

## **BAB DUA**

### **TEORI DAN SOROTAN KAJIAN**

#### **Pengenalan**

Bab Dua membincangkan tiga perkara utama, iaitu teori kajian, kerangka konsep kajian, dan tinjauan kajian lepas berkaitan pecahan, makna operasi bahagi, dan pembahagian pecahan. Bahagian Pertama bab ini mengandungi huriaian tentang teori kajian. Terdapat dua teori dibandingkan, iaitu konstruktivisme radikal dan konstruktivisme sosial. Antara aspek yang dihuraikan di bawah konstruktivisme radikal ialah prinsip dan pegangan teori dan proses pembinaan pengetahuan. Selain itu, dua lagi aspek yang dijelaskan di bawah teori kajian ialah pemahaman menurut konstruktivisme radikal dan pemahaman menurut konstruktivisme sosial. Bahagian Kedua bab ini mengandungi huriaian membabitkan kerangka konsep kajian. Terdapat tiga perkara dijelaskan di bawah kerangka konsep kajian, iaitu proses pemikiran yang membabitkan gambaran mental, perwakilan, perbandingan, dan penyelesaian masalah; konsep asas nombor pecahan dan operasi operasi bahagi serta konsep operasi bahagi yang membabitkan pecahan; corak pemikiran murid tentang konsep asas pecahan dan pembahagian pecahan. Bahagian Ketiga bab ini pula membincangkan literatur kajian tentang definisi pecahan dan makna operasi bahagi. Seterusnya, kajian lepas tentang pembahagian pecahan dari perspektif dewasa dan murid dihuraikan secara berasingan.

#### **Teori Kajian**

Dua teori yang mengandaikan pengetahuan dibina oleh murid dibincangkan dalam bahagian ini. Teori yang dimaksudkan ialah konstruktivisme radikal dan konstruktivisme sosial. Dua aspek dijelaskan di bawah konstruktivisme radikal, iaitu prinsip asas tentang konstruktivisme radikal dan proses pembinaan pengetahuan.

## **Konstruktivisme Radikal**

Konstruktivisme radikal berasal dari gagasan epistemologi genetik Piaget, dalam mana epistemologinya dikembangkan oleh von Glaserfeld, manakala aspek metodologi dalam pendidikan matematik pula dikembangkan oleh Steffe (Nik Azis, 1999). Menurut von Glaserfeld (1995), konstruktivisme radikal juga dikenali sebagai cara memikir tentang pengetahuan dan aktiviti berkaitan pembinaan pengetahuan. Menurut von Glaserfeld lagi, perkataan radikal bermaksud konsepsi manusia bukan merupakan aktiviti memilih atau memindahkan struktur kognitif daripada seseorang kepada seseorang lain. Ini kerana kognisi manusia berfungsi secara biologi, bukannya berasaskan perhubungan di antara manusia dengan manusia, atau manusia dengan persekitaran. Bagi Tobin (1993), perkataan radikal dapat memisahkan pandangan konstruktivisme radikal daripada tanggap konvensional bahawa pengetahuan tidak mencerminkan realiti persekitaran, konstruktivisme radikal mengandaikan pengetahuan dibina oleh manusia berasaskan pengalaman yang mereka miliki. Pembinaan pengetahuan berlaku dalam dunia yang disedari oleh mereka, bukannya diambil atau ditiru dari persekitaran.

Secara amnya, terdapat dua prinsip yang mendasari konstruktivisme radikal. Prinsip ini juga dikenali sebagai prinsip von Glaserfeld (von Glaserfeld, 1987). Menurut Nik Azis (1999), prinsip pertama membabitkan metafora pembinaan, iaitu pengetahuan tidak diterima secara pasif sama ada melalui deria atau komunikasi. Menurut von Glaserfeld (1995), peranan bahasa bukanlah memindahkan pengetahuan dari seseorang kepada seseorang lain, tetapi penting sebagai pencetus kepada proses asimilasi dan akomodasi. Prinsip kedua membabitkan metafora manusia yang menyatakan bahawa fungsi kognisi adalah adaptif, cenderung ke arah kesesuaian, atau daya maju (von Glaserfeld, 1987). Kognisi berperanan mengorganisasikan pengalaman, bukan menemui realiti ontologi yang objektif. Berasaskan kedua-dua prinsip tersebut,

proses pembinaan pengetahuan dianggapkan berlaku secara berterusan dalam diri manusia.

**Proses Pembinaan Pengetahuan.** Pendekatan konstruktivisme radikal menganggap aktiviti kognisi bersifat instrumental dan boleh tersilap (von Glaserfeld, 1995). Keadaan ini berlaku sebab pengetahuan yang dibina oleh seseorang individu terbatas pada pengalaman yang mereka miliki. Sebagai tambahan, von Glaserfeld (1987) menyatakan pengalaman dibentuk dan distrukturkan oleh seseorang berdasarkan makna yang diperoleh daripada aktiviti pengamatan dan persepsi mereka. Walaupun begitu, konstruktivisme radikal tidak menolak kewujudan realiti dunia luar. Cuma teori ini menolak pandangan bahawa manusia berupaya mengetahui realiti tersebut sebab kemampuan manusia terbatas untuk mewakilkan pengetahuan yang wujud di persekitaran dunia luar (Steffe, 2000).

Sebagai tambahan, von Glaserfeld (1987) menjelaskan konstruktivisme radikal merupakan teori mengetahui. Menurut von Glaserfeld, individu membina pemahaman mereka sendiri dengan membentuk blok asas pengetahuan yang dikenali sebagai skim. Semasa proses pembinaan, murid menyusun dan mengorganisasikan persekitaran yang mereka alami hasil daripada tindakan skim yang berfungsi dalam mental masing-masing. Menurut von Glaserfeld (1995) lagi, skim tindakan terdiri daripada tiga komponen, iaitu situasi yang dipersepsikan, aktiviti yang dialami, dan manfaat atau hasil yang dijangkakan.

Dalam konteks pembelajaran, konstruktivisme radikal mentafsirkan pembelajaran sebagai proses adaptasi yang dilakukan oleh seseorang individu terhadap pengetahuan yang dimiliki bagi meneutralkan gangguan tertentu. Menurut Nik Azis (1999), gangguan merujuk sesuatu yang berlaku di luar jangkaan individu, sesuatu yang gagal memenuhi jangkaan, atau sesuatu yang berbeza daripada yang diharapkan. Bagi membolehkan seseorang membina pengetahuan, proses asimilasi atau akomodasi perlu

berlaku (von Glaserfeld, 1995). Menurut von Glaserfeld, proses asimilasi tidak menyebabkan pembelajaran. Proses asimilasi hanya membabitkan pengembangan skop pengetahuan sedia ada seseorang. Bagi membolehkan pembelajaran berlaku, ia perlu membabitkan proses akomodasi. Ini adalah kerana menerusi proses akomodasi, berlakunya pengubahsuai pengetahuan sedia ada atau pembinaan pengetahuan baru.

### **Pemahaman Menurut Konstruktivisme Radikal**

Menurut Nik Azis (2008), pendukung konstruktivisme radikal menganggap pemahaman sebagai keupayaan individu untuk membina skim tindakan dan skim operasi yang berdaya maju. Dalam pada itu, Thompson dan Saldanha (2003) pula mendefinisikan pemahaman sebagai proses asimilasi pada skim yang dimiliki oleh seseorang individu. Definisi ini diubahsuai daripada model pemahaman Skemp (1978) yang mendefinisikan pemahaman sebagai proses asimilasi pada skim yang sesuai seseorang individu tertentu. Thompson dan Saldanha menggugurkan perkataan sesuai dan mengkaji skim yang digunakan oleh seseorang bagi mengatasi gangguan yang membabitkan masalah pendaraban dan pembahagian pecahan. Aspek yang diberikan perhatian dalam kajian tersebut adalah tindakan murid mentafsirkan tanda dan simbol, menukar idea, dan bertutur semasa menyelesaikan tugas.

Sebagai tambahan, Thompson dan Saldanha merumuskan bahawa pemahaman dalam kajian mereka merujuk makna yang dimiliki oleh seseorang, bukannya perbandingan dua bentuk pemahaman yang berbeza bagi mencari jawapan salah atau betul. Mereka sering menggunakan frasa “konsep bagi  $x$ ” dan “pemahaman bagi  $x$ ” dalam laporan kajian yang bermaksud struktur konseptual seseorang yang pelbagai memahami  $x$ .

Pada umumnya, dapat disimpulkan bahawa takrifan pemahaman yang dikemukakan oleh Nik Azis (2008) dan Thompson dan Saldanha (2003) adalah selari dengan pandangan von Glaserfeld (1995, 2001) yang menganggap pengetahuan

bersifat secocok, bukan sepadan. Jika pemahaman dilihat dari sudut perbandingan secara objektif, maka ia sering kali ditakrifkan sebagai sepadan mengikut realisme. Namun begitu, konstruktivisme radikal menganggap manusia mempunyai limitasi untuk mengetahui kebenaran dunia luar. Manusia dianggap cenderung membina pengetahuan mengikut pengalaman mereka sendiri.

### **Pemahaman Menurut Konstruktivisme Sosial**

Konstruktivisme sosial merupakan pendekatan psikologi yang antara lainnya berlandaskan pandangan Vygotsky. Gagasan psikologi ini dimajukan oleh Vygotsky (1962, 1971) berlandaskan fahaman materialisme dialektik Marxis. Menurut Nik Azis (1999), konstruktivisme sosial hampir sama dengan konstruktivisme radikal kerana teori itu menerima kedua-dua prinsip asas von Glaserfeld (1995). Perbezaannya cuma konstruktivisme sosial mengandaikan bahasa yang digunakan dalam interaksi sosial mendahului pemikiran dan perkembangan intelek individu, sedangkan konstruktivisme radikal menganggap interaksi sosial cuma penting sebagai pencetus rangsangan, namun begitu murid sendiri berperanan membina pengetahuan secara individu berdasarkan pengalaman lalu.

Dari konteks pembelajaran, pendekatan konstruktivisme sosial menganggap lokus pengetahuan berada dalam masyarakat, budaya, sosial artifek, atau bahasa. Kewujudan ini dikenali sebagai *a priori* (bebas daripada pengaruh pemikiran manusia). Walaupun konstruktivisme sosial tidak menolak pandangan bahawa individu membina pengetahuan sendiri, namun begitu pengetahuan diandaikan tersedia wujud dalam masyarakat tanpa bergantung pada pengalaman individu. Andaian ini didapati berbeza sama sekali berbanding konstruktivisme radikal kerana bahasa dan pengetahuan yang dimiliki oleh setiap individu dianggap merupakan perkara yang dibina berdasarkan adaptasi kepada pengalaman subjektif masing-masing. Sedangkan konstruktivisme sosial menganggap masyarakat atau orang lain dalam domain pengalaman seseorang

sebagai sesuatu yang siap terbentuk, iaitu wujud secara ontologi, dan bebas daripada pengalaman subjektif.

Bagi membolehkan pembelajaran berlaku, Vygotsky (1978) menyarankan agar bahasa yang digunakan dalam interaksi perlu jelas dan bermakna. Misalnya, (Vygotsky, 1962, hlm. 2) mengaitkan pemikiran manusia sebagai pengucapan tanpa suara. Menurut Vygotsky, jika bahasa yang digunakan itu jelas dan bermakna, murid dapat membina pengetahuan yang terdapat dalam bahasa dengan lebih baik. Oleh itu, pendekatan konstruktivisme sosial menganjurkan proses pengajaran dan pembelajaran secara berkumpulan membabitkan zon perkembangan proximal murid. Dalam lingkungan zon ini, murid dapat membina pengetahuan berdasarkan pengetahuan sedia ada mereka dengan lebih berkesan semasa berinteraksi dalam kumpulan. Aktiviti berkumpulan dan interaksi sosial merupakan perkara sedia ada yang wujud terlebih dahulu sebelum penglibatan individu di dalamnya. Bagi membolehkan individu membina pengetahuan, pendekatan ini beranggapan individu itu hanya perlu menyesuaikan diri dengan makna dan amalan sosial sedia ada.

Berbeza pula dengan konstruktivisme radikal, pendekatan ini menganjurkan gagasan zon pembinaan termampu untuk menjelaskan ciri ruang pembelajaran. Zon ini bukan lingkungan yang terdapat di persekitaran, tetapi ia merujuk hipotesis bekerja yang dibentuk oleh guru tentang pengetahuan murid. Menerusi zon pembelajaran, murid tidak menerima pengetahuan secara *scaffolding* seperti pandangan konstruktivisme sosial, tetapi mereka membina pengetahuan sendiri hasil daripada aktiviti yang dilakukan oleh guru setelah memodelkan pemahaman mereka dalam jangka masa tertentu. Walau bagaimanapun, konstruktivisme radikal tidak menolak kepentingan interaksi sosial dalam proses pembinaan pengetahuan, malah teori ini juga mementingkan faktor lain seperti pengalaman fizikal, kematangan, dan keseimbangan dalam membantu murid membina pengetahuan mereka.

Dalam aspek ontologi pula, pendukung konstruktivisme sosial menggambarkan realiti sebagai sesuatu yang dibina melalui pengalaman bersama (Nik Azis, 1999). Ini bermaksud, manusia sentiasa berinteraksi antara satu sama lain bagi mengubah dan menyesuaikan realiti yang dialami bersama dengan realiti ontologi. Pendekatan ini menganggap terdapat pengetahuan, penjelasan teori, atau gambaran tentang dunia yang dianggap benar atau betul. Pandangan ini adalah berbeza berbanding konstruktivisme radikal kerana pendekatan ini percaya manusia hanya mampu mengubahsuai realiti masing-masing, namun begitu mereka tidak mungkin dapat membentuk gambaran sebenar tentang realiti ontologi. Ini kerana manusia mempunyai keupayaan yang terhad untuk mengetahui realiti persekitaran dengan tepat. Pengetahuan manusia dibina terhad pada pengalaman yang pernah dialami oleh mereka sahaja.

Ringkasnya, konstruktivisme radikal lebih sesuai dijadikan sebagai landasan kajian berbanding konstruktivisme sosial kerana teori ini didapati lebih membantu dalam proses mengumpul data untuk menjawab soalan kajian. Antara sebabnya ialah konstruktivisme radikal tidak melibatkan interaksi sosial yang membabitkan pemindahan pengetahuan kepada murid. Walaupun interaksi sosial berlaku semasa sesi temu duga klinikal, tetapi ia hanya interaksi bersemuka yang membabitkan pengkaji menyoal dan mentafsir pengetahuan murid. Walaupun begitu, kajian ini tidak menolak kepentingan faktor sosial, cuma masyarakat dilihat tidak mengandungi pengetahuan ontologi untuk dipindahkan kepada murid melalui interaksi sosial. Sebaliknya, murid membina pengetahuan mereka sendiri dalam konteks interaksi sosial, bukannya pengetahuan dipindahkan daripada masyarakat kepada murid melalui proses pembinaan. Seterusnya, teori ini juga lebih sesuai dijadikan landasan kajian berbanding konstruktivisme sosial kerana tujuan kajian ini ialah mengenal pasti pengetahuan murid berdasarkan pengalaman mereka sendiri yang bergantung dan diwarnai oleh konteks pengalaman secara khusus yang pernah mereka alami. Malah, proses mengetahui juga

membabitkan pembinaan dalam konteks tertentu yang dibina secara dinamik, bukannya menerima pengetahuan daripada masyarakat secara pasif. Justeru, individu itu sendiri perlu menjalankan kerja pembinaan menggunakan bahan khusus dalam komuniti matematik. Dalam kajian ini, peranan saya ialah menyediakan persekitaran, menimbulkan cabaran, dan memberi sokongan bagi mendorong murid membina pengetahuan matematik.

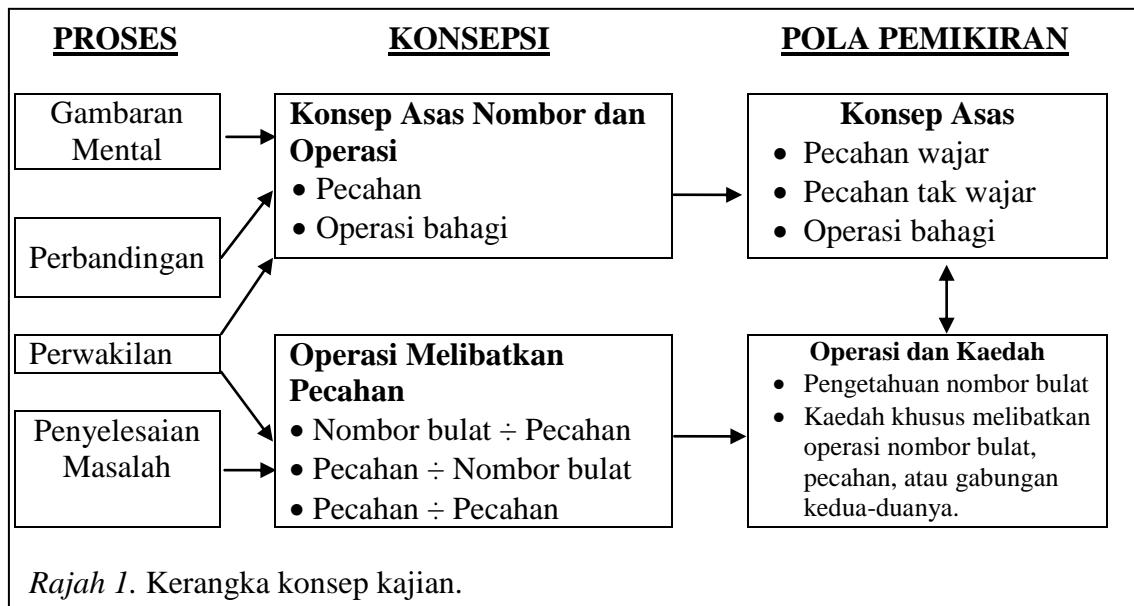
### **Kerangka Konsep Kajian**

Kerangka konsep kajian ini adalah berdasarkan konstruktivisme radikal. Menurut teori tersebut, pemahaman merujuk corak pemikiran murid tentang pengetahuan sedia ada yang mereka miliki (von Glaserfeld, 1998). Namun begitu, Steffe (2002) menyatakan pemikiran tidak dapat diperhatikan secara langsung, ia hanya boleh ditafsirkan melalui proses mental seseorang. Tambah Steffe lagi, untuk itu berlaku, beberapa aktiviti khusus diperlukan bagi membolehkan individu dicabar dan didorong untuk menjelaskan sesuatu dalam persekitaran yang disediakan.

Menurut Nik Azis (1987), pemikiran murid dapat dimanifestasikan dalam beberapa konteks berbeza, yang empat daripadanya ialah gambaran mental, perwakilan, perbandingan, dan penyelesaian masalah. Menerusi setiap konteks pemikiran itu, konsepsi murid tentang pecahan, operasi bahagi, dan pembahagian yang membabitkan pecahan dapat dikenal pasti. Misalnya, dalam proses gambaran mental, imej murid tentang penggunaan pengetahuan pecahan secara serta merta dapat diperolehi. Menurut von Glaserfeld (1995), imej bukan disalin atau diperoleh dari persekitaran, tetapi dihasilkan sendiri daripada pengalaman individu berkenaan.

Selain itu, konsepsi murid tentang pecahan juga dapat dikenal pasti menerusi aktiviti membanding dua simbol pecahan. Dalam aktiviti membanding pecahan, murid menggunakan pengetahuan sedia ada untuk menyatakan persamaan dan perbezaan

pecahan tertentu. Memandangkan pecahan ialah binaan konsepsi, bukannya binaan figuratif (Nik Azis, 1999), maka persamaan dan perbezaan pecahan yang dijelaskan oleh murid merupakan aplikasi pengetahuan sedia ada yang dimiliki oleh mereka.



Menerusi proses perwakilan pula, murid diberi peluang memberikan contoh dan bukan contoh berkaitan pecahan yang diwakilkan. Dalam menjelaskan kedua-dua jenis contoh berkenaan, mereka juga menggunakan pengalaman sedia ada untuk mewakilkan semula pecahan, operasi bahagi, dan pembahagian pecahan. Oleh itu, konsepsi murid tentang konsep pecahan, operasi bahagi, dan pembahagian pecahan dapat dikenal pasti.

Proses pemikiran berikutnya ialah penyelesaian masalah yang melibatkan pecahan. Terdapat tiga konteks tugas disediakan bagi tujuan mengganggu pemikiran murid, iaitu nombor bulat bagi pecahan, pecahan bagi nombor bulat, dan pecahan bagi pecahan. Cara yang digunakan oleh murid untuk mengatasi gangguan boleh membekalkan konsepsi mereka tentang pembahagian pecahan dari konteks cara atau kaedah khusus yang melibatkan operasi nombor bulat, pecahan, atau gabungan kedua-duanya.

Perhubungan antara keempat-empat proses mental, konsepsi peserta kajian, dan corak pemikiran murid Tingkatan Satu adalah seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1.

Konsepsi murid tentang pecahan dapat dikenal pasti semasa mereka melakukan proses gambaran mental, perbandingan, dan perwakilan pecahan. Tingkah laku yang ditafsirkan oleh saya daripada ketiga-tiga proses tersebut dianalisis dan dikategorikan sebagai satu cara berfikir individu murid berkenaan. Dalam pada itu, konsepsi tentang makna operasi bahagi pula dapat dikenal pasti daripada tiga jenis tugasan yang membabitkan “Masalah Melibatkan Kalkulator”. Tingkah laku yang ditafsirkan oleh saya daripada proses perwakilan tersebut dianalisis dan dikategorikan sebagai gaya pemikiran setiap orang murid secara berasingan. Seterusnya, konsepsi murid tentang operasi bahagi yang membabitkan pecahan dikenal pasti daripada empat jenis tugasan yang membabitkan penyelesaian masalah dan tiga jenis tugasan yang membabitkan “Masalah Melibatkan Kalkulator”. Tingkah laku murid yang ditafsirkan oleh saya daripada tugasan berkenaan kemudiannya dianalisis dan dikategorikan sebagai satu cara berfikir individu peserta kajian tentang operasi yang melibatkan pecahan.

Tingah laku bagi setiap individu murid Tingkatan Satu kemudiannya dianalisiskan bagi mengenal pasti gaya pemikiran mereka secara umum tentang konsep pecahan wajar, pecahan tak wajar, makna operasi bahagi, pengetahuan nombor bulat, dan kaedah khusus yang digunakan untuk menyelesaikan masalah operasi bahagi yang membabitkan pecahan. Himpunan cara berfikir membentuk corak berfikir murid Tingkatan Satu tentang konsep yang dikaji. Kemudiannya, corak berfikir yang dirumuskan membentuk pemahaman murid tentang pembahagian pecahan. Dalam konteks kajian ini, pemahaman pembahagian pecahan merujuk corak pemikiran murid Tingkatan Satu secara umum membina cara atau kaedah khusus bagi menyelesaikan masalah bahagi yang membabitkan nombor bulat, pecahan, atau gabungan kedua-duanya menggunakan pengetahuan pecahan wajar, pecahan tak wajar, dan makna operasi bahagi.

## **Sorotan Kajian**

Perbincangan tentang teori kajian membekalkan maklumat asas untuk mengenal pasti kajian lepas yang relevan dengan fokus kajian semasa. Bahagian ini membincangkan tiga aspek literatur, iaitu definisi pecahan, kajian literatur tentang pecahan dan pembahagian pecahan dari perspektif dewasa, dan kajian literatur tentang pecahan dan pembahagian pecahan dari perspektif kanak-kanak.

### **Definisi Pecahan**

Menurut Kieren (1976), pecahan mempunyai lapan maksud berbeza, iaitu perbandingan bahagian-keseluruhan, pengukuran, operator, hasil bahagi, perpuluhan, pasangan tertib, kadar, dan nisbah. Sementara itu, Nik Azis (1987) memberikan tujuh tafsiran tentang pecahan, iaitu sebagai nombor (sama ada suatu nombor rasional atau suatu subset bagi nombor rasional), angka (simbol atau ungkapan), pasangan tertib (sama ada ditulis dalam bentuk  $(a, b)$  atau  $a:b$  atau  $a/b$ ), pembahagian, nisbah, operator, dan pendaraban (pendaraban dengan satu bahagian atau satu pecahan). Selain itu, Nik Azis juga mendefinisikan pecahan sebagai skim yang dibina oleh murid dalam konteks pengalaman mereka masing-masing. Steffe (1991) mengkategorikan pecahan yang dibina oleh individu sendiri sebagai matematik daripada murid, bukannya matematik bagi murid.

Dalam pada itu, beberapa pengkaji lepas (Foley, 2003; Oksuz, 2004; Weinberg, 2001) mendefinisikan pecahan hanya sebagai hasil bahagi, manakala Lasher (2001) pula mendefinisikan pecahan sebagai bahagian-keseluruhan, perbandingan tertib, operator, dan pendaraban dalam konteks kehidupan seharian manusia. Dalam kajian lain, Woodward (1998) menegaskan pengetahuan bahagian-keseluruhan merupakan asas bagi murid membina pengetahuan pecahan. Pandangan ini didapati selari dengan ramai penyelidik (Baba, 2006; Cason, 2001; de Silva, 2001; Hackenberg, 2007; Olive & Steffe,

2002; Paik, 2004; Sharp, 2004; Steffe, 2002, 2003; Vanhill, 2003) yang menjalankan kajian berdasarkan definisi pecahan hanya sebagai bahagian-keseluruhan.

Menurut van de Walle (2007), bahagian-keseluruhan merupakan nadi bagi murid membina pengetahuan pecahan. Pendapat ini didapati selaras dengan pandangan Reys et al. (2001) yang mengatakan bahawa pengetahuan bahagian-keseluruhan perlu diutamakan dalam pembelajaran topik pecahan, terutamanya sebelum diperkenalkan simbol dan nombor di peringkat sekolah rendah. Walau bagaimanapun, Cathcart et al. (2000) berpendapat sejurus selepas pengetahuan bahagian-keseluruhan dipelajari, pengetahuan berkaitan aplikasi operator, kadar dan nisbah, pengukuran, dan hasil bagi dalam kehidupan seharian juga perlu diajar kepada mereka.

Malah Bulgar (2003) menyatakan perhubungan bahagian-keseluruhan penting dipelajari di peringkat sekolah rendah kerana membolehkan murid memahami pecahan sebagai suatu yang dapat dibilang seperti kuantiti biasa. Bulgar menyatakan ramai murid menghadapi masalah memahami pecahan kerana tidak dapat membilang nombor itu walaupun mereka dapat membilang nombor bulat. Pandangan yang sama diutarakan oleh Davis, Hunting, dan Pearn (1993), Olive dan Steffe (2002) bahawa skim pemetaan pecahan pada bahan diskret dan selanjar dapat membantu murid membilang dan seterusnya memahami konsep pecahan dengan lebih baik.

Ringkasnya, terdapat pelbagai definisi pecahan dari kaca mata formal dalam kajian lepas, antaranya ialah bahagian-keseluruhan, operator, nisbah, kadar dan nisbah, pengukuran, hasil bagi, pendaraban, nombor (sama ada suatu nombor rasional atau suatu subset bagi nombor rasional), angka (simbol atau ungkapan), dan pasangan tertib (sama ada ditulis dalam bentuk  $(a, b)$  atau  $a:b$  atau  $a/b$ ). Dari kaca mata murid pula, pecahan didefinisikan sebagai skim atau pengetahuan yang dibina oleh mereka sendiri berdasarkan pengalaman lampau yang dimiliki oleh mereka sendiri. Memandangkan kajian ini mengandaikan setiap orang murid dengan aktif membina pengetahuan mereka

sendiri, maka definisi yang paling sesuai digunakan dalam kajian ini ialah pecahan sebagai pengetahuan yang dibina oleh peserta kajian. Selaras dengan jalur kertas dan cip kertas yang dibekalkan kepada murid untuk menjelaskan pemahaman pecahan, maka aspek yang difokuskan ialah cara mereka membina hubungan di antara bahagian dan keseluruhan dan dikaitkan dengan pecahan. Walau bagaimanapun, pengetahuan lain yang dijelaskan sama ada secara lisan, catatan, atau pun lakaran juga diterima sebagai pengetahuan mereka tentang pecahan.

### **Kajian Pecahan dari Perspektif Kanak-Kanak**

Beberapa penyelidik didapati mengkaji cara murid membina pengetahuan pecahan dari perspektif konstruktivisme radikal. Misalnya, Nik Azis (1987) melaporkan sebilangan peserta kajiannya yang berumur dalam lingkungan 9 hingga 12 tahun membahagikan kuantiti selanjar tanpa mengambil kira saiz pembahagian. Tiga bentuk perwakilan dominan murid dikenal pasti dalam kajian tersebut ialah segi empat, segi tiga, dan bulatan. Selain itu, Nik Azis mendapati peserta kajian mewakilkan pecahan dengan lima cara, iaitu pemecahan (*fragmentation*), pemisahan berpasangan (*splitting paired*), perbandingan 1-1 (*matching 1-1*), pemisahan unit komposit secara berpasangan (*splitting composite units by paired*), dan pemisahan unit komposit kepada dua bahagian sama besar (*splitting composite units into two equal parts*), dan pemetaikan (*partitioning*).

Dalam kajian berasingan, Mark (2001) menyelidik konsepsi pecahan yang dimiliki oleh enam orang murid sekolah rendah. Data diperoleh secara temu duga klinikal terhadap murid menggunakan tugas penyelesaian masalah membabitkan pendaraban pecahan. Mark mendapati murid menggunakan pengetahuan tidak formal untuk membina pecahan  $\frac{3}{4}$  dari konteks “tiga daripada empat”. Murid juga dilaporkan mengasingkan keseluruhan bagi membentuk pecahan unit. Walau bagaimanapun, mereka didapati tidak berjaya mengasingkan keseluruhan yang mempunyai bilangan

bahagian komposit (melebihi bilangan menyebut). Menurut Mark, keadaan ini berlaku kerana peserta kajian cenderung menggunakan pengetahuan perkongsian sama banyak bagi menjelaskan pecahan.

Dalam kajian lain, Tzur (1999) menjalankan eksperimen pengajaran bagi mengenal pasti cara murid membina skim pemetaan pecahan (*fractional partitive scheme*). Tzur melaporkan bahawa konsepsi pecahan tak wajar milik peserta kajian bukan dihasilkan dengan pengulangan pecahan unit (mengulangi  $1/8$  sebanyak enam kali). Tzur mendapati pengetahuan pecahan tak wajar milik peserta kajian juga bukan dihasilkan dengan penggandaan pecahan bukan unit (mengulangi  $6/11$  sebanyak dua kali). Sebagai tambahan, Tzur (2004) melaporkan murid dalam pengajaran eksperimennya menunjukkan perubahan konsepsi pemetaan pecahan bukan unit ( $n/m$ ) sebanyak  $n$  bahagian bagi menghasilkan pecahan unit ( $1/m$ ). Selain itu, murid didapati melakukan pengulangan pecahan unit ( $1/m$ ) bagi menjelaskan hubungan pendaraban. Menurut Tzur lagi, peserta kajian didapati memiliki skim pemetaan sama (membentuk pecahan unit dalam satu keseluruhan) dan pecahan partitif (memahami bahawa mengulangi  $1/8$  sembilan kali membentuk  $9/8$ , atau mengulangi  $6/11$  tiga kali bagi membentuk  $18/11$ ) semasa menjelaskan pecahan wajar dan tak wajar.

Dalam kajian berasingan, Saenz-Ludlow (2003) menyelidik cara murid Gred Empat memindahkan pengetahuan pengulangan (*iteration*) dan pemisahan unit (*units decomposition*) ke perhubungan bahagian-kepada-keseluruhan (*part-to-whole*) atau keseluruhan-kepada-bahagian (*whole-to-part*). Tiga jenis pengetahuan milik peserta kajian difokus dalam kajian itu ialah angka dalam bahasa (*linguistic numerical expression*), membilang secara gandaan (*double counting*), dan perwakilan berangka (*numerical diagram*) yang diguna oleh mereka. Dua bentuk instrumen kajian digunakan dalam kajian tersebut, iaitu membilang secara gandaan dalam konteks nombor bulat dan membilang secara gandaan dalam konteks nombor pecahan. Saenz-Ludlow mendapati

murid sukar berubah daripada konteks nombor bulat ke konteks nombor pecahan kerana pengetahuan memisah dan mengulang unit masih tidak memadai untuk membantu murid membina pengetahuan bahagian-kepada-keseluruhan (misalnya, terdapat empat kali 3 dalam 12) dan keseluruhan-kepadabahagian (misalnya, 3 ialah  $1/4$  daripada 12 atau  $1/4$  daripada 12 ialah 3).

Dalam penjelasan lanjut, Saenz-Ludlow (2003) melaporkan peserta kajian berjaya menggunakan rajah tunggal bagi menjelaskan pecahan wajar (contohnya,  $2/8$  dengan rajah 8 petak, atau  $3/6$  dengan rajah 6 petak). Selain itu, beliau juga mendapati murid menjelaskan kesetaraan pecahan mudah (contohnya,  $2/8$  sebagai  $1/4$ ) menggunakan rajah selanjar komposit. Walau bagaimanapun, peserta kajian dilaporkan menghadapi masalah menjelaskan pecahan setara menggunakan rajah diskret komposit (contohnya, mengenal pasti  $2/3$  daripada 18 bahan berbentuk diskret).

Selain kajian itu, Hackenberg (2007) menjalankan eksperimen pengajaran selama setahun bagi mengenal pasti cara murid Gred Empat menghubungkan pengetahuan pendaraban dengan pecahan tak wajar. Menurut Hackenberg, murid menjelaskan  $10/7$  dengan menukarnya ke bentuk nombor bercampur, iaitu  $1\frac{3}{7}$ . Hackenberg menganggap cara berkenaan tidak menggambarkan pecahan tak wajar kerana ia merupakan nombor bercampur. Dalam kajian itu, Hackenberg merumuskan murid yang berjaya membina pecahan tak wajar memahami tiga peringkat unit, iaitu unit dalam unit dalam unit. Murid yang hanya memahami perhubungan unit dalam dua peringkat berjaya menjelaskan pecahan yang lebih besar daripada satu, walau bagaimanapun mereka masih tidak berjaya menjelaskan pecahan tak wajar.

Ringkasnya, kajian dari perspektif kanak-kanak membekalkan beberapa maklumat asas bagi menjawab soalan kajian. Antaranya, tumpuan kajian lepas ialah menyelidiki cara murid memahami perhubungan bahagian-keseluruhan menggunakan bahan berbentuk selanjar atau diskret bagi menjelaskan konsepsi pecahan yang dimiliki oleh

mereka. Aspek yang difokus dalam kajian lepas ialah tentang skim pecahan yang dimiliki oleh murid dalam konteks tugas yang membabitkan konsep asas pecahan, konsep asas pecahan tak wajar, kesetaraan pecahan, pendaraban yang membabitkan pecahan, penyelesaian masalah yang membabitkan pecahan, dan model pembelajaran murid dalam pecahan wajar dan pecahan tak wajar.

Namun begitu, kajian dari perspektif kanak-kanak dalam konteks tugas yang membabitkan mengenal pasti corak pemikiran murid tentang konsep asas pecahan wajar, pecahan tak wajar, satu keseluruhan, dan operasi bahagi semasa menyelesaikan operasi bahagi yang membabitkan bahagi pecahan masih tidak dikaji. Berkaitan permasalahan ini, Steffe (2009) menyatakan tidak ada pengetahuan baru yang dibina oleh murid semasa menyelesaikan masalah yang membabitkan bahagi pecahan, murid dikenal pasti hanya menggunakan pengetahuan sedia ada mereka tentang pembahagian nombor bulat untuk menyelesaikannya. Justeru, kajian ini adalah perlu dijalankan bagi memastikan sama ada pandangan Steffe adalah sejajar secara khususnya dengan murid Tingkatan Satu di Malaysia.

### **Kajian Pecahan dari Perspektif Dewasa**

Behr, Harel, Post, dan Lesh (1992) merumuskan konsep pecahan dari perspektif realisme ke dalam tiga subs-konstruk, iaitu bahagian-keseluruhan (*part-whole*), hasil bahagi (*quotient*), dan operator (*operator*). Menurut Behr et al., konsep bahagian-keseluruhan bagi pecahan  $3/4$  dari konteks bahan berbentuk selanjar ialah 3 (1/4-unit), manakala bagi bahan berbentuk diskret pula ialah 3 (1/4 (4n-unit)-unit). Selanjutnya, mereka menjelaskan subs-konstruk hasil bahagi bagi pecahan berbentuk  $x/y$  mempunyai pengangka yang dapat ditafsirkan sebagai  $x$  (1-unit) atau 1 ( $x$ -unit). Penyebut pecahan berkenaan pula diungkapkan sebagai  $y$  (1-unit) atau 1 ( $y$ -unit). Seterusnya, Behr et al. menghuraikan subs-konstruk operator dengan lima pendekatan berbeza, iaitu

pengandaan dan pengecilan, kenaikan dan susutan, pendarab dan pembahagi, kenaikan dan pembahagi, dan pendarab dan susutan.

Di bawah Projek Pembiayaan Asas Sains Kebangsaan (RNP), Behr et al. menjalankan empat bentuk pengajaran eksperimen yang berbeza ke atas murid sekolah rendah dan menengah rendah. Penilaian pemahaman pecahan dibuat berdasarkan kebolehan murid memahami setiap lima jenis perwakilan luaran, menterjemahkan setiap perwakilan luaran tersebut kepada perwakilan yang lain, dan mengaplikasikannya ke dalam penyelesaian masalah pecahan. Keputusan dalam salah satu bentuk soalan yang dinilai menunjukkan peratus kejayaan murid mewakilkan pecahan dengan betul adalah 4% bagi murid Gred Empat, 8% bagi murid Gred Lima, 19% bagi murid Gred Enam, 21% bagi murid Gred Tujuh, dan 24% bagi Gred Lapan.

Selain perwakilan luaran, Goldin (2002) mengembangkan model perwakilan dalaman. Menurut Goldin, perwakilan luaran merujuk perlakuan fizikal individu dan hasilnya boleh nampak, manakala perwakilan dalaman pula merujuk kecenderungan yang dimiliki murid dalam membuat pemerhatian dan inferensi berasaskan kognitif mereka. Berlandaskan model yang dibangunkan oleh Goldin, Passantino (1997) menjalankan intervensi bagi mengenal pasti perwakilan dalaman dan perwakilan luaran murid berumur 9 dan 10 tahun sekolah rendah. Dalam kajian itu, Passantino mendapati subjek kajiannya menggunakan imej visual sebelum intervensi dijalankan, tetapi berjaya menggunakan piktorial dan bahan berbentuk selanjar bagi mewakilkan pecahan selepas intervensi dijalankan. Namun begitu, murid dikenal pasti sukar mewakilkan satu keseluruhan menyebabkan mereka melakukan kesalahan semasa mewakilkan pecahan setara.

Dalam kajian lain, Cason (2001) mengenal pasti perubahan struktur mental murid Gred Tiga tentang pecahan. Cason menjalankan eksperimen instruksional berstruktur bagi mengenal pasti kebolehan murid menggunakan perwakilan luaran untuk

mewakilkan pecahan. Hasil kajian menunjukkan semua murid kelas kawalan berjaya menterjemahkan simbol lisan pecahan ke bentuk bahan manipulatif dan sebaliknya. Dalam pada itu, 98% daripada murid didapati berjaya menterjemahkan simbol lisan pecahan ke bentuk simbol tulisan. Walau bagaimanapun, peratus kejayaan turun ke 97% dalam menterjemahkan simbol penulisan ke bentuk simbol pertuturan. Selain itu, hasil kajian juga menghadapi murid sukar menterjemahkan simbol lisan pecahan ke bentuk piktorial, dari simbol tulisan ke bentuk piktorial, dari simbol tulisan ke bentuk bahan manipulatif, dari bahan manipulatif ke bentuk bahan manipulatif, dari piktorial ke bentuk simbol pertuturan, dari bahan manipulatif ke bentuk simbol tulisan, dan dari piktorial ke bentuk piktorial lain.

Ringkasnya, penyelidikan dari perspektif dewasa memberi tumpuan pada mengenal pasti pengetahuan pecahan murid dari konteks tiga subkonstruk pecahan seperti bahagian-keseluruhan, hasil bagi, dan operator menggunakan simbol (nombor). Selain itu, kajian juga ditumpukan pada keupayaan individu menggunakan perwakilan luaran dan perwakilan dalaman bagi menjelaskan pemahaman pecahan. Antara andaian kajian tersebut ialah kebolehan murid mengetahui pengetahuan ontologi. Oleh itu, hasil kajian dinilai berdasarkan betul atau salah jawapan yang diberikan oleh murid. Andaian ini adalah bertentangan dengan andaian kajian di bawah konstruktivisme radikal, iaitu manusia mempunyai kekangan untuk mengetahui pengetahuan ontologi. Oleh itu, reka bentuk dan metodologi kajian berkenaan tidak sesuai untuk dijadikan panduan untuk menjalankan kajian ini. Reka bentuk yang lebih sesuai ialah kajian kes yang membabitkan peserta kajian yang bilangan kecil dan data dipungut secara temu duga klinikal. Menerusi cara ini, pengetahuan murid dari perspektif mereka sendiri dapat dikenal pasti dengan lebih mendalam berbanding dari pendekatan realis.

**Makna bagi.** Anghileri dan Johnson (1992) telah merumuskan tiga cara tata tanda bagi mewakilkan penulisan operasi bagi iaitu,  $6 \div 3$ ,  $3\sqrt{6}$ , atau  $6/3$ . Tata tanda

itu dikenali sebagai “enam dibahagikan oleh tiga” atau “tiga dibahagikan dalam enam” dan tanda berkenaan boleh saling tukar antara satu sama lain kerana membawa maksud yang sama. Selain penggunaan frasa tersebut, frasa “dibahagi kepada”, “dibahagi keluar”, “berapa banyak set yang diperoleh”, dan “berapa bahagian dibahagi oleh setiap set” yang sering kali digunakan dalam operasi bahagi telah menyebabkan pembahagian sukar difahami oleh murid (hlm. 169). Menurut Anghileri dan Johnson (1992, hlm. 176) lagi, terdapat lima makna operasi bahagi iaitu, keseragaman kumpulan, peruntukan atau perkongsian, garis nombor, susunan, dan faktor skala.

Hujah Anghileri dan Johnson (1992) didapati selaras dengan pandangan Ott, Snook, dan Gibson (1991) yang menyatakan bahawa bahagi sering kali dioperasikan tanpa mengambil kira makna di sebaliknya. Menurut Ott et al., pembelajaran bahagi adalah lebih bermakna sekiranya bahan konkrit digunakan dalam pembahagian nombor bulat. Mereka mengkategorikan pembahagian kepada dua perspektif yang berlainan, iaitu pengukuran dan pemetaan. Dalam penjelasan lanjut, Ott et al. menerangkan bahawa  $\square \times 3 = 6$  atau  $6 \div 3 = \square$  membawa maksud bahagi sebagai pengukuran (*measurement*) dengan bilangan set tidak diketahui, tetapi kuantiti dalam setiap set diketahui terlebih dahulu. Sebaliknya, ayat matematik  $2 \times \square = 6$  atau  $6 \div 2 = \square$  membawa makna pembahagian sebagai pemetaan (*partitive*) kerana kuantiti dalam set tidak diketahui, tetapi bilangan set diketahui terlebih dahulu.

Walau bagaimanapun, Ott et al. (1991) menyatakan pembahagian pecahan dari perspektif pemetaan semakin hari semakin dilupai kerana buku teks sekolah kurang memberi penekanan terhadap makna tersebut dengan alasan aspek ini sukar difahami. Menurut Ott et al., keadaan ini tidak sepatutnya berlaku kerana pengetahuan pemetaan adalah penting utnuk menjelaskan keadaan bagi tiga kategori pembahagian pecahan, iaitu pembahagian pecahan dengan nombor bulat seperti,  $5/6 \div 2$ , pembahagian pecahan

dengan pecahan seperti,  $1/6 \div 2/3$ , dan pembahagian pecahan dengan nombor bercampur misalnya,  $5/6 \div 2 \frac{1}{2}$  (hlm. 8-10).

Dari aspek perhubungan operasi asas, van de Walle (2007) mengutarakan makna bahagi menerusi pembentukan beberapa kategori masalah yang merangkumi darab dan bahagi (*multiplicative*). Antaranya ialah kesamaan kumpulan (terdiri daripada penambahan berulang dan perkadaran) dan perbandingan menggunakan set pembilang, garis nombor, atau susunan objek. Dari aspek praktis, van de Walle sebaliknya mengkritik bahawa terdapat dua bentuk masalah yang semakin hari semakin dilupakan, iaitu masalah kombinasi (hasil darab Cartesian) dan masalah pengukuran.

Dengan nada yang sama, Reys, Lindquist, Lambdin, dan Smith (2007) mengkategorikan makna bahagi kepada dua komponen berbeza, iaitu pengukuran dan pemetakan. Menurut Reys et al., masalah tentang pengukuran berkait rapat dengan operasi penolakan berulang, manakala masalah pemetakan pula adalah berkaitan pembahagian sama rata.

Bagi memahami cara guru memahami pembahagian pecahan, Cianca (2006) telah menjalankan kajian ke atas guru matematik berasaskan konstruktivisme sosial. Dalam kajian itu, tujuh orang guru telah dipilih sebagai peserta kajian dan data dikumpulkan secara rakaman audio dan visual semasa mereka menjalankan aktiviti dalam kumpulan kecil, aktiviti perbincangan dalam kumpulan besar, menyelesaikan masalah berkaitan operasi bahagi pecahan, menyiapkan tugas tentang operasi bahagi pecahan, menyediakan jurnal bagi tugas pra dan jurnal bagi tugas pos, soal selidik, temu duga, pemerhatian, dan nota catatan. Cianca melaporkan terdapat enam makna pembahagian pecahan, iaitu pengukuran kumpulan seragam, pembahagian kumpulan seragam, kenal pasti keseluruhan, diberi bahagian, pendaraban secara perbandingan pembahagian, dan pendaraban secara perbandingan nisbah bagi pemboleh ubah.

Ringkasnya, analisis sorotan kajian dan penulisan ilmiah mendapati Anghileri dan Johnson (1992) dan Reys et al. (2007) telah membincangkan makna bahagi berasaskan fahaman realisme dari dua aspek berbeza, iaitu pemetakan dan pengukuran dari konteks nombor bulat. Sementara itu, van de Walle (2007) pula membincangkan makna bahagi dari konteks perhubungan operasi darab dan bahagi yang dikenali dengan *multiplicative*. Berlainan dengan Ott, Snook, dan Gibson (1992), tumpuan perbincangan adalah pada pembelajaran bermakna tentang pembahagian pecahan menggunakan bahan konkrit atau rajah. Selain itu, dengan berlandaskan konstruktivisme sosial, Cianca (2006) mendapati guru matematik mentafsirkan bahagi kepada enam makna berbeza. Ini bermaksud kajian bagi mengenal pasti makna bahagi dari konteks nombor pecahan berlandaskan konstruktivisme radikal masih lagi terhad. Oleh itu, kajian berasaskan konstruktivisme radikal adalah wajar dijalankan bagi mengenal pasti makna bahagi yang dimiliki oleh murid dari perspektif mereka sendiri.

### **Kajian Pembahagian Pecahan dari Perspektif Kanak-Kanak**

Mark (2001) menjalankan kajian bagi mengenal pasti cara murid Gred Lima mengasingkan satu keseluruhan kepada unit lebih kecil dan seterusnya menggunakan pengetahuan tersebut menyelesaikan masalah pendaraban dalam konteks pengetahuan tak formal. Data dipungut secara temu duga klinikal enam orang murid semasa pengajaran eksperimen berasaskan konstruktivisme radikal. Dalam kajian berkenaan, Mark (2001) menggunakan bahan berbentuk selanjar dan diskret sebagai mewakili pizza.

Mark (2001) melaporkan peserta kajian membahagikan bahan berbentuk selanjar kepada unit tunggal terlebih dahulu. Kemudiannya, mereka didapati mewakilkan pecahan dengan membilang unit yang dibina, bukannya berdasarkan perhubungan bahagian-keseluruhan. Selain itu, hasil kajian juga menunjukkan tiada seorang pun daripada peserta kajian berjaya membahagikan bahan selanjar komposit ke unit yang lebih kecil. Begitu juga halnya, murid dilaporkan tidak dapat membahagikan sejumlah

bahan diskret bagi mewakili pecahan yang ditunjukkan kepada mereka. Menurut Mark, peserta kajian mentafsir bahan diskret sebagai unit yang telah dibahagikan dan tidak boleh dibahagikan lagi untuk mewakili pecahan tertentu. Sebahagian besar daripada murid juga didapati menganggap pengangka ialah nombor yang didarab dan menyebut ialah nombor yang dibahagi. Walau bagaimanapun, sebilangan peserta kajian didapati menunjukkan pemahaman konsep pembahagian pecahan berdasarkan pengetahuan tak formal. Misalnya, mereka menyatakan  $\frac{3}{4}$  sebagai “tiga perempat daripada suatu keseluruhan” atau “tiga bahagian daripada satu perempat bahagian”.

Dalam kajian lain, Thompson dan Saldhana (2003) mengkaji penaakulan peserta kajian tentang pembahagian pecahan. Dalam kajian itu, mereka mendefinisikan pemahaman dari konteks penaakulan dengan mengubahsuai model pemahaman Skemp (1978). Menurut Thompson dan Saldhana, pemahaman individu dapat dikenal pasti daripada proses asimilasi skim sedia ada mereka. Data kajian dikumpul secara temu duga klinikal semasa murid menyelesaikan enam bentuk tugas, salah satu tugas dimaksudkan ialah masalah membabitkan bar coklat. Antara aktiviti yang terlibat ialah meminta murid membahagikan bar coklat kepada tujuh orang rakan. Kemudiannya, mereka diminta menganggar saiz keratan bar coklat yang dipotong kepada tujuh bahagian. Dapatan kajian menunjukkan peserta kajian memberikan jawapan yang sama, iaitu satu pertujuh bar coklat. Thompson dan Saldhana merumuskan murid menyelesaikan masalah bahagi yang membabitkan pecahan dalam kedua-dua keadaan, iaitu pemetaikan atau pengukuran dengan cara yang sama.

Dalam kajian berasingan, Bulgar (2003) melaksanakan eksperimen pengajaran pada sebuah kelas yang terdiri daripada 14 orang perempuan dan 11 orang lelaki murid Gred Empat. Tujuan eksperimen ini ialah membimbang murid memahami konsep pecahan. Di sepanjang tempoh pengajaran itu, sebanyak 50 rakaman video diambil daripada tiga penjuru kelas yang berlainan. Salah satu tugas yang terlibat dalam

kajian ialah “*Holiday Bows*” (Bulgar, 2003, hlm. 322). Bulgar (2003) melaporkan bahawa murid berjaya menyelesaikan masalah dengan mengenal pasti panjang ribon yang bersaiz  $1/3$  meter dengan menggunakan pembaris dan membahagikannya mengikut beberapa bahagian yang sama saiz secara cuba jaya. Menerusi pembahagian tersebut, murid didapati membentuk pecahan dengan memotong ribon saiz. Pada permulaannya, Bulgar mendapati murid sukar membahagikan  $1\text{ m}$  atau  $100\text{ cm}$  kepada tiga bahagian yang sama saiz. Mereka menganggarkan  $1/3$  meter berukuran kira-kira  $33\text{ cm}$ .

Kemudiannya, mereka didapati menyedari bahawa jumlah ukuran ialah  $99\text{ cm}$ . Akhirnya, mereka didapati berjaya membentuk tiga lipatan ribon yang sama panjang sebagai mewakili pecahan  $1/3$ . Setelah berbincang dengan rakan dan guru, mereka akhirnya dapat menyatakan ukuran yang diperlukan ialah  $33\frac{1}{3}\text{ cm}$  panjang. Menurut Bulgar, dapatan kajian menunjukkan murid menyedari bahawa terdapat 3 pecahan  $33\frac{1}{3}\text{ cm}$  di dalam  $1\text{ m}$ .

Ringkasnya, kajian lepas tentang pembahagian pecahan dari perspektif kanak-kanak menunjukkan memberi fokus pada tiga aspek, iaitu pemahaman murid menyelesaikan masalah pendaraban dan pembahagian membabitkan pecahan menggunakan bahan bersifat tunggal dan komposit; mengenal pasti skim sedia ada (asimilasi) dan skim baru sama ada dipinda dari skim lama atau membina skim baru (akomodasi) dalam menyelesaikan masalah bagi yang membabitkan pecahan; dan cara murid membahagikan baki bahan dan menamakan pecahan bagi hasil bahagi. Ini bermaksud, tumpuan terhadap operasi bahagi menggunakan cara dan kaedah yang khusus yang membabitkan nombor bulat, pecahan, atau gabungan kedua-duanya masih lagi terhad. Oleh itu, kajian ini adalah perlu dan wajar dijalankan kerana pengetahuan operasi bahagi sama ada secara simbolik atau bahagian-keseluruhan saling berhubungan dalam membantu murid memahami pembahagian pecahan.

## **Kajian Pembahagian Pecahan dari Perspektif Dewasa**

Terdapat tiga komponen kajian dijalankan di bawah kajian pembahagian pecahan dari perspektif dewasa, iaitu pengajaran dan pembelajaran, tafsiran simbol dan pengetahuan intuitif, dan penyelesaian masalah membabitkan pembahagian pecahan.

**Pengajaran dan Pembelajaran.** Menurut Bielefeld (2002), kemahiran algoritma dan pemahaman konseptual adalah saling bergantungan dan kedua-duanya perlu diutamakan dalam bidang matematik. Dalam penjelasan lanjut, Bielefeld memberi contoh bahawa soalan  $1/4 \div 1/2$  adalah lebih bermakna sekiranya ditafsirkan sebagai “berapa bilangan  $1/2$  di dalam  $1/4$ ?” Namun begitu, Bielefeld juga bersetuju bahawa kemahiran songsang dan darab seperti  $1/4 \div 1/2 = 1/4 \times 2/1$  penting kerana dapat memberikan jawapan  $1/2$  dengan pantas dan tepat.

Bagaimanapun, pembahagian itu adalah lebih bermakna lagi sekiranya ia difahami sebagai “terdapat dua pecahan  $1/4$  di dalam pecahan  $1/2$ ” (hlm. 93). Pandangan Hatfield, Edwards, Bitter, & Morrow (2000) juga didapati selari dengan Bielefeld dengan mencadangkan supaya konsep pembahagian pecahan diajar terlebih dahulu sebelum kemahiran songsang dan darab diajar. Malah NCTM (2000) juga mencadangkan agar algoritma mula diajar kepada pelajar di peringkat kolej, bukannya di peringkat sekolah.

Bagi mengatasi kesukaran pembahagian pecahan, Behr et al. (1992) mencadangkan agar dua konsep, iaitu pemetaan dan pengukuran diajar kepada murid sekolah. Menurut mereka, antara pra-syarat bagi memahami konsep pembahagian pecahan ialah dapat menjelaskan perhubungan di antara pecahan unit dengan pecahan komposit. Dalam tulisannya, Behr dan Post (1992) menegaskan pengetahuan pecahan unit bukan sahaja berperanan membantu murid memahami konsep pecahan, malah juga membantu mereka memahami konsep operasi bahagi. Misalnya, mereka memberi contoh bahawa soalan  $3/4 \div 2/4$  dapat ditafsirkan sebagai “membahagikan 3 pecahan  $1/4$  kepada 2 pecahan  $1/4$ ”. Dalam hal ini, Behr dan Post menyarankan supaya pecahan

komposit ditukar ke pecahan unit terlebih dahulu sebelum menyelesaikan operasi bagi yang membabitkan operasi bagi agar konsep pengukuran lebih senang difahami.

Dalam satu kajian eksperimen, Rittle-Johnson dan Koedinger (2001) telah merancang dua kaedah pengajaran, iaitu model kognitif berasaskan gambarajah dan model kognitif berasaskan songsang dan darab bagi mengkaji lima dimensi pembelajaran murid Gred Sembilan yang sederhana pencapaian, iaitu tahap kesukaran, efikasi, peraturan umum, pengekalan, dan pemindahan. Dua buah kelas dengan setiap kelas terdiri daripada 32 orang murid dipilih sebagai kelas eksperimen dan kelas kawalan masing-masing. Pada hari pertama pengajaran, pengkaji menyampaikan pengajaran tentang kedua-dua model pembelajaran kepada murid selama sepuluh minit. Kemudian, murid diminta menyelesaikan sebanyak sepuluh soalan (empat soalan melibatkan nombor bulat atau pecahan unit, lima soalan dengan pecahan bukan unit dan nombor bercampur, dan satu soalan pendaraban pecahan) dalam tempoh 20 minit.

Keputusan ujian menunjukkan 57% daripada murid dalam kelas eksperimen (strategi berasaskan gamba rajah) cuba menjawab soalan ujian, manakala 96% daripada murid dalam kelas kawalan (strategi songsang dan darab) cuba menjawab soalan ujian yang sama. Selain itu, keputusan ujian juga mendapat 60% daripada peserta kajian dari kelas kawalan cuba menjawab soalan ujian, manakala hanya 10% sahaja daripada kelas intervensi dikenal pasti cuba menjawab ujian berkenaan. Daripada hasil kajian itu, Rittle-Johnson dan Koedinger merumuskan bahawa kedua-dua pendekatan algoritma memainkan peranan penting bagi membantu murid menjawab soalan berkaitan pembahagian pecahan. Walau bagaimanapun, mereka menegaskan bahawa kaedah pembelajaran demikian menyukarkan murid memahami konsep pembahagian pecahan secara khusus.

**Tafsiran Simbol dan Pengetahuan Intuitif.** Bagi mengetahui pemahaman guru, Ma (1999) menjalankan kajian perbandingan pendekatan yang digunakan oleh guru dari

Amerika dan China mengajar topik pembahagian pecahan. Peserta kajian terdiri daripada 23 orang guru dari Amerika dan 72 orang guru dari China. Kaedah pengumpulan data bagi kajian itu ialah secara ujian bertulis dan temu duga.

Ma (1999) melaporkan bahawa 9 daripada 23 orang guru di Amerika dapat menyelesaikan pembahagian pecahan  $3 \frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$  secara songsang dan darab. Kebanyakannya mereka didapati gagal menjawabnya kerana terlupa sama ada hendak terbalikkan pecahan  $\frac{7}{3}$  atau  $\frac{1}{2}$ . Sebaliknya, guru dari China didapati berupaya menghasilkan jawapan yang betul dengan pelbagai kaedah seperti menggunakan hukum taburan, tukar ke perpuluhan, dan mendarab terus antara pengangka dan penyebut.

Selain itu, kajian yang dijalankan juga menunjukkan peserta kajian dari America tidak dapat mengaitkan senario kehidupan sesuai yang membabitkan pembahagian  $\frac{1}{2}$ . Sebaliknya di China, 65 orang daripada 72 orang guru didapati berjaya memberikan pelbagai makna operasi bagi pecahan menggunakan konsep pengukuran seperti bilangan pecahan  $x$  dalam pecahan  $y$ , menggunakan konsep pengasingan bagi membentuk perhubungan di antara pecahan  $x$  dan pecahan  $y$ , dan mengenal pasti faktor untuk didarab dengan pecahan  $x$  supaya menjadi pecahan  $y$ .

Dalam pada itu, Kalder (2007) menjalankan kajian bagi menerokai keupayaan guru pelatih menterjemahkan simbol pembahagian pecahan ke bentuk cerita. Kalder (2007, hlm. 147) melaporkan peserta kajiannya menyelesaikan pembahagian pecahan  $3 \frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$  dengan prinsip “kekal, ubah, balik” dan mendapatkan jawapannya ialah  $7 \frac{1}{2}$ . Walau bagaimanapun, mereka didapati menghadapi kesukaran mentafsirkan pembahagian pecahan ke situasi kehidupan seharian kerana dua faktor, iaitu tidak mengetahui maksud algoritm “kekal, ubah, balik” dan tidak mengetahui maksud jawapan  $7 \frac{1}{2}$ . Mereka didapati mentafsirkan bahagi  $\frac{1}{2}$  sebagai darab 2. Untuk mengatasi masalah tersebut, Kalder memberikan bahan konkret kepada guru pelatih untuk membentuk  $\frac{1}{2}$  bahan dari sejumlah  $3 \frac{3}{4}$  bahan. Akhirnya, mereka dilaporkan

memahami langkah yang terlibat dan makna jawapan bagi pembahagian pecahan berkenaan.

Dalam kajian lain, Rule dan Hallagan (2006) mengenal pasti kesan penggunaan aktiviti lukis rajah dan bahan konkrit dalam memodelkan konsep pendaraban dan pembahagian pecahan dalam kalangan guru pelatih. Data dipungut mengikut siri tindakan ujian-pra, intervensi, dan ujian-pos. Dalam kajian tersebut, kelas kawalan diajar dengan aktiviti melukis rajah, manakala kelas eksperimen dibimbingkan dengan aktiviti melukis rajah dan menggunakan bahan konkrit. Setiap kelas berkenaan terdiri daripada 21 orang guru pelatih, dan tempoh intervensi ialah selama 14 minggu. Dalam tempoh intervensi, kedua-dua kumpulan kajian dikehendaki menyiapkan tugas yang diberikan.

Data bagi kajian ini adalah terdiri daripada ujian-pra bagi mengenal pasti pengetahuan prosedur dan konseptual secara ujian kertas dan pensel. Dalam ujian pos, hasil kerja peserta kajian, tugas melukis rajah, dan bahan yang dihasilkan oleh peserta kajian dikumpulkan. Selain itu, soal selidik juga ditadbirkan pada penghujung tempoh intervensi. Antara soalan yang terdapat dalam tugas adalah seperti  $30 \div 1/2$ ,  $2\frac{1}{2} \div 1/4$ ,  $6 \div 3/7$ , dan  $8 \div 4/7$ .

Rule dan Hallagan (2006) melaporkan bahawa kedua-dua kumpulan kawalan dan eksperimental menunjukkan peningkatan skor ujian pos yang melepas skor min asal 50.8%. Malah, kelas eksperimen yang diberikan pendedahan melukis rajah dan menggunakan bahan konkrit didapati menunjukkan peningkatan yang lebih tinggi, iaitu 71.4% berbanding dengan kelas kawalan, iaitu 67.5%. Walau bagaimanapun, hasil kajian menunjukkan min markah bagi kedua-dua kelas adalah tidak signifikan (Rule & Hallagan, 2006).

Menurut Tirosh (2000), guru lazimnya dianggapkan mempunyai pengetahuan tentang mata pelajaran dan pengetahuan tentang kandungan pedagogi. Bagi

mendapatkan kepastian, Tirosh menjalankan kajian bagi mengenal pasti pengetahuan intuitif (pembahagi mesti merupakan nombor bulat, pembahagi mesti lebih kecil daripada nombor dibahagi, dan pembahagian menyebabkan hasil yang lebih kecil) yang dimiliki oleh empat orang guru pelatih perempuan tentang masalah yang dihadapi murid, pengetahuan tentang mata pelajaran dan pengetahuan tentang kandungan pedagogi. Data kajian dipungut secara temu duga dalam sesi sebelum dan selepas kursus dijalankan.

Berasaskan teori yang dikembangkan oleh Shulman yang mengandaikan “guru bukan sahaja perlu memahami keadaan tertentu, malah juga perlu memahami mengapakah ia menjadi begitu”, Tirosh (2000, hlm. 8) telah membentuk soalan seperti, “mengapakah begitu?”, “apa akan berlaku jika ...?”, dan “apa sekiranya tidak?” untuk memungut data. Tirosh melaporkan kebanyakan peserta kajiannya menggunakan algoritma menyelesaikan soalan sebelum pengajaran bermula.

Walau bagaimanapun, majoriti daripada mereka dilapor melakukan kesalahan kerana tersilap memahami soalan. Antara kesalahan yang dikenal pasti ialah  $1/4 \div 4$  dituliskan sebagai  $1/4 \times 4$  dan  $1/4 \div 3/5$  dituliskan sebagai  $4/1 \times 5/3$ . Selain itu, mereka didapati tidak sedar tentang kesalahan yang dilakukan oleh murid mereka. Manakala bagi ujian akhir kursus, Tirosh merumuskan bahawa peserta kajian menunjukkan peningkatan pemahaman daripada menggunakan pengetahuan algoritma ke penggunaan pengetahuan formal dan intuitif bagi menjelaskan kesalahan yang dilakukan oleh murid.

Selain kajian intuitif yang melibatkan guru, Mulligan dan Mitchelmore (1997) menjalankan kajian bagi mengenal pasti model intuitif murid Gred Dua dan Tiga yang membabitkan operasi bahagi. Dalam kajian itu, Mulligan dan Mitchelmore mengumpul data menggunakan kaedah temu duga klinikal, rakaman video, dan rakaman audio. Menurut Mulligan dan Mitchelmore, murid menggunakan tiga strategi bagi menyelesaikan operasi bahagi, iaitu membilang terus, menolak secara berulang, dan

menggunakan operasi darab. Model membilang terus dilaporkan sebagai model paling dominan milik peserta kajian semasa menyelesaikan masalah pembahagian kategori pengukuran.

Selain itu, model penolakan berulang dilaporkan sebagai model paling dominan milik peserta kajian semasa menyelesaikan masalah pembahagian yang melibatkan pembahagi yang kecil. Peserta kajian juga didapati menggunakan strategi penambahan berulang semasa menyemak jawapan dalam pengiraan. Dalam pada itu, peserta kajian didapati menggunakan pendaraban apabila menyelesaikan masalah yang melibatkan kadar, terutamanya dalam situasi yang berkaitan sifir lima. Bagi masalah yang melibatkan nombor yang lebih besar, mereka didapati cenderung menggunakan pendekatan membilang secara terus.

**Penyelesaian Masalah.** Dalam konteks yang membabitkan penyelesaian masalah, Gregg dan Gregg (2007) mendapati ramai guru pelatih menyelesaikan masalah pembahagian pecahan secara songsang dan darab tanpa mengetahui sebab di sebalik operasi. Justeru, Gregg dan Gregg membentuk tugasan berhubung penyediaan bilangan hidangan menggunakan bilangan biskut tertentu. Tujuan kajian yang dijalankan adalah untuk meninjau pemahaman guru pelatih tentang konsep pembahagian pecahan. Data kajian dipungut secara menemu duga guru pelatih semasa mereka menyelesaikan tertentu.

Menurut Gregg dan Gregg (2007), guru pelatih menghadapi kesukaran mentafsirkan baki dua keping  $\frac{1}{4}$  biskut ke bentuk bilangan hidangan. Majoriti guru pelatih didapati menyatakan terdapat  $6 \frac{1}{2}$  hidangan, sedangkan jawapan sebenarnya ialah terdapat  $6 \frac{2}{3}$  hidangan. Menurut Gregg dan Gregg, keadaan ini berlaku kerana guru pelatih membandingkan baki bahagian pecahan dengan saiz keseluruhan biskut, sepatutnya mereka membandingkan baki bahagian dengan bilangan hidangan yang dapat disediakan.

Berikut, guru pelatih didapati menghadapi masalah yang lebih kritikal terutamanya ketika menyediakan 3/4 biskut dalam setiap hidangan sekiranya dia mempunyai 1/2 keping biskut semuanya. Bagi mengatasi masalah tersebut, Gregg dan Gregg (2007) melaporkan bahawa soalan mudah perlu diberikan kepada guru terlebih dahulu sebelum soalan yang lebih sukar ditanyakan. Misalnya, 6 keping biskut dalam setiap hidangan dari 30 keping biskut; menyediakan 7 biskut dalam setiap hidangan dari 30 keping biskut sebelum dikemukakan tugasan yang membabitkan penyediaan 3/4 biskut dalam setiap hidangan dari 1/2 keping biskut.

Sementara itu, Yimer (2009) menjalankan kajian terhadap 42 orang guru terlatih yang menghadiri kursus intensif selama dua minggu. Tugasan kajian adalah berkaitan mengenal pasti jarak yang dilalui oleh sebuah kereta dalam masa sejam. Data dipungut secara rakaman video semasa perbincangan kumpulan berlangsung.

Menurut Yimer (2009), majoriti peserta kajian mempunyai pengetahuan yang cetek tentang pembahagian pecahan. Mereka didapati menggunakan pengetahuan aritmetik songsang dan darab serta konsep perkadaran bagi mendapatkan jawapan tanpa dapat menjelaskan makna di sebalik algoritma berkenaan. Walau bagaimanapun, hanya salah seorang daripada guru didapati berjaya melukis dua buah rajah segi empat dan mengukur petak berkenaan. Guru itu menyatakan jawapan sebagai 2 batu dan lebih satu petak kecil. Dalam perbincangan seterusnya, guru itu berjaya menyatakan jarak perjalanan ialah sejauh  $2\frac{1}{4}$  batu.

Dalam kajian lain, Perlwitz (2005) menjalankan kajian bagi mengenal pasti cara murid mewakilkan pembahagian pecahan yang membabitkan pembentukan bilangan sarung bantal berukuran  $\frac{3}{4}$  ela daripada kain 10 ela. Perlwitz melaporkan murid menggunakan tiga cara bagi membentuk sarung bantal. Pertama, membahagikan kertas jalur kepada 4 bahagian. Kemudiannya, setiap bahagian dibahagikan lagi kepada 10 bahagian lebih kecil. Murid dilaporkan melorek tiga bahagian dan menganggapnya

sebagai sebuah sarung bantal. Pada keseluruhannya, murid melorek 13 keping 1/4 bahagian dan menganggap terdapat 13 sarung bantal.

Kedua, murid membina sebanyak 40 petak 1/4 bahagian dan menyatakan bahawa terdapat 13 sarung bantal disediakan dengan alasan  $13 \times 3$  ialah 39 dan mempunyai baki 1/4 bahagian kain. Ketiga, murid membahagikan kertas jalur kepada 4 bahagian, kemudian setiap bahagian dibahagikan kepada 10 bahagian lebih kecil. Menurut Perlwitz, murid melorek tiga bahagian secara berturutan dan mendapati terdapat 13 pecahan  $3(1/4)$  dan 1 pecahan 1/4. Dalam tugas yang membabitkan  $10 \div 3/4$ , peserta kajian didapati mentafsir bahawa terdapat 13 pecahan 1/3, bukannya 13 pecahan 1/4.

Di Malaysia, Suhaidah (2006) telah menjalankan kajian keratan lintang bagi tiga kelompok peserta kajian, iaitu 66 orang murid sekolah rendah (SR), 67 orang murid tingkatan dua (SM), dan 57 orang pelajar tahun dua institusi pengajian tinggi (IPT). Penyelidik mendapati peserta kajian dari IPT memperoleh peratus skor yang tertinggi berbanding murid SM dan murid SR. Walau bagaimanapun, analisis mendapati nilai min bagi ketiga-tiga kategori peserta kajian itu tidak menunjukkan perbezaan signifikan di antara pemahaman konsep nombor bercampur, penolakan, dan pendaraban pecahan. Menurut Suhaidah, murid cenderung menggunakan pendekatan prosedur bagi menjalankan pengiraan tanpa mengetahui makna di sebalik operasi tersebut. Sementara itu, ketiga-tiga kategori peserta kajian dilaporkan memiliki pemahaman konseptual pada tahap rendah.

Di samping itu, Mohammad Johan (2002) menjalankan kajian bagi mengenal pasti cara dan keupayaan dua kelompok murid sekolah tahun lima yang mempunyai gaya pembelajaran berbeza menyelesaikan masalah pecahan. Dalam kajian itu, penyelidik memungut data secara ujian kertas dan pensel dan menganalisis data secara kuantitatif untuk mengenal pasti hubungan di antara pendekatan pembelajaran murid dengan gaya murid menyelesaikan masalah pecahan. Hasil kajian menunjukkan gaya

pembelajaran yang menekankan penyelesaian masalah pecahan mempunyai hubungan yang kuat dan signifikan dengan kejayaan murid menyelesaikan masalah pecahan.

Ringkasnya, analisis kajian lepas dari perspektif dewasa membekalkan beberapa maklumat, antaranya ialah proses pengajaran dan pembelajaran dijalankan sebagai aktiviti memindahkan pengetahuan algorithma dan konseptual tentang pembahagian pecahan kepada murid. Bagi aspek algoritma, kemahiran proses sebagai jalan pintas bagi membantu murid mendapatkan jawapan. Manakala dalam aspek konseptual pula, pengetahuan pemetaan dan pengukuran diajar murid memperolehi pengetahuan yang sepadan dengan berkesan.

Dalam konteks mentafsir simbol pula, kajian lepas mengandaikan tafsiran mempunyai sifat betul dan salah. Misalnya, guru di Amerika dikatakan melakukan kesalahan semasa menterjemahkan simbol pembahagian pecahan, manakala guru di China pula berjaya menggunakan pelbagai cara. Ini menunjukkan peserta kajian diandaikan mampu mengetahui kebenaran yang berada di luar daripada pengalaman diri mereka.

Dalam kategori penyelesaian masalah pula, peserta kajian diandaikan mempunyai kecenderungan untuk menyelesaikan masalah yang mempunyai matlamat yang jelas, tetapi terdapat halangan untuk mencapai matlamat tersebut. Peserta kajian diandaikan perlu mempertimbang dan merancang penyelesaian agar mendapat jawapan yang betul. Ini menunjukkan bahawa asas andaian kajian dari perspektif dewasa tidak sesuai dijadikan landasan bagi menjawab soalan kajian ini.

## **Kesimpulan**

Sebagai kesimpulan, artikel ilmiah dan kajian lepas membekalkan beberapa maklumat asas untuk dijadikan panduan bagi pelaksanaan kajian ini. Antara aspek yang dibekalkan daripada analisis dan perbincangan dalam bab ini ialah teori kajian yang

menjelaskan tentang prinsip asas konstruktivisme radikal, proses pembinaan pengetahuan, definisi pemahaman menurut konstruktivisme radikal dan konstruktivisme sosial. Dalam perbincangan tersebut, konstruktivisme radikal didapati lebih sesuai dijadikan landasan kajian berbanding konstruktivisme sosial kerana lebih membantu dalam pengumpulan data bagi menjawab soalan kajian.

Selain itu, analisis literatur juga membekalkan maklumat bahawa terdapat pelbagai definisi diberikan pada pecahan dalam kajian lepas. Pada umumnya, definisi tersebut dapat dikategorikan dalam dua kumpulan berbeza, iaitu definsi formal dan definisi psikologi. Bagi kajian ini, definisi pecahan dari konteks psikologi didapati lebih sesuai digunakan. Pecahan yang dikaji dalam kajian ini ialah pengetahuan yang dibina oleh murid berasaskan pengalaman yang pernah dialami oleh mereka, bukannya definisi formal yang mengandaikan pengetahuan terdapat di luar dari diri murid.

Dalam pada itu, bab ini juga menganalisis kajian lepas membabitkan makna operasi bahagi dari perspektif realisme dan konstruktivisme sosial. Namun begitu, analisis literatur mendapati tidak terdapat kajian dijalankan secara khusus bagi mengenal pasti makna operasi bahagi dari perspektif konstruktivisme radikal sehingga kini. Walaupun Thompson dan Saldhna (2003) dan Steffe (2009) ada menjalankan kajian tentang pembahagian pecahan, tetapi mereka lebih menumpukan kajian tentang cara murid membina pengetahuan tentang pembahagian pecahan, bukannya definisi operasi bahagi secara khusus daripada peserta kajian. Oleh itu, adalah wajar kajian ini dijalankan bagi mengenal pasti makna operasi bahagi menurut perspektif murid itu sendiri, bukan makna operasi bahagi secara formal seperti yang dinyatakan dalam buku rujukan atau penulisan ilmiah.

Akhirnya, bab ini menganalisis kajian lepas tentang pecahan dan pembahagian pecahan dari perspektif kanak dan perspektif dewasa yang membekalkan beberapa maklumat asas. Antaranya kaedah mengumpul data yang sesuai digunakan dalam kajian

yang berlandaskan konstruktivisme radikal ialah temu duga klinikal, kajian pemahaman murid tentang pecahan dapat dikenal pasti dengan memberi tumpuan pada cara mereka memanifestasikan pengetahuan bahagian dan keseluruhan dalam pelbagai proses pemikiran seperti gambaran mental, perwakilan, perbandingan, dan penyelesaian masalah.

Dari konteks pembahagian pecahan pula, kajian lepas didapati membekalkan maklumat bahawa kajian tentang mengenal pasti corak pemikiran murid tentang konsep asas pecahan wajar, pecahan tak wajar, satu keseluruhan, dan operasi bahagi yang digunakan semasa menyelesaikan masalah bahagi yang membabitkan pecahan masih lagi terhad, terutamanya dari kalangan murid Tingkatan Satu. Justeru, kajian ini adalah wajar dijalankan bagi memperoleh lebih banyak maklumat tentang pembahagian pecahan dari perspektif kanak-kanak itu sendiri.