegunaan jalur kertas dan cip kertas sebagai bahan untuk membantu mereka mengenal pasti bentuk pemikiran murid tentang pecahan, makna operasi bahagi, dan pembahagian pecahan.